УДК 681.325.519.2

СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УОЛША

Терещенко Т.А., докт.техн.наук, **Лайкова Л.Г., Пархоменко А.С.**
Национальный технический университет Украины "Киевский Политехнический Институт", пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина.
e-mail: laikova@ukr.net

Исследован метод быстрого нахождения значений арифметических автокорреляционных функций (АКФ) с помощью преобразования Уолша. Смоделирован случайный процесс с присутствием постоянной составляющей в виде синусоидального сигнала с гауссовским шумом. Для данного процесса найдены арифметические АКФ, полученные с помощью матричных преобразований из логической АКФ. Проведено сравнение трудоёмкости вычисления арифметической АКФ с помощью быстрого преобразования Фурье и с помощью преобразования Уолша. Библ. 5, рис. 2.
Ключевые слова: случайный процесс, автокорреляционная функция, преобразования Уолша.

Введение. Цифровая обработка сигналов, описывающих физические процессы на некотором интервале времени, предполагает их представление в виде временных рядов. Для их изучения используются вероятностно-статистические модели, в частности автокорреляционная функция, которая представляет собой значения коэффициентов автокорреляции в зависимости от величины временного сдвига, т.е. определяет корреляционную зависимость между настоящими и прошлыми значениями уровней данного ряда. Графиком автокорреляционной функции (АКФ) является коррелограмма [3]. При помощи анализа автокорреляционной функции и коррелограммы можно исследовать структуру ряда следующим образом:

- если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции первого порядка, исследуемый ряд содержит только трендовую компоненту;
- если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции порядка τ, ряд содержит циклические колебания с периодичностью в τ моментов времени;
- если ни один из коэффициентов автокорреляции не является значимым, можно сделать одно из предположений относительно структуры ряда:

а) данный временной ряд не содержит трендовой и циклической компонент, а его колебания вызваны воздействием случайной компоненты, т.е. ряд представляет собой модель случайного тренда;

б) данный временной ряд содержит сильную нелинейную тенденцию, для выявления которой необходимо провести его дополнительный анализ.

В настоящее время анализ дискретных функций с помощью АКФ используется в системах управления и диагностики полупроводниковых преобразователей электроэнергетических комплексов и систем, а также в других областях техники − радарных и гидроакустических установках для дальнометрии и пеленгации (местоопределения), в которых сравниваются переданные и отраженные сигналы и по задержке определяются расстояние и местоположение; при детектировании сигналов в шуме; для синхронизации принимаемых данных (нахождении и детектировании начала посылки); электроэнцефалограммы человека. Функция автокорреляции применяется для оценки периодичности процессов, для выбора кодовых последовательностей в системах с шумоподобными сигналами (примером может служить оценка уникальных кодов Баркера), для обнаружения периодической составляющей при диагностике технических объектов.

Данная статья посвящена одному из способов определения АКФ, характеризующегося большим быстродействием по сравнению с известными. Этот фактор важен в системах обработки данных в реальном времени, например, в системах диагностирования энергетических установок, где уменьшение времени выявления предаварийного состояния и принятия решений имеет огромное значение [2].

Способы определения АКФ. В настояшее время для вычисления АКФ испольуют спектральные методы Фурье, Хартли, Уолша и другие [2,4,5]. Применение спектральных методов предполагает следующую процедуру: 1) вычисление функций изображения из выборки, представленной N отсчетами сигнала с использованием прямого быстрого преобразования (Фурье, Хартли, Уолша); 2) вычисление спектра АКФ как произведения функций изображений в случае преобразования Фурье и Уолша и операции «основное действие» − в случае преобразования Хартли [4]; 3) вычисление обратного быстрого преобразования от функции спектра АКФ; 4) вычисление функции АКФ по формулам соответствия преобразований [3].

Из перечисленных преобразований наибольшую экономию времени можно получить, используя ортогональные системы функций Уолша [1]. Однако непосредственное использование спектрального представления

© Терещенко Т.А., Лайкова Л.Г., Пархоменко А.С., 2014

анализируемых сигналов в базисе функций Уолша требует дополнительного преобразования их в базис Фурье. В работе [5] показана связь между арифметической корреляционной функцией и логической корреляционной функцией в матричном виде. Однако, как показали исследованиия, применение для вычисления АКФ логической функции, состоящей из N диадных, в ряде случаев не дает выигрыша в быстродействии вычисления АКФ. Для определения достаточного для заданной точности вычисления минимального числа диадных АКФ проведено моделирование квазистационарных процессов.

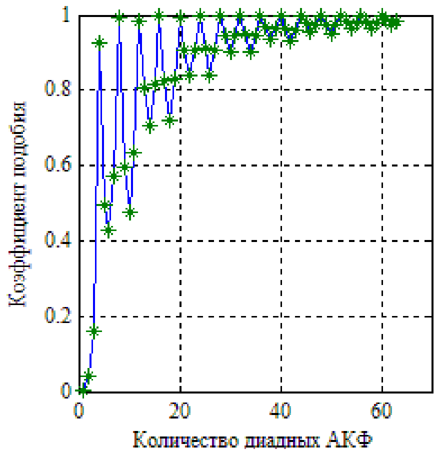

Рис. 1

Результаты моделирования. Пусть входная последовательность моделируется суммой синусоидального и шумового сигналов. Для входной последовательности из тридцати двух точек по матричным зависимостям вычислены логические АКФ, состоящие из взятых последовательно четырех, восьми, шестнадцати и тридцатидвух диадных АКФ. С помощью матричных операторов связи [4,5] найдены соответствующие арифметические АКФ. Для N=32 вычисленная таким образом АКФ точно совпадает с АКФ, вычисленной непосредственно по формуле поредения АКФ [3]. В остальных случаях результаты лишь приближенны. Для того, чтобы определить минимально необходимое количество диадных сверток, входящих в выражение логической функции, воспользуемся коэффициентом подобия точной и приближенных АКФ. Отметим, что для целей исследования функций, описанных выше, как-то нахождения повторяющихся участков сигнала или определения несущей частоты сигнала, скрытой из-за наложений шума и колебаний на других частотах, возможно применять и приблизительно найденные функции. Зависимость коэффициента подобия от числа диадных АКФ показана на рис. 1, из которого видно, что для последовательности из тридцати двух точек достаточно взять всего четыре первые диадные АКФ для получения значения коэффицинета подобия.

Определение трудоемкости вычисления АКФ с помощью функций Уолша. Оценить количество нетривиальных арифметических операций при вычислении АКФ по Фурье и с использованием M диадных функций Уолша можно по формулам

$$K_{Фурье}=4N\log_2 N+4N, \tag{1}$$

$$K_{Уолша}=M(2N\log_2 N+N), \tag{2}$$

соответственно [1]. При этом оценка трудоемкости по Уолшу является приближенной [5].

Трудоемкость может быть еще дополнительно уменьшена, если преобразование Уолша выполнять только для исходной последовательности, а остальные составляющие определять с помощью теоремы запаздывания [1]. Однако применение этой теоремы в преобразовании Уолша предполагает преобразование диадного сдвига в арифметический. Воспользовавшись формулой преобразования сдвига [1]

$$x\underset{m}{\theta} i=\sum_{x=1}^{n}\left(x^{(s)}\underset{m}{\theta} i^{(p)}\right)m^{n-s}=\begin{cases}x-i^{(n)}, & x^{(n)}\ge i^{(n)}\\ x-i^{(n)}+m, & x^{(n)}<i^{(n)}\end{cases},$$

получим обратную зависимость для i=1

$$f(x-1)=\begin{cases}x\underset{2}{\theta}1 & x=2k+1\\ (x+2)\underset{2}{\theta}1 & x=2k\end{cases}. \tag{3}$$

Выражение (3) позволяет определить диадные АКФ по следующему алгоритму:

1) функцию нужно разделить на четные и нечетные отсчеты;

2) для нечетных отсчетов применить теорему запаздывания Уолша;

3) четные отсчеты переименовать по формуле (3) и затем применить теорему запаздывания.

При этом число операций, необходимое для последовательного вычисления M спектров Уолша, сдвинутых на один отсчет друг от друга, равно

$$K_{Уолша}=N\log_2 N+(M-1)N.$$

Первое слагаемое отражает трудоемкость вычисления спектра Уолша исходной функции, второе – трудоемкость вычисления сдвинутых спектров для остальных (M-1) составляющих.

На рис. 2 показаны зависимости трудоемкости вычисления арифметических АКФ с использованием быстрого преобразования Фурье, преобразования Уолша по формулам (2) и (3) от длины интервала определения дискретной функции. Сплошной линией на рис. 2 обозначена трудоемкость вычисления с помощью преобразования Фурье по формуле (1), а пунктирной и штрих-пунктирной – с помощью преобразования Уолша по формулам (1) и (3) соответсвенно.

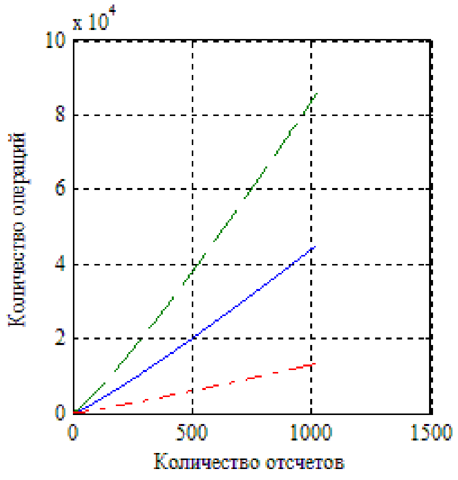

Рис. 2

Выводы. Вычислительная эффективность алгоритма АКФ по Уолшу с применением теоремы запаздывания наиболее экономична. Выигрыш по сравнению с традиционным использованием преобразования Фурье для вычисления АКФ на интервалах свыше 1024 отсчетов достигает 10. Соответсвенно и время вычисления АКФ также уменьшается в 10 раз. Последнее обстоятельство позволяет использовать приведенный способ анализа дискретных функций с помощью АКФ в системах реального времени.

1. *Власенко В.А., Лаппа Ю.М., Ярославский Л.П.* Методы синтеза быстрых алгоритмов в свертки и спектрального анализа сигналов. – М.: Наука, 1990. – 180 с.

2. *Дмитриев Э.А., Малахов В.П.* Применение преобразования Уолша в системах обработки диагностической информации о состоянии роторных машин // Праці Одес. політехн. ун-ту . – 2001. – Вип. 1. – С. 135–137.

3. *Макс Ж.* Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. – М.: Мир, 1983. – 568 с.

4. *Tereshchenko T., Lazariev D.* The Definition of Cyclic Convolution Based on Radix-m Argument Spectral Transform // Electronics and Nanotechnology. Proceeding of the XXXII International Scientific Conference ELNANO 2012. – April 10–12, 2012. – Pp. 92–93.

5. *Чеголин Л.М.* Матричные операторы связи арифметической и логической корреляционной функций // Вычислительная техника в машиностроении. – 1973. – С. 129–137.

УДК 681.325.519.2

СПОСОБИ ВИЗНАЧЕННЯ АВТОКОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ПЕРЕТВОРЕННЯ УОЛША

Терещенко Т.О., докт.техн.наук, **Лайкова Л.Г., Пархоменко А.С.**
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна.
e-mail: laikova@ukr.net

Досліджено метод швидкого знаходження значень арифметичних автокореляційних функцій (АКФ) за допомогою перетворення Уолша. Змодельовано випадковий процес з наявністю постійної складової у вигляді синусоїдального сигналу з гаусівським шумом. Для даного процесу знайдено арифметичні АКФ, отримані за допомогою матричних перетворень із логічних АКФ. Проведено порівняння трудомісткості обчислення арифметичної АКФ за допомогою швидкого перетворення Фур'є та за допомогою перетворення Уолша. Бібл. 5, рис. 2.

Ключові слова*:* випадковий процес, автокореляційна функція, перетворення Уолша.

METHODS FOR DETERMINING AN AUTOCORRELATION FUNCTION USING WALSH TRANSFORM

Tereshchenko T.O., Laikova L.H., Parkhomenko A.S.
National Technical University of Ukraine "Kyiv Politechnic Institute",
pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine.
e-mail: laikova@ukr.net

The method for fast finding the values of arithmetic autocorrelation function (ACF) using Walsh transform was investigated. Random process with the constant component presence in the sinusoidal signal form with Gaussian noise was modeled. For this process arithmetic ACF are found based on matrix transformations of logical ACF. Comparison of the arithmetic ACF performing complexity, using the fast Fourier transform and Walsh transform was conducted. References 5, figures 2.

Key words*:* random process, arithmetic autocorrelation function, Walsh transform.

1. *Vlasenko V.A., Lappa Yu.M., Yaroslavskii L.P.* The methods for the fast convolution algorithms synthesis and signals spectral analysis. – Moskva: Nauka, 1990. – 180 p. (Rus)

2. *Dmitriev E.A., Malakhov V.P.* Application of Walsh transform processing system diagnostic information about the rotary machines // Pratsi Odeskoho Politekhnichnoho Universytetu. – 2001. – Vol. 1. – Pp. 135–137. (Rus)

3. *Maks G.* Methods and techniques of signal processing physical measurements. – Moskva: Mir, 1983. – 568 p. (Rus)

4. *Tereshchenko T., Lazariev D.* The Definition of Cyclic Convolution Based on Radix-m Argument Spectral Transform // Electronics and Nanotechnology. Proceeding of the XXXII International Scientific Conference ELNANO 2012. – April 10–12, 2012. – Pp. 92–93.

5. *Chegolin L.M.* Matrix telecom operators arithmetic and logical correlation function // Vychislitelnaia Tekhnika v Mashinostroenii. – December, 1973. – Pp. 129–137. (Rus)

Надійшла 17.02.2014