УДК 621.3.011.72

#### НЕЛИНЕЙНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРАНУЛИРОВАННЫХ ТОКОПРОВОДЯЩИХ СРЕД ДЛЯ ШИРОКОГО ДИАПАЗОНА ИЗМЕНЕНИЙ ПРИЛОЖЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

# Н.А.Шидловская, член-корреспондент НАН Украины, С.Н.Захарченко, канд.техн.наук, А.П.Черкасский Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина. E-mail: shydlovska@mail.ua, snzakhar@bk.ru, Cherksa@bk.ru

Рассмотрена адекватность нелинейной и нелинейно-параметрической моделей эквивалентного электрического сопротивления гранулированных токопроводящих сред в широком диапазоне изменения амплитуды напряжения разрядных импульсов. Предложены методики расчета сопротивления рабочей жидкости как составляющей гранулированных токопроводящих сред, а также поиска оптимальных значений коэффициентов функций, аппроксимирующих зависимости сопротивления таких сред от напряжения и тока. Исследованы зависимости параметров эквивалентной электрической E-R-схемы замещения гранулированных токопроводящих сред от амплитуды напряжения разрядных импульсов и приведены их аппроксимации аналитическими функциями. Библ. 18, рис. 6, табл. 3.

*Ключевые слова:* нелинейно-параметрическое сопротивление, гранулированные токопроводящие среды, аппроксимация, параметры невязки.

**Введение.** Гранулированные токопроводящие среды (ГТПС) представляют собой слой контактирующих друг с другом металлических гранул, погруженных в технологическую жидкость с низкой электропроводностью. Протекание электрических токов в них вследствие подвода энергии от генератора импульсов и возникновение плазменных каналов между гранулами являются физической основой технологических процессов получения дисперсных порошков металлов и сплавов, гидрозолей биологически активных металлов, а также обеззараживания и очистки водных потоков с помощью плазмоэрозионной коагуляции [1, 2, 8, 9, 16-18].

С точки зрения электротехники данные среды являются сложными нелинейно-параметрическими нагрузками, сопротивление которых подвержено стохастическим изменениям в широких пределах, как на протяжении импульса тока, так и от импульса к импульсу [3]. В таких условиях апериодический разряд может переходить в колебательный и наоборот в течение одного импульса. Создание адекватных электротехнических моделей таких сред в общем случае сложная и трудно разрешимая задача. Кроме того, использование модели с учетом всех особенностей нагрузки в оптимизационных задачах существенно усложняет их решение. В работах [3-5, 10, 13] показано, что в ряде случаев можно использовать упрощенные модели таких сред, учитывающие только одну из их особенностей, а именно нелинейную, параметрическую или стохастическую.

В рамках разработки нелинейной модели в работе [4] было показано, что одним из наилучших приближений зависимости эквивалентного электрического сопротивления ГТПС от протекающего в них тока является функция на основе гиперболы первой степени. В [4, 6] были приведены эквивалентные электрические схемы замещения данной среды, построенные на основе описанного выше приближения и объяснен физический смысл его коэффициентов. В [4] был проведен поиск оптимальных значений коэффициентов функции, аппроксимирующей зависимость электрического сопротивления слоя алюминиевых гранул в водопроводной воде от протекающего в нем тока, для апериодического разряда конденсатора на такую нагрузку с амплитудой напряжения на ней  $U_m$ =155 В.

<sup>©</sup> Шидловская Н.А., Захарченко С.Н., Черкасский А.П., 2014

Такой режим был близок к оптимальному для очистки сточных вод методом плазмоэрозионной коагуляции с помощью *Al(OH)*<sub>3</sub> [4, 15]. Открытым остался вопрос о поведении коэффициентов данного приближения в широком диапазоне изменений приложенного к нагрузке напряжения.

**Целью** настоящей работы является дальнейшее развитие нелинейной модели сопротивления гранулированной токопроводящей среды в направлении повышения ее адекватности в широком диапазоне приложенного напряжения.

1. Анализ эволюции форм напряжения и тока разрядных импульсов в ГТПС при регулировании их амплитуд в широком диапазоне. В соответствии с методикой, описанной в [4, 15], на той же лабораторной установке в тех же технологических режимах и с теми же параметрами разрядного контура были сняты 11 типичных синхронных осциллограмм напряжения на слое погруженных в водопроводную воду гранул алюминия и тока в нем при разряде конденсатора *C* емкостью 50 мкФ для различных значений начального напряжения на нем. Амплитуда напряжения на нагрузке  $U_m$  регулировалась в диапазоне от 36 до 390 В, а индуктивность разрядного контура *L* составляла 1,8 мкГн. Алюминиевые гранулы имели квазисферическую форму радиусом *r*=0,002 м. Их слой имел форму прямоугольного параллелепипеда длиной  $l_L$ =0,056 м, шириной  $b_L$ =0,022 м и высотой  $h_L$ =0,05 м.

На графиках рис. 1 сплошными линиями обозначены полученные в ходе экспериментов зависимости напряжения на нагрузке от времени u(t), а точками – тока i(t). Пунктирной линией обозначены зависимости мгновенного значения эквивалентного электрического сопротивления среды от времени, полученные как частное значений первой и второй зависимостей в каждый дискретный момент времени:  $R(t_i) = u(t_i)/i(t_i)$ .



Из-за нелинейно-параметрического характера сопротивления нагрузки формы зависимостей от времени напряжения и тока в ней претерпевали изменения при увеличении начального напряжения на конденсаторе. При относительно низких значениях амплитуды напряжения на нагрузке  $U_m$  от 36 до 155 В данные зависимости были похожи на соответствующие зависимости, наблюдаемые при апериодическом разряде конденсатора на активную линейную нагрузку (рис. 1, *a*  $U_m$ =110 В). В первом приближении их формы были похожи на треугольные.

При увеличении значений амплитуды напряжения на нагрузке (рис. 1,  $\delta U_m$ =330 B) скорость его спада после прохождения своего максимума уменьшалась по сравнению с предыдущим случаем, а скорость спада тока, напротив, увеличивалась. Это объясняется существенным увеличением сопротивления ГТПС к концу импульса, которое вызвано уменьшением числа плазменных каналов между гранулами и степени их ионизации вследствие уменьшения приложенного напряжения как ко всему слою, так и к одиночным плазменным каналам между гранулами. Таким образом, в диапазоне изменения амплитуды напряжения  $U_m$  от 155 до 350 В форма его импульса эволюционировала от квазитреугольной к квазитрапецеидальной, а форма импульса тока – от квазитреугольной к квазипараболической с неравносторонними идущими вниз ветвями (рис. 1,  $\delta U_m$ =330 B).

Дальнейшее увеличение амплитуды напряжения на нагрузке в диапазоне от 350 до 390 В еще более усиливало описанные выше тенденции (рис. 1, *в* U<sub>m</sub>=390 В). В квазитрапецеидальной форме

импульса напряжения вершина становилась более плоской и протяженность ее увеличивалась. При значениях напряжения, близких к значениям, соответствующим квазиплоской вершине импульса (свыше 300 В), в подавляющем большинстве последовательно соединенных контактов между гранулами уже сформировались плазменные каналы, на каждом из которых падает напряжение, большее, чем пороговое, минимально необходимое для ионизации газа в таких условиях. Увеличение приложенного ко всему слою гранул напряжения свыше суммы минимально необходимых напряжений ионизации газа во всех последовательно соединенных контактах компенсируется его падением на линейной составляющей сопротивления ГТПС, которая в рассмотренных условиях, как правило, не превышает 1 Ом [4, 15]. Поэтому в таких условиях ток в ГТПС увеличивался значительно, а падение напряжения на них – незначительно. Форма импульса тока становилась более симметричной относительно вертикальной оси, проходящей через его максимум, все сильнее приближаясь к равносторонней параболе (рис. 1,  $G U_m=390$  В). Таким образом, различия форм импульсов напряжения и тока увеличиваются с ростом их значений, что свидетельствует о возрастании роли нелинейности сопротивления ГТПС в таких условиях.

Зависимость мгновенных значений сопротивления ГТПС от времени R(t) (рис. 1) в общем случае содержит несколько локальных экстремумов и инфинумов. Это связано со случайным характером возникновения, эволюции и исчезновения плазменных каналов между металлическими гранулами, что не может быть адекватно отражено в рамках одной лишь нелинейной модели сопротивления ГТПС. Поэтому для повышения точности нелинейной модели, которая создается на основе экспериментальных данных, следует по возможности выбирать осциллограммы с одной модой тока, что, как правило, обеспечивает одну моду зависимости сопротивления от времени.

Значения сопротивления ГТПС в конце разрядного импульса всегда больше, чем в его начале при одинаковых значениях тока. Это связано с эрозией приконтактных зон гранул, а также изменением концентрации эрозионных частиц и продуктов плазмохимического разложения технологической жидкости в зонах, непосредственно соприкасающихся с плазменными каналами в течение импульса тока, т.е. с изменением условий образования и эволюции каналов проводимости между гранулами. Данные явления могут быть учтены только в параметрических моделях сопротивления ГТПС [3], поэтому для повышения точности нелинейных моделей одним из приемов может быть раздельный анализ синхронных осциллограмм напряжения и тока на участках их возрастания и спада. Несмотря на все рассмотренные выше особенности сопротивления ГТПС, его нелинейные модели обладают достаточной для инженерных расчетов точностью [4].

**2.** Определение оптимальных значений коэффициентов функции, аппроксимирующей зависимость электрического сопротивления ГТПС от протекающего в ней тока. Для поиска оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующих функций использовались следующие критерии:

1) минимального значения относительного стандартного отклонения оценки экспериментальных и приближенных значений [12]

$$\min[\upsilon[x, x_A]] = \min[\sigma[x, x_A]/M[x]] = \min\left[\sqrt{N \cdot \sum_{j=1}^N (x_j - x_{A_j})^2} \left/ \sum_{j=1}^N x_j \right], \tag{1}$$

где  $x_j$  – полученные экспериментально значения величины x;  $x_{A_j}$  – полученные в результате аппроксимации значения величины x;  $\sigma[x, x_A]$  – среднеквадратичное отклонение экспериментальных и приближенных значений величины x; M[x] – математическое ожидание экспериментальных значений величины x во всем массиве данных; N – количество значений величины x в рассматриваемом массиве.

2) минимального значения средней в рассматриваемом массиве суммы модулей относительных погрешностей экспериментального и приближенного значений величины *x* 

$$\min\left[\delta\left[\left|x, x_{A}\right|\right]\right] = \min\left[\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left|\left(x_{j} - x_{A_{j}}\right)/x_{j}\right|\right];$$
(2)

3) минимального значения интегрального критерия качества аппроксимации  $\beta_2$ 

$$\min[\beta_2[x, x_A]] = \min[(\nu[x, x_A] + \delta[[x, x_A]])/2];$$
(3)

4) минимального значения интегрального критерия качества аппроксимации  $\beta_3$  [4]

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2014. № 6

$$\min[\beta_3[x, x_A]] = \min[(\upsilon[x, x_A] + \delta[[x, x_A]] + |\delta[x, x_A]])/3],$$
(4)

где  $\delta[x, x_A] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left( \left( x_j - x_{A_j} \right) / x_j \right)$  – средняя сумма относительных погрешностей экспериментального

и приближенного значений величины x для N значений массива.

Использование каждого из перечисленных выше критериев поиска оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующих функций (1) – (4) имеет как преимущества, так и недостатки. Так использование критерия (1) обеспечивает малую среднюю абсолютную разницу экспериментальных и приближенных значений. Однако, если разница между данными, полученными в ходе эксперимента и в результате их аппроксимации, хотя бы в одной точке, имеющей большое значение функции, велика, это существенным образом влияет на определение величины коэффициентов аппроксимирующей функции, приводя к большим погрешностям аппроксимации на других участках. Данный критерий обеспечивает хорошее совпадение истинных и приближенных результатов на участках с большими значениями функции и посредственное – на участках с малыми.

Применение критерия (2) позволяет добиться значительно лучшего совпадения данных экспериментов и их аппроксимации на участках функции с малыми значениями, однако ухудшает его вблизи локальных экстремумов. Использование интегральных критериев  $\min[\beta_2[x, x_A]]$  (3) и  $\min[\beta_3[x, x_A]]$  (4) позволяет добиться компромисса между результатами, полученными с применением критериев (1) и (2) и обеспечивает наилучшее совпадение данных, полученных в ходе эксперимента и в результате их аппроксимации во всем диапазоне изменения аргумента. Входящая в критерий (4) средняя сумма относительных погрешностей экспериментального и приближенного значений, характеризует наличие, величину и знак аддитивной погрешности аппроксимации. Если аппроксимация выполнена корректно, данное слагаемое критерия  $\min[\beta_3[x, x_A]]$  (4) стремится к нулю и критерий  $\min[\beta_3[x, x_A]]$  (4) вырождается в критерий  $\min[\beta_2[x, x_A]]$  (3), который является его частным случаем.

Для нахождения оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующих функций по каждому из критериев (1)–(4) использовался модуль Solver программного пакета Excel. При этом количество экспериментальных точек, определяющее количество уравнений системы для поиска значений коэффициентов аппроксимирующей функции, составляло несколько десятков, что значительно превышает количество коэффициентов аппроксимирующих функций. Иными словами, при таком подходе возможно бесконечное количество комбинаций значений коэффициентов аппроксимирующей функции, которые обеспечивают хорошее совпадение данных эксперимента и их математического приближения в исследуемом диапазоне. В таком случае сложно анализировать поведение коэффициентов аппроксимирующей функции при изменении аргумента в широких пределах.

Для выхода из данной ситуации использовался следующий подход. Во-первых, были найдены нулевые приближения значений коэффициентов функции в результате решения системы уравнений, составленных для характерных точек исследуемых зависимостей (границы диапазона, локальные экстремумы и инфинумы), число которых было равно числу искомых коэффициентов. Во-вторых, в соответствии с физическим смыслом искомых коэффициентов были наложены ограничения на диапазон изменения их значений, а значения некоторых из них были рассчитаны на основании данных, полученных экспериментально, и анализа литературных источников.

Для аппроксимации зависимости эквивалентного электрического сопротивления ГТПС от протекающего в них тока использовалась предложенная в [4] функция на основе гиперболы первой степени

$$R(i) = R_F \left( R_1 + E_1 |i|^{-1} \right) / \left( R_1 + E_1 |i|^{-1} + R_F \right),$$
(5)

где  $E_1$  – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл напряжения источника противо-ЭДС в эквивалентной электрической *E-R*-схеме замещения слоя металлических гранул с плазменными каналами между ними [4], *B*;  $R_1$  – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл линейной составляющей сопротивления слоя гранул, включенной последовательно с источником  $E_1$  в эквивалентной *E-R*-схеме замещения, Ом;  $R_F$  – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл сопротивления технологической жидкости, окружающей гранулы как составляющей сопротивления ГТПС, которое соединено параллельно с цепочкой  $E_1$ -R-схеме замещения, Ом.

В соответствии с изложенным выше подходом, для определения оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующей функции (5) использовались следующие гипотезы.

Гипотеза №1. Значения коэффициента  $E_1$  формулы (5) ограничивались в диапазоне от минимального теоретически возможного значения напряжения возникновения плазменного канала в системе алюминиевый анод – вода – пузырек водорода – катод  $E_{1\min}=15,24$  В, определяемого как сумма потенциала ионизации атома водорода 13,54 В и электродного потенциала  $Al|Al^{3+}$ , равного 1,7 В [11], до амплитудного значения напряжения импульса  $U_m$ . Дополнительно накладывалось условие, что значение  $E_1$  для более высокой амплитуды напряжения не может быть меньше, чем значение  $E_1$  для более низкой амплитуды. Значения коэффициента  $R_1$  формулы (5), исходя из анализа данных [15], ограничивались в диапазоне от 0,1 до 45 Ом.

Сопротивление  $R_F$  в формуле (5) рассчитывалось со следующими упрощениями. Во-первых, полагалось, что в течение одного импульса удельное электрическое сопротивление воды  $\rho_F$  оставалось постоянным и рассчитывалось для каждого значения  $U_m$  по данным [7]. Во-вторых, при определении сопротивления воды в рамках данной гипотезы №1  $R_{FTI}$  вместо сложной формы пространства между гранулами, заполненного водой [6], упрощенно считалось, что она заполняет объем прямоугольного параллелепипеда с расстоянием между плоскими электродами  $l_E=l_L=0,056$  м, их шириной  $b_E=b_L=0,022$  м и высотой  $h_E=0,078$  м. При таких упрощениях имеем:  $R_{FTI}(U_m) \approx \rho_F(U_m) \cdot l_E/b_E \cdot h_E$ .

Гипотеза №2. Нижняя граница  $E_I$ , как и в гипотезе №1, устанавливалась на уровне  $E_{1\min}$  = =15,24 В. Верхняя граница  $E_1$  изменялась ступенчато на 15,24 В при каждом увеличении амплитуды напряжения импульсов на 50 В от опыта к опыту, начиная с минимальной, при которой возникали плазменные каналы между гранулами (40 В) [15]. Иными словами, на основании данных [15] считалось, что каждое увеличение амплитуды напряжения на 50 В гарантированно приводит к возникновению в цепи последовательно соединенных гранул еще одного плазменного канала, на котором падает напряжение 15,24 В, и такой механизм работает, пока между всеми последовательно соединенными гранулами в их слое не возникнут плазменные каналы. На параметр  $R_1$  накладывались те же ограничения, и  $R_F$  вычислялось так же, как и в гипотезе №1.

Гипотеза №3. На параметр  $R_1$  и нижнюю границу  $E_1$  накладывались те же ограничения, и  $R_F$  вычислялось так же, как и в гипотезе №1. Верхняя граница  $E_1$  изменялась ступенчато на 15,24 В при каждом последующем увеличении амплитуды напряжения, если оно составляло более 15,24 В.

**Гипотеза №4.** На параметры  $R_1$  и  $E_1$  накладывались те же ограничения, что и в гипотезе №3. При расчете  $R_F$ , во-первых, учитывалась зависимость  $\rho_F$  от мгновенных значений напряжения на электродах u, полученная как аппроксимация данных [7] функцией

$$\rho_F(u) = \rho_{F0} + \rho_{F1} / u^{a_F} , \qquad (6)$$

где  $\rho_{F0}$  – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл удельного сопротивления при больших значениях приложенного напряжения, но не приводящих к пробою или испарению жидкости, Ом·м;  $\rho_{F1}$  – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл прироста удельного электрического сопротивления при напряжении 1 В по сравнению с его значением при высоких напряжениях, Ом·м· $\sqrt[a_F}B$ ;  $\alpha_F$  – коэффициент аппроксимирующей функции.

Значения коэффициентов данной функции, найденные по критерию  $\beta_2$  (3), составили:  $\rho_{F0}=25,32 \text{ Ом}\cdot\text{м}; \ \rho_{F1}=14,79 \text{ Ом}\cdot\text{м}\cdot\frac{a_F}{\sqrt{B}}; \ \alpha_F=0,7189$ . При этом средняя сумма модулей относительных погрешностей экспериментального и приближенного значений (2) не превысила 1,1%.

Во-вторых, учитывалась форма заполненного водой пространства между электродами и между гранулами [6]. Для этого все пространство, заполненное водой, было разбито на две части. Первая часть пространства между электродами поверх слоя гранул представляла собой прямоугольный параллелепипед, и сопротивление заполняющей его воды вычислялось аналогично, как в гипотезе №1

$$R_{FL1}(u) = \rho_F(u) \cdot l_E / b_E \cdot (h_E - h_L).$$
<sup>(7)</sup>

Вторая часть пространства состояла из  $m_s = Int[l_L/r]$  соединенных последовательно вдоль направления тока и  $n_p = Int[b_L/2r] \cdot Int[h_L/2r]$  соединенных параллельно элементарных объемов воды, окружающей полусферу металлической гранулы, каждый из которых, согласно допущениям, принятым в [6], был ограничен боковыми поверхностями коаксиальных цилиндров, с одного торца – по-

ISSN 1607-7970. Техн. електродинаміка. 2014. № 6

верхностью полусферы с отсутствующим эрозионным сегментом с радиусом основания  $r_1$  и высотой h, а с другого – плоскостью [6]. Радиус внешнего цилиндра равен радиусу гранулы r, а радиус внутреннего – радиусу основания эрозионного сегмента  $r_1$ . Сопротивление элементарного объема жидкости такой формы, согласно [6], может быть рассчитано по формуле

$$R_{FL2S} = \rho_F(u) / 2\pi r \left[ \ln \left| \frac{r}{h} \right| + \frac{h}{r} - 1 \right].$$
<sup>(8)</sup>

На практике высоту эрозионного сегмента измерить сложно. Для этого необходимо сделать шлиф гранулы в плоскости, перпендикулярной основному направлению тока в эрозионной лунке, однако высоту эрозионного сегмента легко рассчитать, зная радиус его основания и радиус гранулы [6]

$$h = r - \sqrt{r^2 - r_1^2} \,. \tag{9}$$

Для каждого из девяти исследованных режимов плазмоэрозионной обработки поверхности алюминиевых гранул, которые отличались амплитудой напряжения импульсов, в описанных выше условиях [4, 15] под оптическим микроскопом были определены диаметры пяти эрозионных лунок. По этим данным на рис. 2 точками представлена экспериментальная зависимость среднего по пяти значениям размера радиуса основания эрозионных сегментов от амплитуды напряжения разрядных импульсов. В первом приближении данная зависимость может быть аппроксимирована линейной функцией  $r_1 \approx k_r \cdot U_m$  (сплошная линия на рис. 2). При этом диапазон амплитуд напряжений импульсов, при которых не возникают плазменные каналы (в нашем случае до 40 В), лежит вне области допустимых значений аргумента указанной функции. Значение эмпирического коэффициента  $k_r$ , найденное по критерию min  $\left[\beta_2[r_1, r_{1A}]\right]$  (3), в данном конкретном случае составило 2,051·10<sup>-6</sup> м/В. Штриховой линией на рис. 2 показана рассчитанная на основании данной аппроксимации с учетом (9) зависимость высоты эрозионного сегмента от амплитуды напряжения импульсов.

С учетом (6), (8), (9) и сказанного выше, сопротивление воды, находящейся в пространстве между гранулами  $R_{FL2}$ , определяется по формуле

$$R_{FL2}(u, U_m) = \frac{-Int[l_L/r] \cdot (\rho_{F0} + \rho_{F1}/u^{a_F})}{Int[b_L/2r] \cdot Int[h_L/2r] \cdot 2\pi r \left[ \ln \left| \left(1 - \sqrt{1 - (k_r U_m/r)^2}\right) \right| + \sqrt{1 - (k_r U_m/r)^2} \right]}.$$
(10)

Данная зависимость при описанных выше значениях параметров на рис. 3 показана точками. В общем случае она является нелинейно-параметрической, поскольку размер h зависит не только от величины приложенного напряжения, но и от времени его действия, т.е. от энергии, выделенной в приконтактной зоне гранулы, которая приводит к образованию на ее поверхности эрозионной лунки. Однако в случае одинаковой длительности импульсов напряжения и тока при их неизменной форме с некоторыми допущениями можно полагать, что размеры эрозионной лунки, определяющие размер эквивалентного эрозионного сегмента, зависят только от приложенного напряжения. Тогда зависимость (10) можно свести к нелинейной.



Штриховой линией на рис. 3 представлена зависимость от мгновенного значения напряжения сопротивления воды, находящейся над слоем гранул  $R_{FL1}$ , рассчитанная по (7) с учетом (6), а сплошной линией – зависимость от приложенного напряжения эквивалентного сопротивления обеих соединенных параллельно частей пространства, заполненного водой:  $R_{FT4}(u) =$  $= R_{FL1}(u)R_{FL2}(u)/(R_{FL1}(u) + R_{FL2}(u)).$ Заметим, что данное выражение

справедливо для импульсов с амплитудой напряжения от 40 В, при которых возникают сквозные каналы проводимости между гранулами от электрода к электроду. В противном случае общее сопротивление всей жидкости определяется из (7). Рассчитанные по (10) значения сопротивления всей жидкости при амплитуде напряжения импульсов до 40 В на порядок меньше значений, рассчитанных по (7). При этом, по сравнению с использованием (7) для данного диапазона амплитуд напряжений значение средней для всего импульса суммы модулей относительных погрешностей экспериментального и приближенного значений эквивалентного сопротивления ГТПС  $\delta[|R, R_4|]$  (2) возрастает на 2%.

Как видно из рис. 3, сопротивление  $R_{FL2}$  увеличивается с ростом напряжения, кроме того, оно на порядок меньше, чем  $R_{FL1}$ , поэтому является определяющим при их параллельном соединении. Вот почему сопротивление всего слоя воды увеличивается с ростом напряжения, в то время как ее удельное сопротивление падает. Учет формы заполненного водой пространства между гранулами  $R_{FL2}$  в данной гипотезе определяет значения общего сопротивления жидкости  $R_{FT4}$ , которые в 2–3 раза ниже, рассчитанных в рамках предыдущих гипотез, что очень существенно при расчете электрохимического действия тока импульсов.

**Гипотеза №5.** При определении параметров  $E_1$ ,  $R_1$  и  $R_F$  применялись те же методики, ограничения и допущения, что и в гипотезе №4, но в качестве исходных данных использовались только те значения напряжения на нагрузке и тока в ней, которые соответствовали заднему фронту тока импульса рис. 1.

Зависимости мгновенных значений сопротивления ГТПС от мгновенных значений протекающего в них тока R(i), построенные по результатам эксперимента рис. 1 для трех импульсов с амплитудами напряжения  $U_m$ =110 В (рис. 4, *a*), 330 В (рис. 4, *b*) и 390 В (рис. 4, *b*), показаны полыми треугольниками. Заметим, что зависимости мгновенных значений сопротивления ГТПС от мгновенных значений приложенного к ним напряжения R(u) имеют вид, подобный рис. 4, поэтому здесь не приводятся. Аппроксимации зависимостей R(i) функцией (5), значения коэффициентов которой найдены по критерию  $\beta_2$  (3) для гипотезы №1, показаны на рис. 4 точками, а для гипотезы №5 – сплошными линиями.

Как показала практика, использование критериев min  $[\beta_2[R, R_A]]$  (3) и min  $[\beta_3[R, R_A]]$  (4) для поиска оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующей функции (5) обеспечивало наилучшее качество аппроксимации во всем исследованном диапазоне изменения аргумента. Кроме того, значения коэффициентов, найденные по этим критериям, отличались между собой только на несколько процентов. Поскольку применение критерия min  $[\beta_2[x, x_A]]$  (3) требует меньшего объема вычислений, чем min  $[\beta_3[x, x_A]]$  (4) и позволяет сократить число итераций при использовании модуля Solver, данный критерий был принят основным во всех вычислениях.



Рис. 4

При построении графиков рис. 5 *a*, *б*, *в* использовались соответственно гипотезы №1, №3 и №5 поиска оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующей зависимость мгновенного сопротивления ГТПС от протекающего в них тока функции (5). Штрих-пунктирной линией на рис. 5, *а* 

показана зависимость от амплитуды напряжения значений средних для каждого импульса сумм модулей относительных погрешностей экспериментального и приближенного значений мгновенного сопротивления ГТПС, найденных согласно (2), для случая, когда коэффициенты (5) не подбирались отдельно для каждого импульса, а были оптимальными для импульса с амплитудой напряжения 155 В  $\delta[[R, R_A]]_{155B}$ . Значения коэффициентов (5) были рассчитаны в [4] по критерию (2).

Очевидно, что минимальное значение средней суммы модулей относительных погрешностей экспериментального и приближенного значений сопротивления ГТПС этой зависимости будет наблюдаться при значении амплитуды напряжения 155 В, для которого и были рассчитаны оптимальные значения коэффициентов (5). С увеличением отклонения амплитуды напряжения от значения 155 В как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения, данная погрешность растет, что особенно заметно при напряжениях менее 100 В (65% от 155 В) и более 320 В (206% от 155 В), где она превышает допустимое для оценочных расчетов значение. Данный факт обуславливает необходимость исследования зависимости оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующей функции (5) от амплитуды напряжения импульсов, что существенно повышает адекватность нелинейной модели таких сред.

Исключением является точка, соответствующая амплитуде напряжения импульсов 36 В, при которой не возникает плазменных каналов между гранулами. В этом случае напряжение импульса уравновешивается напряжением источника противо-ЭДС в эквивалентной *E-R*-схеме замещения [4]. При данных параметрах импульса значение амплитуды его напряжения оказалось близким к значению коэффициента  $E_1$  функции (5), оптимальному для амплитуды напряжения импульсов 155 В. Это обусловило низкую погрешность при рассматриваемой амплитуде напряжения.

Сплошными линиями на рис. 5 показаны зависимости от амплитуды напряжения средних для каждого импульса сумм модулей относительных погрешностей экспериментального и приближенного (5) значений сопротивления ГТПС  $\delta[R, R_A]$ , найденных согласно (2). В данном случае для каждого из исследованных *n*=11 импульсов были найдены свои оптимальные значения коэффициентов аппроксимирующей функции (5) по критерию (2).

Точками на рис. 5 показаны зависимости от амплитуды напряжения для каждого импульса параметра невязки  $\beta_2[R, R_A]$  (3) аппроксимаций функцией (5) значений мгновенного сопротивления ГТПС. В данном случае для каждого из исследованных n=11 импульсов были найдены свои оптимальные значения коэффициентов аппроксимирующей функции (5) по критерию (3). Как следует из рис. 5, с увеличением точности расчета коэффициентов аппроксимирующей функции (5), что в данном конкретном случае соответствует увеличению номера предложенных гипотез, значения параметров невязки аппроксимации зависимости сопротивления ГТПС от протекающего в них тока уменьшаются.





С целью сравнительного анализа эффективности гипотез и критериев поиска оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующей зависимость *R(i)* функции (5) были рассчитаны сред-

ние арифметические значения параметров невязки аппроксимации всех n=11 исследованных импульсов с различными значениями амплитуды напряжения  $U_m$ :  $\overline{\upsilon}[R, R_A] = \sum_{i=1}^n \upsilon[R, R_A]_{Umi} / n$ ,

$$\overline{\delta}[[R,R_A]] = \sum_{j=1}^n \delta[[R,R_A]]_{U_{mj}} / n$$
 и  $\overline{\beta}_2[R,R_A] = \sum_{j=1}^n \beta_2[R,R_A]_{U_{mj}} / n$ , (табл. 1).

Таблица 1

Гипотеза	Критерии поиска оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующих функций								
	$\min[\upsilon[R,R_A]]$			$\min\left[\delta\left[R,R_{A}\right]\right]$			$\min[\beta_2[R,R_A]]$		
	Средние арифметические значения параметров невязки аппроксимации								
	$\overline{\upsilon}[R,R_A]$	$\overline{\delta}[[R,R_A]],\%$	$\overline{eta}_2$	$\overline{\upsilon}[R,R_A]$	$\overline{\delta}[[R,R_A]],\%$	$\overline{eta}_2$	$\overline{\upsilon}[R,R_A]$	$\overline{\delta}[[R,R_A]],\%$	$\overline{eta}_2$
Nº1	0,684	9,009	1,060	0,891	8,034	1,099	0,813	8,711	0,923
N₂2	0,637	18,974	2,539	0,670	13,288	1,033	0,645	13,428	1,028
Nº3	0,383	12,983	1,234	0,576	8,835	1,116	0,412	8,763	0,995
<u>№</u> 4	0,361	11,983	1,264	0,414	7,898	1,112	0,364	8,265	1,023
<u>№</u> 5	0,304	11,594	1,304	0,355	6,852	1,124	0,326	7,069	1,047

Как следует из данных рис. 4, рис. 5 и табл. 1, по мере перехода от гипотезы №1 с наименее строгими ограничениями диапазона изменения коэффициентов (5) к другим, в которых данный диапазон сужается и повышается точность расчета коэффициентов (5) с увеличением порядкового номера гипотезы, значения всех трех показателей невязки аппроксимации, как правило, уменьшаются. Это особенно заметно при использовании соответствующих параметрам невязки критериев нахождения оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующей функции (5).

Исключением является гипотеза №2. Установленный в гипотезе №2 порог напряжения возникновения очередного плазменного канала в цепи последовательно соединенных гранул величиной 50 В, исходя из условия его гарантированного возникновения, оказался явно завышен. Этот недостаток был устранен в последующих гипотезах, что повысило качество аппроксимации. Использование гипотезы №5 по сравнению с гипотезами №1 и №3 (рис. 5) позволяет существенно уменьшить среднюю для всего импульса сумму модулей относительных погрешностей экспериментального и приближенного значений эквивалентного сопротивления ГТПС при амплитудах напряжения до 300 В. При более высоких значениях амплитуд напряжения импульсов сильнее проявляется параметрический характер нагрузки, и уточнение ее нелинейной модели не приводит к существенному уменьшению погрешностей аппроксимации. Кроме того, в рассматриваемом конкретном случае импульсы тока, соответствующие импульсам напряжения с амплитудой от 300 до 350 В, содержали ярко выраженную вторую моду, вызванную стохастическими переключениями каналов проводимости между гранулами.

Как показали расчеты, в рамках каждого отдельно взятого импульса наибольшая чувствительность параметров невязки аппроксимации наблюдалась к изменениям коэффициента  $E_1$  функции (5), а наименьшая – к изменениям  $R_F$ . Поэтому основное внимание при аппроксимации зависимости R(i) формулой (5) следует уделять поиску оптимальных значений коэффициента  $E_1$ , а коэффициент  $R_F$  может быть вообще предварительно рассчитан по формуле (10) для каждого значения напряжения. Как следует из рис. 4, в рамках каждого отдельно взятого импульса влияние гипотезы определения оптимальных значений коэффициентов аппроксимирующей функции на качество аппроксимации незначительно: кривые, построенные с использованием гипотезы №1 (обозначены точками), практически совпадают с кривыми, построенными с использованием гипотезы №5 (обозначены сплошными линиями). Кривые, построенные с использованием гипотезы №2–№4, практически совпадали с описанными выше кривыми, поэтому на рис. 4 не приводятся.

3. Влияние амплитуды напряжения импульсов на величину коэффициентов функции, аппроксимирующей сопротивление ГТПС от протекающего в них тока. На рис. 6, *a*, *б*, *в*, с использованием гипотез №1, №3 и №5 соответственно полыми кружками показаны зависимости импульсов оптимальных значений коэффициента  $E_1$  от амплитуды напряжения, а полыми треугольниками – коэффициента  $R_1$  формулы (5), которые найдены для каждого импульса по критерию  $\min[\beta_2[R,R_A]]$  (3). Из анализа данных зависимостей следует, что описанные выше гипотезы имеют существенное влияние на удобство и точность аппроксимации данных зависимостей аналитическими функциями.

Во-первых, с увеличением номера гипотезы уменьшаются отклонения значений коэффициентов функции (5) в соседних точках от их среднего арифметического значения (рис. 6), что снижает сложность аппроксимирующих зависимости  $E_1(U_m)$  и  $R_1(U_m)$  функций и значения параметров невязки такой аппроксимации. Из рис. 6 видно, что с увеличением номера гипотезы зависимость  $E_1(U_m)$  в исследованном диапазоне приобретает все более выраженный линейный характер. Электрофизические явления, возникающие в слое металлических гранул при протекании в нем импульсного электрического тока, определяющие такой характер данной зависимости в исследованном диапазоне изменения аргумента, описаны выше. Во-вторых, с увеличением номера гипотезы уменьшаются средние значения параметров невязки аппроксимации зависимости R(i) во всем диапазоне изменения напряжения импульсов (табл. 1).

Как следует из рис. 6, зависимость  $R_1(U_m)$  имеет вид, подобный зависимости среднего за время импульса эквивалентного сопротивления слоя алюминиевых гранул от амплитуды его напряжения, подробно описанной в [15] с ярко выраженным супренумом при значении аргумента 250 В. Очевидно, что рассматриваемая зависимость, также как и зависимость, описанная в [15], имеет три характерных участка. На первом участке (40 В  $< U_m < 250$  В) она монотонно возрастает, что объясняется преобладанием тенденций возникновения последовательно включенных плазменных каналов между металлическими гранулами, а также увеличения их длины над тенденциями увеличения числа параллельно соединенных плазменных каналов, их расширения и повышения степени ионизации.

На втором участке (250 В  $< U_m < 350$  В) исследуемая зависимость монотонно убывает. На нем преобладают тенденции увеличения числа параллельно соединенных плазменных каналов, их расширения и повышения степени ионизации над тенденциями возникновения последовательно включенных плазменных каналов между металлическими гранулами, а также увеличения их длины.



На третьем участке (350  $B < U_m < 390 B$ ) скорость убывания исследуемой зависимости уменьшается. К сожалению, аппаратные ограничения диапазона исследований не позволили в полной мере изучить ее поведение на третьем участке. Однако тот факт что  $R_1$  не может принимать отрицательные значения (ГТПС является потребителем, а не генератором электрической энергии), а также исследованный в [15] вид зависимости среднего за время импульса сопротивления ГТПС от амплитуды напряжения импульсов позволяют предположить, что на данном участке наблюдается насыщение функции  $R_1(U_m)$  при дальнейшем увеличении аргумента. На данном участке описанные выше противоборствующие тенденции компенсируют друг друга, и значения функции слабо зависят от значений аргумента.

На рис. 6 сплошными линиями показаны аппроксимации зависимостей  $E_1(U_m)$  линейной функцией

$$E_{1A1}(U_m) = a_{E11}U_m, (11)$$

штрих-пунктирными линиями – аппроксимации зависимостей  $E_1(U_m)$  комбинацией линейной и экспоненциальной функций:

$$E_{1A2}(U_m) = a_{E21} \cdot U_m + a_{E22} \cdot \exp[a_{E23} \cdot U_m].$$
(12)

Здесь  $a_{E11}$ ,  $a_{E21}$ ,  $a_{E22}$ ,  $a_{E23}$  – коэффициенты аппроксимирующих функций.

В табл. 2 и табл. 3 приведены значения коэффициентов аппроксимации зависимостей  $E_1(U_m)$  формулами (11), (12) и  $R_1(U_m)$  формулами (13) и (14) соответственно, а также средние арифметические значения сумм модулей относительных погрешностей их приближения  $\delta[|E_1, E_{1A}|]$  и  $\delta[|R_1, R_{1A}|]$  для гипотез №1, №3 и №5 по трем критериям. Как видно из рис. 6 и табл. 2, при больших значениях аргумента функция (12) обеспечивает лучшее совпадение экспериментальных и аппроксимированных значений по сравнению с функцией (11). Это особенно заметно при использовании гипотез №1 (рис. 6, *a*) и №3 (рис. 6, *б*), где наблюдается резкое возрастание исследуемой функции вблизи верхней границы изменения аргумента. В остальном диапазоне изменения аргумента, а также при использовании гипотезы №5 обе функции (11) и (12) обеспечивают достаточную для инженерных расчетов точность аппроксимации, поэтому может быть использована менее сложная функция (11).

Штриховыми линиями на рис. 6 показаны аппроксимации зависимостей  $R_1(U_m)$  суммой экспоненциальных функций

$$R_{1A1}(U_m) = a_{R11} - a_{R12} \cdot \exp[-a_{R13} \cdot U_m] - \exp[a_{R14} \cdot U_m - a_{R15}],$$
(13)

а точками – аппроксимации зависимостей  $R_1(U_m)$  суммой экспоненциальных и линейной функций

$$R_{1,42}(U_m) = a_{R21} - (a_{R22} \cdot U_m - a_{R23}) \cdot \exp[a_{R24} \cdot U_m - a_{R25}] + \exp[a_{R26} \cdot U_m - a_{R27}],$$
(14)

где  $a_{R11} - a_{R16}$ ,  $a_{R21} - a_{R27}$  – коэффициенты аппроксимирующих функций.

Гипо-	Кпитепий	$a_{E21}$	$a_{_{E22}}$	$a_{E23}$	$\delta[\![E_1,E_{1A}]\!],$	
теза	nphitepini	$a_{E11}$	_	-	%	
<u>№</u> 1	$\min[v] [E \in \mathbb{R}]$	0,404	1,22E-75	0,451	23,848	
	$\lim [\mathcal{O}[L_1, L_{1A}]]$	0,423	_	-	25,417	
	$\min[\delta [F F]]$	0,425	1,22E-35	0,216	21,761	
		0,437	—	_	23,333	
	$\min[B[F F]]$	0,410	3,91E-45	0,272	21,022	
	$\lim \left[ \mathcal{P}_2 \left[ \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_{1A} \right] \right]$	0,414	_	_	22,565	
	$\min[v[E \ E \ ]]$	0,354	7,68E-27	0,163	15,424	
		0,374			14,296	
No3	$\min[\delta [E, E, J]]$	0,401	1,22E-35	0,214	9,669	
5125		0,400	_	_	10,519	
	$\min[\beta [E E]]$	0,396	1,30E-35	0,214	10,285	
	$[\mu_1, \mu_1, \mu_1]$	0,395	—	_	11,242	
	$\min[v[E \ E \ ]]$	0,126	16,212	0,005	11,094	
		0,396	—	_	13,228	
<b>№</b> 5	$\min[\delta [E, E, J]]$	0,251	11,032	0,004	5,890	
		0,406	—	_	9,593	
	$\min[\beta [E E]]$	0,237	10,853	0,005	5,833	
	$[P_2[D_1, D_{1A}]]$	0,406	—	—	9,125	

Таблица 2

Как следует из данных табл. 2 и табл. 3. использование критериев  $\min\left[\delta\left[|E_1, E_{1A}|\right]\right]$  и  $\min\left[\delta\left[|R_1, R_{1A}|\right]\right]$  (2) поиска оптимальных значений коэффициентов приближений  $E_1(U_m)$  и  $R_1(U_m)$  соответственно обеспечивает наименьшее среднее арифметическое сумм модулей относительных погрешностей их аппроксимаций. Применение критериев  $\min\left[\beta_{2}\left[E_{1},E_{1A}\right]\right] \quad и \quad \min\left[\beta_{2}\left[R_{1},R_{1A}\right]\right] \quad (3)$ позволяет получить результаты, которые незначительно отличаются от результатов, полученных с использованием критериев Использование критериев (2).  $\min[\upsilon[E_1, E_{1A}]]$ и  $\min[\upsilon[R_1, R_{1A}]]$ (1)приводит к самым большим значениям ука-занных погрешностей.

Использование более точной формулы (12) аппроксимации зависимости  $E_1(U_m)$  вместо (11) позволяет уменьшить

указанную выше погрешность при использовании гипотезы №5 до 1,7 раз, и до 1,2 раза - при

использовании гипотезы №3, кроме случая с применением критерия  $\min[\upsilon[E_1, E_{1A}]]$ . Использование более точной формулы (14) аппроксимации зависимости  $R_1(U_m)$  вместо (13) позволяет уменьшить данную погрешность до 1,3 раза для гипотезы №3 с критерием  $\min[\upsilon[R_1, R_{1A}]]$  и увели-чивает до 1,3 раза – для гипотезы №5 с критерием  $\min[\beta_2[R_1, R_{1A}]]$ .

Как видно из рис. 6 и табл. 3, функция (13) обеспечивает наилучшее совпадение экспериментальных и аппроксимированных значений при малых и средних значениях аргумента в исследованном диапазоне. При больших значениях аргумента лучшее совпадение экспериментальных и аппроксимированных значений обеспечивает функция (14). Точность аппроксимации обеими функциями (13) и (14) возрастает с увеличением номера гипотезы.

Таблина	3
таолица	•

Гипо- теза	Критерий	<i>a</i> <sub><i>R</i>21</sub>	<i>a</i> <sub><i>R</i>22</sub>	$a_{R23}$	<i>a</i> <sub><i>R</i>24</sub>	<i>a</i> <sub><i>R</i>25</sub>	$a_{R26}$	<i>a</i> <sub><i>R</i>27</sub>	$\delta[R_1,R_{1A}],$
		$a_{R11}$	$a_{R12}$	$a_{R13}$	$a_{R14}$	$a_{R15}$	_	_	%
<u>№</u> 1	$\min[\upsilon[R_1,R_{1A}]]$	0,259	0,032	8,246	0,017	4,342	0,026	6,424	41,258
		12,537	12,393	0,001	0,008	1,791	-	_	48,141
	$\min\left[\delta\left[R_{1},R_{1A}\right]\right]$	6,31E-12	0,038	12,776	0,011	3,548	0,032	10,902	41,251
		2,649	2,754	0,010	0,004	0,708	Ι	_	33,236
	$\min[\beta_2[R_1,R_{1A}]]$	6,31E-12	0,041	14,395	0,011	3,721	0,043	15,698	35,240
		5,968	5,959	0,002	0,008	1,877	_	_	36,192
<u>№</u> 3	$\min[\upsilon[R_1,R_{1A}]]$	1,45E-08	0,032	9,112	0,011	3,027	0,019	5,116	15,552
		12,272	11,800	0,001	0,007	1,261	_	_	20,863
	$\min\left[\delta\left[R_{1},R_{1A}\right]\right]$	6,31E-12	0,038	12,779	0,011	3,549	0,032	10,9	12,776
		8,807	8,460	0,001	0,007	1,556	_	_	14,035
	$\min[\beta_2[R_1,R_{1A}]]$	6,31E-12	0,028	9,980	0,009	3,214	0,031	11,796	16,071
		4,552	4,268	0,003	0,006	1,507	_	_	15,227
<b>№</b> 5	$\min[\nu[R_1,R_{1A}]]$	1,45E-08	0,038	10,193	0,013	3,448	0,021	5,308	37,343
		4,540	4,748	0,004	0,007	1,677	-	_	37,819
	$\min\left[\delta\left[R_{1},R_{1A}\right]\right]$	6,31E-12	0,038	12,779	0,011	3,549	0,032	10,9	19,776
		3,573	3,242	0,008	0,004	0,217	-	-	14,269
	$\min[\beta_2[R_1,R_{1A}]]$	6,31E-12	0,038	12,779	0,011	3,549	0,032	10,9	28,450
		3,573	3,242	0,008	0,004	0,217	_	_	19,899

Таким образом, гипотеза №5 по сравнению с гипотезой №3 позволяет значительно уменьшить погрешность аппроксимации  $E_1(U_m)$  линейной функцией (11) и функцией (12), линейная составляющая которой значительно превосходит экспоненциальную, однако при этом возрастает погрешность аппроксимации  $R_1(U_m)$  функциями (13) и (14). Иными словами, уменьшение погрешности линеаризации  $E_1(U_m)$  в рамках гипотезы №5 увеличивает погрешность аппроксимации  $R_1(U_m)$  аналитическими функциями.

### Выводы.

1. Впервые создана нелинейно-параметрическая модель сопротивления ГТПС, адек-ватная в широком диапазоне изменения напряжения разрядных импульсов (от 23% до 250% номи-нального значения), как при низких значениях, не приводящих к возникновению плазменных каналов между гранулами (до 36 В), так и при высоких, обеспечивающих развитые искровые каналы между всеми гранулами слоя (свыше 390 В).

2. Несмотря на сложный нелинейно-параметрический характер сопротивления ГТПС, которое к тому же подвержено стохастическим изменениям, его нелинейная модель без учета параметрических и стохастических изменений обеспечивает достаточную для оценочных расчетов точность в диапазоне изменения амплитуды напряжения импульсов от 65% до 206% номинального значения в рассмотренных случаях. С повышением амплитуды напряжения (в нашем случае выше 320 В) ярче проявляется параметрический характер сопротивления ГТПС, о чем свидетельствуют увеличение

значений его параметров невязки, а также увеличение разности сопротивлений при одних и тех же значениях тока, соответствующих переднему и заднему фронтам его импульса.

3. Увеличение амплитуды импульсов напряжения на ГТПС из-за электрофизических свойств данных сред приводит к снижению скорости его спада после прохождения своего максимума и увеличению скорости спада тока на его заднем фронте. Как следствие, формы импульсов напряжения и тока эволюционируют от квазитреугольных при низких значениях их амплитуд до квазитрапецеидальной для напряжения, и квазипараболической для тока при высоких значениях их амплитуд.

4. Ограничение диапазонов изменения значений коэффициентов функций, аппроксимирующих зависимости сопротивления ГТПС, основанное на особенностях электрофизических процессов, а также предварительный аналитический расчет некоторых из них позволяют снизить значения параметров невязки аппроксимаций.

5. Зависимость напряжения источника противо-ЭДС  $E_1$  в эквивалентной *E-R*-схеме замещения сопротивления ГТПС от амплитуды напряжения импульсов с достаточной точностью описывается линейной функцией до тех пор, пока во всех последовательно включенных контактах между гранулами не возникают развитые искрения.

6. Зависимость сопротивления *R*<sub>1</sub> в эквивалентной *E-R*-схеме замещения сопротивления ГТПС от амплитуды напряжения импульсов подобна зависимости от того же аргумента среднего за время импульса эквивалентного сопротивления ГТПС. Обе зависимости имеют ярко выраженный супренум при средних значениях аргумента и участок с малыми значениями функции и ее производной – при больших значениях аргумента.

1. Гончарук В.В., Щерба А.А., Захарченко С.Н., Савлук О.С., Потапченко Н.Г., Косинова В.Н. Дезинфицирующее действие объёмного электроискрового разряда в воде // Химия и технология воды. – 1999. – №3. – Т. 21. – С. 328 – 336.

2. Даниленко Н.Б., Галанов А.И., Корнев Я.И., Балухтин П.В., Шиян Л.Н., Юрмазова Т.А., Яворовский Н.А., Савельев Г.Г. Применение импульсных электрических разрядов в водных растворах для получения наноматериалов и их использование для очистки воды // Нанотехника. – 2006. – № 4(8). – С. 81–90.

**3**. Захарченко С.Н., Шидловская Н.А. Моделирование сопротивления гранулированных токопроводящих сред параметрическими зависимостями // Электронное моделирование. – 2012. – 34, №5. – С. 91–102.

**4**. Захарченко С.Н. Моделирование зависимости электрического сопротивления гранулированных токопроводящих сред от протекающего в них импульсного тока // Техн. електродинаміка. – 2012. – №5. – С. 17–27.

5. Захарченко С.М. Статистичні дослідження еквівалентного електричного опору гетерогенного струмопровідного середовища при його електроерозійній обробці на прикладі гранул алюмінію у воді // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2013. – №1 (133). – С. 62–67.

6. Захарченко С.Н. Физическая модель гранулированной токопроводящей среды // Технічна електродинаміка. – 2012. – №6. – С. 19–26.

7. Захарченко С.Н. Влияние напряженности внешнего электрического поля и температуры на сопротивление искроэрозионных гидрозолей металлов // Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. – 2012. – № 33. – С. 113–120.

**8**. Левченко В.Ф., Глупак А.Н. Электроимпульсная очистка сточных вод машиностроительных предприятий // Проблемы машиностроения. – 1998. – Т.1. – №3–4. – С. 138–140.

9. Лопатько К.Г., Мельничук М.Д. Фізика, синтез та біологічна функціональність нанорозмірних об'єктів. – К.: Видавничий центр НУБіП України, 2013. – 297 с.

**10**. Подольцев А.Д., Супруновская Н.И. Моделирование и анализ электроразрядных процессов в нелинейной *RLC* цепи // Техн. електродинаміка. Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2006. – Ч.4. – С. 3–8.

11. Стромберг А.Г., Семченко Д.П. Физическая химия. – М.: Высшая школа, 2009. – 528 с.

**12**. *Ціделко В.Д., Яремчук Н.А*. Невизначеність вимірювання. Обробка даних і подання результату вимірювання. – К.: Політехніка, 2002. – 176 с.

**13**. Шидловский А.К., Щерба А.А., Супруновская Н.И. Энергетические процессы в электроимпульсных установках с емкостными накопителями энергии. – К.: Интерконтиненталь-Украина, 2009. – 208 с.

**14**. Щерба А.А., Супруновская Н.И. Синтез электрических цепей с емкостными накопителями энергии в полупроводниковых формирователях мощных разрядных импульсов // Техн. електродинаміка. – 2014. – №1.– С. 3–11.

**15**. Щерба А.А., Подольцев А.Д., Захарченко С.Н. Регулирование динамических параметров технологических систем объёмной электроискровой обработки гетерогенных токопроводящих сред // Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. Електротехніка' 2001. – 2001. – С. 3–16.

**16**. Berkowitz A.E., Hansen M.F., Parker F.T., Vecchio K.S., Spada F.E., Lavernia E.J., Rodriguez R. Amorphous soft magnetic particles produced by spark erosion // J. Magn. Magn. Mater. -2003.  $-N_{\rm P}$  1. -Pp. 254–255.

**17**. *Carrey J., Radousky H.B., Berkowitz A.E.* Spark-eroded particles: influence of processing parameters // J. Appl. Phys. – 2004. – Vol. 95. – № 3. – Pp. 823–829.

**18**. Nguyen P.K, Jin S., Berkowitz A.E. Mn-Bi particles with high energy density made by spark erosion // J. Appl. Phys. – 2014. – Vol. 115, 17A756.

#### УДК 621.3.011.72 НЕЛІНІЙНО-ПАРАМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРИЧНОГО ОПОРУ ГРАНУЛЬОВАНИХ СТРУМОПРОВІДНИХ СЕРЕДОВИЩ ДЛЯ ШИРОКОГО ДІАПАЗОНУ ЗМІН ПРИКЛАДЕНОЇ НАПРУГИ

Н.А. Шидловська, чл.-кор. НАН України, С.М. Захарченко, канд.техн.наук, О.П. Черкаський Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна. E-mail: shydlovska@mail.ua, snzakhar@bk.ru, Cherksa@bk.ru

Розглянуто адекватність нелінійної та нелінійно-параметричної моделей еквівалентного електричного опору гранульованих струмопровідних середовищ у широкому діапазоні змін амплітуди напруги розрядних імпульсів. Запропоновано методики розрахунку опору робочої рідини як складової гранульованих струмопровідних середовищ, а також пошуку оптимальних значень коефіцієнтів функцій, апроксимуючих залежності опору таких середовищ від напруги та струму. Досліджено залежності параметрів еквівалентної Е-R схеми заміщення гранульованих струмопровідних середовищ від амплітуди напруги розрядних імпульсів та наведено їхні апроксимції аналітичними функціями. Бібл. 18, табл. 3, рис. 8.

*Ключові слова*: нелінійно-параметричний опір, гранульовані струмопровідні середовища, апроксимація, параметри нев'язки.

## NONLINEAR-PARAMETRICAL MODEL OF ELECTRICAL RESISTANCE OF CURRENT- CARRYING GRANULATED MEDIUMS FOR A WIDE RANGE OF APPLIED VOLTAGE

N.A. Shydlovska, S.M. Zakharchenko, O.P. Cherkasskyi Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine, pr. Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine. E-mail: shydlovska@mail.ua, snzakhar@bk.ru, Cherksa@bk.ru

In this paper the adequacy of nonlinear and nonlinear-parametric models of equivalent electrical resistance of the current-carrying granulated mediums is considered in a wide range of applied voltage amplitude of the discharge pulses. The methods for calculating the resistance of the working liquid as a component of granulated current-carrying mediums, and searching the optimal values of the coefficients of functions which approximates the dependence of the resistance of such mediums from the voltage and current is proposed. The dependence of the parameters of the equivalent electrical ER-circuit of current-carrying granulated mediums from the applied voltage amplitude of the discharge pulses is investigated and given their approximations by analytic functions. References 18, figures 6, tables 3. **Key words**: nonlinear-parametrical resistance, granular current-carrying mediums, approximation, parameters of residual.

1. Goncharuk V.V., Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Savluk O.S., Potapchenko N.G., Kosinova V.N. Disinfectant action of the volume electrospark discharges in water // Khimiia i tekhnologiia vody. – 1999. –  $N_{23}$ . – Vol. 21. – Pp. 328 – 336. (Rus)

**2**. Danilenko N.B., Galanov A.I., Kornev Ya.I., Balukhtin P.V., Shiian L.N., Yurmazova T.A., Yavorovskii N.A., Savelev G.G. Application of pulsing electric discharges in aqueous solutions for production of nano-size materials and their use for water purification // Nanotekhnika.  $-2006 - N_{\odot} 4(8) - Pp. 81-90$ . (Rus)

**3**. Zakharchenko S.N., Shidlovskaia N.A. Modeling of resistance of granulated current carrying medium by parametrical dependences // Elektronnoe modelirovanie. – 2012. – 34, №5. – Pp. 91–102. (Rus)

**4**. Zakharchenko S.N. Modelling of dependence of electrical resistance of granulated current-carrying mediums from a pulse current proceeding in them // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2012. – №5. – Pp. 17–27. (Rus)

**5**. Zakharchenko S.N. Statistical studies of equivalent electrical resistance of the current-carrying heterogeneous medium at its electric-erosive processing on the example of aluminum pellets in water // Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. – 2013. – №1 (133). – Pp. 62–67. (Ukr)

**6**. Zakharchenko S.N. Physical model of the granulated current-carrying medium // Tekhnichna Elektrodynamika. -2012.  $-N_{2}6$ . -Pp. 19–26. (Rus)

7. Zakharchenko S.N. The Influence of intensity of an external electric field and temperature on resistance of hydrosols metals produced by spark erosion // Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy: -2012.  $-N_{\odot}$  33. -Pp. 113–120. (Rus)

**8**. Levchenko V.F., Glupak A.N. Electric-pulse purification of wastewater of machine-building factories // Problemy Mashinostroeniia. – 1998. – Vol. 1. – №3-4. – Pp. 138–140. (Rus)

9. Lopatko K.G., Melnichuk M.D. Physics, synthesis and biological functionality of nanosize objects. – Kyiv: Vydavnychyi tsentr Natsionalnoho Universytetu Bioresursiv i Pryrodokorystuvannia Ukrainy, 2013. – 297 p. (Ukr)

**10**. *Podoltsev A.D., Suprunovskaia N.I.* Modelling and analysis of electric discharge processes in nonlinear *RLC*-circuits // Tekhnichna Elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Problemy Suchasnoi Elektrotekhniky". – 2006. – Chapter 4. – Pp. 3–8. (Rus)

11. Stromberg A.G., Semchenko D.P. Physical chemistry: a textbook for high schools. – Moskva: Vysshaia shkola, 2009. – 528 p. (Rus)

**12**. *Tsidelko V.D., Yaremchuk N.A.* Measurement uncertainty. Data processing and presentation of the measurement result. – Kyiv: Politekhnika, 2002. – 176 p. (Ukr)

**13**. *Shidlovskii A.K., Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I.* Power processes in electrical pulse devices with capacitive energy storages. – Kyiv: Interkontinental-Ukraina, 2009. – 208 p. (Rus)

**14**. Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I. Synthesis of circuits with capacitive energy storages in semiconducting shapers of powerful discharge pulses // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2014. – №1. – Pp. 3–11. (Rus)

**15**. Shcherba A.A., Podoltsev A.D., Zakharchenko S.N. Regulation of dynamic parameters of technological systems of volume electrospark treatment heterogeneous current-carrying mediums // Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy. Elektrotekhnika' 2001. – 2001. – Pp. 3–16. (Rus)

**16**. Berkowitz A.E., Hansen M.F., Parker F.T., Vecchio K.S., Spada F.E., Lavernia E.J., Rodriguez R. Amorphous soft magnetic particles produced by spark erosion // J. Magn. Magn. Mater. -2003.  $-N_{01}$ . -Pp. 254–255.

17. *Carrey J., Radousky H.B., Berkowitz A.E.* Spark-eroded particles: influence of processing parameters // J. Appl. Phys. – 2004. – Vol. 95. – №3. – Pp. 823–829.

**18**. Nguyen P.K, Jin S., Berkowitz A.E. Mn-Bi particles with high energy density made by spark erosion // J. Appl. Phys. – 2014. – Vol. 115, 17A756.

Надійшла 16.05.2014