

Численный расчет низкочастотного магнитного поля в средствах экранирования

Предложена методика численного расчета параметров трехмерного низкочастотного магнитного поля в средствах экранирования. Задача сформулирована и решена методом конечного интегрирования относительно векторного магнитного потенциала. Проведено тестирование численных решений путем сравнения с известными аналитическими решениями. Выполнен пример расчета распределения трехмерного магнитного поля в системе "прямой и обратный токопроводы — тонкий проводящий экран конечных размеров".

Запропоновано методіку чисельного розрахунку параметрів тривимірного низькочастотного магнітного поля в засобах екранування. Проблема сформульована й вирішена методом кінцевого інтегрування щодо векторного магнітного потенціалу. Проведено тестування чисельних рішень шляхом порівняння з відомими аналітичними рішеннями. Виконано приклад розрахунку розподілу тривимірного магнітного поля в системі "прямий і зворотний токопроводи — тонкий провідний екран кінцевих розмірів".

Введение. Известно, что магнитное поле (МП), возникающее, например, при протекании тока по линиям электропередачи, может оказывать влияние как на электронное оборудование, так и на здоровье человека. Поэтому в ряде практически важных случаев возникает задача выбора параметров средств экранирования от действия МП низкочастотных токов, в том числе расчетным путем. При низких частотах задача расчета магнитного поля в реальных системах экранирования может быть решена в квазистационарном приближении. Условие квазистационарности имеет место, если период изменения тока T намного больше, чем L/c , где L — расстояние между двумя наиболее удаленными элементами токов или зарядов, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света [10]. Поскольку характерные размеры рассматриваемых систем не превышают 50—100 м, квазистационарное приближение действует до частот $f < 300$ кГц.

При решении задачи расчета электромагнитных полей в трехмерной постановке формулировка через напряженности электрического и магнитного полей приводит к необходимости находить в общем случае шесть компонент искомых векторов. Поэтому целесообразным представляется использование для расчета поля векторного магнитного потенциала. Особенно эффективен такой подход при получении решений в виде квадратур (см. например, [1,3]). Причем, для случая квазистационарного приближения и кусочно-однородных сред скалярным потенциалом в выражении для напряженности электрического поля обычно пренебрегают [12,13], таким образом, число неизвестных уменьшается в 2 раза. Однако аналитические методы зачастую не позволяют учитывать реальную конфигурацию и конечные размеры экранов. Ис-

пользование же существующих численных методов для расчета МП в окрестности экранов, имеющих большие габаритные размеры и малую толщину d , для случая, когда d соизмеримо с толщиной скин-слоя, связано со значительными вычислительными трудностями. Так, применение метода интегральных уравнений (например, [11]) для решения таких задач затруднено вследствие больших габаритных размеров экранов, а также необходимости разбиения их толщины на несколько частей. Это приводит к резкому увеличению числа неизвестных решаемой системы уравнений, делая ее практически нереализуемой на вычислительных средствах. Известно, что генерирование сеток для трехмерного случая при решении задач с помощью метода конечных элементов связано с существенными трудностями. Если рассматривать системы экранирования с плоскими границами раздела проводящих и непроводящих сред, то наиболее целесообразным представляется использование метода конечных разностей (МКР). При этом применение метода конечного интегрирования [5] для получения решаемых разностных уравнений позволяет рассчитывать поле в кусочно-однородных средах без введения дополнительных условий на границах их раздела, т.к. они учитываются при таком подходе автоматически. Поскольку рассматривается случай, когда толщина экрана существенно меньше его габаритных размеров, основной трудностью при использовании МКР остается необходимость разбиения всей рассматриваемой области общей пространственной расчетной сеткой как внутри экрана, так и вне его. Для решения данной проблемы разработанный ранее прием так называемых "прогонок с перекрытием" [6] был модифицирован применительно к расчету МП в систе-

мах экранирования. Это позволило разбивать экран отдельной сеткой, а результаты расчета векторного магнитного потенциала в нем формировать в виде отдельной матрицы.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о распределении магнитного поля в системе, содержащей прямой и обратный токопроводы I , а также незамкнутый экран конечных размеров 2 (рис. 1). Для расчета распределения низкочастотного магнитного поля, пренебрегая током смещения, запишем решаемое уравнение Максвелла в виде

$$\text{rot } \vec{H} = \gamma \vec{E} + \vec{J}^{\text{ext}}, \quad (1)$$

где \vec{J}^{ext} — плотность тока сторонних источников; γ — удельная электропроводность; \vec{E}, \vec{H} — напряженности электрического и магнитного полей соответственно.

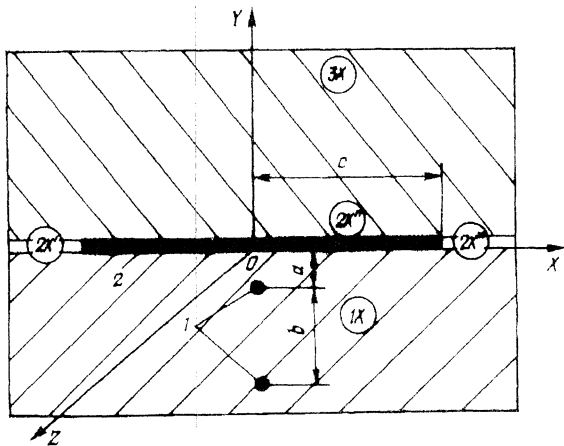


Рис. 1

Выразим напряженность электрического поля \vec{E} и индукцию магнитного поля \vec{B} через \vec{A} — векторный магнитный и φ — скалярный электрический потенциалы

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} = \text{rot } \vec{A}, \quad (2)$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi - \partial \vec{A} / \partial t, \quad (3)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; μ — относительная магнитная проницаемость.

Будем полагать, что плотность тока в однородной проводящей среде для случая низкочастотного магнитного поля, источником которого является заданный сторонний ток плотностью \vec{J}^{ext} , определяется только изменением во времени векторного магнитного потенциала [12]. Это означает, что в данном случае в выражении для напряженности электрического поля (3) величиной $\nabla \varphi$ мы пренебрегаем. Как показали расчеты, проведенные с учетом слагаемого $\nabla \varphi$ ([8]), для рассматриваемых систем экранирования в случае низкой частоты такое приближение оказывается правомерным.

При расчете распределений электромагнит-

ных полей конечно-разностным методом целесообразным представляется применение так называемого метода конечных объемов или конечного интегрирования (например, [5,13]). Данный метод состоит в том, что дифференциальные уравнения Максвелла, записанные для каждой элементарной ячейки, на которые разбита расчетная область, интегрируются затем по объему или сечению ячейки. Проинтегрировав (1) по сечению ячейки S , ограниченному контуром l , запишем выражение для закона полного тока в виде

$$\int_l \vec{H} dl = \int_S \gamma E_n dS + i^{\text{ext}}, \quad (4)$$

где E_n — нормальная к поверхности S компонента напряженности электрического поля; i^{ext} — сторонний ток через сечение S .

Для того чтобы не находить все компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей, выразим \vec{E} и \vec{H} через векторный магнитный потенциал. Используя (2), (3), запишем (4) в виде

$$\int_l \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} dl = \mu_0 \int_S -\gamma \frac{\partial A_n}{\partial t} dS + \mu_0 i^{\text{ext}}, \quad (5)$$

где A_n — нормальная к поверхности S компонента векторного магнитного потенциала.

Будем использовать в дальнейшем декартовую систему координат. Разобьем рассматриваемую область на ячейки-параллелепипеды, которые характеризуют распределение в ней электрических параметров. Данное разбиение произведено так, что узлы расчетной сетки (i,j,k) лежат на границах раздела сред. Электрические свойства каждой ячейки полагаются однородными. Запишем выражения вида (5) для (i,j,k) -ого узла, проинтегрировав (1) по сечениям $X = \text{const} = S_x$, $Y = \text{const} = S_y$, $Z = \text{const} = S_z$ (заштрихованные площадки на рис. 2). Узлы выбраны так, что они лежат на границах раздела сред. Чтобы избежать попадания площадок S_x ,

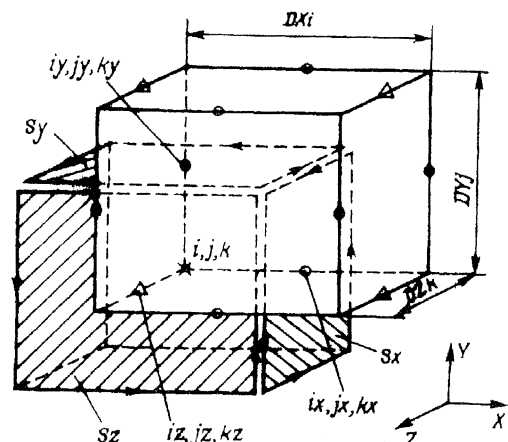


Рис. 2

S_y, S_z в грани, разделяющие ячейки с различными электрическими параметрами, и вызванную этим неопределенность при задании μ и γ , был использован обход различных наборов узлов, показанных на рис. 2. Так, интегрирование (1) по элементарным площадкам $X = \text{const}$ производилось при обходе узлов, показанных на рис. 2 окружностями, по площадкам $Y = \text{const}$ — кругами, по площадкам $Z = \text{const}$ — треугольниками. Причем, площадки S_x, S_y, S_z проходят через каждый узел так, что их границы делят пополам расстояния между соседними узлами. Тогда в случае синусоидальных источников внешнего тока для площадок S_x, S_y, S_z выражения вида (5) могут быть записаны в разностном виде через комплексные амплитуды компонент вектора \vec{A} для каждого узла расчетной сетки.

$$\left\{ \left(\frac{DZ_{k-1}/2}{\mu_{i,j,k-1}} + \frac{DZ_k/2}{\mu_{i,j,k}} \right) \cdot \left[-\frac{AX_{ix,jx+1,kx} - AX_{ix,jx,kx}}{DY_j} + \frac{AY_{iy+1,jy,ky} - AY_{iy,jy,ky}}{DX_i} \right] - \left(\frac{DZ_{k-1}/2}{\mu_{i,j-1,k-1}} + \frac{DZ_k/2}{\mu_{i,j-1,k}} \right) \cdot \left[-\frac{AX_{ix,jx,kx} - AX_{ix,jx-1,kx}}{DY_{j-1}} + \frac{AY_{iy+1,jy-1,ky} - AY_{iy,jy-1,ky}}{DX_i} \right] \right\} + \left\{ -\left(\frac{DY_{j-1}/2}{\mu_{i,j-1,k}} + \frac{DY_j/2}{\mu_{i,j,k}} \right) \cdot \left[\frac{AX_{ix,jx,kx+1} - AX_{ix,jx,kx}}{DZ_k} - \frac{AZ_{iz+1,jz,kz} - AZ_{iz,jz,kz}}{DX_i} \right] + \left[-\left(\frac{DY_{j-1}/2}{\mu_{i,j-1,k-1}} + \frac{DY_j/2}{\mu_{i,j,k-1}} \right) \cdot \left[\frac{AX_{ix,jx,kx} - AX_{ix,jx,kx-1}}{DZ_{k-1}} - \frac{AZ_{iz+1,jz,kz-1} - AZ_{iz,jz,kz-1}}{DX_i} \right] \right\} = -\mu_0 j \omega \cdot 0,25 \cdot AX_{ix,jx,kx} \cdot \left[\gamma_{i,j,k} \cdot DY_j \cdot DZ_k + \gamma_{i,j,k-1} \cdot DY_j \cdot DZ_{k-1} + \gamma_{i,j-1,k} \cdot DY_{j-1} \cdot DZ_k + \gamma_{i,j-1,k-1} \cdot DY_{j-1} \cdot DZ_{k-1} \right] + ix_{ix,jx,kx}^{ext}; \left\{ -\left(\frac{DZ_{k-1}/2}{\mu_{i,j,k-1}} + \frac{DZ_k/2}{\mu_{i,j,k}} \right) \cdot \left[\frac{AY_{iy+1,jy,ky} - AY_{iy,jy,ky}}{DX_i} - \frac{AX_{ix,jx+1,kx} - AX_{ix,jx,kx}}{DY_i} \right] + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{DZ_{k-1}/2}{\mu_{i-1,j,k-1}} + \frac{DZ_k/2}{\mu_{i-1,j,k}} \right) \cdot \left[\frac{AY_{iy,jy,ky} - AY_{iy-1,jy,ky}}{DX_{i-1}} - \frac{AX_{ix-1,jx+1,kx} - AX_{ix-1,jx,kx}}{DY_i} \right] \right\} + \left\{ \left(\frac{DX_{i-1}/2}{\mu_{i-1,j,k}} + \frac{DX_i/2}{\mu_{i,j,k}} \right) \cdot \left[-\frac{AY_{iy,jy,ky} - AY_{iy,jy,ky+1}}{DZ_k} + \frac{AZ_{iz,jz+1,kz} - AZ_{iz,jz,kz}}{DY_j} \right] + \left(\frac{DX_i/2}{\mu_{i,j,k-1}} + \frac{DX_{i-1}/2}{\mu_{i-1,j,k-1}} \right) \cdot \left[-\frac{AY_{iy,jy,ky} - AY_{iy,jy,ky-1}}{DZ_{k-1}} + \frac{AZ_{iz,jz+1,kz-1} - AZ_{iz,jz,kz-1}}{DY_j} \right] \right\} = -\mu_0 j \omega \cdot 0,25 \cdot AY_{iy,jy,ky} \cdot \left[\gamma_{i,j,k} \cdot DX_i \cdot DZ_k + \gamma_{i-1,j,k} \cdot DX_{i-1} \cdot DZ_k + \gamma_{i,j,k-1} \cdot DX_i \cdot DZ_{k-1} + \gamma_{i-1,j,k-1} \cdot DX_{i-1} \cdot DZ_{k-1} \right] + iy_{iy,jy,ky}^{ext}; \left\{ -\left(\frac{DX_{i-1}/2}{\mu_{i-1,j,k}} + \frac{DX_i/2}{\mu_{i,j,k}} \right) \cdot \left[\frac{AZ_{iz,jz+1,kz} - AZ_{iz,jz,kz+1}}{DY_j} - \frac{AY_{iy,jy,kx+1} - AY_{iy,jy,ky}}{DZ_k} \right] + \left(\frac{DX_{i-1}/2}{\mu_{i-1,j-1,k}} + \frac{DX_i/2}{\mu_{i,j-1,k}} \right) \cdot \left[\frac{AZ_{iz,jz,kz} - AZ_{iz,jz-1,kz}}{DY_{j-1}} - \frac{AY_{iy,jy-1,ky+1} - AY_{iy,jy-1,ky}}{DZ_k} \right] \right\} + \left\{ \left(\frac{DY_{j-1}/2}{\mu_{i,j-1,k}} + \frac{DY_j/2}{\mu_{i,j,k}} \right) \cdot \left[-\frac{AZ_{iz+1,jz,kz} - AZ_{iz,jz,kz}}{DX_i} + \frac{AX_{ix,jx,kx+1} - AX_{ix,jx,kx}}{DZ_k} \right] - \left(\frac{DY_{j-1}/2}{\mu_{i,j-1,k-1}} + \frac{DY_j/2}{\mu_{i,j,k-1}} \right) \cdot \left[-\frac{AZ_{iz,jz,kz} - AZ_{iz-1,jz,kz}}{DX_{i-1}} + \frac{AX_{ix-1,jx,kx+1} - AX_{ix-1,jx,kx}}{DZ_k} \right] \right\} = -\mu_0 j \omega \cdot 0,25 \cdot AZ_{iz,jz,kz} \cdot \left[\gamma_{i,j,k} \cdot DX_i \cdot DY_j + \right.$$

$$+ \gamma_{i-1,j,k} \cdot DX_{i-1} \cdot DY_j + \gamma_{i,j-1,k} \cdot DX_i \cdot DY_{j-1} + \\ + \gamma_{i-1,j-1,k} \cdot DX_{i-1} \cdot DY_{j-1}] + iz_{iz,jz,kz}^{ext},$$

где DX_i, DY_j, DZ_k — шаги по пространству в направлениях X, Y, Z соответственно (рис. 2); $\mu_{i,j,k}$, $\gamma_{i,j,k}$ — относительная магнитная проницаемость и удельная электропроводность (i, j, k) -ой ячейки соответственно; $AX_{ix,jx,kx}, AY_{iy, jy, ky}, AZ_{iz, jz, kz}$ — комплексные амплитуды X, Y, Z компонент векторного магнитного потенциала; $ix_{ix,jx,kx}^{ext}, iy_{iy, jy, ky}^{ext}, iz_{iz, jz, kz}^{ext}$ — комплексные амплитуды стороннего тока; ω — круговая частота; j — комплексная единица.

Полученная система уравнений решается затем с помощью прогонки итерационным методом переменных направлений (подробнее [6,7]). При этом был использован следующий алгоритм получения решения. При нахождении, например, z -ой компоненты векторного магнитного потенциала AZ остальные его компоненты полагаются известными, а их значения на первом итерационном шаге задаются равными начальному приближению. После этого находят остальные компоненты векторного магнитного потенциала — AX и AY . Причем, на каждом итерационном шаге при вычислении очередной компоненты векторного магнитного потенциала величины остальных компонент берутся с предыдущей итерации. Данный итерационный процесс повторяется до тех пор, пока значения компонент векторного магнитного потенциала не перестают меняться в пределах заданной относительной погрешности.

Для выбора габаритов и шагов расчетной сетки применительно к расчету низкочастотного магнитного поля были проведены тестовые расчеты для имеющих аналитическое решение случаев расположения прямого и обратного токопроводов в воздухе [9], а также токопроводов, расположенных в воздухе над магнитном полупространством [4]. Максимальное отличие рассчитанных значений модуля напряженности магнитного поля $|\vec{B}|$ по сравнению с аналитическими решениями [4,9] оказалось меньшим, чем заданная при расчете относительная погрешность — 3%.

В большинстве случаев габариты экранируемых объектов намного превышают толщину используемых экранов d . Поэтому приходится использовать расчетные сетки с неравномерным шагом по пространству. Для выбора количества разбиений экрана N_a были проведены численные расчеты в одномерной постановке, результаты которых сравнивались с известным аналитическим решением для случая экранирования магнитного поля плоскими длинными параллельными пластинами толщиной d , расположенными друг от друга на расстоянии D [2]. Данные расчеты показали, что при $d \approx \Delta$ (где $\Delta = [2/(\gamma \mu_0 \omega)]^{0.5}$ — толщина

скин-слоя) для экранов, толщина которых существенно меньше расстояния между ними ($D/d > 200$), завышение уровня напряженности магнитного поля внутри экрана обеспечивается с относительной погрешностью δ не большей, чем 5,5% при $N_a = 10$; $\delta \leq 2,7\%$ — при $N_a = 20$; $\delta \leq 0,155\%$ — при $N_a = 400$.

Расчет магнитного поля за экранами с учетом краевых эффектов. Для того чтобы оценить характер распределения, а также уровни напряженностей магнитного поля с учетом краевых эффектов в экранах, расчет необходимо выполнять в трехмерной постановке. Следует учесть, что весьма мелкий шаг по пространству в направлении оси OY ($DY_j \sim d/20$) в зоне экрана, где это оправдано большими градиентами напряженности магнитного поля и векторного магнитного потенциала, при традиционном применении метода конечных разностей должен использоваться также и в окружающей его среде, где столь больших градиентов изменения \vec{B} и \vec{A} по Y не наблюдается. Это приводит к тому, что итерационный процесс сходится крайне медленно или не сходится совсем. Для того чтобы улучшить сходимость, был использован прием, аналогичный описанному в [6]: применены так называемые прогонки с перекрытием. Суть метода прогонок с перекрытием заключается в том, что при наличии в расчетной области зон с резко отличающимися электрическими параметрами (например, проводящей обкладки или проводящего экрана в непроводящей среде), они либо исключаются из рассмотрения, если их потенциал известен ([6]), либо разбиваются более мелким пространственным шагом, как в рассматриваемом случае. В результате удалось существенно (на порядок и более) сократить количество итераций при получении решения за счет того, что весьма малый шаг в направлении оси OY используется только в тонком проводящем экране и не используется в окружающей его непроводящей среде.

Особенностью метода конечных разностей является то, что пространственная сетка наносится на всю расчетную область. Однако в ряде случаев целесообразно разбить расчетную область на ряд подобластей с различающимися шагами по пространству и производить в них перекрывающиеся друг друга прогонки, осуществляя связку между подобластями через значения искоемых функций на поверхностях, разграничивающих данные подобласти. Поясним этот алгоритм на примере. На рис. 1 показано сечение расчетной области, содержащей прямой и обратный токопроводы 1 и экран 2, плоскостью $Z = \text{const}$. Толщина экрана d на несколько порядков меньше, чем его габариты, а значит и пространственные шаги по остальным направлениям. В то же время шаг в зоне экрана, как показывает сравнение с аналитическим решением, должен быть существенно меньше, чем d . Если использование столь мелкого шага в зоне экрана 2 (рис. 1) оправдано, т.к. там велик градиент изменения по направлению Y векторов \vec{B} и \vec{A} , то в зонах $2X'$ и

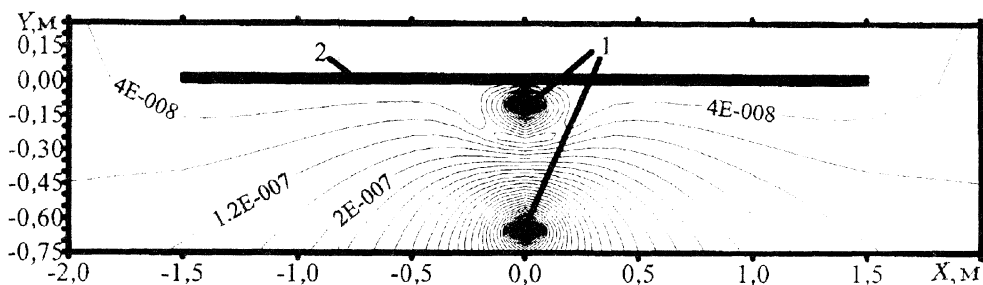


Рис. 3

$2X'''$, лежащих в одной плоскости с экраном, но уже в непроводящей среде, величины \vec{B} и \vec{A} в слоях $Y = \text{const}$ не отличаются в пределах точности счета. Поэтому предлагается осуществлять прогонку вначале по направлению X последовательно в зонах $1X$, $2X'$, $2X''$, $2X'''$ и $3X$ (рис. 1). Причем, в зонах $2X'$ и $2X'''$ прогонка осуществляется по лучу $Y=0$, лежащему на поверхности экрана 2, а в зоне $2X''$ — по лучам $Y = \text{const}$, разделяющим экран шагом $DY = d/20$. Для упрощения нумерации узлов расчетной сетки значения искомым компонент векторного магнитного потенциала в узлах зоны $2X''$ записываются в отдельный массив и соответственно в отдельный файл.

В качестве примера выполнен расчет распределения магнитного поля в системе экранирования от действия магнитного поля низкочастотных токов. Источником экранируемого магнитного поля были параллельные оси θZ (рис. 1) прямой и обратный токи частотой 1,67 кГц, амплитудой -2 А и +2 А соответственно. Система координат выбрана так, что ее ось OY делит экран 2 пополам в направлениях X и Z . На рис. 1 показано сечение расчетной системы плоскостью $Z=0$, проходящей через середину экрана и делящей расстояния L и c пополам (где L, c — размеры экрана в направлениях осей OZ и OX соответственно). Параметры системы: $a = 1$ м, $b = 0,55$ м, $c = 1,5$ м, $L = 1,2$ м, толщина алюминиевого экрана $d = 0,002$ м. Поскольку длина токопроводов намного превышает размер экрана в направлении оси θZ , при расчете они полагались бесконечно длинными. Задача была решена для комплексных амплитуд компонент векторного потенциала. Условия на границах расчетной области:

$$\vec{A}|_{x=x_{\min}, x=x_{\max}} = 0, \quad \vec{A}|_{y=y_{\min}, y=y_{\max}} = 0, \\ \partial \vec{A} / \partial z|_{z=z_{\min}, z=z_{\max}} = 0. \text{ Была использована расчет-}$$

ная сетка, величина шага которой в направлениях X и Z равнялась 0,1 м (за исключением зоны $-0,6 \text{ м} < x < 0,6 \text{ м}$, $-0,6 \text{ м} < z < 0,6 \text{ м}$, где шаг по X и Z равнялся 0,025 м), в направлении $Y = 0,025$ м (за исключением зоны $0 < y < d$, где шаг по Y равнялся $d/20$). Полагалось, что экран помещается в плоскости $Y=0$ так, что точки за экраном имеют положительные значения координаты Y , а со стороны прямого и обратного токопроводов — отрицательные. На рис. 3 показано рассчитанное для рассматриваемого случая распределение линий равного модуля векторного магнитного потенциала

$$|\vec{A}| = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{0,5} \text{ (надписи даны в Тл} \cdot \text{м, диапазон изменения } -0 \div 2 \cdot 10^{-6} \text{ Тл} \cdot \text{м с шагом } 4 \cdot 10^{-8} \text{ Тл} \cdot \text{м, 1 — токопроводы, 2 — экран)}$$

в части расчетной области, окружающей экран и токопроводы. Поскольку уровни магнитной индукции за экраном существенно меньше, чем со стороны токопроводов, результаты расчета по обе стороны от экрана были представлены отдельно друг от друга. На рис. 4—6 показаны рассчитанные для данного случая распределения линий равного модуля индукции магнитного поля

$$|\vec{B}| = (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)^{0,5} \text{ (надписи даны в тесла) в сечениях } Z=0 \text{ (рис. 4 — зона до экрана, рис. 5 — зона за экраном) и } X=0 \text{ (рис. 6 — зона за экраном) в части расчетной области, окружающей токопроводы 1 (рис. 4) и экран 2 (рис. 5, 6). Как следует из расчета, для рассмотренной геометрии максимальный уровень индукции магнитного поля непосредственно за экраном снижается в 12,3 раза.}$$

Описанная методика была использована для выбора параметров средств экранирования от действия низкочастотных токов электропоездов, расположенных вблизи жилых зданий [14].

Выводы. 1. Разработана численная методика

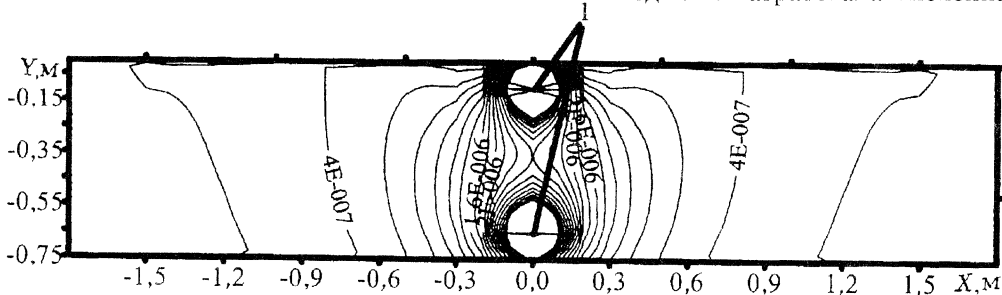


Рис. 4

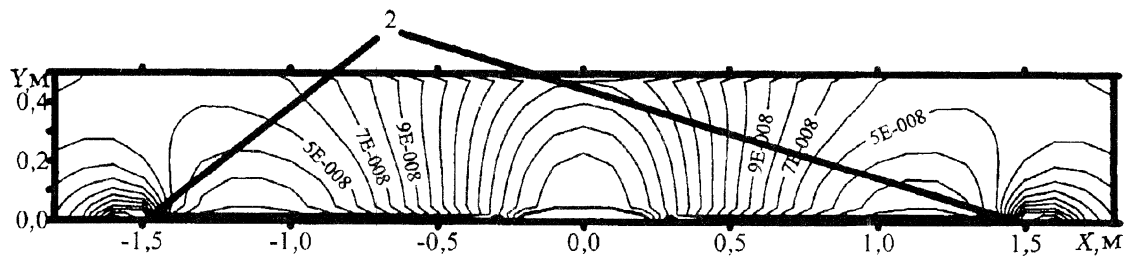


Рис. 5

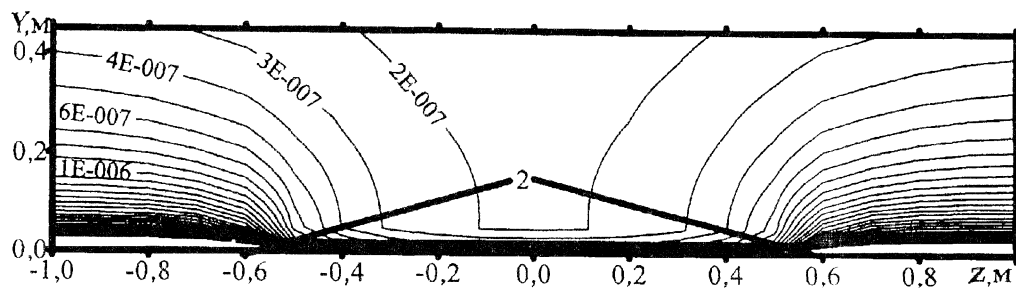


Рис. 6

расчета низкочастотного трехмерного магнитного поля, позволяющая оценить эффективность экранирования сторонних токов тонкими проводящими пластинами конечных размеров. Использование метода конечного интегрирования и формулировка задачи через векторный магнитный потенциал \vec{A} (а не через векторы поля \vec{B} и \vec{E}) позволили в 2 раза сократить требуемые объем расчетов и ресурсы памяти вычислительных средств.

2. Проведенное тестирование разработанной численной методики путем сравнения с известными аналитическими решениями для расположенных в воздухе, а также над магнитным полупространством прямого и обратного токопроводов показало, что относительная погрешность численного расчета не превышает 3 %.

3. Применение приема, позволяющего исключить мелкое разбиение расчетной области в непроводящей зоне, лежащей в одной плоскости с тонким проводящим экраном, позволило на порядок и более сократить количество итераций и соответственно время счета, требуемое для получения решения.

1. *Васецкий Ю.М.* Электромагнитное поле импульсного тока, протекающего над проводящим полупространством / Препр. НАН Украины. К.: Ин-т электродинамики, №721. — 1992. — 36 с.

2. *Каден Г.* Электромагнитные экраны в высокочастотной технике и технике электросвязи. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1957. — 327 с.

3. *Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.* Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высшая школа, 1970. — 710 с.

4. *Круг К. А.* Физические основы электротехники (Т.1). — М.—Л.: Государственное энергетическое издательство, 1946. — 472 с.

5. *Патанкар С.* Численные методы решения задач тепло-

обмена и динамики жидкости. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 150 с.

6. *Резишкина М.М.* Численный расчет распределения неоднородного низкочастотного электрического поля в окрестности тела человека // Электричество. — 2003. — № 4. — С. 44—48.

7. *Резишкина М.М.* Численный расчет проникновения низкочастотного трехмерного электрического поля в неоднородные слабопроводящие объекты // Электричество. — 2003. — № 8. — С. 50—55.

8. *Резишкина М.М.* Использование численных расчетов для выбора средств экранирования от действия магнитного поля // Журнал технической физики. — 2007. — Т. 77. — № 11. — С. 17—24.

9. *Стрэттон Дж.А.* Теория электромагнетизма. — М.—Л.: ОГИЗ. Гостехиздат, 1948. — 539 с.

10. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. — М.: Наука, 1989. — 504 с.

11. *Тозони О.В.* Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975. — 295 с.

12. *Biro O., Preis K.* On the use of magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy currents // IEEE Transactions on Magnetics. — 1989. — Vol. 25. — № 4. — P. 3145—3159.

13. *Clemens M., Wilke M., Weiland T.* Linear-Implicit Time Integration Schemes for Error-Controlled Transient Nonlinear Magnetic Field Simulations // IEEE Transactions on Magnetics. — 2003. — Vol. 39. — № 3. — P. 1175—1178.

14. *Salinas E., Atalaya J., Hammerius Y., Solano C. J., Gonzales D., Contreras C., Leon C., Sumari M. A., Dimitriou S., Rezinkina M.* A new technique for reducing extremely low frequency magnetic field emissions affecting large building structures // The Environmentalist. — 2007. — Vol. 27. — № 4. — P. 571—576.

15. *Taflove A., Hagness S.* Computational electrodynamics: the finite difference time domain method. — Boston—London: Artech House, 2000. — 852 p.

Надійшло 21.11.2007