

**Байсков М.Ф., Будьонний О.В.,** канд.техн.наук, **Дзюба Є.Д., Коваленко Є.Ю., Прокопець М.А.**  
**Національний технічний університет України «КПІ»,**  
**пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна. e-mail: [key.kpi@gmail.com](mailto:key.kpi@gmail.com)**

*У статті представлено розроблений алгоритм максимізації запасу енергії супутників на основі методу невизначених коефіцієнтів Лагранжа, який дозволяє розрахувати таку циклограму роботи, яка забезпечуватиме мінімальні втрати енергії. Наведено принципи формування виразу максимізації та системи обмежень. Показано результати оцінки запропонованого алгоритму на супутнику КПІ POLYTAN-1. Бібл. 3, табл. 2.*

**Ключові слова:** супутник, система живлення, максимізація, енергія, метод невизначених коефіцієнтів Лагранжа, циклограма.

В даний час швидко розвивається космічна промисловість, що впливає на технічний рівень побудови окремих вузлів, зокрема систем електроживлення. Практично на кожному супутнику є завдання, термін виконання яких менший, ніж час, доступний для цього. У більшості випадків, при розрахунку циклограми роботи супутника використовується дуже приблизне прогнозування, що, наприклад, не враховує зміну ККД приладів при зміні температури, або не зводить максимуми енергоспоживання до моментів максимального освітлення сонячних батарей, тощо [1]. Внаслідок цього існує проблема оптимізації інтервалів виконання певних задач для максимальної енергетичної вигоди. Метою статті є опис розробленого методу для визначення часових інтервалів, на яких виконання таких завдань є найбільш енергетично вигідним.

У табл. 1 наведено найбільш розповсюджені варіанти навантажень та джерел живлення, які можуть використовуватись у супутниках.

**Таблиця 1**

Назва	Опис	Значення коефіцієнтів, що описують стан
Первинні джерела живлення	Умовно невичерпні, джерела, які віддають енергію лише в чітко визначені проміжки часу, наприклад, СБ	Лежать у діапазоні [0;1]. Оскільки такі джерела є невичерпними, то приймається $a=1$ , поки не настане ситуація надлишку енергії, наприклад, повний заряд АКБ
Джерела живлення	Джерела, які можуть віддавати енергію в будь-який момент, наприклад, хімічні джерела струму	Лежать в діапазоні [0;1]
Фіксовані навантаження	Навантаження, інтервали роботи яких є жорстко заданими	$a=1$ , або $a=0$ . Задані наперед.
Змінні навантаження, час роботи може бути поділений на кілька окремих інтервалів	Не мають прив'язки до конкретного інтервалу; час, необхідний для виконання роботи є меншим, ніж час доступний для цього.	Для кожного інтервалу використовується окремий коефіцієнт $a_i \in [0;1]$ .
Змінні навантаження, які можуть працювати на певний відсоток від своєї максимальної потужності на деяких часових інтервалах		Лежать в діапазоні [0;1]
Змінні навантаження, робота яких протягом деякого інтервалу є чітко заданою та лише може бути зсунута в часі.		$a=0$ , або $a=1$ . Достатнім є знаходження номеру інтервалу початку роботи.

У загальному випадку для розробленого алгоритму максимізації пропонується виконувати прогнозування запасу енергії в штатному режимі наступним чином:

1. Формується список всіх допустимих режимів.
2. Визначається, які прилади та в які моменти часу можуть працювати в режимі вимкнено/увімкнено, а які можуть працювати на певний відсоток від своєї максимальної потужності, не маючи прив'язки робочого режиму до конкретного часового інтервалу.
3. Визначається період загальної циклограми, тобто вибирається часовий проміжок, через який всі основні дії та режими супутника (зміна день/ніч сеанси радіозв'язку, вимірювання, орієнтація) будуть повторюватися.
4. Визначаються точки можливої зміни режимів на циклограмі, які її розбиватимуть на інтервали.
5. Знаходиться найбільш вигідна з точки зору запасу енергії послідовність режимів на інтервалах.
6. Обчислюється залишок часового ресурсу підсистем та запасу енергії після проходження циклограми.
7. Повторюється п.5 для наступної циклограми з урахуванням зміни параметрів системи електроживлення.

8. Ітераційно знаходиться розрахована остання циклограма робочого режиму та час життя супутника.

У рівнянні максимізації для запасу енергії беруть участь наступні складові.

1. Енергія, яку отримує споживач з урахуванням ККД (зі знаком «+»), за умови, що останній є змінним хоча б на одному інтервалі роботи. На ККД впливають також такі фактори, як температура, кут повороту сонячних батарей тощо. Якщо ККД є незмінним, пункт можна не враховувати, оскільки ця енергія буде константою, що ніяк не вплине на рівняння максимізації.
2. Енергія, яку втрачає акумуляторна батарея при розряді (зі знаком «-»).
3. Енергія, яка перетворюється в хімічну при заряді акумуляторної батареї (зі знаком «+»).

Енергії в п. 2 і 3 не є рівними, оскільки кожна АКБ має ККД заряду і розряду менший 100%. При незмінному сонячному потоці енергія, яку віддають невичерпні джерела живлення, наприклад, фотоелементи, у рівнянні максимізації не враховується.

Розв'язувати поставлену задачу доцільно методом невизначених коефіцієнтів Лагранжа (НКЛ) [2,3] по максимізації енергії (як одне з обмежень може використовуватися часовий ресурс). Вираз максимізації має вигляд

$$a_1 f_1(z_1 \dots z_k) + a_2 f_2(z_1 \dots z_k) + \dots + a_n f_n(z_1 \dots z_k) \rightarrow \max, \quad (1)$$

де  $a_1 \dots a_n$  – коефіцієнти, що шукаються (вони і будуть показувати, вмикати чи вимикати ту чи іншу систему супутника (наведені в табл. 1, лежать в діапазоні [0;1], 0 – не використовується, 1 – використовується на повну силу),  $f_1 \dots f_n$  – функції, які описують залежність енергії споживання від факторів зовнішнього впливу  $z_1 \dots z_k$  (температура, освітленість фотобатарей, початковий заряд батарей тощо) для кожної системи супутника. Причому, для деяких з них (наприклад, АКБ) використовується окрема функція на заряд і окрема на розряд. Вираз максимізації доповнюється наступними обмеженнями:

1. Умова балансу потужностей, що споживаються та витрачаються:  $\Sigma P = 0$ .
2. Коефіцієнти, що шукаються, завжди є більшими чи рівні 0:  $a_1 \dots a_n \geq 0$ .
3. Деякі з коефіцієнтів мають «верхнє» обмеження, тобто  $a < \text{const}$ .
4. Температурні «верхнє» та «нижнє» обмеження.
5. Інші обмеження, що диктуються специфікою конкретного супутника.

**Складання рівняння максимізації для енергії.** Проведемо максимізацію загального запасу енергії після проходження повної циклограми. Ця енергія складається із суми енергій на кожному із інтервалів циклограми. В загальному вигляді рівняння максимізації запасу енергії на одному інтервалі матиме наступний вигляд:

$$(P_n - P_d) \Delta L \rightarrow \max, \quad (2)$$

де  $P_d$  – потужність джерел живлення,  $P_n$  – потужність навантажень,  $\Delta L$  – довжина інтервалу, на якому проводиться обчислення.

Складемо рівняння задачі максимізації запасу енергії для різних випадків.

- 1) Один інтервал, одне джерело живлення, одне змінне навантаження

$$\left\{ \begin{array}{l} (\eta_n P_n - \eta_d P_d) \Delta L \rightarrow \max, \\ P_n / \eta_n = \eta_d P_d, \end{array} \right. \quad (3)$$

де  $\eta_n$  – ККД навантаження,  $\eta_d$  – ККД джерела живлення. В даній системі перше рівняння – це рівняння (2), тільки вже з урахуванням ККД, друге – умова балансу потужностей. Для спрощеного вигляду рівнянь усі фактори зовнішнього впливу  $z_1 \dots z_k$  (температура, освітленість фотобатарей, початковий заряд батарей тощо) зведені до ККД відповідних навантажень чи джерел живлення.

- 2) Декілька інтервалів на циклограмі ( $I$ ), джерел живлення ( $W$ ), одне змінне навантаження

$$\sum_{i=0}^I (\eta_{ni} P_{ni} U_i - \sum_{w=0}^W \eta_{dw,i} P_{dw,i} g_{w,i}) \Delta L_i \rightarrow \max, \quad \sum_{i=0}^I \left[ P_{ni} U_i / \eta_{ni} = \sum_{w=0}^W \eta_{dw,i} P_{dw,i} g_{w,i} \right], \quad \sum_{i=0}^I \eta_{ni} P_{ni} U_i \Delta L_i = \text{const}, \quad (4)$$

де  $g_w$  – коефіцієнт використання  $w$ -го джерела живлення (може приймати значення в діапазоні [0;1]),  $U_i$  – коефіцієнт, що показує на яку частку від своєї максимальної потужності працює споживач на даному інтервалі (може приймати значення в діапазоні [0;1]). У даній системі перше рівняння вказує, що баланс потужностей має збігатися на кожному інтервалі, та отримується по рівнянню на інтервал, друге – що зрештою має витратитися певна потужність для виконання певного завдання.

- 3) Декілька інтервалів на циклограмі ( $I$ ), джерел живлення ( $W$ ), первинних джерел живлення ( $M$ ), змінних навантажень ( $K$ ), статичних навантажень ( $H$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^I \left( \sum_{k=0}^K \eta_{ni,k} P_{ni,k} U_{i,k} + \sum_{h=0}^H ON_{i,h} P_{ci,h} - \sum_{w=0}^W \eta_{dw,i} P_{dw,i} g_{w,i} - \sum_{m=0}^M G_{i,m} P_{ndi,m} \right) \Delta L_i \rightarrow \max, \\ \sum_{i=0}^I \left[ \sum_{k=0}^K \frac{P_{ni,k} U_{i,k}}{\eta_{ni,k}} + \sum_{h=0}^H ON_{i,h} P_{ci,h} = \sum_{w=0}^W \eta_{dw,i} P_{dw,i} g_{w,i} + \sum_{m=0}^M G_{i,m} P_{ndi,m} \right], \\ \sum_{k=0}^K \left[ \sum_{i=0}^I \eta_{ni,k} P_{ni,k} U_{i,k} \Delta L_i = \text{const}_k \right], \end{array} \right. \quad (5)$$

де  $ON_i$  – функція, яка показує, чи увімкнене на даному інтервалі статичне навантаження (може мати значення 0, або 1),  $P_{ci}$  – потужність статичного навантаження на даному інтервалі,  $G_i$  – функція показує, чи увімкнене на даному інтервалі первинне джерело живлення (може мати значення 0 або 1),  $P_{пдi}$  – потужність первинного джерела живлення на даному інтервалі.

Варто відзначити, що величини  $U_{i,k}$  та  $g_{n,i}$  можуть бути використані безпосередньо як коефіцієнти Лагранжа у рівнянні максимізації. У разі такого ж використання  $ON_{i,h}$  та  $G_{i,m}$  необхідно вводити додаткові обмеження  $ON_{i,h} = 0$  або  $ON_{i,h} = 1$ ,  $G_{i,m} = 0$  або  $G_{i,m} = 1$ .

Результати оцінки запропонованого алгоритму на супутнику КПІ POLYTAN-1 надано в табл. 2.

**Таблиця 2**

	Втрати на АКБ без максимізації, Дж/год	Втрати на АКБ з максимізацією, Дж/год	Економія енергії, Дж/год	Загальне споживання супутника, Дж/год	Відсоток економії від загальної енергії, що споживає супутник
Стан супутника відразу після запуску	6,24	3,48	2,76	394	0,7%
Супутник пропрацював рік	73,4	40,94	32,47	394	8,2%

**Висновки.** Отримано рівняння, які дозволяють максимізувати запас енергії супутника шляхом зміни алгоритму увімкнення його приладів та систем. Описано алгоритми формування рівнянь для випадків максимізації запасу енергії. Застосування запропонованого методу максимізації у порівнянні з випадком, коли не використовуються методи планування використання енергії, дозволяє підвищити енергоефективність типового супутника формату CUBESAT після року роботи на 8%.

1. Sandau, Rainer, Roeser, Hans-Peter, Valenzuela, Arnoldo (Eds.). Small Satellites for Earth Observation. – Springer, 2008.
2. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. – 319 с.
3. Зорич В.А. Математический анализ. Часть 1. – М.: ФАЗИС, 1997.

УДК 621.3.076

#### МАКСИМИЗАЦИЯ ЗАПАСА ЭНЕРГИИ В ОБЪЕКТАХ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ

**Байсков Н.Ф., Буденный А.В., канд.техн.наук, Дзюба Е.Д., Коваленко Е.Ю., Прокопец М.А.**

**Национальный технический университет Украины «КПИ»,**

**пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина.**

**e-mail: [kev.kpi@gmail.com](mailto:kev.kpi@gmail.com)**

*В статье представлен разработанный алгоритм максимизации запаса энергии спутников на основе метода неопределенных коэффициентов Лагранжа, который позволяет рассчитать такую циклограмму работы, которая будет обеспечивать минимальные потери энергии. Приведены принципы формирования выражения максимизации и системы ограничений. Показаны результаты оценки предложенного алгоритма на спутнике КПИ POLYTAN-1. Библ. 3, табл. 2.*

**Ключевые слова:** спутник, система питания, максимизация, энергия, метод неопределенных коэффициентов Лагранжа, циклограмма.

#### MAXIMIZING OF STORED ENERGY IN THE OBJECTS OF SPACE TECHNOLOGY

**Bayskov M.F., Budennyi O.V., Dziuba Ye.D., Kovalenko Ye.Yu., Prokopets M.A.**

**National Technical University of Ukraine “Kiev Polytechnic Institute”,**

**pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine.**

**e-mail: [kev.kpi@gmail.com](mailto:kev.kpi@gmail.com)**

*This paper presents an algorithm, designed to maximize the energy reserve of satellites, based on the method of Lagrange multipliers, which allows calculating a timeline that will ensure the minimum energy loss. Given the classification for subsystems - members of energy balance, their approximate timelines and features of their including in the algorithm. Shown the principles of formation for maximizing expression and system limitations. Showing results for assessing the proposed algorithm on the satellite KPI POLYTAN-1. References 3, tables 2.*

**Key words:** satellite power system, maximizing energy, Lagrange multipliers, the sequence diagram.

1. Sandau, Rainer, Roeser, Hans-Peter, Valenzuela, Arnoldo (Eds.). Small Satellites for Earth Observation. Springer, 2008.
2. Akulich I.L. Mathematical programming in examples and problems. – Moskva: Vysshiaia Shkola, 1986. – 319 p. (Rus).
3. Zorich V.A. Mathematical analysis. Part 1. – Moskva: FAZYS, 1997. (Rus)

Надійшла 17.02.2014