УДК 621.314

DOI: https://doi.org/10.15407/techned2023.02.009

ОСОБЛИВОСТІ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ ІЗ ОДНОСТОРОННЬОЮ ТА ДВОСТОРОННЬОЮ ШИРОТНО-ІМПУЛЬСНИМИ МОДУЛЯЦІЯМИ

Я.В. Щербак^{1*}, докт. техн. наук, **К.Я. Івакіна^{2**}**, канд. техн. наук ¹ Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна. E-mail: <u>vvsh47@gmail.com</u> ² Харьківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова, вул. Маршала Бажанова,17, Харків, 61002, Україна.

Метою роботи є: визначення динамічних властивостей систем автоматичного керування імпульсного перетворювача постійної напруги із односторонньою та двосторонньою модуляціями шляхом дослідження впливу форми опорного сигналу на динамічні процеси у системах автоматичного регулювання вихідної координати перетворювача з широко використовуваними пропорційним (P), інтегральним (I) та пропорційно-інтегральним (ПІ) регуляторами. Новизна запропонованої роботи полягає у визначенні впливу односторонньої та двосторонньої широтно-імпульсних модуляцій на стійкість та умови процесу кінцевої тривалості системи автоматичного керування імпульсних моделей перетворювача постійної напруги. Динамічні характеристики системи досліджені із застосуванням імпульсних моделей перетворювача постійної напруги і використанням математичного апарату Z-перетворення та імітаційного моделювання. Отримано аналітичні залежності: умови стійкості для пропорційного, інтегрального та пропорційно-інтегрального регуляторів; умови процесу кінцевої тривалості в системі із аперіодичною ланкою в колі навантаження; осцилограми перехідних процесів, що підтверджують теоретичні результати. Практична цінність полягає в тому, що отримані в роботі результати дають під час розробки системи автоматичного регулювання із заданими параметрами можливість оптимального вибору типу широтно-імпульсної модуляції. Бібл. 17, рис. 15.

Ключові слова: перетворювач постійної напруги, широтно-імпульсна модуляція, імпульсна модель, передавальна функція, характеристичне рівняння, стійкість системи, процес кінцевої тривалості.

Вступ. У високоефективних системах перетворення електричної енергії широко застосовують імпульсні перетворювачі постійної напруги (ШПН) з односторонньою та двосторонньою широтноімпульсними модуляціями (ШПМ) [1-8] Такі перетворювачі застосовуються для побудови автоматизованого електроприводу постійного [1,2] і змінного струмів та стабілізованих систем живлення [3-8]. Різняться між собою такі перетворювачі формами опорних сигналів. У перетворювача з односторонньою ШПМ це односторонній пилкоподібний сигнал, а із двосторонній ШПМ – двосторонній опорний сигнал. Ця відмінність впливає на динамічні властивості ІППН як дискретної системи. Це є метою досліджень даної роботи.

Дослідженню ІППН і розробці імпульсних моделей присвячено роботи [9-12]. В [13-16] розглянуто динамічні властивості систем автоматичного регулювання із односторонньою ШІМ із урахуванням дискретних властивостей ІППН. Є значно менша кількість робіт, в яких наведено результати аналогічних досліджень із двосторонньою ШІМ [17]. Слід зазначити, що відомі результати досліджень не надають повного розуміння відмінності динамічних властивостей систем із односторонньою і двосторонньою ШІМ.

Мета роботи полягає в визначенні динамічних властивостей систем автоматичного регулювання з застосуванням ШППН із односторонньою та двосторонньою модуляціями шляхом аналізу процесів в системі автоматичного регулювання вихідної координати перетворювача з широко застосовуваних: пропорційним (П), інтегральним (І) та інтегрально-пропорційним (ПІ) регуляторами, що є актуальною задачею, яка визначає новизну одержаних результатів та практичне значення.

1. Системи з односторонньою ШІМ. Структурну схему системи автоматичного регулювання (САР) з імпульсною моделлю ШПН для режиму неперервному струму наведено на рис. 1,

[©] Щербак Я.В., Івакіна К.Я., 2023

де позначено: G(p) – передавальна функція регулятора; H(p) – передавальна функція кола наванта-



(р) – передавальна функція кола навантаження. Модель ІППН складається із ідеального імпульсного елемента із періодом дискретності T і приведеної неперервної частини K₁TF, де K₁ – статичний коефіцієнт передачі, F – фактор пульсацій [13].

Пропорційний регулятор. Передавальні функції регулятора і кола навантаження

$$G(p) = K_o; \quad H(p) = \frac{1}{T_1 \cdot p + 1}.$$
 (1)

Зв'язок між вхідним і вихідним сигналами визначається виразом

$$y^{*}(z) = \frac{xG^{*}(z) \cdot K_{1} \cdot F \cdot T}{1 + K_{1} \cdot F \cdot T \cdot HG^{*}(z)}.$$
(2)

У наслідок того, що різниця порядків поліномів знаменника і чисельника передавальної функції приведеної частини

$$H(p) \cdot G(p) = \frac{K_o}{T_1 \cdot p + 1} \tag{3}$$

дорівнює одиниці, її реакція на вихідний сигнал ІППН є розривною функцією. Для фіксації імпульсним елементом лівосторонніх значень вхідного сигналу характеристичне рівняння, що одержано із виразу (2), набуває вигляду

$$1 + z^{-1} \cdot K_1 \cdot F \cdot T \cdot HG^*(z, 1) = 0.$$
(4)

У відповідності до [16] одержуємо модифіковане перетворення передаточної функції приведеної неперервної частини

$$HG^{*}(z,1) = Z_{\mathcal{E}=1}\left\{\frac{K_{o}}{T_{1} \cdot p + 1}\right\} = \frac{K_{o}}{T_{1}} \cdot \frac{z \cdot e^{-T/T_{1}}}{z - e^{-T/T_{1}}}.$$
(5)

Із урахуванням (5) характеристичне рівняння (4) набуває вигляду

$$z + \left(K_o \cdot K1 \cdot F \cdot \frac{T}{T_1} - 1\right) \cdot e^{-\frac{T}{T_1}} = 0.$$
(6)

Вираз (6) дає можливість одержати умови налаштування системи регулювання на процес кінцевої тривалості (ПКТ) [12]

$$K_1 \cdot K_o = \frac{T_1}{T \cdot F} \,. \tag{7}$$

Фактор пульсацій для системи із односторонньою ШІМ для режиму неперервного струму і передавальної функції приведеної частини (3) визначається виразом

$$F^{-1} = 1 + K_o \cdot K_1 \cdot \frac{T}{T_1} \cdot \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_1} - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}} \,. \tag{8}$$

Умова ПКТ із урахуванням виразу (8) набуває вигляду

$$K_1 \cdot K_o = \frac{T_1}{T} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-\gamma \cdot T/T_1}} \cdot$$
(9)

Із (9) витікає те, що умова налаштування на ПКТ залежить від змін регульованого параметру у. Це викликає неоднозначність перехідних процесів.

На рис. 2 показано закон зміни фактора пульсацій, який одержано за виразом (9) для різних сталих часу кола навантаження перетворювача T_1 і його періоду дискретності T, де $F1 - для T_1/T = 2$; $F2 - для T_1/T = 5$

Відомо [16], що для стійкості імпульсної системи автоматичного регулювання необхідно, щоб полюси характеристичного рівняння (6) знаходилися всередині кругу одиничного радіусу, тобто



$$\operatorname{mod} \left| HG^*(z, 1) \right|_{z=-1} < 1.$$
(10)

Підставивши (8) в характеристичне рівняння (6) і виконавши перетворення у відповідності до (10), одержуємо вираз для границі стійкості системи

$$K_{1} \cdot K_{o} < \frac{T_{1}}{T} \cdot \frac{1 - e^{-2 \cdot \frac{T}{T_{1}}}}{2 \cdot e^{-\frac{T}{T_{1}}} - e^{-\gamma \cdot \frac{T}{T_{1}}} (1 + e^{\frac{T}{T_{1}}})}.$$
(11)

Графік границі стійкості системи з пропорційним регулятором у залежності від γ представлено на рис. 3, *a*, де: $K_1 - для T_1/T=2$; $K_2 - для T_1/T=5$. На рис. 3, *б* показано вплив на границі стійкості системи зміни її параметрів системи, коли: К1– для $\gamma = 0,2$; К2– для $\gamma = 0,5$; К3– для $\gamma = 0,8$; $p=T_1/T$.



Рис. 3

Дана система регулювання характеризується високою чутливістю границі стійкості до змін регульованого параметра γ перетворювача. Викликано це особливістю змін фактора пульсацій (рис. 3, *a*). Критична величина фактора пульсацій досягається за γ =0,5. Це необхідно враховувати підчас проектування системи регулювання.

Інтегральний регулятор, $G(p) = \frac{1}{(T_2 \cdot p)}$. Зв'язок між вхідним і вихідним сигналами систе-

ми визначається виразом (2). Передавальна функція приведеної неперервної частини

$$H(p) \cdot G(p) = [T_2 \cdot p \cdot (T_1 \cdot p + 1)]^{-1},$$
(12)

де *T*₂ – стала часу регулятора.

Модифіковане *z*-перетворення передавальної функції приведеної неперервної частини визначається виразом

$$HG^{*}(z,\varepsilon) = Z_{\varepsilon=1} \left\{ \frac{1}{T_{1} \cdot T_{2} \cdot (p + \frac{1}{T_{1}})} \right\} = \frac{1}{T_{2}} \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z \cdot e^{-T/T_{1}}}{z-e^{-T/T_{1}}} \right).$$
(13)

Підставивши (13) в характеристичне рівнянні (4) і застосувавши вираз (10), одержуємо вираз для умови стійкості системи

$$\frac{T}{T_2} < \frac{2 \cdot (1 + e^{-T/T_1})}{K_1 \cdot F \cdot (1 - e^{-T/T_1})}.$$
(14)

У відповідності до [13] і формули (8) фактор пульсацій визначається формулою

$$F^{-1} = 1 + K_1 \cdot \frac{T}{T_2} \cdot \left(1 - \gamma - \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}\right).$$
(15)

Підстановка (15) в (14) дає вираз для умови стійкості системи із урахуванням пульсуючої складової сигналу керування перетворювача

$$\frac{T}{T_2} < \frac{2 \cdot (1 - e^{-2T/T_1})}{(1 - e^{-T_1})^2 - 2\left[(1 - \gamma) \cdot (1 - e^{-2T/T_1}) - (1 + e^{-T/T_1})(e^{-\gamma T/T_1} - e^{-T/T_1})\right]}$$
(16)

Графік границі стійкості у функції регульованого параметра γ представлено на рис. 4, *a*, прийнято наступні позначення: К=Т/Т₂, коли К02 для T₁/T=5, а К01 – T₁/T=2. На рис. 4, *б* показано залежності змін границі стійкості системи від функції періоду дискретності перетворювача, сталої часу кола навантаження і регульованого параметра перетворювача, де: Кі= T₂/T, К1 – для γ =0,2; К2 – для γ =0,5; К3 – для γ =0,8; p=T₁/T.



Як слідує з (12), різниця порядків поліномів чисельника і знаменника дорівнює двом. Це означає, що пульсуюча складова сигналу керування перетворювача формується двома каналами передачі інформації щодо вихідної координати системи регулювання. В такій системі відсутня фізична умова формування процесу кінцевої тривалості (ПКТ) [11].

Система регулювання напруги з інтегральним регулятором. Задля побудови стабілізованих джерел живлення на базі перетворювачів напруги з ШІМ застосовується система регулювання, структурну схему якої наведено на рис. 5.



- -----

ронніх значень вхідного сигналу має вигляд

Зв'язок між вхідним і вихідним сигналами системи регулювання визначається виразом

$$y^{*}(z,\varepsilon) = \frac{xG^{*}(z,\varepsilon) \cdot K_{1} \cdot F \cdot T}{1 + K_{1} \cdot F \cdot T \cdot G^{*}(z,\varepsilon)} \cdot$$
(17)

Характеристичне рівняння для фіксації імпульсним елементом лівосто-

(19)

$$1 + z^{-1} \cdot K_1 \cdot F \cdot T \cdot G^*(z, 1) = 0, \qquad (18)$$

$$\operatorname{Ae} G(z,\varepsilon) = Z_{\varepsilon=1}\left\{\frac{1}{T_2 \cdot p}\right\} = \frac{1}{T_2} \cdot \frac{z}{z-1} \cdot \frac{z}{z-1}$$

Умова ПКТ

фактор пульсацій

умова стійкості

$$F^{-1} = 1 + K_1 \cdot (T / T_2) \cdot (1 - \gamma);$$
⁽²⁰⁾

$$\frac{T}{T_2} < \left| \frac{2}{K_1 \cdot (2 \cdot \gamma - 1)} \right|. \tag{21}$$

На рис. 6, *а* показані графічні залежності фактору пульсацій від γ , де: *F*1 – для $T_2=T$, *F*2 – для $T_2=0,66T$, а на рис. 6, δ та границя стійкості системи автоматичного регулювання вихідної напруги перетворювача з ШІМ для $K_1=1$, на якому $K=T_2/T$. Із рис. 6, δ витікає, що за $T_2=T$ система втрачає стійкість.

 $T_2 = K_1 \cdot F \cdot T;$



Зв'язок між вхідним і вихідними сигналами системи регулювання визначається виразом (2). Передавальна функція приведеної частини має вигляд

$$G(p) \cdot H(p) = \frac{T_3 \cdot p + 1}{T_2 \cdot p \cdot (T_1 \cdot p + 1)},$$
(23)

де *T*₂ і *T*₃ – сталі часу ПІ – регулятора.

Виконавши розклад (23) на елементарні ланки, маємо

$$GH^{*}(z,1) = Z_{\varepsilon=1} \left\{ \frac{1}{T_{1} \cdot T_{2}} \left(\frac{T_{1}}{p} + \frac{T_{3} - T_{1}}{p + 1/T_{1}} \right\} = \frac{z}{T_{2}} \cdot \left| \frac{1}{z=1} + \left(\frac{T_{3}}{T_{1}} - 1 \right) \cdot \frac{e^{-\frac{1}{T_{1}}}}{z-e^{-\frac{T}{T_{1}}}} \right|.$$
(24)

Підставивши (24) в (4) і виконавши перетворення, одержуємо характеристичне рівняння в канонічній формі

$$z^{2} + z \cdot \left\{ K_{1} \cdot F \cdot \frac{T}{T_{2}} \cdot \left[1 + \left(\frac{T_{3}}{T_{1}} - 1\right) \cdot e^{-\frac{T}{T_{1}}} \right] - 1 - e^{-\frac{T}{T_{1}}} + e^{-\frac{T}{T_{1}}} \cdot \left(1 - K_{1} \cdot F \cdot \frac{T \cdot T_{3}}{T_{2} \cdot T_{1}}\right) = 0. \right\}$$
(25)

Звідки умови ПКТ

$$T_3 = T_1 \cdot (1 - e^{-T/T_1}); \qquad T_2 = K_1 \cdot F \cdot T \cdot (1 - e^{-T/T_1}).$$
(26)

Задля отримання умови стійкості системи регулювання в характеристичне рівняння (4) підставимо *z*-перетворення (24) передавальної функції приведеної неперервної частини (23) і, виконавши перетворення, одержимо

$$\frac{T}{T_2} < \frac{2 \cdot (1 + e^{-T/T_1})}{\mathbf{K_1} \cdot F \cdot \left[1 - e^{-T/T_1} \cdot (1 - 2 \cdot \mathbf{T_3}/\mathbf{T_1})\right]}.$$
(27)

Фактор пульсацій визначається реакцією приведеної неперервної частини (23) на вихідну напругу перетворювача. Задля отримання виразу для фактору пульсацій представимо передавальну функцію (21) як суму передавальних функцій елементарних ланок

$$G(p) \cdot H(p) = \frac{1}{T_2} \left[\frac{1}{p} + (\frac{T_3}{T_1} - 1) \cdot \frac{1}{p + 1/T_1} \right].$$
(28)

Тоді, у відповідності до [13], фактор пульсацій визначається як

$$F^{-1} = 1 + \sum_{i=1}^{2} \left(F_i^{-1} - 1 \right), \tag{29}$$

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2023. № 2

$$\text{дe} \qquad F_1^{-1} = 1 + K_1 \cdot \frac{T}{T_2} \cdot (1 - \gamma); \ F_2^{-1} + K_1 \cdot \frac{T}{T_2} \cdot (\frac{T_3}{T_1} - 1) \cdot \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_1} - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}$$

Підставивши в (29) вирази для F_i^{-1} , одержимо

$$F^{-1} = 1 + K_1 \cdot \frac{T}{T_2} \cdot \left[\left(\frac{T_3}{T_1} - 1 \right) \cdot \frac{e^{-\gamma T/T_1} - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}} + 1 - \gamma \right].$$
(30)

Закони змін фактора пульсацій для K_1 =1 наведено на рис.7, *а*. Графічні залежності відповідають налаштуванню системи на ПКТ у відповідності до (26) для двох значень сталої часу T_1 кола навантаження перетворювача: $F_1 - T_1 = 12,5 \cdot 10^{-3} c$; $F_2 - T_1 = 25 \cdot 10^{-3} c$.

Записавши нерівність (27) із урахуванням виразу (30), отримаємо остаточний вираз умови стійкості системи із ПІ-регулятором, графіки якої наведено на рис.7, δ , де К=T₂/T. Границі стійкості системи регулювання, де К₁ – для $T_1 = 25 \cdot 10^{-3} c$; К₂ – для $T_1 = 12,5 \cdot 10^{-3} c$.







Рис. 8

періодами квантування, рівних періоду ШІМ. Один із імпульсних елементів має запізнювання квантування вхідного сигналу на величину тривалості вихідного імпульсу перетворювача [12,14].



Рис. 9

2. Системи з двосторонньою ШІМ. На відміну від односторонньої ШІМ вихідний імпульс перетворювача має модульовані вхідним сигналом U_{κ} передній і задній фронти, як показано на рис. 8.

В результаті цього імпульсна модель перетворювача постійної напруги в режимі неперервного струму кола навантаження має два канали передачі інформації щодо змін сигналу керування U_{κ} . Структурна схема системи регулювання набуває вигляду, який показано на рис. 9.

Модель перетворювача постійної напруги має два імпульсних елемента із пульсних елементів має запізнювання кваного імпульсу перетворювача [12,14].

В силу того, що на приведену неперервну частини системи діють дві послідовності δ -імпульсів і різних величин факторів пульсацій F_1 та F_2 , виникає відмінність протікання динамічних процесів від аналогічних процесів системи із односторонньою ШІМ.

У відповідності до рис. 9 та враховуючи те, що запізнення імпульсного еле-

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2023. № 2

менту T_{γ} відносно імпульсного елементу T не перевищує одного тактового інтервалу, модифіковане *z*-перетворення сигналу $C^*(z, \varepsilon)$ визначається як [16]

$$C^*(z,\varepsilon = K_1 \cdot T \cdot \left[x G^*(z,\varepsilon) \cdot F_1 + x G^*(z,1-\gamma) \cdot F_2 \right],$$
(31)

Для $\varepsilon=0$ в рівнянні (31) і у відповідності до рис. 9, одержуємо зв'язок між вхідним x(t) і вихідним $y^*(z,\varepsilon)$ сигналами

$$y^{*}(z,\varepsilon)_{\varepsilon=0} = \frac{K_{1} \cdot T \cdot \left[x G^{*}(z,l) \cdot F_{1} + x G^{*}(z,l-\gamma) \cdot F_{2} \right] \cdot H^{*}(z)}{1 + z^{-1} \cdot K_{1} \cdot T \cdot \left[G H^{*}(z,l) \cdot F_{1} + G H^{*}(z,l-\gamma) \cdot F_{2} \right]}.$$
(32)

Фактори пульсацій у разі представлення передавальної функції приведеної неперервної частини у вигляді суми *n* елементарних аперіодичних ланок з коефіцієнтами передачі *K_i* і сталими часу *T_i* визначаються виразами

$$F_1^{-1} = 1 + \sum_{s=1}^n \frac{K_i \cdot T}{2 \cdot T_i} \cdot \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_i} - e^{-T/T}}{1 - e^{-T/T}}; \quad F_2^{-1} = 1 + \sum_{s=1}^n \frac{K_i \cdot T}{2 \cdot T_i} \cdot \frac{e^{-(1 - \gamma) \cdot T/T_i} - e^{-T/T_i}}{1 - e^{-T/T_i}}.$$
(33)

Із виразів (33) і (34) слідує, що за γ=0,5

$$F_1 = F_2 = F_e. (34)$$

Аналіз виразів (33) апріорі вказує на те, що в системі регулювання із двохсторонньою ШІМ відбувається зменшення впливу змін регулюючого параметру γ , відносно односторонньої ШІМ, на динамічні характеристики. Це є результатом взаємної компенсацією факторів пульсацій.

Пропорційний регулятор. Параметри регулятора визначаються рівняннями (1). Модифіковане *z*-перетворення передаточної функції приведеної частини

$$GH^*(z,\varepsilon) = \frac{K_o \cdot K_1}{T_1} \cdot \frac{z \cdot e^{-\varepsilon \cdot T/T_1}}{z - e^{-T/T_1}} \quad , \tag{35}$$

де Ко-коефіцієнт передачі регулятора.

Характеристичне рівняння системи із урахуванням (5), (31) і (34) для K_1 набуває вигляду

$$1 + K_o \cdot \frac{T}{T_1} \cdot \frac{\left[e^{-T/T_1} F_1 + e^{-(1-\gamma) \cdot T/T_1} \cdot F_2 \right]}{z - e^{-T/T_1}} = 0.$$
(36)

Умову стійкості системи одержимо у відповідності до виразу (10)

$$K_o < \frac{T_1}{T} \cdot \left| \frac{1 + e^{-T/T_1}}{F_1 \cdot e^{-T/T_1} + F_2 \cdot e^{-(1-\gamma) \cdot T/T_1}} \right|.$$
(37)

Фактори пульсацій у відповідності до (33) визначаються виразами

$$F_1^{-1} = 1 + \frac{K_o \cdot T}{2 \cdot T_1} \cdot \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_1} - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}; \qquad F_2^{-1} = 1 + \frac{K_o \cdot T}{2 \cdot T_1} \cdot \frac{e^{-(1 - \gamma) \cdot T/T_1} - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}$$
(38)

Графічні залежності факторів пульсацій для $T_l/T=5$ із пропорційним регулятором показано на рис. 10, *а*.

Із рівняння (36) одержимо умови процесу кінцевої тривалості

$$K_o = \frac{T_1}{T} \cdot \frac{1}{(e^{\gamma \cdot T/T_1} \cdot F_2 + F_1)}.$$
(39)

Для ү=0,5 умова (39) із урахуванням (33) набуває вигляду

$$K_o = \frac{T_1}{T} \cdot \frac{1}{(e^{T/2T_1} + 1) \cdot F_e},$$
(40)

Враховуючи закони змін факторів пульсацій та їхню взаємну компенсаційну дію на приведену неперервну частину системи, підстановка (40) в умову (39) надає можливість визначити їхній вплив на стійкість системи. Графіки границі стійкості, які одержані за виразами (37), (33), представлено на рис. 10, δ , де K01 – для $T_l/T=5$ та K02 – для $T_l/T=10$.

Із рис. 10, б випливає, що в даній системі зміна регульованого параметру у перетворювача мало впливає на границю стійкості.



Інтегральний регулятор. Підставивши в характеристичний поліном (32) *z*-перетворення (13) для $\varepsilon = 1$ передавальної функції приведеної неперервної частини (12) і виконавши перетворення, одержуємо характеристичне рівняння системи з інтегральним регулятором

$$1 + \frac{T}{T_2} \left\{ \left(\frac{1}{z - 1} - \frac{e^{-T/T_1}}{z - e^{-T/T_1}} \right) \cdot F_1 + \left[\frac{1}{z - 1} - \frac{e^{-(1 - \gamma) \cdot T/T_1}}{z - e^{-T/T_1}} \right] \cdot F_2 \right\} = 0 \cdot$$
(41)

Тоді, умова стійкості системи визначається виразом

$$\frac{T}{T_2} < \frac{2 \cdot \left(1 + e^{-T/T_1}\right)}{\left(1 - e^{-T/T_1}\right) \cdot F_1 + \left[1 + e^{-T/T_1} - 2 \cdot e^{-\left(1 - \gamma\right) \cdot T/T_1}\right] \cdot F_2}\right|,\tag{42}$$

а фактори пульсацій

$$F_1^{-1} = 1 + \frac{T}{2 \cdot T_2} \left(1 - \gamma + \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_1} - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}\right); \qquad F_2^{-1} = 1 + \frac{T}{2 \cdot T_2} \left(\gamma + \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_1} - e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}}\right).$$
(43)

На рис.11, *a* і б показано результати розрахунків факторів пульсацій $F1(\gamma)$ і $F2(\gamma)$ системи із Ірегулятором для $T_1 = n \cdot T$, n = 5; $T_2 = T_1$ та границі стійкості, коли $K01 = T_2/T - для T_1 = 5 \cdot T$, $K02 = T_2/T - для T_1 = 10 \cdot T$ за формулами (42), (43).



Система регулювання напруги з інтегральним регулятором. Зв'язок між вхідним і вихідним системи регулювання визначається виразом (31).

Характеристичне рівняння для фіксації імпульсним елементом лівосторонніх значень вхідного сигналу має вигляд

$$1+z^{-1}\cdot K_{1}\cdot T\cdot \left[G^{*}(z,1)\cdot F_{1}+G^{*}(z,1-\gamma)\cdot F_{2}\right],$$
(44)

 $\mathcal{A} \mathfrak{e} \ G^*(z) = Z\left\{\frac{1}{T_2 \cdot p}\right\} = \frac{1}{T_2} \cdot \frac{z}{z-1} \ \cdot$

Підставивши в (44) *z*-перетворення передавальної функції регулятора, одержуємо характеристичне рівняння

$$1 + K_1 \cdot \frac{T}{T_2} \left(\frac{F_1}{z - 1} + \frac{F_2}{z - 1} \right) = 0.$$
(45)

Фактори пульсацій визначаються виразами:

$$F_1^{-1} = 1 + K_1 \cdot \frac{T}{2 \cdot T_2} (1 - \gamma); \qquad F_2^{-1} = 1 + K_1 \cdot \frac{T}{2 \cdot T_2} \cdot \gamma \quad (46)$$

Із (45) з врахуванням (46) одержуємо умову стійкості системи

$$\frac{T_2}{T} < \frac{K_1 \cdot \left[1 - \gamma \cdot (1 - \gamma)\right]}{\sqrt{1 + 4\left[1 - \gamma \cdot (1 - \gamma)\right] - 1}}$$

$$\tag{47}$$

і умову налаштування системи на перехідний процес кінцевої тривалості для K₁=1

$$T_2 = T \cdot \frac{K_1 \cdot [2 - \gamma \cdot (1 - \gamma)]}{\sqrt{9 + 4 \cdot [2 - \gamma \cdot (1 - \gamma)] - 3}}.$$
(48)

Графіки факторів пульсацій на рис. 12, *а* відповідають налаштуванню системи регулювання на процес кінцевої тривалості. На рис. 12, *б* показана границя стійкості системи, де $Ko1=T_2/T$.

Із характеристичного рівняння (45) маємо умову налаштування системи на процес кінцевої тривалості



Рис. 12

На рис. 13 показано осцилограми реакції системи на вхідне діяння при налаштуванні системи на процес кінцевої тривалості: рис. 13, *a* – перехідний процес для $\gamma = 0,3$; $T = 2,5 \cdot 10^{-3} c$; $T_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} c$, а рис. 13, δ – перехідний процес для $\gamma = 0,2$; $T = 2,5 \cdot 10^{-3} c$; $T_2 = 2,17 \cdot 10^{-3} c$, де *a* – вихідний сигнал перетворювача постійної напруги; δ – вхідне діяння ; *в* – вихідний сигнал інтегрального регулятора.

Пропорційно-інтегральний регулятор. Передавальні функції регулятора і кола навантаження визначаються виразом (20), а передавальна функція приведеної неперервної частини виразом (21). Модифіковане *z*-перетворення приведеної неперервної частини визначається виразом (23).

Характеристичне рівняння системи регулювання для $\mathcal{E} = 0$ має вигляд

$$1 + \frac{T}{T_2} \cdot \left\{ \left[\frac{1}{z - 1} + (\frac{T_3}{T_1} - 1) \cdot \frac{e^{-T/T_1}}{z - e^{-T/T_1}} \right] \cdot F_1 + \left[\frac{1}{z - 1} + (\frac{T_3}{T_1} - 1) \cdot \frac{e^{-(1 - \gamma) \cdot T/T_1}}{z - e^{-T/T_1}} \right] \cdot F_2 \right\} = 0.$$
(50)





У відповідності до виразів (33) із урахуванням передавальної функції приведеної неперервної частини системи (21) та умову (29) одержимо вирази для факторів пульсацій

$$F_{1}^{-1} = 1 + \frac{T}{2 \cdot T_{2}} \cdot \left[1 - \gamma + (\frac{T_{3}}{T_{1}} - 1) \frac{e^{-\gamma \cdot T/T_{1}} - e^{-T/T_{1}}}{1 - e^{-T/T_{1}}} \right]; \qquad F_{2}^{-1} = 1 + \frac{T}{2 \cdot T_{2}} \cdot \left[\gamma + (\frac{T_{3}}{T_{1}} - 1) \frac{e^{-(1 - \gamma)T/T_{1}} - e^{-T/T_{1}}}{1 - e^{-T/T_{1}}} \right].$$
(51)

Застосувавши умову (10) до характеристичного рівняння (50), одержуємо вираз для границі стійкості системи

$$\frac{T}{T_2} = \frac{2 \cdot (1 + e^{-T/T_1})}{\left[1 + e^{-T/T_1} + (\frac{T_3}{T_1} - 1) \cdot e^{-T/T_1}\right] \cdot F_1} + \left[1 + e^{-T/T_1} + (\frac{T_3}{T_1} - 1) \cdot e^{-(1 - \gamma) \cdot T/T_1}\right] \cdot F_2}.$$
(52)

Залежності факторів пульсацій системи із ПІ-регулятором для $T_1 = 5 \cdot T$ і границь стійкості від регульованого параметру у у разі налаштування системи на процес кінцевої тривалості показані на рис.14, *a* і б, де К1 – для *T*₁=5·*T*, К2 – для *T*₁=10·*T*.



Умови налаштування системи регулювання на процес кінцевої тривалості для у=0,5 визначаються як

$$T_2 = T \cdot F_e \cdot (2 - e^{-T/T_1}); \qquad T_3 = T_1 \cdot \frac{e^{-T/T_1} \cdot (2 - e^{-T/T_1}) + e^{-T/2T_1}}{e^{-T/T_1} + e^{-T/2T_1}}.$$
(53)

T/T

На рис. 15 показано осцилограми змін сигналів системи регулювання під час перехідного процесу: а – напруга перетворювача; б – вихідний сигнал системи; в – вихідний сигнал регулятора; г – вхідне діяння.



Рис. 15

Наведені осцилограми підтверджують реалізації в системі регулювання процесу кінцевої тривалості, який закінчується за два тактові інтервали перетворювача, що відповідає порядку системи.

Висновки.

1. В результату аналізу розкрито механізм формування впливу односторонньої та двосторонньої ШІМ на динамічні процеси систем автоматичного регулювання. Одержані аналітичні залежності визначають вплив виду модуляції на стійкість системи і на налаштування на граничну швидкодію систем автоматичного регулювання імпульсного перетворю-

вача постійної напруги для режиму неперервного струму.

2. Показано, що системи із односторонньою ШІМ в результаті модуляції одного із фронтів вихідного імпульсу мають достатньо високу чутливість до змін регульованого параметру, що визначається сильною залежністю фактору пульсацій від змін регульованого параметру перетворювача. «Строга» реалізація налаштування системи на умови граничної швидкодії в усьому діапазоні змін регульованого параметру досягається в інваріантних системах регулювання.

3. В системах із двосторонньою ШІМ, в яких за рахунок модуляції переднього і заднього фронтів вихідних імпульсів перетворювача, відбувається взаємна компенсація дії факторів пульсацій. Це розширює зону стійкості системи у порівнянні із односторонньою ШІМ. Особливо це проявляється я системі регулювання вихідної напруги із інтегральним регулятором. Опис такої системи регулювання, в порівняння із односторонньою ШІМ, є більш складним і у багатьох випадках викликає необхідність розв'язання трансцендентних рівнянь. Також слід зазначити, що, за «строгого» розгляду, одностороння ШІМ через наявність зворотного ходу опорного сигналу перетворювача фактично є різновидом двосторонньої.

4. Одержані теоретичні результати досліджень дають можливість оптимального вибору виду широтно-імпульсної модуляції у відповідності до вимог, які пред'являються до системи автоматичного регулювання імпульсного перетворювача постійної напруги.

^{1.} Patkar F., Jidin A., Levi E., Jones M. Performance comparison of symmetrical and asymmetrical six-phase open-end winding drives with carrier-based PWM. 2017 6th International Conference on Electrical Engineering and Informatics (ICEEI). Langkawi, Malaysia, 25-27 November 2017. Pp. 1-6. DOI: https://doi.org/10.1109/ICEEI.2017.8312446.

^{2.} Sivarani T.S., Joseph Jawhar S. Sawtooth carrier based Random PWM technique for AC drives. International Conference on Control, Instrumentation, Communication and Computational Technologies (ICCICCT). Kumaracoil, India, 18-19 December 2015. Pp. 818-820. DOI: https://doi.org/10.1109/ICCICCT.2015.7475391.

^{3.} Fahad A.H., Reza M.S. Single-Phase Shunt Active Power Filter Using Parabolic PWM for Current Control. IEEE 7th International Conference on Smart Energy Grid Engineering (SEGE). Oshawa, ON, Canada, 12-14August 2019. Pp. 134-138. DOI: https://doi.org/10.1109/SEGE.2019.8859868.

^{4.} Wang X., Liu S., Li O. Research on control strategy of PWM rectifier technology based on DSP. IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA). Macao, China, 18-20 July 2017. Pp. 1050-1053, DOI: https://doi.org/10.1109/ICInfA.2017.8079057.

^{5.} Yingchao Z., Zhengming Z., Ting L., Liping J. An integrated control method for three-level NPC based PWM rectifier-inverter. The 2nd International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems. Hefei, China, 16-18 June 2010. Pp. 616-620. DOI: https://doi.org/10.1109/PEDG.2010.5545876.

^{6.} Lee J., Lee K. Carrier-Based Discontinuous PWM Method for Vienna Rectifiers. IEEE Transactions on Power Electronics. 2015.Vol. 30. No 6. Pp. 2896-2900. DOI: https://doi.org/10.1109/TPEL.2014.2365014.

^{7.} Pengcheng Han, Wang Y., Peng X., He X., Shu Z., Shibin Gao. Current-sharing performance of an advanced cophase traction power substation system based on cascade-parallel converter. IEEE 3rd International Future Energy Electronics Conference and ECCE Asia (IFEEC 2017 - ECCE Asia). Kaohsiung, 03-07 June 2017. Pp. 1932-1937. DOI: https://doi.org/10.1109/IFEEC.2017.7992345.

^{8.} Messina A., Giannoccaro N.I., Gentile A. Experimenting and modelling the dynamics of pneumatic actuators controlled by the pulse width modulation (PWM) technique. Mechatronics. 2005. Vol. 15. No 7. Pp. 859-881. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2005.01.003.

9. Suraj G.O., Trivedi N. Comparative analysis of PWM based front end rectifier with different modulation techniques. IEEE 5th International Conference *for Convergence in Technology (I2CT)*. Bombay, India, 21-31 March 2019. Pp. 1-6. DOI: <u>https://doi.org/10.1109/I2CT45611.2019.9033862</u>.

10. Shcherbak Y. V., Ivakina E. Y. Dynamic characteristics of a rectifier with pulse-width modulation. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2014. No 3. Pp.47-51.(Rus)

11. Shcherbak Y.V. Parametric formation of a process of finite duration in systems with semiconductor converters. *Vestnik KhSPU. Electric power industry and converter technology*. 1999. Issue 69. Pp.15-21. (Rus)

12. Shcherbak Y.V., Ivakina E.Y., Panchenko V.V. Pulse rectifier model with two-way pulse-width modulation in continuous current mode. *Bulletin of NTU "KhPI". Problems of automated electric drive.* 2015. Issue 12(1121). Pp. 443-448. (Rus)

13. Shcherbak Y.V. Pulsation factor of multiloop discrete automatic control systems. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 1998. No 4. Pp. 41-43. (Rus)

14. Ivakina E.Y. Dynamic properties of automatic control system with two-way pulse-width modulation. *Collected scientific works of ukrainian state university of railway transport*. 2016. Issue 165. Pp. 149-156. (Rus)

15. Ivakina E.Y. Analysis of the dynamic processes of the automatic voltage control system of the converter with PWM. *Collected scientific works of ukrainian state academy of railway transport*. 2013. Issue 142. Pp. 151-156. (Rus) 16. Juri E. Impulse systems of automatic control. Moskva: Fizmatizdat, 1963. 455 p. (Rus)

17. Shcherbak Ya., Semenenko Yu., Semenenko O., Karpenko N., Suprun O., Plakhtii O., Nerubatskyi V. Synthesis of the transfer function of the voltage controller in an active filter-stabilizer converter. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologie*. 2021. Vol. 2. No 2 (110). Pp. 71-77. DOI: <u>https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.229827</u>.

FEATURES OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF REGULATION SYSTEMS WITH ONE-SIDED AND TWO-SIDED PULSE-WIDTH MODULATIONS

Y.V. Shcherback¹, K.Y. Ivakina²

¹National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,

2, Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine, e-mail: <u>yvsh47@gmail.com</u>

²O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv,

17, Marshal Bazhanov Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

The purpose of the article is: to determine the dynamic properties of automatic control systems of the pulse DC voltage converter with one-way and two-way modulations by studying the influence of the form of the reference signal on dynamic processes in the systems of automatic control of the output coordinate of the converter with widely used proportional (P), integral (I) and proportionally - by integral (PI) regulators. The novelty of the proposed work lies in the determination of the influence of one-sided and two-sided pulse width modulation on the stability and conditions of the process of the finite duration of the automatic control system of the pulse converter of constant voltage. The dynamic characteristics of the system are investigated using impulse models of the pulse DC voltage converter and the use of the Z-transformation mathematical apparatus and simulation modeling. Analytical dependencies were obtained: stability conditions for proportional, integral and proportional-integral regulators; conditions of the process of finite duration of finite duration in a system with an aperiodic link in the load circuit; oscillograms of transition processes that confirm the theoretical results. The practical value lies in the fact that the results obtained in the work provide, during the development of an automatic regulation system with given parameters, the possibility of optimal selection of the type of pulse-width modulation. References 17, figures 15.

Keywords: DC voltage converter, pulse width modulation, pulse model, transfer function, characteristic equation, system stability, process of finite duration.

Надійшла 09.01.2023 Остаточний варіант 30.01.2023