

пость. Это позволяет говорить о безусловном преимуществе системы возбуждения с постоянным магнитом над электромагнитной системой возбуждения.

1. Антонов А.Е., Киреев В.Г. К вопросу проектирования магнитных систем беспазовых магнитоэлектрических двига-

телей // Праці Інституту електродинаміки НАН України. Енергоефективність: Зб.наук.пр. — 2001. — С. 79—84.

2. Антонов А.Е., Петухов И.С. Идентификация магнитного поля ротора двухкоординатной электрической машины // Техн. електродинаміка. — 1999. — № 1. — С. 64—68.

3. Постоянные магниты. Справочник / Под ред. Ю.М.Пятинна. — М.: Энергия, 1980. — С. 108.

Надійшла 10.05.2007

УДК 621.316.718

К.П.Акиннин, канд.техн.наук (Ин-т электродинаміки НАН України, Київ)

Расчет систем регулирования частоты вращения двигателей с импульсными первичными датчиками

Рассмотрены особенности построения импульсных систем автоматического регулирования частоты вращения двигателя. Разработаны рекомендации для настройки таких систем. Выполнены примеры расчета систем регулирования.

Розглянуто особливості побудови імпульсних систем автоматичного регулювання частоти обертання двигуна. Розроблено рекомендації для налагодження таких систем. Виконано приклади розрахунків систем регулювання.

Рассмотрим особенности построения систем автоматического регулирования (САР) частоты вращения электрического двигателя с импульсным первичным датчиком. Будем полагать, что минимальное количество импульсов датчика за один оборот вала двигателя равно шести. Это число соответствует шести интервалам повторяемости работы системы управления трехфазным инвертором, который приводит во вращение бесконтактный магнитоэлектрический двигатель с одной парой полюсов [1, 2].

Один из путей построения САР частоты вращения двигателя при преобразовании последовательности импульсов датчика в непрерывный сигнал может быть связан с использованием фильтров низкой частоты. Такие фильтры должны обеспечивать САР структурную и параметрическую устойчивость, приемлемое качество регулирования при допустимом уровне пульсаций отфильтрованного управляющего сигнала во всем диапазоне изменения частоты вращения. К числу таких фильтров, выполняющих функции корректирующих устройств, можно отнести, например, аperiodическое звено первого порядка или интегрирующее звено (в дальнейшем А- и И- регуляторы).

Пусть задана частота вращения ротора ω , которой соответствует период следования импульсов

датчика

$$T_N = 2\pi / (N \cdot \omega), \quad (1)$$

где N — количество импульсов датчика за один оборот. Некоторый формирователь импульсов в момент переключения датчика обеспечивает формирование импульсов любой формы. Ограничимся рассмотрением импульсов прямоугольной формы, описываемой двумя параметрами — длительностью и амплитудой. Площадь такого импульса будем полагать неизменной во всем диапазоне изменения частоты вращения. В простейшем случае должны быть фиксированы и длительность, и амплитуда.

Для анализа особенностей рассматриваемых САР воспользуемся математической моделью, описывающей двигатель постоянного тока,

$$d\omega/dt = (M - M_C) / J, \quad dI/dt = (U - E - R \cdot I) / L, \quad (2)$$

где $E = k_E \cdot \omega$; $M = k_E \cdot I$; J — момент инерции, приведенный к валу двигателя; M , M_C — момент вращения двигателя и момент нагрузки соответственно; U — напряжение источника питания; E , I — ЭДС и ток двигателя; R , L — активное сопротивление и

индуктивность обмотки; k_E — коэффициент крутизны момента двигателя.

Модель (2) справедлива для бесконтактных магнитоэлектрических двигателей при условии равенства нулю d -составляющей тока. Для беслазвой схемы построения таких двигателей характерны относительно малые значения индуктивности, благодаря чему можно упростить второе уравнение системы (2)

$$0 = U - E - R \cdot I. \quad (3)$$

На основании (2) и (3) запишем передаточную функцию двигателя как объекта регулирования в виде

$$\frac{\omega(p)}{U(p)} = \frac{k_M}{T_M \cdot p + 1}, \quad (4)$$

где $k_M = k_E^{-1}$ — постоянный коэффициент передачи; T_M — электромеханическая постоянная времени.

Дополним математическое описание рассматриваемой САР передаточной функцией регулятора, уравнениями для определения рассогласования $U_p(p)$ и сигнала обратной связи $U_{OC}(p)$

$$\frac{U(p)}{U_p(p)} = W_p(p); \quad (5)$$

$$U_p(p) = U_3(p) - U_{OC}(p); \quad (6)$$

$$U_{OC}(p) = k_{OC} \cdot f(\omega), \quad (7)$$

где $U_3(p)$ — сигнал задания частоты вращения; k_{OC} — коэффициент обратной связи; $f(\omega)$ — формирователь последовательности прямоугольных импульсов с периодом следования T_N .

Определим длительность и амплитуду этих импульсов

$$t_1 = 2\pi \cdot \gamma_{\max} / (N \cdot \omega_{\max}); \quad (8)$$

$$U_{I\max} = \omega_{\max} / \gamma_{\max}; \quad (9)$$

где ω_{\max} — максимальное значение частоты вращения двигателя; γ_{\max} — максимальное значение скважности последовательности импульсов при ω_{\max} . Поскольку величина скважности $\gamma = \omega \cdot \gamma_{\max} / \omega_{\max}$ последовательности импульсов датчика при изменении частоты вращения может лежать в пределах 0...1, для расчета САР можно рекомендовать выбор значения γ_{\max} из диапазона 0,5...0,8.

Рассмотрим случай построения САР с А-регулятором

$$W_p(p) = k_p / (T_p \cdot p + 1), \quad (10)$$

где k_p , T_p — коэффициент передачи и постоянная времени регулятора.

Передаточную функцию замкнутой САР запишем в виде

$$\frac{\omega(p)}{U_3(p)} = \frac{k_1}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}, \quad (11)$$

где

$$k_1 = k_p \cdot k_M / k_C; \quad T_1 = T_p \cdot T_M / k_C; \quad T_2 = (T_p + T_M) / k_C; \\ k_C = 1 + k_p \cdot k_M \cdot k_{OC}.$$

Поскольку импульсный сигнал рассогласования САР подвергается сглаживанию с помощью фильтров низкой частоты, можно полагать, что в некотором диапазоне изменения частоты вращения двигателя для рассматриваемых САР могут быть использованы методы настройки непрерывных систем. Запишем знаменатель передаточной функции (11) в виде

$$T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1, \quad (12)$$

где T , ξ — постоянная времени и коэффициент демпфирования звена второго порядка [4]. Если $\xi \geq 1$, то звено может быть представлено произведением двух апериодических звеньев первого порядка. Для устойчивого колебательного звена справедливо неравенство $0 \leq \xi < 1$.

Таким образом, настройка САР второго порядка (11) определяется одним параметром ξ [4]. Ряд значений этого параметра 0,9; 0,7; 0,5 и 0,3 соответствует ряд значений перерегулирования выходной переменной САР — 0,2; 4,6; 16,3 и 37,3, выраженных в процентах. Задача сводится к тому, чтобы при заданной величине ξ выбрать значения параметров k_p , T_p , обеспечивающие приемлемое качество переходных процессов при допустимом уровне пульсаций сигнала $U(t)$.

С учетом (11) и (12) определим

$$k_C = \frac{(T_p + T_M)^2}{4 \cdot \xi^2 \cdot T_p \cdot T_M}; \quad (13)$$

$$k_p = \frac{\omega_{\max} \cdot k_C}{U_{3\max} \cdot k_M}; \quad (14)$$

$$k_{OC} = (k_C - 1) / k_p \cdot k_M, \quad (15)$$

где $U_{3\max}$ — максимальное значение сигнала задания.

Определим амплитуду размаха колебаний сигнала на выходе А-регулятора с коэффициентом передачи $k_p = 1$ и постоянной времени T_p при поступлении на его вход последовательности импульсов с амплитудой, равной единице, и скважностью γ [3]

$$\Delta U_{11} = \left(1 - e^{-\frac{\gamma T_N}{T_p}} \right) \left(1 - e^{-\frac{(1-\gamma)T_N}{T_p}} \right) \left(1 - e^{-\frac{T_N}{T_p}} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Абсолютная величина размаха пульсаций ΔU на выходе А-регулятора в контуре САР пропорциональна величине ΔU_{11} , коэффициентам передачи k_p и k_{OC} , амплитуде сигнала U_{1max} (9)

$$\Delta U = \Delta U_{11} \cdot k_p \cdot k_{OC} \cdot U_{1max} \quad (17)$$

С другой стороны, размах ΔU пропорционален относительной величине пульсаций ΔU^* , текущему значению частоты вращения ω и обратно пропорционален коэффициенту передачи k_M

$$\Delta U = \Delta U^* \cdot \omega / k_M \quad (18)$$

Приравнявая (17) и (18), получим

$$\Delta U^* = \Delta U_{11} \cdot k_p \cdot k_M \cdot k_{OC} \cdot \omega_{max} / (\omega \cdot \gamma_{max}) \quad (19)$$

или, исключая k_{OC} , —

$$\Delta U^* = \Delta U_{11} \cdot (k_p \cdot k_M \cdot U_{зmax} - \omega_{max}) / (\omega \cdot \gamma_{max}) \quad (20)$$

Коэффициент обратной связи можно выразить через параметры САР

$$k_{OC} = (k_p \cdot k_M \cdot U_{зmax} - \omega_{max}) / (\omega_{max} \cdot k_p \cdot k_M) \quad (21)$$

С учетом (9), (13), (15), (16), (17) и (18) получим нелинейное уравнение, связывающее величины T_p и ΔU^* при заданном значении коэффициента ξ ,

$$\left(1 - e^{-\frac{\gamma \cdot T_N}{T_p}}\right) \left(1 - e^{-\frac{(1-\gamma)T_N}{T_p}}\right) \left[\frac{(T_p + T_M)^2}{4\xi^2 \cdot T_p \cdot T_M} - 1\right] = \Delta U^* \cdot \gamma \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_N}{T_p}}\right) \quad (22)$$

Запись зависимости T_p и ΔU^* может быть существенно упрощена, если рассматривать диапазон малых значений скважности γ от 0,0 до 0,02, что может наблюдаться при малых значениях частоты вращения. В этом случае вместо (16) можно записать приближенное соотношение

$$\Delta U_{12} = T_N \cdot \omega \cdot \gamma_{max} / (T_p \cdot \omega_{max}) \quad (23)$$

Подставляя (23) вместо (16) в (20), получим

$$\Delta U^* = T_N \cdot (k_p \cdot k_M \cdot U_{зmax} - \omega_{max}) / (T_p \cdot \omega_{max}) \quad (24)$$

Вместо (22) запишем

$$\Delta U^* = \frac{T_N}{T_p} \left[\frac{(T_p + T_M)^2}{4\xi^2 \cdot T_p \cdot T_M} - 1 \right] \quad (25)$$

Решая квадратное уравнение (25) относительно T_p , получим

$$T_p = \left[-b - (b^2 - 4ac)^{0.5} \right] / 2a, \quad (26)$$

где

$$a = T_N - 4\xi^2 \cdot T_M \cdot \Delta U^*; \quad b = T_N \cdot T_M (2 - 4\xi^2); \quad c = T_N \cdot T_M^2$$

При $\xi = 2^{-0.5}$ упрощаем (26)

$$T_p = T_M \left[T_N / (2T_M \cdot \Delta U^* - T_N) \right]^{0.5} \quad (27)$$

Рассмотрим теперь случай построения САР с И-регулятором

$$W_p(p) = k_p / p \quad (28)$$

При этом коэффициенты передаточной функции (11) определяются равенствами

$$k_1 = k_{OC}^{-1}; \quad T_1 = T_M / (k_p \cdot k_M \cdot k_{OC}); \quad T_2 = (k_p \cdot k_M \cdot k_{OC})^{-1}, \quad (29)$$

где коэффициент обратной связи астатической САР —

$$k_{OC} = U_{зmax} / \omega_{max} \quad (30)$$

Учитывая, что $T_1 = T^2$ и $T_2 = 2\xi \cdot T$, определим коэффициент передачи И-регулятора

$$k_p = (4\xi^2 \cdot T_M \cdot k_M \cdot k_{OC})^{-1} \quad (31)$$

Особенностью астатической САР является равенство в статике нулю среднего значения сигнала рассогласования $U_p(t)$ (6). С учетом (1), (7), (8), (9) и (30) определим амплитуду импульса на входе И-регулятора

$$U_1 = (T_N - t_1) U_{1max} \cdot k_{OC} / T_N = k_{OC} (\omega_{max} - \omega \cdot \gamma_{max}) / \gamma_{max} \quad (32)$$

Размах пульсаций на выходе И-регулятора пропорционален амплитуде импульса U_1 , его длительности t_1 и величине коэффициента передачи регулятора k_p

$$\Delta U = U_1 \cdot T_1 \cdot k_p \quad (33)$$

Приравнявая (18) и (33), получим зависимость, связывающую относительную величину пульсаций на выходе И-регулятора с параметрами САР,

$$\Delta U^* = \frac{2\pi \cdot k_p \cdot k_M \cdot k_{OC} (\omega_{max} - \omega \cdot \gamma_{max})}{N \cdot \omega_{max} \cdot \omega} \quad (34)$$

На основании (34) при заданной величине ΔU^* можно определить коэффициент передачи

разомкнутой САР

$$k_{\text{САР}} = k_p \cdot k_M \cdot k_{\text{ОС}} = \frac{N \cdot \omega_{\text{max}} \cdot \omega \cdot \Delta U^*}{2\pi (\omega_{\text{max}} - \omega \cdot \gamma_{\text{max}})} \quad (35)$$

или с учетом (30), коэффициент передачи И-регулятора

$$k_p = \frac{N \cdot \omega_{\text{max}}^2 \cdot \omega \cdot \Delta U^*}{2\pi \cdot k_M \cdot U_{\text{зmax}} (\omega_{\text{max}} - \omega \cdot \gamma_{\text{max}})} \quad (36)$$

С учетом (31) может быть также установлена связь между ΔU^* и ξ :

$$\Delta U^* = \frac{\pi (\omega_{\text{max}} - \omega \cdot \gamma_{\text{max}})}{2N \cdot \xi^2 \cdot T_M \cdot \omega_{\text{max}} \cdot \omega} \quad (37)$$

Для проверки справедливости принятых допущений и полученных соотношений приведем примеры расчета переходных и квазиустановившихся процессов САР в соответствии с математическим описанием (4)–(7), а также расчета пульсаций сигнала $U(t)$ и параметров САР в соответствии с полученными аналитическими выражениями.

В качестве исходных данных для расчетов используем параметры ряда магнитоэлектрических двигателей мощностью до 100 Вт, разработанных в Институте электродинамики НАН Украины. Для этих двигателей значение наиболее важного для расчетов параметра — электромеханической постоянной времени — лежит в пределах 0,002...0,2 с. Остановимся на двигателе мощностью 40 Вт, для которого $\omega_{\text{max}} = 1047,2 \text{ с}^{-1}$, $U_{\text{зmax}} = 1 \text{ В}$, $R = 1 \text{ Ом}$, $k_E = 0,03162 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{А} \cdot \text{с}^2$, $\gamma_{\text{max}} = 0,5$, $N = 6$. Диапазон изменения величины момента инерции 0,000002 ... 0,0002 $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ определяет указанный диапазон электромеханической постоянной времени. Приемлемой (допустимой) относительной величиной размаха пульсаций ΔU_3^* будем полагать 0,1. Определение этой величины по результатам расчета квазиустановившихся процессов САР можно выполнять по упрощенной формуле

$$\Delta U_p^* = 2 (U_{\text{max}} - U_{\text{min}}) / (U_{\text{max}} + U_{\text{min}}) \quad (38)$$

где U_{max} , U_{min} — максимальная и минимальная величины сигнала $U(t)$.

Очевидно, что при относительно больших значениях частоты вращения ω рассматриваемые импульсные САР подобны непрерывным системам. Напротив, в области малых значений ω проявляются рост пульсаций сигналов и явление запаздывания информации о текущем значении ω . Опыт практической реализации таких систем показал, что при количестве импульсов датчика, равном шести на один оборот, возможно достижение приемлемого качества регулирования в нижней части диапазона частоты вращения, соответствующей

этому приблизительно 400...600 об/мин.

Результаты расчетов САР с А- и И-регуляторами приведены в табл. 1 и табл. 2 соответственно.

Таблица 1

№	T_M	U_3^*	ξ	T_p	$k_{\text{САР}}$	t_p	σ %	ΔU_p^*	ΔU^*	$\Delta \omega^*$
1	0,2	0,05	0,7	0,203	1,04	0,402	4,7	0,099	0,1	490,0
2	0,2	0,25	0,7	0,063	1,80	0,192	4,6	0,100	0,1	357,0
3	0,2	1,00	0,7	0,203	4,52	0,083	4,7	0,097	0,1	181,3
4	0,2	0,25	0,7	0,203	1,04	0,408	4,5	0,017	-	490,0
5	0,2	1,00	0,7	0,203	1,04	0,410	4,5	0,002	-	490,0
6	0,002	0,05	-	0,02	0,10	0,066	-	0,100	0,1	906,8
7	0,002	0,05	-	0,05	0,26	0,146	-	0,099	0,1	795,9
8	0,002	0,05	-	0,1	0,51	0,248	-	0,100	0,1	660,9
9	0,002	0,05	-	0,2	1,03	0,359	-	0,099	0,1	493,6
10	0,002	0,25	-	0,02	0,57	0,039	-	0,100	0,1	636,3
11	0,002	0,25	-	0,05	1,43	0,062	-	0,099	0,1	411,7

Таблица 2

№	T_M	U_3^*	ξ	$k_{\text{САР}}$	t_p	σ %	ΔU_p^*	ΔU^*
12	0,2	0,05	0,7	2,55	0,800	4,6	0,0493	0,0497
13	0,2	0,25	0,7	2,55	0,813	4,3	0,0083	0,0089
14	0,2	1,00	0,7	2,55	0,813	4,3	0,0010	0,0012
15	0,002	0,05	-	5,13	0,642	-	0,0986	0,1
16	0,002	0,25	-	28,6	0,102	-	0,0974	0,1
17	0,002	1,00	-	200	0,009	4,1	0,0963	0,1
18	0,002	0,25	-	5,13	0,555	-	0,0170	-
19	0,002	1,00	-	5,13	0,574	-	0,0023	-

Здесь каждому расчету присвоен порядковый номер, а также указаны значения для электромеханической постоянной времени T_M , относительной величины сигнала задания частоты вращения $U_3^* = \omega / \omega_{\text{max}}$, коэффициента демпфирования ξ , постоянной времени T_p А-регулятора, коэффициента передачи $k_{\text{САР}}$ разомкнутой САР, времени регулирования t_p , перерегулирования σ , размаха пульсаций ΔU_p^* , определяемого по формуле (38), размаха пульсаций ΔU^* , задаваемого или определяемого при расчетах по формулам (20), (22), (36) или (37), относительной величины статической ошибки частоты вращения для САР с А-регулятором, определяемой с учетом (2)...(7) по формуле

$$\Delta \omega^* = R / [k_E (k_p \cdot k_{\text{ОС}} + k_E)] \quad (39)$$

при базовом значении момента сопротивления, равном единице. Абсолютное значение статической ошибки определяется как $\Delta \omega = M_C \cdot \Delta \omega^*$.

Прочерки в колонке " ξ " означают, что при $T_M = 0,002 \text{ с}$ настройка САР при таком значении ξ

невозможна. Прочерками в колонке " σ " отмечен факт отсутствия перерегулирования при отработке ступенчатого воздействия на САР. Прочерками в колонке " ΔU^* " отмечены строки с результатами расчетов, для которых данный параметр не определялся.

Расчеты показали, что настройка САР путем задания коэффициента демпфирования ξ при $\Delta U^* \leq 0,1$ достигается при достаточно больших значениях постоянной времени T_M и частоты вращения ω . Определим условия настройки рассматриваемых импульсных САР с А-регулятором.

При γ и T_N , соответствующих трем значениям задания U_3^* (табл. 1, расчеты 1, 2 и 3), а также заданных ξ и ΔU^* , в соответствии с (22) при $T_M=0,2$ с определяем постоянные времени T_p . При этом коэффициенты k_p и k_{OC} определяются по (14) и (15). При этих значениях параметров САР выполнены расчеты переходных характеристик частоты вращения ω и получены расчетные величины t_p , σ и ΔU_p^* . Расчеты показывают совпадение с высокой точностью значений ΔU_p^* и ΔU^* . Величины перерегулирования σ подтверждают допущение о применимости методов настройки непрерывных САР для синтеза импульсных в некотором диапазоне изменений параметров системы.

При $U_3^*=0,05$, что соответствует $\gamma=0,025$, был выполнен расчет постоянной времени T_p по формулам (26), (27) и получен результат $T_p=0,2$ с ($T_p=0,203$ с при расчете по формуле (22)). Такое совпадение результатов подтверждает возможность использования упрощенных соотношений для расчета T_p в области малых значений γ .

При сохранении параметров А-регулятора неизменными во всем диапазоне изменения частоты вращения выполнены расчеты для двух значений сигнала задания (табл. 1, расчеты 4 и 5).

Если при заданном значении T_M нелинейное уравнение (22) не имеет решения (в нашем случае при $T_M=0,002$ с), то дальнейший расчет коэффициента передачи k_p регулятора должен проводиться в соответствии с формулой (20) при заданных значениях T_p , ΔU^* , U_3^* (табл. 1, расчеты 6...11). При этом коэффициент обратной связи k_{OC} определяется по формуле (21). При полученных параметрах регулятора проведены расчеты переходных характеристик САР. Расчетные значения ΔU_p^* с высокой точностью совпадают с заданными ΔU^* . Вопрос о выборе значений параметров А-регулятора необ-

ходимо решать с учетом полученных данных о статической ошибке $\Delta\omega^*$ и времени регулирования t_p . В случае $T_M=0,002$ с также возможна настройка САР с неизменяемыми значениями параметров регулятора или с изменяющимися в зависимости от ω .

Рассмотрим теперь условия настройки САР с И-регулятором.

При заданных значениях T_M , ξ , U_3^* по формуле (37) определяем ΔU^* . Поскольку $\Delta U^* \leq 0,1$, расчет k_p выполняем по формуле (31) (табл. 2, расчеты 12, 13 и 14). При полученном значении k_p проводим расчет переходной характеристики САР. Данные в колонках ΔU_p^* и ΔU^* демонстрируют хорошее совпадение результатов. Повышение быстродействия в этом случае возможно за счет уменьшения параметра ξ .

Если условие $\Delta U^* \leq 0,1$ не выполняется, то расчет k_p при $\Delta U^*=0,1$ нужно выполнить по формуле (36) (табл. 2, расчеты 15, 16 и 17). При значении параметра k_p , полученном при 15 расчете, был проведен также расчет переходных характеристик САР с неизменными параметрами (табл. 2, расчеты 18 и 19).

Подобные исследования можно провести для систем с любым количеством импульсов датчика.

Таким образом, проведенные исследования позволяют определить диапазон регулирования частоты вращения одноконтурных импульсных САР. При заданном условии ограничения размаха пульсаций сигнала на выходе регулятора и полученных условиях настройки САР достигается максимально возможное быстродействие регулирования выходной координаты.

1. Акинин К.П., Антонов А.Е., Киреев В.Г. Бесконтактный магнитоэлектрический двигатель с инвертором напряжения // Пр. Ин-ту электродинамики НАН Украины. — 2007. — №2(17). — С. 24—29.

2. Антонов А.Е., Киреев В.Г., Акинин К.П. Концепция построения беспазовых электрических машин магнитоэлектрического типа и электропривода на их основе // Пр. Ин-ту электродинамики НАН Украины. — 2005. — №2(11). — С. 99—103.

3. Гитзбург С.Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях — М.: Сов. радио, 1959. — 404 с.

4. Макаров И.М., Менский Б.М. Линейные автоматические системы. — М.: Машиностроение, 1982. — 504 с.

Надійшла 20.12.06