УДК 621.318.001.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА КАК СИСТЕМЫ С СОСРЕДОТОЧЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

С.Е.Зирка, докт.техн.наук, Ю.И.Мороз, канд.техн.наук

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара,

пр. Гагарина, 72, Днепропетровск, 49010, Украина, e-mail: <u>zirka@email.dp.ua</u>

Предложена топологическая гистерезисная модель трехфазного трехстержневого трансформатора. Влияние бака трансформатора как элемента с распределенными параметрами воспроизводится путем решения уравнения проникновения электромагнитной волны в стенку бака. Описана имплементация модели в программный комплекс EMTP-ATP. Библ. 9, рис. 8.

Ключевые слова: трехфазный трехстержневой трансформатор, масляный бак, сопротивление нулевой последовательности, магнитный гистерезис, распределенные параметры.

Введение. Достоверное моделирование трехфазных трехстержневых трансформаторов в переходных режимах остается в значительной степени нерешенной проблемой. Прежде всего, это относится к наиболее экономичным в изготовлении и поэтому широко используемым трансформаторам со схемой соединения обмоток Y/Y_0 . Высокое сопротивление нулевой последовательности Z_0 таких трансформаторов вызывает резкое снижение качества электроэнергии у потребителя при неравномерной нагрузке, значительно увеличивает потери короткого замыкания и приводит к неоправданным потерям в электрической сети.

В отличие от сопротивления прямой последовательности, которое может быть рассчитано достаточно точно, сопротивление Z_0 трансформатора с обмотками Y/Y₀ расчету не поддается и может быть определено только экспериментально. Как правило, измерения Z_0 трансформатора на предприятиях-изготовителях производятся только по требованию заказчиков. Поэтому в лучшем случае в паспортных данных трансформатора указывается некоторое фиксированное значение Z_0 , а тот факт, что величина Z_0 изменяется с напряжением [7], во внимание не принимается.

Следует также заметить, что в силу больших токов, свойственных опыту нулевой последовательности, измерения Z_0 проводятся при относительно низких фазных напряжениях U. Но и при наличии таких измерений никакой количественной модели трансформатора, воспроизводящей экспериментальные данные и позволяющей экстраполировать измеренную зависимость $Z_0(U)$ в область номинальных напряжений, до настоящего времени не существовало. Основная трудность при построении такой модели обусловлена сложностью учета влияние бака трансформатора, играющего двоякую роль при несбалансированной нагрузке. Во-первых, электрически проводящие стенки бака действуют как виртуальная обмотка, охватывающая все три стержня. Во-вторых, магнитопроводящие стенки создают путь для магнитного потока нулевой последовательности. Попытки воспроизвести эти явления с помощью конечно-элементных моделей удачными не оказались. Стремление создать более «совершенные» двух- и трехмерные модели зачастую сопровождается линеаризацией задачи, что, как показано ниже, не может привести к желаемому результату. Это же относится к включению в конечно-элементную модель трансформатора его магнитной системы (МС). Собираемая из листовой холоднокатаной стали, то есть высоко-анизотропного гистерезисного материала, МС трансформатора не может быть адекватно описана известными уравнениями Максвелла, в результате чего около 40% общих потерь в стали остаются неучтенными [3].

Решение, предлагаемое в данной работе, состоит в построении комбинированной модели, которая объединяет топологическую модель МС и обмоток [4] (систему с сосредоточенными параметрами) и модель стенок бака, являющуюся элементом с распределенными параметрами.

Модель трансформатора как система с сосредоточенно-распределенными параметрами. Схематическое представление магнитной цепи трансформатора и окружающего ее бака показано на рис. 1. Фазные обмотки высокого (BH) и низкого (HH) напряжения (N_1 и N_2 витков соответственно) представлены на рис. 1 источниками магнитодвижущей силы i_1N_1 и i_2N_2 с индексами A, B и C.

За исключением линейных магнитных сопротивлений R_0 все элементы магнитной цепи внутри бака (т.е. слева и ниже обрамляющей линии) были описаны в [4]. Каналы рассеяния *1-2* между обмотками НН и ВН представлены *линейными магнитными сопротивлениями* (ЛМС) R_{12} , определяемыми индуктивностью рассеяния трансформатора L_{12} (если L_{12} приведена к числу витков N_2 , то

[©] Зирка С.Е., Мороз Ю.И., 2014

 $R_{12} = N_2^2 / L_{12}$). Каналы 0-2 между внутренними обмотками НН и стержнями характеризуются ЛМС $R_{02} = N_2^2 / L_{02}$, где индуктивность L_{02} связана с индуктивностью L_{12} соотношением $L_{02} = L_{12}d_{02} / d_{12}$ (здесь d_{02} и d_{12} – радиальные размеры каналов 0-2 и 1-2). ЛМС R_{01} учитывают потоки от ярма к ярму (Φ_{01A} , Φ_{01B} , Φ_{01C}), то есть потоки, проходящие между обмотками ВН и баком. Затемненные элементы $R_{\rm C}$ и $R_{\rm R}$ представляют стержни и ярма МС, которые описываются динамической моделью гистерезиса [3, 4]. Шунтирующие ЛМС R_{03} берут на себя часть потока ярма при его насыщении.



Наиболее сложным и показательным для моделирования является опыт нулевой последовательности, в котором зажимы *A*, *B*, *C* обмотки ВН (или *a*, *b*, *c* обмотки НН) соединяются в общий узел, и между этим узлом и нейтралью прикладывается *однофазное* напряжение. Оппозитные обмотки (НН или ВН соответственно) при этом разомкнуты. Вследствие синфазности маг-

нитных потоков во всех трех стержнях потоки в ярмах отсутствуют, а потоки стержней замыкаются вне MC. Так, при возбуждении трансформатора со стороны BH магнитные потоки, выходящие из стержней, делятся на две группы. Потоки первой группы (Φ_{01A} , Φ_{01B} , и Φ_{01C} на рис. 1) замыкаются через соответствующие ЛМС R_{01} . Потоки второй группы (Φ_{0A} , Φ_{0B} и Φ_{0C}) проходят вначале через верхние зазоры между сердечником и баком, затем протекают вертикально в стенках бака, и, наконец, возвращаются в стержни через нижние зазоры. Пути этих потоков, учитывающие оба зазора, показаны на рис. 1 ЛМС R_0 . В связи со сложностью оценки этих ЛМС для каждой фазы в отдельности они принимаются одинаковыми для всех трех стержней и считаются настраиваемым параметром модели. Вторым параметром (степенью свободы) модели является величина ЛМС R_{01} .

Потоки Φ_{0A} , Φ_{0B} и Φ_{0C} сливаются в общий поток Φ_T , проникающий в бак. Поток Φ_T индуцирует ЭДС и вызывает протекание тока *i* в центральном поясе бака, показанном на рис. 2, *a*. Так как периметр бака l_T намного больше толщины его стенки *d*, проникновение Φ_T и *i* в стенку бака описывается одномерным уравнением Максвелла [9], которое связывает магнитное поле *H*, магнитную индукцию *B* и электрическое поле *E* в материале с электропроводностью σ и гистерезисной зависимо-



стью B(H). Используя систему координат на рис. 2, б и векторы $H = H_z(x, t)$ и $B = B_z(x, t)$, проникновение плоской электромагнитной волны в стенку бака можно описать известным дифференциальным уравнением в частных про-изводных

$$\partial^2 H / \partial x^2 = \sigma \partial B / \partial t \,. \tag{1}$$

Чтобы объединить уравнение (1) с обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ), описывающими сосредоточенные элементы схемы на рис. 1, удобно ввести равномерную сетку на отрезке [0, *d*] оси *x* (рис. 2, *б*) с узлами от *x*₁ на внутренней поверхности стенки до *x*_n на ее внешней поверхности. Шаг сетки h = d/(n-1). Граничные условия Неймана на этих поверхностях $(-\partial H_1/\partial x = \sigma E_1$ и $-\partial H_n/\partial x = \sigma E_n$) определяются напряженностями электрического поля E_1 и E_n в первом и последнем 1 $d\Phi_n = 1$ $d\Phi_n$

узлах сетки
$$E_1 = \frac{1}{l_T} \cdot \frac{d\Phi_T}{dt} = \frac{1}{l_T} \cdot \frac{d}{dt} (\Phi_{0A} + \Phi_{0B} + \Phi_{0C}); \qquad E_n = \frac{1}{l_T} \cdot \frac{d\Phi_{0T}}{dt}.$$
 (2)

Здесь поток снаружи бака зависит от ЛМС R_{0T} пространства, окружающего бак, и высоты h_T центрального пояса бака: $\Phi_{0T} = H_n(B_n)h_T/R_{0T}$. Для определенности, значение h_T было принято равным высоте окна МС, а ЛМС R_{0T} считалось равным магнитному сопротивлению насыщенной стенки.

Вводя сеточные функции $H_i(t) = H(x_i, t)$ и $B_i(t) = B(x_i, t)$, и используя подход [9], уравнение (1) с граничными условиями (2) сводятся к системе *n* ОДУ, которые объединяются с уравнениями

магнитной и электрической цепей трансформатора. Эти уравнения аналогичны уравнениям в [4], поэтому в данной работе не приводятся.

Сравнение решений краевой задачи (1)-(2), полученных при различном числе узлов n сетки, показало, что n=25 является достаточным для получения гладких динамических кривых намагничивания. Вместе с ОДУ магнитной цепи на рис. 1 и ОДУ электрической цепи модель в целом описывается посредством 39 совместных ОДУ.

Единственным неопределенным параметром модели на этом этапе остается величина ЛМС R_{03} , которая на величину сопротивления нулевой последовательности не влияет. Влияние R_{03} проявляется только при насыщении ярем, которое может произойти во время включения трансформатора. В данной работе значение R_{03} было выбрано так, чтобы согласовать броски тока намагничивания при включении трансформатора со значениями, рассчитанными по формуле Шварца (формула (19) в [3]).

Настройка модели на данные эксперимента. В связи с технической сложностью опыта нулевой последовательности найти результаты систематических измерений Z_0 трансформатора весьма сложно. Единственным источником, содержащим достаточно полные экспериментальные данные, явилась недавняя статья [8], в которой приводятся значения Z_0 , измеренные со стороны НН и ВН трансформатора мощностью 25 MBA. Магнитные характеристики стали 3, применяемой для изготовления бака, даны в [5]. Предельная петля гистерезиса этой стали характеризуется коэрцитивной силой 300 А/м, удельное сопротивление $\rho = 0.14$ мкОм·м (электропроводность $\sigma = 7,143 \times 10^6$ См/м).



Все расчеты, представленные ниже, начинались с моделирования процедуры размагничивания (рис. 3) материалов бака (стали 3) и МС (стали 3408). Все точки реверса и кривые возврата, полученные в ходе процедур размагничивания, копируются в память каждого узла сетки стенки бака и каждой ветви МС (отдельно для стержней и ярем). Затем при расчете переходного процесса память каждого такого элемента независимо обновляется.

Чтобы получить синусоидальную индукцию в стержнях при моделировании опыта нулевой последовательности, на трансформатор подавалось *косинусоидальное* напряжение. При этом 3–5 периодов обычно достаточно, чтобы выйти на установившийся режим. Переходный процесс в стенке бака показан на рис. 4, где представлена форма индукции на обеих поверхностях и в центральном «слое» стенки при напряжении на обмотке BH, равном 40% номинального. Как видно из рис. 4, при U=40% амплитуды индукции на внутренней поверхности стенки и в ее середине весьма близки.

Это противоречит поведению, предсказываемому линейной теорией. Причиной является насыщающийся характер зависимости B(H) стали бака. Когда поверхностные слои стенки достигают насыщения, их магнитное сопротивление возрастает, что ведет к смещению магнитного потока в глубину стенки. Это выравнивает амплитуду магнитной индукции по сечению стенки.

Когда моделируемый переходный процесс заканчивается, сопротивление нулевой последовательности трансформатора Z_0 рассчитывается в соответствии с ГОСТ 3484.1-88, то есть как

3U/I, где I – общий ток параллельно соединенных обмоток. Нормированные значения Z_0 на рис. 5 и 6 – это отношения измеренных (рассчитанных) Z_0 к базисному сопротивлению трансформатора, $U_{\pi, \text{ном}}/(I_{\pi, \text{ном}}\sqrt{3})$. Настройка модели на экспериментальные данные иллюстрируется рис. 5, где точки I–4 представляют величины сопротивления нулевой последовательности, измеренные при различных напряжениях (в процентах от номинального) со стороны ВН трансформатора [8].

Как видно из рис. 5, существует множество пар варьируемых параметров (R_0 и R_{01}), обеспечивающих прохождение расчетной кривой $Z_0(U)$ через измеренную точку 1. Однако только одна из этих пар обеспечивает прохождение кривой через все измеренные точки I-4. Предсказательные возможности модели показаны на рис. 6, где величины Z_0 , рассчитанные при питании трансформатора со сторон ВН и НН, хорошо согласуются с результатами заводских измерений [8].



В ходе численных экспериментов было установлено, что характерные пикообразные зависимости $Z_0(U)$, наблюдаемые в эксперименте, могут быть воспроизведены только при учете гистерезисных свойств материала бака. Пунктирной кривой на рис. 6 показана зависимость $Z_0(U)$, рассчитанная со стороны НН при использовании безгистерезис-

ной кривой намагничивания стали 3.

Моделирование трансформатора в ЕМТР-АТР. Моделирование трансформатора и бака существенно упрощается при использовании электрической расчетной схемы, совместимой с программным комплексом ЕМТР (Electromagnetic Transients Program) [6]. Используя известное преобразование магнитной цепи в дуальную электрическую, магнитная цепь трансформатора на рис. 1 и внешние



электрические цепи могут быть представлены схемой, показанной на рис. 7, где линейные индуктивности L связаны с соответствующими ЛМС R на рис. 1 соотношением $L = N_2^2 / R$.

Идеальные трансформаторы служат для приведения параметров схемы к числу витков N_2 обмотки НН. Пять элементов DHM (dynamic hysteresis model) воспроизводят процессы в стержнях и ярмах. Они представляют динамическую модель гистерезиса [3], реализованную средствами ЕМТР-АТР (описание элементов DHM, а также элементов SHM, представляющих статическую модель гистерезиса [2], будет дано в отдельной статье). Резисторы r_1 и r_2 учитывают сопротивления обмоток. Источники напряжения представляют сети со стороны HH и BH.

С использованием эквивалентности уравнения (1) и цепной схемы (ЦС) [1], стенка бака представлена на рис. 7 ЦС, состоящей из 24 Т-образных звеньев, что соответствует *n*=25, принятому при решении (1). Резис-

торы ЦС рассчитываются как $R = N_2^2 \rho l_T / (h_T h)$. Для преобразования кривых намагничивания B(H) в зависимости потокосцепления ψ от тока *i* используются выражения $\psi = B \cdot l_T N_2 h$ и $i = H \cdot h_T / N_2$. Последнее соотношение может быть также использовано для пересчета токов ЦС в значения поля H в соответствующих «слоях» стенки. Индуктивные элементы ЦС могут быть представлены индуктивностями с однознач-



ментами SHM.

На рис. 8 показаны токи («поля») в звеньях 1, 3, 5, 7, 9, 11 и 13 ЦС. Как и кривые индукции на рис. 4, эти токи были рассчитаны при U=40%, что позволяет показать различные проявления поверхностного эффекта в баке относительно индукции и магнитного поля. Хотя напряженность поля быстро убывает с глубиной расчетного «слоя» (рис. 8), она остается достаточно большой для поддержания внутренних слоев стенки в насыщенном состоянии (рис. 4).

ными зависимостями $\psi(i)$ или гистерезисными эле-

В заключение заметим, что описанные модели могут быть непосредственно использованы при анализе процессов как в трансформаторе, так и во внешней цепи в произвольных переходных и установившихся режимах. Для исследования резонансных явлений модели могут быть дополнены емкостными элементами и включены в модель энергосистемы, создаваемую средствами EMTP.

1. *Болдырев Е.А., Зихерман М.Х., Камнева Н.П.* Переменное электромагнитное поле в проводящем листе с нелинейной магнитной проницаемостью // Электричество. – 1974. – № 3. – С. 61–67.

2. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю. Инверсная модель магнитного гистерезиса // Технічна електродинаміка. – 2010. – № 4. – С. 3–7.

3. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю., Тарчуткин А.Л. Моделирование переходных процессов в трансформаторе с учетом гистерезисных свойств магнитопровода // Техн. електродинаміка. – 2010. – № 2. – С. 11–20.

Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю., Тарчуткин А.Л. Моделирование переходных процессов в трехфазном трансформаторе с учетом топологии и гистерезисных свойств магнитопровода // Технічна електродинаміка. – 2011. – № 5. – С. 25–35.
Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Электродинамические расчеты в электротехнике. – Киев: Техніка, 1977. – 184 с.

6. Dommel H.W., Bhattacharya S., Brandwajn V., Lauw H.K., Marti L. Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory book); 2nd ed. – Portland, OR: Bonneville Power Admin., 1992.

7. Kulkarni S.V. and Khaparde S.A. Transformer Engineering: Design and Practice. - New York: Marcel Dekker, 2004. - 468 p.

8. Ramos A., Burgos J.C., Moreno A., Sorrentino E. Determination of parameters of zero-sequence equivalent circuits for three-phase three-legged YNynd transformers based on onsite low-voltage tests // Transactions on Power Delivery. -2013. $-N_{\odot} 3$. -Pp. 1618–1625.

9. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J. Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials // IEEE Transactions on Magnetics. – 2006. – № 9. – Pp. 2121–2132.

УДК 621.318.001.4

МОДЕЛЮВАННЯ ТРИФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА ЯК СИСТЕМИ З ЗОСЕРЕДЖЕНО-РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

С.Є.Зірка, докт. техн. наук, Ю.І.Мороз, канд. техн. наук

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,

пр. Гагаріна, 72, Дніпропетровськ, 49010, Україна, e-mail: zirka@email.dp.ua

Запропоновано топологічну гістерезисну модель трифазного тристрижневого трансформатора. Вплив бака трансформатора як елемента з розподіленими параметрами відтворюється шляхом розв'язання рівняння проникнення електромагнітної хвилі в стінку бака. Описана імплементація моделі в програмний комплекс ЕМТР-АТР. Бібл. 9, рис. 8.

Ключові слова: трифазний тристрижневий трансформатор, масляний бак, опір нульової послідовності, магнітний гістерезис, розподілені параметри.

THE MODELING OF THREE-PHASE TRANSFORMER AS A LUMPED-DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM S.E.Zirka, Yu.I.Moroz

Oles Honchar Dnipropetrovsk National University,

pr. Gagarina, 72, Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine. e-mail: zirka@email.dp.ua

A topological hysteresis model of a three-phase three-limb core-type transformer is proposed. The influence of the transformer tank wall as a distributed-parameter element is reproduced by solving a diffusion equation that describes the penetration of the electromagnetic wave into the depth of the wall. An EMTP-ATP implementation of the model is outlined. References 9, figures 8.

Key words: three-phase three-limb core-type transformer, oil tank, zero-sequence impedance, magnetic hysteresis, distributed-parameters.

1. Boldyrev E.A., Zikherman M.Kh., Kamneva N.P. Alternative electromagnetic field in conducting sheet with nonlinear magnetic permeability // Elektrichestvo. – 1974. – № 3. – Pp. 61–67. (Rus)

Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu. Inverse model of magnetic hysteresis // Tekhnichna elektrodynamika. – 2010. – № 4. – Pp. 3–7. (Rus)
Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu., Tarchutkin A.L. Transformer transient modeling taking into account hysteretic properties

of the core // Tekhnichna elektrodynamika. – 2010. – № 2. – Pp. 11–20. (Rus) **4.** Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu., Tarchutkin A.L. The transient modeling of a three-phase transformer taking into account the text of the start of the

the topology and hysteretic properties of the core // Tekhnichna elektrodynamika. – 2011. – № 5. – Pp. 25–35. (Rus) 5. *Kravchenko A.N., Nizhnik L.P.* Electrodynamic calculations in electrotechnics. – Kiev: Tekhnika, 1977. – 184 p. (Rus)

Dommel H.W., Bhattacharya S., Brandwajn V., Lauw H.K., Marti L. Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory book); 2nd ed. – Portland, OR: Bonneville Power Admin., 1992.

7. Kulkarni S.V. and Khaparde S.A. Transformer Engineering: Design and Practice. - New York: Marcel Dekker, 2004. - 469 p.

8. Ramos A., Burgos J.C., Moreno A., Sorrentino E. Determination of parameters of zero-sequence equivalent circuits for threephase three-legged YNynd transformers based on onsite low-voltage tests // Transactions on Power Delivery. -2013. $-N_{\odot}3$. -Pp. 1618–1625.

9. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J. Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials // IEEE Transactions on Magnetics. – 2006. – № 9. – Pp. 2121–2132.

Надійшла 30.10.2013 Остаточний варіант 20.12.2013