

13. *Jen-Shin Chang*. Next generation integrated electrostatic gas cleaning systems // *Journal of Electrostatics*. — 2003. — № 57. — P. 273—271.

14. *Jen-Shin Chang*. Recent development of plasma pollution control technology: a critical review // *Science and Technology of Advanced Materials*. — 2001. — № 2. — P. 571—576.

15. *Kropke St., Akishev Yu.S., Hollander A.* Atmospheric pressure DC glow discharge for polymer surface treatment // *Surface and Coating Technology*. — 2001. — 142. — P. 512—516.

16. *Keping Yan, Hexing Hui, Mi Cui*. Corona induced Non-Thermal Plasmas: Fundamental Study and Industrial Applications // *Journal of Electrostatics*. — 1998. — № 44. — P. 17—39.

17. *Loeb L.B.* Electrical Coronas. Their Basic Physical Mechanism. — University of California Press. Berkeley, 1965. — 457 p.

18. *Ryo Ono, Tetsuji Oda*. Dynamics of ozone and radicals generated by pulsed corona discharge in humid-air flow reactor by laser spectroscopy // *Journ of Applied Physics*. — 2003. — Vol. 93. — № 10. — P. 5876—5882.

19. *Ryo Ono, Tetsuji Oda*. Spatial distribution of ozone density in pulsed corona discharges observed by two-dimensional laser absorption method // *J. Phys D: Appl. Phys.* — 2004. — № 37. — P. 730—735.

20. *Temmerman Eef, Leys Christopher*. Surface modification of cotton yarn with a DC glow discharge in ambient air // *Surface and Coating Technology*. — 2005. — № 200. — P. 686—689.

21. *Yehia A., Mizuno A., Takashima K.* On the characteristics of the corona discharge in a wire-duct reactor // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2000. — № 33. — P. 2807—2814.

Надійшла 20.04.2007

УДК 621.3.073

Д.А.Ассуиров, канд.техн.наук (Научно-техн.центр магнетизма технических объектов НАН Украины, Харьков)

## Управление внешним магнитным полем технических объектов с источниками управляющего поля поверхностно-распределенного типа

*Обосновано применение контуров с регулируемым током, размещенных на поверхности технического объекта, для решения задачи управления внешним магнитным полем объекта, получены алгоритмы управления токами контуров при осуществлении управления магнитным полем в разомкнутой структуре.*

*Обґрунтовано застосування контурів з регульованим струмом, розміщених на поверхні технічного об'єкту, для вирішення задачі управління зовнішнім магнітним полем об'єкту, одержані алгоритми керування струмами контурів при здійсненні управління магнітним полем в розімкненій структурі.*

**Введение.** Существует ряд технических объектов (ТО), внешнее магнитное поле (МП) которых является физической величиной, подлежащей управлению с целью формирования заданной пространственно-временной структуры МП или же минимизации его уровня (компенсации). К таким объектам относятся, например, космические аппараты, ориентация которых на орбите осуществляется за счет взаимодействия их внешнего МП с МП Земли [6], и морские суда для географических исследований, уровень внешнего МП которых должен быть по возможности минимальным, чтобы не исказить естественное МП Земли в зоне исследований [8].

Под внешним МП ТО здесь подразумевается поле вне наружной поверхности объекта, создаваемое собственными источниками ТО, расположенными в его объеме и на поверхности, а под его

управлением — целенаправленное воздействие на ТО для поддержания величин, характеризующих поле, в заданных границах или же изменения их по заданному закону.

Источниками внешнего МП ТО являются электрические токи и намагниченность элементов ТО и в общем случае их можно разделить на управляемые источники, с помощью которых производится воздействие на управляемые величины, и неуправляемые источники, поле которых имеет произвольный характер и является возмущающим воздействием, способным отклонить управляемые величины от требуемых значений.

Пусть  $u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  — совокупность управляемых величин (выходных координат), характеризующих внешнее МП ТО;  $z = \{z_1, z_2, \dots, z_i\}$  — совокупность возмущающих воздействий;  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  — совокупность управляющих воз-

© Ассуиров Д.А., 2007

действий, с помощью которых производится изменение  $u$ . Тогда взаимосвязь между этими величинами в общем виде можно представить зависимостью

$$u = A(x, z) \quad (1)$$

где  $A$  — оператор, определяющий вид зависимости.

При известном (заданном) алгоритме функционирования ТО, определяющем желаемые изменения выходных величин, задача управления внешним МП ТО может быть сформулирована как обеспечение такого управления  $x$ , при котором отклонения управляемых величин  $\Delta u$  от желаемых значений  $u_3$  не превышают заданной величины  $\delta$

$$\Delta u = u_3 - u = u_3 - A(x, z) \leq \delta. \quad (2)$$

При осуществлении управления внешним МП ТО в разомкнутой структуре необходимыми условиями реализации соотношения (2) являются знание зависимости (1) и возможность получения текущей информации о параметрах источников возмущающего МП.

Определение зависимости (1) находится в тесной связи с решением одной из ключевых задач проблемы управления внешним МП ТО, заключающейся в разработке математической модели ТО, устанавливающей взаимосвязь между параметрами внешнего МП ТО и его источников, и синтезе на ее основе источников управляющего поля — магнитных исполнительных органов (МИО) системы управления.

Для описания ТО как источника внешнего МП могут использоваться различные математические модели [9], что связано с неоднозначным характером зависимости параметров внешнего МП ТО от параметров его источников. Поскольку математическая модель ТО является основой синтеза МИО, от ее типа и особенностей существенным образом зависит как техническая реализация МИО, так и характеристики всей системы управления внешним МП ТО.

В настоящее время широкое распространение получили математические модели, основанные на пространственно-спектральном представлении внешнего МП ТО и, в частности, на его разложении в ряд по сферическим пространственным гармоникам.

Как известно [18], распределение скалярного потенциала МП в пространстве вне сферы  $S_B$ , охватывающей ТО (рис. 1), в сферических координатах  $r, \theta, \varphi$  может быть представлено потенциальным рядом Гаусса

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} r^{-(n+1)} \sum_{m=0}^n (g_{nm} C_n^m + h_{nm} S_n^m), \quad (3)$$

где  $C_n^m = P_n^m(\cos\theta)\cos m\varphi$  и  $S_n^m = P_n^m(\cos\theta)\sin m\varphi$  —

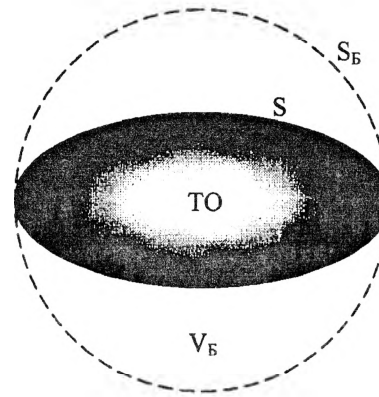


Рис. 1

сферические гармоники;  $g_{nm}, h_{nm}$  — коэффициенты ряда;  $P_n^m(\cos\theta)$  — присоединенные функции Лежандра второго рода.

Коэффициенты  $g_{nm}$  и  $h_{nm}$  называют мультипольными коэффициентами или мультипольными моментами. Они являются основными интегральными параметрами, характеризующими ТО, как источник МП, и с ними связывают понятие магнитного мультиполя [16] — точечного источника пространственной гармоники ряда Гаусса соответствующего порядка: диполя, квадруполь, октуполь и т.д., расположенного в центре сферы  $S_B$ . Мультипольные коэффициенты могут быть определены по известным параметрам МП в точках, лежащих на поверхности  $S_B$  или вне ее [2]. Размещая в центре сферы совокупность таких источников, можно аппроксимировать внешнее МП ТО с заданной степенью точности, зависящей только от количества учтенных членов ряда. Физическим прототипом источника первой пространственной гармоники МП (дипольного источника) может служить контур или катушка с током, геометрические размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием, на котором наблюдается их поле, а вектор магнитного момента (ММ) определяется тремя мультипольными коэффициентами первого порядка, пропорциональными его координатным составляющим. МП дипольного источника, произвольно ориентированного в пространстве, может быть получено с помощью трех ортогональных контуров с током, причем управление этим полем может производиться достаточно просто путем изменения только величины и направления токов в контурах [15].

Мультипольные источники более высокого порядка могут быть представлены в виде конечной совокупности определенным образом смещенных относительно центра сферы  $S_B$  дипольных источников, моменты и направления смещений которых определяются мультипольными коэффициентами соответствующего порядка, а смещения пренебрежимо малы по сравнению с радиусом точки наблюдения [16]. Такое представление подсказывает физическую интерпретацию мультипольного источ-

ника в виде системы контуров с током, сосредоточенных вблизи центра сферы  $S_B$ . Однако техническая реализация управляемого мультипольного источника, способного воспроизводить МП мультиполей с произвольным набором мультипольных коэффициентов, представляет собой трудно выполнимую задачу, общее решение которой в настоящее время отсутствует.

Возможность и относительная простота технической реализации управляемых МИО дипольного типа явились причиной преимущественного использования общей дипольной модели ТО в практическом решении проблемы управления МП ТО [10, 15]. Однако эта модель дает грубое приближение при описании МП ТО в ближней зоне, определяемой 2–3 максимальными габаритными размерами ТО [11]. Кроме того, при отличии формы наружной поверхности ТО  $S$  от сферической, как обобщенная дипольная, так и мультипольная модели ТО не дают адекватного описания МП в пространстве  $V_B$ , ограниченном поверхностью сферы  $S_B$  и наружной поверхностью ТО  $S$ , что не позволяет осуществлять эффективное управление МП ТО в этом пространстве.

Приблизить пространство, в котором внешнее МП ТО поддается описанию, к поверхности ТО не сферической формы можно в моделях, полученных мультипольным разложением скалярного потенциала МП в координатных системах, координатные поверхности которых в наибольшей степени аппроксимируют форму поверхности ТО. Из таких координатных систем можно отметить, например, сфероидальные [3] и вытянутые эллипсоидальные [17]. Однако синтез управляемых МИО на основе таких моделей представляет собой еще более сложную задачу, чем на основе сферической мультипольной модели, поэтому модели этого типа пока не получили применения в решении проблемы управления внешним МП ТО.

При решении задач, связанных с компенсацией внешнего МП ТО, получила распространение так называемая мультидипольная (дискретная) модель ТО [5, 12]. Эту модель получают путем разбиения объема ТО, содержащего источники возмущающего МП, на локальные объемы с последующим замещением всех источников каждого из локальных объемов эквивалентным дипольным источником, расположенным в центре локального объема. Для компенсации полей этих дипольных источников в каждом из выделенных локальных объемов ТО размещают управляемый источник компенсирующего поля дипольного типа. Система таких управляемых источников позволяет при определенных условиях достаточно эффективно компенсировать МП ТО как в дальней, так и ближней зонах окружающего ТО пространства [11]. Характерным для МИО, синтезированных на основе мультипольной модели, являются ограниченные возможности по созданию компенсирующего МП с произвольными параметрами, поскольку они

предназначены для формирования МП, соответствующего только определенному распределению источников возмущающего МП в объеме ТО. В этой связи использование мультидипольной модели ТО в решении проблемы управления его внешним МП ограничено способностью МИО, синтезированных на ее основе, формировать управляющее МП только с определенными параметрами.

Проведенный анализ показывает, что проблема создания математической модели ТО и синтеза на ее основе систем автоматического управления, обеспечивающих эффективное управление МП ТО в окружающем его пространстве в соответствии с алгоритмом (2), в настоящее время не решена. Одним из путей ее решения является применение при построении модели ТО метода интегральных уравнений, с помощью которых находят решение внешней задачи Дирихле для управления Лапласа относительно скалярного потенциала внешнего МП ТО.

**Математическая модель ТО, основанная на интегральном уравнении Фредгольма.** Из теории потенциала известно [4], что если источник потенциального поля окружить некоторой замкнутой поверхностью  $S$ , то его поле вне поверхности  $S$  будет однозначно определяться его распределением на самой поверхности  $S$ . Это вытекает из основной формулы Грина, записанной для потенциала поля как гармонической функции

$$U(Q) = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{1}{r_{QM}} \frac{\partial U(M)}{\partial n_M} dS_M - \frac{1}{4\pi} \int_S U(M) \frac{\partial}{\partial n_M} \frac{1}{r_{QM}} dS_M, \quad (4)$$

где  $r_{QM}$  — расстояние между точкой наблюдения  $Q$  и точкой интегрирования  $M$  на поверхности  $S$ ;  $n_M$  — внешняя нормаль по отношению к поверхности  $S$  в точке  $M$ .

Из (4) следует, что если потенциал  $U$  отождествить со скалярным потенциалом МП ТО, а поверхность  $S$  — с поверхностью ТО, то задача управления внешним МП ТО может быть сведена к задаче управления МП только на поверхности ТО.

На практике обычно известны или сама потенциальная функция  $U$  на поверхности  $S$  или же ее нормальная производная. Задача определения потенциальной функции  $U$  только по ее значениям на граничной поверхности  $S$  известна как первая краевая задача или задача Дирихле для уравнения Лапласа. Одним из методов ее решения является метод интегральных уравнений, согласно которому решение задачи ищется в виде потенциала некоторого эквивалентного источника, представляющего собой двойной заряженный слой

$$U(Q) = \int_S v(M) \frac{\partial}{\partial n_M} \frac{1}{r_{QM}} dS_M, \quad (5)$$

где  $v(M)$  — поверхностная плотность дипольного

момента двойного слоя (пока неизвестная);  $r_{QM}$  — радиус-вектор, соединяющий точку наблюдения  $Q$  с произвольной точкой  $M$  на поверхности  $S$ .

Подчиняя его условию, чтобы предельное значение потенциала при подходе снаружи к поверхности  $S$  равнялось заданному  $\varphi$

$$U(Q) = \varphi(Q), \quad Q \in S, \quad (6)$$

и принимая во внимание свойство разрывности потенциала двойного слоя на поверхности  $S$ , из (5) можно получить уравнение

$$v(Q) = D(Q) - \int_S K(Q, M) v(M) dS_M, \quad (7)$$

известное как неоднородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно неизвестной плотности  $v(Q)$  [7].

Здесь  $K(Q, M) = \cos\theta / r_{QM}^2$  — ядро уравнения, являющееся функцией двух точек на поверхности  $S$ ;  $\theta$  — угол между нормалью  $n_M$  и радиус-вектором  $r_{QM}$ ;  $D(Q) = -\varphi(Q) / 2\pi$  — свободный член уравнения.

Решение уравнения (7) в аналитической форме получить невозможно, однако в теории интегральных уравнений Фредгольма обосновывается существование и однозначность этого решения.

Поскольку в процессе решения внешней задачи Дирихле вводится вспомогательный источник поля в виде двойного заряженного слоя на граничной поверхности  $S$ , который по создаваемому им внешнему полю эквивалентен внутренним источникам, то после определения его параметров (поверхностной плотности момента) в результате решения интегрального уравнения (7) можно все внутренние источники поля исключить, заменив их эквивалентным поверхностно-распределенным источником. Выражения (5) и (7), при этом, будут являться математической моделью, описывающей этот эквивалентный источник поля.

Положим, что наружная поверхность ТО  $S$  отвечает условиям гладкости Ляпунова [4] и покрыта двойным слоем фиктивных магнитных зарядов с поверхностной плотностью дипольного ММ  $v$ . Тогда поле этого слоя в точке  $Q$  внешнего относительно поверхности  $S$  пространства будет определяться интегральным соотношением [14]

$$U(Q) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_S v(M) \frac{\cos\theta}{r_{QM}^2} dS_M, \quad Q \notin S, \quad (8)$$

где  $U(Q)$  — скалярный потенциал МП в точке  $Q$ ;  $\theta$  — угол между вектором  $r_{QM}$ , проведенным из точки наблюдения  $Q$  в точку интегрирования  $M$  на поверхности  $S$ , и внешней нормалью  $n_M$  в точке  $M$ .

Если точка  $Q$  находится на поверхности  $S$ , то взаимосвязь между скалярным потенциалом в точке  $Q$  (при подходе к точке  $Q$  с внешней стороны

поверхности  $S$ ) и плотностью дипольного ММ двойного слоя  $v$  устанавливается с помощью неоднородного интегрального уравнения Фредгольма второго рода внешней задачи Дирихле

$$U(Q) = -\frac{v(Q)}{2\mu_0} - \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_S v(M) \frac{\cos\theta}{r_{QM}^2} dS_M, \quad Q \in S, \quad (9)$$

первый член правой части которого является составляющей потенциала  $U(Q)$ , обусловленной собственным дипольным ММ точки  $Q$  поверхности  $S$ , а второй — составляющей потенциала  $U(Q)$ , обусловленной дипольными ММ всех точек поверхности  $S$  за исключением точки  $Q$ .

Выражения (8) и (9) описывают МП в окружающем ТО пространстве и на его поверхности через параметры эквивалентного поверхностного распределения магнитных зарядов в виде двойного слоя и являются точной математической моделью ТО как источника МП.

От точной математической модели ТО (8), (9) можно перейти к его приближенной модели, в которой подынтегральное выражение не содержит функцию поверхностной плотности дипольного ММ  $v$ . Для этого рассмотрим кусочно-постоянное распределение магнитных зарядов ТО  $S$ , которое получается путем аппроксимации двойного магнитного слоя с переменной плотностью дипольного ММ на отдельных участках поверхности  $S$  двойным магнитным слоем с постоянной плотностью дипольного ММ.

Разобьем поверхность  $S$  на участки  $S_1, \dots, S_N$  и положим, что в пределах каждого участка  $S_i$  плотность дипольного ММ постоянна и равна  $v_i = v(P_i)$ , где  $P_i$  — некоторая точка участка поверхности  $S_i$ . Тогда скалярный потенциал такого распределения зарядов с учетом (8), (9) будет равен

$$\bar{U}(Q) = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \sum_{i=1}^N v_i \Omega_{Si}, \quad Q \notin S \quad (10)$$

— вне поверхности  $S$ ;

$$\bar{U}(Q) = -\frac{v_k}{2\pi\mu_0} - \frac{1}{4\pi\mu_0} \sum_{i=1}^N v_i \Omega_{Si}, \quad Q \in S, \quad Q \in S_k \quad (11)$$

— на участке  $S_k$  поверхности  $S$ ,

где  $\Omega_{Si} = \int_{S_i} \frac{\cos\theta}{r_{QM}^2} dS_M$  — телесный угол, под которым виден участок поверхности  $S_i$  из точки наблюдения  $Q$ .

Выделим в (11) член ряда  $v_k \Omega_{Sk}$ , соответствующий  $i=k$ , и вынесем его из под знака суммы. Тогда скалярный потенциал на участке поверхности  $S_k$  можно представить в виде суммы двух составляющих

$$\bar{U}(Q) = \bar{U}_1 + \bar{U}_2, \quad Q \in S, \quad Q \in S_k, \quad (12)$$

где  $\bar{U}_1 = -v_k(2\pi + \Omega_{Sk})/4\pi\mu_0$  — составляющая потенциала, обусловленная дипольным ММ участка поверхности  $S_k$ ;  $\bar{U}_2 = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \sum_{i=1, i \neq k}^N v_i \Omega_{Si}$  — составляющая потенциала, обусловленная дипольным ММ всей поверхности  $S$  за исключением участка поверхности  $S_k$ .

Известно, что телесный угол  $\Omega_S^*$ , под которым видна некоторая незамкнутая поверхность  $S^*$  из точки, не принадлежащей этой поверхности, равен телесному углу  $\Omega_L^*$ , под которым виден контур  $L^*$ , ограничивающий поверхность  $S^*$ , т.е.  $\Omega_S^* = \Omega_L^*$ . В случае, когда точка наблюдения лежит на поверхности  $S^*$ , этот угол будет равен  $\Omega_S^* = \Omega_L^* - 2\pi$ .

Обозначим через  $L_1 \dots L_N$  границы участков  $S_1 \dots S_N$  на поверхности ТО  $S$ , а через  $\Omega_{Li}$  — телесный угол, под которым виден контур  $L_i$  из точки наблюдения  $Q$ . Тогда, учитывая изложенное выше, соотношения (10) и (12) можно свести к одному

$$\bar{U}(Q) = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \sum_{i=1}^N v_i \Omega_{Li}, \quad (13)$$

которое описывает поле как вне поверхности  $S$ , так и на ней самой.

Выражение (13) приближенно описывает внешнее МП ТО через параметры двойного слоя магнитных зарядов с кусочно-постоянной плотностью дипольного ММ, который аппроксимирует эквивалентный источник МП ТО с непрерывно-переменной плотностью дипольного ММ двойного слоя. При увеличении количества  $N$  участков, на которые разбивается поверхность  $S$ , поле  $\bar{U}$  кусочно-постоянного распределения магнитных зарядов будет сколь угодно точно аппроксимировать поле  $U$  исходного распределения зарядов с непрерывно-переменной поверхностной плотностью дипольного ММ.

Таким образом, полученные поверхностно-распределенные модели ТО, основанные на замещении всех собственных источников внешнего МП ТО одним эквивалентным в виде поверхностного двойного слоя магнитных зарядов и описании его с помощью интегрального уравнения Фредгольма, позволяют, с одной стороны, описать внешнее МП ТО с требуемой степенью точности, а с другой — установить однозначную зависимость между параметрами этого поля и параметрами его эквивалентного источника.

**Источники управляющего МП ТО.** Для управления МП ТО в его состав должны входить источники управляющего поля — МИО, способные создавать МП с требуемыми параметрами. Анализ

ТО, как источника МП, показывает, что его внешнее МП, соответствующее любому типу и распределению источников в объеме ТО, может быть создано с помощью эквивалентного источника поверхностно-распределенного типа в виде двойного слоя фиктивных магнитных зарядов на поверхности ТО, для описания которого служат точка (8), (9) и приближенная (13) математические модели. Однако, поскольку этот источник является фиктивным и не может быть реализован физически, то он не может служить основой для синтеза МИО.

Воспользовавшись свойством дуальности двойного слоя магнитных зарядов и поверхностного слоя тока [13], можно от фиктивного эквивалентного источника МП ТО перейти к его физическому аналогу в виде поверхностного тока  $i(Q)$  с плотностью дипольного ММ

$$v(Q) = \mu_0 i(Q). \quad (14)$$

В качестве математической модели этого источника МП можно использовать соотношение (13), предварительно выразив в нем плотность  $v$  дипольного ММ двойного слоя магнитных зарядов через поверхностный ток  $i$  в соответствии с (14).

Реализация источника МП с заданным поверхностным током является сложной технической задачей, а при необходимости управления плотностью этого тока — задачей практически невыполнимой. Поэтому возникает необходимость в определении такого типа эквивалентного источника МП ТО, который бы соответствовал критериям как физической, так и технической реализуемости.

Известно [13], что незамкнутая поверхность  $S^*$ , покрытая двойным слоем магнитных зарядов с постоянной плотностью дипольного ММ  $v^*$ , эквивалентна по создаваемому ею МП линейному контуру  $L^*$  с током  $I^* = v^*/\mu_0$ , ограничивающему эту поверхность. Скалярный потенциал МП таких источников будет определяться соотношением

$$U^*(Q) = -\frac{v^*}{4\pi\mu_0} \Omega_S^* = -\frac{I^*}{4\pi} \Omega_L^*. \quad (15)$$

Заменив двойной магнитный слой поверхности ТО  $S$  с кусочно-постоянной плотностью дипольного ММ сеткой линейных контуров  $L_1 \dots L_N$  с токами  $I_1 \dots I_N$  (рис. 2), в которой каждый контур  $L_i$  является границей соответствующего участка  $S_i$  с постоянной плотностью  $v_i$  дипольного ММ. Тогда скалярный потенциал МП такого источника, учитывая (13) и (15), можно представить в виде

$$\bar{U}(Q) = \sum_{i=1}^N \bar{U}_i(Q), \quad (16)$$

где  $\bar{U}_i(Q) = -I_i \Omega_{Li} / 4\pi$  — потенциал, создаваемый

контуром  $L_i$  с током  $I_i$  в точке  $Q$ ;  $\Omega_{Li} = \int_{S_i} \frac{\cos\theta}{r_{QM}^2} dS_M$  —

телесный угол, под которым виден контур  $L_i$  из точки наблюдения  $Q$ .

#### Технический объект

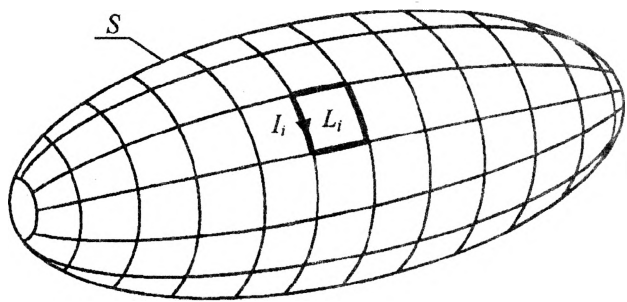


Рис. 2

Учитывая эквивалентность источников МП в виде двойного слоя магнитных зарядов с кусочно-постоянной плотностью дипольного ММ и сетки линейных контуров с током, можно утверждать, что, при увеличении количества  $N$  контуров на поверхности  $S$  с одновременным уменьшением их площади, поле  $\vec{U}$  этих контуров, определяемое соотношением (16), будет сколь угодно точно аппроксимировать поле  $U$  исходного распределения зарядов с непрерывно-переменной плотностью дипольного ММ на всей поверхности  $S$ , причем в пределе, когда  $N \rightarrow \infty$ , контурные токи фактически перейдут в непрерывный слой поверхностного тока  $i(Q)$  с плотностью дипольного ММ  $v(Q) = \mu_0 i(Q)$ .

Таким образом, с помощью сетки линейных контуров с током, покрывающих всю поверхность ТО, возможно практически создавать во внешнем относительно поверхности ТО пространстве потенциальное МП, эквивалентное полю источника любого типа, локализованного в объеме ТО.

**Управление внешним МП ТО в разомкнутой системе.** Воспользуемся соотношением (16), которое устанавливает взаимосвязь между параметрами контуров с током на поверхности ТО  $S$  и создаваемым ими МП в точке  $Q \in S$  для определения алгоритма управления токами МИО в разомкнутой системе. Для конкретизации поставленной задачи будем полагать, что ТО не содержит источников возмущающего МП, а система управления МП ТО состоит из  $N$  независимых каналов управления, каждый из которых включает в себя МИО в виде линейного контура с током, ограничивающего определенный участок поверхности  $S_k \in S$ . В качестве управляемых координат системы будем использовать скалярные потенциалы МП  $U_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  в точках  $Q_k \in S_k$  поверхности ТО, расположенных в геометрических центрах соответствующих участков.

Обозначим через  $U_{yk}$  скалярный потенциал уп-

равляющего МП, создаваемого всеми МИО в точке  $Q$ , а через  $U_{yki}$  — его составляющую, создаваемую МИО  $i$ -го канала управления в той же точке. Тогда можно записать следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^N U_{yki} = U_{yk}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

Учитывая (16), а также то, что при отсутствии возмущающего поля выполняется равенство  $U_k = U_{yk}$ , система уравнений (17) может быть представлена в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^N p_{ki} I_i = U_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (18)$$

где  $p_{ki} = -\Omega_{Lik} / 4\pi$  — постоянный коэффициент;

$\Omega_{Lik} = \int_{S_i} \frac{\cos\theta}{r_{QkMi}^2} dS_{Mi}$  — телесный угол, под которым

виден контур  $L_i$  МИО  $i$ -го канала управления из точки  $Q_k$ ;  $\theta$  — угол между вектором  $r_{QkMi}$ , проведенным из точки  $Q_k$  в точку интегрирования  $M_i \in S_i$  и внешней нормалью к поверхности  $S$  в точке  $M_i$ .

Система уравнений (18) описывает взаимосвязи между токами МИО и скалярным потенциалом МП этих токов в  $N$  заданных точках поверхности ТО. Используя векторно-матричную форму записи, эту систему можно представить в виде

$$\mathbf{P}\vec{I} = \vec{U}, \quad (19)$$

где  $\mathbf{P}$  — квадратная матрица постоянных коэффициентов системы уравнений (19);  $\vec{U} = [U_1, U_2, \dots, U_N]^T$  — вектор скалярных потенциалов МП в заданных точках поверхности  $S$  ( $T$  — знак транспонирования);  $\vec{I} = [I_1, I_2, \dots, I_N]^T$  — вектор токов МИО.

Пусть вектор  $\vec{U}_3 = [U_{31}, U_{32}, \dots, U_{3N}]^T$  является вектором задания, компоненты которого равны желаемым значениям потенциалов МП в заданных точках поверхности ТО. Тогда, полагая в уравнении (19)  $\vec{U} = \vec{U}_3$  и решая его относительно вектора неизвестных токов  $\vec{I}$ , получим

$$\vec{I} = \mathbf{P}^{-1} \vec{U}_3, \quad (20)$$

где  $\mathbf{P}^{-1}$  — матрица, обратная матрице коэффициентов  $\mathbf{P}$ .

Выражение (20) определяет алгоритм управления токами МИО, обеспечивающий формирование заданного МП на поверхности ТО и, соответственно, в окружающем его пространстве при условии отсутствия внутренних источников возмущающего МП.

Если в объеме ТО имеются источники возмущающего МП, искажающие внешнее поле, создаваемое МИО, то управление внешним МП ТО может производиться с учетом действия этих источников. Для этого в системе управления МП ТО должен быть реализован принцип управления по возмущению [1]. Необходимым условием его реализации является наличие информации о параметрах источников возмущающего МП и известной функциональной зависимости между этими параметрами и параметрами возмущающего поля.

Пусть, например, возмущающее МП возбуждается совокупностью известных линейных токов  $I_{vj}$ ,  $j=1, 2, \dots, J$ , протекающих в объеме ТО. Обозначим через  $\vec{U}_v = [U_{v1}, U_{v2}, \dots, U_{vN}]^T$  вектор скалярных потенциалов возмущающего МП в точках поверхности ТО, в которых осуществляется управление МП, и положим этот вектор известным (определенным по известным параметрам токов  $I_{vj}$ ). Тогда, с учетом действия возмущающего поля, алгоритм управления токами МИО в разомкнутой системе будет определяться выражением

$$\vec{I} = \mathbf{P}^{-1} (\vec{U}_3 - \vec{U}_v). \quad (21)$$

**Выводы.** Предложена поверхностно-распределенная математическая модель ТО, как источника МП, основанная на замещении всех собственных источников внешнего МП ТО одним эквивалентным источником, распределенным по наружной поверхности ТО, и описание его с помощью интегрального уравнения Фредгольма. Использование предложенной модели позволяет свести пространственную задачу управления внешним МП ТО к управлению МП только на его поверхности, а синтез МИО системы управления МП — к технически разрешимой задаче.

Обосновано применение в качестве МИО системы управления внешним МП ТО системы контуров с регулируемым током, размещенных на поверхности ТО, и показано, что с их помощью возможно обеспечить формирование управляющего МП с требуемой степенью точности.

Разработаны алгоритмы формирования токов МИО при осуществлении управления внешним МП ТО в разомкнутой структуре.

1. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. — М.: Наука, 1966. — 992 с.

2. Вишневецкий А.М. Определение электрических и магнитных мультипольных моментов по результатам измерений

на замкнутых поверхностях // Электричество. — 1993. — № 3. — С. 50—52.

3. Гетьман А.В. Источник магнитного поля зональной гармоники в вытянутой сферической системе координат // Вестник НТУ "ХПИ". — 2000. — Вып. 82. — С. 88—91.

4. Гюнтер Н.М. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики. — М.: Гостехиздат, 1953. — 280 с.

5. Клименко Б.В., Луников В.С. и др. Анализ моделей магнитного поля электрооборудования, используемых при обеспечении электромагнитной совместимости // Электротехника и электромеханика. — 2003. — № 1. — С. 41—48.

6. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1975. — 248 с.

7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Пер. со второго американского перераб. изд. — М.: Наука, 1974. — 832 с.

8. Проблемы электромагнитной совместимости и расчетного уровня электромагнитных помех / Симпозиум. Санкт-Петербург, 1993 // Электричество. — 1994. — № 1. — С. 78.

9. Розов В.Ю., Ассуиров Д.А. Принципы построения систем автоматического управления внешним магнитным полем технических объектов // Вісник НТУ "ХПИ". — 2005. — № 45. — С. 101—102.

10. Розов В.Ю. Построение систем автоматической компенсации внешних магнитных полей подвижных объектов, содержащих ферромагнитные массы // Техн. электродинаміка. Тем. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". — 2002. — Ч. 2. — С. 9—14.

11. Розов В.Ю. Анализ эффективности параметрических систем автоматической компенсации внешнего магнитного поля энергонасыщенных объектов // Техн. электродинаміка. — 2002. — № 2. — С. 3—10.

12. Розов В.Ю. Селективная компенсация пространственных гармоник магнитного поля энергонасыщенных объектов // Техн. электродинаміка. — 2002. — № 1. — С. 8—13.

13. Тамм И.Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1966. — 624 с.

14. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — К.: Техніка, 1974. — 352 с.

15. Шидловский А.К., Розов В.Ю. Системы автоматической компенсации внешних магнитных полей энергонасыщенных объектов // Техн. электродинаміка. — 1996. — № 1. — С. 3—9.

16. Шимони К. Теоретическая электротехника. — М.: Мир, 1964. — 272 с.

17. Шленов А.Г. Математическая модель потенциальных физических полей судна // Труды Межд. конф. по судостроению / Изд-во ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова. — 1994. — С. 204—211.

18. Яновский Б.М. Земной магнетизм. Ч. 1. — Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1964. — 446 с.

Надійшла 12.04.2007