

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ПРОНИКНОВЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДВИЖУЩУЮСЯ ПРОВОДЯЩУЮ ОБОЛОЧКУ

Н.Н.Бондина, канд.техн.наук, **О.Я.Коновалов**, канд.техн.наук, **В.М.Михайлов**, докт.техн.наук
Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт",
 ул. Фрунзе, 21, Харьков, 61002, Украина,
 e-mail: valerymikhailov@rambler.ru

Задача определения напряженности осевого импульсного магнитного поля, проникшего внутрь радиально деформируемой цилиндрической проводящей оболочки, сформулирована и решена при помощи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Приведены примеры расчетов магнитно-импульсного деформирования оболочки и сделано сравнение с решением соответствующей краевой задачи для уравнения проникновения поля в частных производных. Библ. 8, рис. 3.

Ключевые слова: импульсное магнитное поле, деформируемая оболочка, краевая задача.

Введение. Математическое моделирование электромагнитных и механических процессов при магнитно-импульсной обработке металлов [2, 3, 8] приводит к численному решению краевых задач проникновения электромагнитного поля в движущуюся тонкую, в частности, цилиндрическую, проводящую оболочку [1, 5]. Для анализа движения оболочки нас интересует, прежде всего, напряженность магнитного поля на ее граничных поверхностях. Формулировку и соответственно решение подобных задач можно существенно упростить, если использовать приближенные граничные условия на поверхностях движущегося тонкого проводящего слоя (ранее такие условия были получены для неподвижных слоев [6, 7]).

Исходная формулировка задачи. На внешней поверхности длинной тонкой проводящей цилиндрической оболочки (r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы, d – толщина, $d \ll r_{1,2}$) из материала с постоянными удельной электропроводностью γ и абсолютной магнитной проницаемостью μ создается осевое импульсное магнитное поле (рис. 1). Среда внутри и вне оболочки является непроводящей и немагнитной. Взаимодействие этого поля и азимутальных вихревых токов в оболочке вызывает ее радиальную деформацию. Для математического описания результирующего магнитного поля примем следующие основные допущения: соблюдаются условия квазистационарности; скорость движения материальных точек оболочки много меньше скорости света; эффектами, обусловленными непостоянством скорости движения оболочки в электромагнитном поле, пренебрегаем; материал оболочки несжимаем, а упругие деформации не учитываем. В неподвижных цилиндрических координатах, ось z которых совпадает с осью симметрии оболочки, в области $r_1 \leq r \leq r_2, t \geq 0$ (t – время) имеем краевую задачу

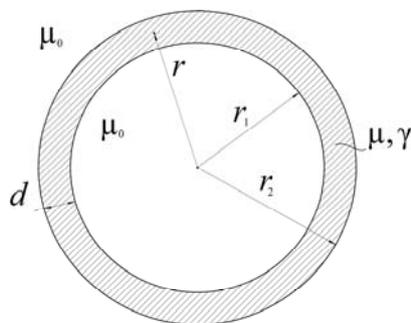


Рис. 1

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H}{\partial r} \right) - \mu \gamma \frac{dH}{dt} = 0; \quad H(r, 0) = 0, \quad (1,2)$$

$$H(r_2, t) = f(t), \quad \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{r=r_1} - \frac{\mu_0 \gamma}{2r_1} \frac{d}{dt} (r_1^2 H(r_1, t)) = 0, \quad (3)$$

где $H(r, t)$ – напряженность магнитного поля; μ_0 – магнитная постоянная; $f(t)$ – заданная функция времени.

В уравнении (1) и во втором граничном условии (3) использованы полные (субстанциональные) производные по времени соответственно напряженности магнитного поля и магнитного потока [4]. Уравнение движения оболочки такое же, как и в [1].

Преобразованная формулировка задачи. Аппроксимируем напряженность магнитного поля внутри проводящего слоя оболочки такой зависимостью:

$$H(r, t) = H(r_1, t) + (r - r_1) \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{r=r_1} + \frac{1}{2} (r - r_1)^2 \left. \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} \right|_{r=r_1} + O(r - r_1)^3. \quad (4)$$

Полагая в (4) $r = r_2$, получаем приближенное граничное условие, связывающее между собой напряженности магнитного поля на поверхностях движущейся оболочки. Поскольку $H(r_2, t)$ согласно первому граничному условию (3) – заданная функция, то, используя второе граничное условие (3) и уравнение (1) для определения коэффициентов ряда (4), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка для неизвестной функции $H(r_1, t)$. Например, в первом приближении аппроксимируем $H(r, t)$ линейной функцией, а во втором – полиномом второй степени r , ограничиваясь соответственно двумя и тремя слагаемыми правой части (4). В первом приближении с учетом изменения толщины оболочки получаем уравнение

$$r_1 d^*(t) \frac{dH(r_1, t)}{dt} + \left(\frac{R}{\tau} + 2d^*(t)V_{r1} \right) H(r_1, t) = \frac{R}{\tau} H(r_2, t), \quad (5)$$

где V_{r1} – скорость внутренней поверхности оболочки, τ – постоянная времени первого приближения [6], R – начальное значение r_1 , $d^*(t) = d(t)/d(0)$.

В случаях, когда изменением толщины оболочки во времени можно пренебречь, в левой части (5) следует принять $d^*(t) = 1$.

Таким образом, вместо краевой задачи (1) – (3) для уравнения в частных производных получаем задачу для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (5) с нулевым начальным условием для $H(r_1, t)$, что согласуется с (2), которая решается совместно с уравнением движения оболочки и соответствующими начальными условиями.

Примеры. 1. Пусть требуется рассчитать радиальную магнитно-импульсную деформацию длинной цилиндрической оболочки из алюминиевого сплава. Осевое импульсное магнитное поле создается при помощи внешнего индуктора, на который разряжается емкостный накопитель, причем

$$f(t) = H_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t, \quad (6)$$

где H_0 , α , ω – постоянные.

Сжатие оболочки на первой стадии процесса предотвращается помещением внутрь оболочки диэлектрическим цилиндром, а расширение ограничивается внешней диэлектрической трубкой с внутренним радиусом 11 мм. Исходные данные: $R = 8$ мм, $d(0) = 0,5$ мм, $\omega = 18000$ (1/с), $\alpha / \omega = 0,2$, $\gamma = 0,15 \cdot 10^8$ (См/м), плотность материала оболочки $\rho_{\text{мех}} = 0,27 \cdot 10^4$ (кг/м³), предел текучести $\sigma_{\tau} = 1,04 \cdot 10^8$ (Н/м²).

На рис. 2 представлены результаты расчетов, выполненных при помощи уравнения (5) (кривые 1–5) и численного решения исходной краевой задачи (1)–(3) (точки вблизи кривых) при $H_0^* = 1$: кривая 1 – $H^*(r_2, t^*)$, 2 – $H^*(r_1, t^*)$, 3 – $V_{r1}^*(t^*)$, 4 – $r_1^*(t^*)$, 5 – $d^*(t^*)$. Величины, помеченные звездочками, являются безразмерными:

$$t^* = \omega t, \quad r_1^* = r_1 / R, \quad V_{r1}^*(t^*) = V_{r1} / \omega R, \quad H^* = H \sqrt{\frac{\mu_0}{2\sigma_{\tau}}}.$$

Очевидно, что на второй стадии процесса наблюдается расширение оболочки – движение с положительной скоростью до соударения с внешней диэлектрической трубкой (кривые 3, 4). При этом толщина оболочки уменьшается (кривая 5). Некоторый промежуток времени оболочка неподвижна, а после этого начинается её сжатие – движение с отрицательной скоростью до соударения с диэлектрическим цилиндром.

2. Используя исходные данные предыдущего примера, рассчитываем деформацию оболочки при воздействии «срезанного» импульса $H(r_2, t)$ в форме первой полуволны (6).

Результаты расчетов (рис. 3, обозначения, нумерация кривых – те же) показывают, что при «срезе» импульса внешнего магнитного поля импульс проникшего магнитного поля имеет аperiодическую форму (кривая 2) и сжатие оболочки после ее расширения не происходит. Этот эффект используют при магнитно-импульсном расширении трубок малого диаметра или недоступных изнутри с помощью внешнего индуктора [3, 8].

В приведенных примерах для решения исходной задачи использовали неявную четырехточечную разностную схему на пространственно-временной сетке, а для преобразованной – разностные аппроксимации только на временной сетке. Расхождения между расчетными значениями, полученными разными методами, не превышают нескольких процентов.

Выводы. 1. Приближенное граничное условие для касательных составляющих напряженности магнитного поля на по-

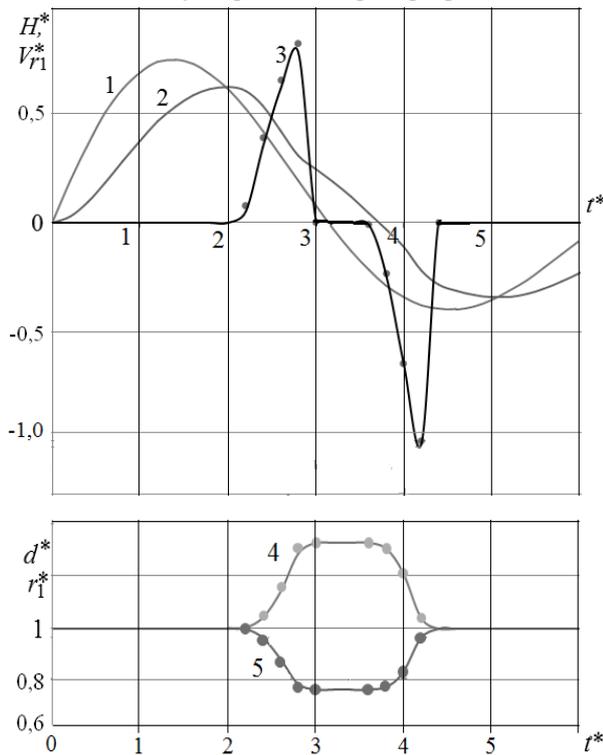


Рис. 2

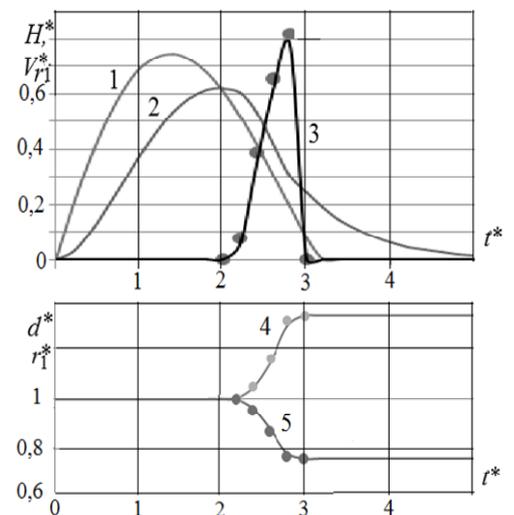


Рис. 3

верхностях тонкого проводящего слоя позволяет преобразовать краевую задачу для уравнения в частных производных, описывающую проникновение осевого импульсного магнитного поля в цилиндрическую оболочку, радиально деформируемую с нерелятивистской скоростью, в задачу для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка для напряженности магнитного поля внутри оболочки.

2. Численное решение преобразованной задачи значительно проще, поскольку требует разностной аппроксимации искомых функций только на временной сетке, и приводит к относительно небольшим расхождениям по сравнению с исходной задачей.

1. Баткилин Я.М., Михайлов В.М. Одномерные задачи импульсного проникновения электромагнитного поля в движущиеся проводники // Известия вузов. Электромеханика. – 1980. – № 12. – С. 1257–1262.
2. Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. – Харьков: Вища школа, 1977. – 168 с.
3. Коновалов О.Я., Лютенко Л.А., Михайлов В.М. Способ магнитно-импульсного расширения трубчатых металлических заготовок. – Патент Украины № 72272 МКП В21D 26/14. – Бюллетень №15, 10.08.2012. – 4 с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: ГИТТЛ, 1957. – 532 с.
5. Михайлов В.М., Руденко Ю.С. О применении точек зрения Эйлера и Лагранжа на движение в расчетах импульсных электромагнитных полей // Известия вузов. Электромеханика. – 1987. – № 10. – С. 5–10.
6. Михайлов В.М. Приближенные переходные функции магнитного поля систем с тонкими проводящими оболочками // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2010. – Частина 1. – С. 7–12.
7. Михайлов В.М. Граничные условия на поверхностях тонких проводящих слоев для плоской волны электромагнитного поля // Электричество. – 2013. – № 5. – С. 20–28.
8. Furth H.P. Devices for metal-forming by magnetic tension. – United States Patent. – № 3.196.649. – Cl. 72-56. – 1965.

УДК 621.3

ПЕРЕТВОРЕННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРОНИКНЕННЯ ІМПУЛЬСНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ У ПРОВІДНУ ОБОЛОНКУ, ЩО РУХАЄТЬСЯ

Н.М.Бондіна, канд.техн.наук, **О.Я.Коновалов**, канд.техн.наук, **В.М.Михайлов**, докт.техн.наук
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
вул. Фрунзе, 21, Харків, 61002, Україна.

e-mail: valerymikhailov@rambler.ru

Задачу визначення напруженості осевого імпульсного магнітного поля, що проникло всередину циліндричної провідної оболонки, котра деформується у радіальному напрямку, сформульовано та розв'язано за допомогою звичайного диференціального рівняння першого порядку. Наведено приклади розрахунків магнітно-імпульсного деформування оболонки та порівняння з розв'язком відповідної крайової задачі для рівняння проникнення поля з частинними похідними. Бібл. 8, рис. 3.

Ключові слова: імпульсне магнітне поле, оболонка, що деформується, крайова задача.

THE TRANSFORMATION OF A PROBLEM ABOUT PULSED MAGNETIC FIELD PENETRATION INTO MOVABLE CONDUCTIVE SHELL

N.N.Bondina, O.Ya.Konovalev, V.M.Mikhailov
National technical university "Kharkiv polytechnic institute",
Frunze str., 21, Kharkiv, 61002, Ukraine.

e-mail: valerymikhailov@rambler.ru

A problem about z-component of pulsed magnetic field strength penetration into radially deformable cylindrical conductive shell is formulated and solved as usual differential equation of the first order. Examples of magnetic pulsed forming of shell are shown and comparison with solution of the problem as an equation for particular derivatives is made. References 8, figures 3.

Key words: pulsed magnetic field, deformable shell, problem about penetration of magnetic field.

1. Batkilyn Ya.M., Mikhailov V.M. One-dimension problems of pulsed magnetic field penetration into movable conductors // Izvestiia vuzov. Elektromekhanika. – 1980. – № 12. – Pp. 1257–1262. (Rus)
2. Belyi I.V., Fertik S.M., Khimenko L.T. Reference book about magnetic pulsed forming of metals. – Kharkov: Vyshcha shkola, 1977. – 168 p. (Rus)
3. Konovalev O.Ya., Lutenko L.A., Mikhailov V.M. Device for pulsed magnetic expansion of tubular metal workpiece. – Patent of Ukraine № 72272, B21D 26/14. – Biuletten №15, 10.08.2012. – 4 p. (Rus)
4. Landau L.D., Lifshits E.M. Electrodynamics of the continuum. – Moskva: GITTL, 1957. – 532 p. (Rus)
5. Mikhailov V.M., Rudenko Yu.S. About using of Euler's and Lagrange's views motion in calculates of pulsed electromagnetic fields // Izvestiia vuzov. Elektromekhanika. – 1987. – № 10. – Pp. 5–10. (Rus)
6. Mikhailov V.M. Approximate transient function of magnetic field of system with thin conducting shells // Tekhnichna Elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Problemy suchasnoi elektrotekhniki". – 2010. – Vol. 1. – Pp. 7–12. (Rus)
7. Mikhailov V.M. Boundary conditions on surfaces of thin conductive layers on assumption of plane wave // Elektrichestvo. – 2013. – № 5. – Pp. 20–28. (Rus)
8. Furth H.P. Devices for metal-forming by magnetic tension. – United States Patent. – № 3.196.649. – Cl. 72-56. – 1965.

Надійшла 30.01.2014