

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ И ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ ДВИЖУЩИХСЯ МЕДНЫХ СЛИТКОВ**

А.А.Щерба<sup>1</sup>, член-кор. НАН Украины, А.Д.Подольцев<sup>1</sup>, докт.техн.наук,  
И.Н.Кучерявая<sup>1</sup>, канд.техн.наук, В.И.Ушаков<sup>2</sup>, канд.техн.наук

<sup>1</sup> – Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина,  
e-mail: sh1ch@ied.org.ua

<sup>2</sup> – НИПКИ "Параметр", ул. Чапаева 51-б, Алчевск, Луганская обл., 94200, Украина.

*Разработана методика компьютерного расчета электромагнитных и тепловых процессов, а также термомеханических напряжений при индукционном нагреве медных цилиндрических слитков, непрерывно движущихся в переменном магнитном поле длинного индуктора. В основу методики положен численный метод конечных элементов, реализованный в пакете программ Comsol. Проведен сравнительный анализ нагрева слитка при различной частоте источника питания, и для двух случаев – при наличии шихтованного магнитопровода, прилегающего к наружной стороне цилиндрического индуктора, и без магнитопровода. Показано, что максимальное значение термомеханического напряжения в слитке достигается на его поверхности на выходе из индуктора. При выбранной длине индуктора (6 м) это значение не превышает предела прочности материала. Библ. 11, рис. 8.*

**Ключевые слова:** индукционный нагрев, связанные электромагнитный и тепловой процессы, термомеханические напряжения, переменное магнитное поле, шихтованный магнитопровод, предел прочности, компьютерное моделирование.

**Введение.** Индукционный нагрев электропроводящих тел за счет возбуждения в их объеме электрических токов переменным электромагнитным полем является эффективным безконтактным способом термообработки цветных металлов и сплавов [1, 14], в частности, медных слитков перед их дальнейшей обработкой давлением с пластической деформацией (например, перед прессованием, штамповкой и прокаткой). Такая термообработка слитков индуцированными токами промышленной частоты 50 Гц используется на ОАО "АЗОЦМ" (Артемовском заводе по обработке цветных металлов, Украина) в технологической линии промышленного производства медных тянутых труб [7].

Для качественной пластической деформации слитков индукционные установки должны давать высокую стабильность температуры их нагрева, равномерность ее распределения по сечению и длине, минимальные потери материала на окалину и хорошую воспроизводимость процесса при изменении размеров слитков и физических характеристик их сплавов. При особо высоких требованиях к качеству поверхности изготавливаемых деталей (например, алюминиевой катанки для кабелей на сверхвысокие напряжения) необходимо обеспечивать заданные градиенты температуры по сечению и длине слитков [5, 6].

В большинстве отечественных промышленных установок индукционный нагрев заготовок осуществляется по мере их прохождения внутри нескольких индукторов, в обмотках которых протекают токи частоты 50 Гц. Регулирование и оптимизация режимов нагрева заготовок в таких индукторах практически ограничены лишь применением различного числа витков и заменой индукторов, что не может дать равномерное (и тем более градиентное) распределение температуры по сечению и длине слитков. Поэтому получение на указанных установках высоких технологических результатов, особенно при необходимости нагрева заготовок из разных сплавов и различных размеров, очень затруднительно. Решение такой промышленной задачи также усложняется большой сложностью, дорогостоящей и часто невозможностью проведения физических экспериментов для исследования изменений во времени и распределения в объеме слитков температурных градиентов и возникающих внутренних термомеханических напряжений. Накопление таких напряжений может вызывать микроразрушения структуры слитков во время и после их пластической деформации.

Современные установки, разрабатываемые, например, фирмой АВР Induction (Германия), Институтом электродинамики НАН Украины (г. Киев) и НИПКИ "Параметр" (г. Алчевск), ориентированы на высокоскоростное регулирование режимов индукционного "зонного" нагрева заготовок в индукторах с применением мощных модульных преобразователей частоты на IGBT-транзисторах. В таких установках каждый из индукторов может запитываться токами разной частоты от полупроводниковых модулей, независимо изменяющих свои выходные электрические параметры. В разных индук-

торах заготовка может нагреваться с различной интенсивностью и с разными температурными градиентами невзирая на то, что размеры и число витков в индукторах могут быть неизменными. Использование в таких преобразователях микропроцессорного управления позволяет быстро определять оптимальные режимы нагрева конкретных заготовок и использовать их в дальнейшем (сохранить их в памяти для последующего воспроизведения).

В [7] проведены экспериментальные исследования пластической обработки медных трубных заготовок, произведенных на установке горизонтального непрерывного литья, выполненной на базе индукционной канальной печи. Изучены картины микродефектов и макроструктурные изменения, а также уровень химической чистоты обработанных изделий. Отмечены высокие механические свойства литой трубы, сопоставимые с механическими свойствами прессованной заготовки. Основы технологии термической обработки и особенности нагрева изделий из меди и медных сплавов описаны в [10]. В работе [2] изучается высокочастотный индукционный нагрев электропроводных лент, определены безразмерные параметры электромагнитных и тепловых процессов для разработки их приближенных моделей. Детальный анализ электротепловых процессов в установке индукционного нагрева с учетом неравномерности распределения плотности тока в витках индуктора выполнен методом многомасштабного моделирования в [8, 11, 12]. Здесь же представлена математическая модель для расчета электромагнитных и тепловых процессов непосредственно в движущемся слитке.

*Целью данной работы* является разработка математической модели для анализа электротепловых процессов и возникающих внутренних термомеханических напряжений в медных слитках при различных режимах их индукционного нагрева до определенной температуры на выходе из индукционной установки. Для демонстрации возможностей указанной модели в работе проведен расчет режимов нагрева и анализ возникающих электрофизических процессов при нагреве в индукторе цилиндрических медных слитков при их непрерывном движении применительно к технологическому процессу прессования слитков с помощью гидравлического пресса. Задана геометрия системы нагрева и требуемая температура нагрева слитков. Режимы нагрева должны давать заданную точность нагрева слитков на выходе из индуктора с учетом определенного перепада температуры по их длине и поперечному сечению.

Задачи решаются совместно методом конечных элементов в прикладном программном пакете Comsol [16] с учетом электрических и теплофизических свойств материалов слитков, зависящих от температуры, а также при различной частоте тока. Решение таких задач актуально с точки зрения оптимизации существующей технологии нагрева с целью достижения максимальной производительности технологического процесса и требуемого качества нагрева слитка (достижение равномерного нагрева, непревышение допустимых термомеханических напряжений и др.).

**Описание исследуемой установки индукционного нагрева медных слитков.** Исследуемая система индукционного нагрева имеет следующие технические параметры: длина индуктора – 6 м, диаметр медных слитков – 0,3 м, толщина магнитопровода – 0,15 м, длина отдельного слитка в общем потоке – 0,8 м, скорость движения слитков – 0,007 м/с, требуемая температура нагрева – 800–1000<sup>0</sup>С, допустимый перепад температуры по длине и поперечному сечению слитка  $\pm 8^0$ . Рассматриваются два варианта питания индуктора при задании соответствующих значений частоты тока и средней плотности тока в индукторе (амплитудного значения): 50 Гц / 10·10<sup>6</sup>А/м<sup>2</sup> (вариант 1) и 500 Гц / 5,6·10<sup>6</sup> А/м<sup>2</sup> (вариант 2).

Система может функционировать как с магнитопроводом, так и без него. Она осуществляет непрерывный нагрев цилиндрических медных слитков с целью дальнейшей их обработки гидравлическим прессом. Холодные заготовки непрерывно поступают в зону индуктора и нагреваются на его выходе до заданной температуры. Изменение частоты и плотности тока в индукторе позволяет изменять характер распределения температуры по длине и толщине слитков.

**Математическая модель взаимосвязанных физических процессов и ее численная реализация.** Математическая модель системы индукционного нагрева медных цилиндрических слитков строится для двумерного случая в цилиндрической системе координат  $rOz$  для расчета процессов в области, показанной на рис. 1, а. Модель включает описание трех физических взаимосвязанных процессов – электромагнитного, теплового, а также напряженно-деформированного состояния обрабатываемых слитков, возникающего в силу существующих термомеханических напряжений. Далее приводится постановка задач для анализа этих процессов.

*Электромагнитная задача.* Электромагнитный процесс в индукционной системе описывается системой дифференциальных уравнений относительно комплексного векторного магнитного потенциала  $\dot{A} = (0, \dot{A}_\varphi, 0)$ , имеющего единственную  $\varphi$ -составляющую

$$j\omega\sigma(T)\dot{\mathbf{A}} + \nabla \times (\mu_0^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = 0 \quad \text{— в области слитка;} \quad (1,a)$$

$$\nabla \times ((\mu_0\mu_r)^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = 0 \quad \text{— в области магнитопровода;} \quad (1,b)$$

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = \mathbf{J}_0 \quad \text{— в области индуктора;} \quad \nabla \times (\mu_0^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = 0 \quad \text{— в окружающей среде,} \quad (1,b,z)$$

где  $\sigma(T)$ ,  $\mu_r$  – электропроводность и относительная магнитная проницаемость материала;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума;  $\omega$  – угловая частота;  $\mathbf{J}_0$  – известная  $\varphi$ -составляющая средней плотности тока в индукторе;  $T(r, z)$  – температура, определяемая из решения тепловой задачи, описанной далее;  $j$  – мнимая единица.

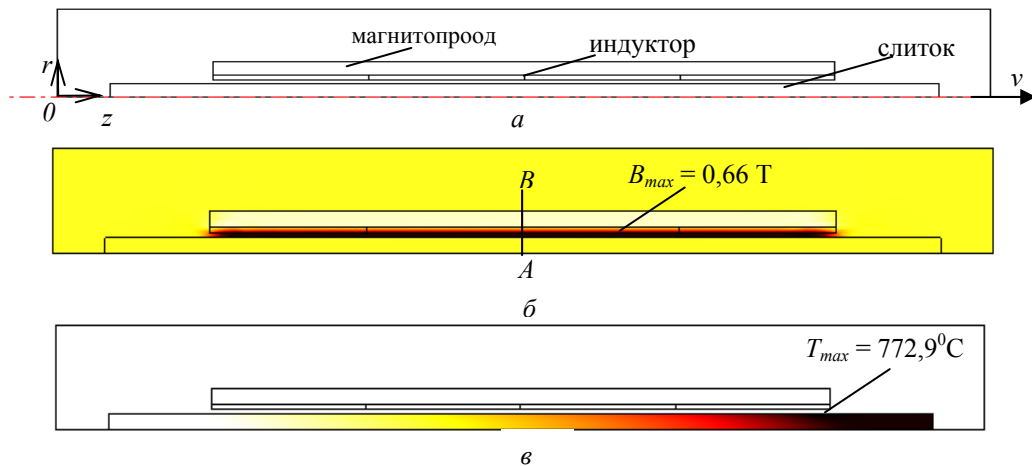


Рис. 1

Движением слитка в электромагнитной задаче пренебрегаем.

В качестве граничных условий для электромагнитной задачи задавалось условие симметрии на оси  $Oz$  (рис. 1, а) и условие магнитной изоляции на внешних границах –  $A_\varphi = 0$ .

**Тепловая задача.** Стационарная тепловая задача относительно неизвестного распределения температуры  $T$  рассматривается для области движущегося слитка и включает следующее дифференциальное уравнение

$$\rho C_p \mathbf{v} \nabla T - \nabla \cdot \lambda \nabla T = Q. \quad (2)$$

Здесь  $\rho(T)$ ,  $C_p(T)$ ,  $\lambda(T)$  – плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность материала слитка соответственно;  $\mathbf{v}$  – вектор скорости движения слитка (имеет только осевую составляющую);  $Q$  – удельная мощность источника тепла, обуславливающая индукционный нагрев слитка наведенными токами и определяемая формулой  $Q = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* / \sigma = \omega^2 \sigma (A_\varphi \cdot A_\varphi^*)$ , где  $\mathbf{J} = -j\omega \sigma A_\varphi$  – действующее значение плотности наведенного тока;  $A_\varphi^*$  – комплексно-сопряженное значение магнитного потенциала.

Для тепловой задачи принималось граничное условие Неймана  $\partial T / \partial r = 0$  на оси симметрии ( $Oz$ , рис 1, а), а на внешних границах слитка задавалось условие теплообмена с окружающей средой вида  $-\lambda \partial T / \partial n = k(T - T_0)$ , где  $k$  – коэффициент теплоотдачи;  $T_0$  – температура окружающей среды;  $\mathbf{n}$  – вектор внешней нормали к границе.

**Задача расчета термомеханических напряжений в слитке.** Неравномерность нагрева слитка в процессе индукционного нагрева как по длине, так и по толщине вызывает появление в нем внутренних напряжений – термомеханических напряжений. Основным уравнением для расчета термонапряжений в материале слитка является в общем случае дифференциальное уравнение механического равновесия, записанное для тензора напряжений  $\hat{\sigma}$  в предположении, что внешние механические объемные силы отсутствуют [3], и имеющее следующий вид:

$$\nabla \hat{\sigma} = 0, \quad \hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\varphi \\ \sigma_z \\ \sigma_{rz} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$  – компоненты нормального напряжения,  $\sigma_{rz}$  – сдвиговое напряжение.

Зависимость между тензором напряжений  $\hat{\sigma}$  и тензором деформаций  $\hat{\varepsilon}$  выражается следующим образом [4, 9, 1]:

$$\hat{\sigma} = D(\hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}_T - \hat{\varepsilon}_0) + \hat{\sigma}_0. \quad (4)$$

Здесь  $\hat{\sigma}_0$  и  $\hat{\varepsilon}_0$  – начальные напряжения и деформации, принимаемые равными нулю, а деформация вследствие температурного напряжения  $\hat{\varepsilon}_T$  связана с температурой линейной зависимостью

$$\hat{\varepsilon}_T = \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ 0 \end{bmatrix} (T - T_0). \quad (5)$$

В (5) составляющие вектора деформаций –  $\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}$ ,  $\varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}$ ,  $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$ ;  $\varepsilon_{rz} = (\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r})/2$ ;  $u$  и  $w$  – составляющие вектора смещения по координатам  $r$  и  $z$  соответственно;  $\alpha$  – коэффициент линейного теплового расширения материала слитка (меди);  $T_0$  – исходная температура;  $T(r, z)$  – температура материала, определяемая из решения тепловой задачи.

Матрица упругих постоянных  $D$  в (4) для изотропного материала слитка имеет вид

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $E$  – модуль упругости (модуль Юнга),  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Задача определения напряженно-деформированного состояния применительно к индукционной установке решалась, как и для тепловой задачи, только в области слитка. Действие давления и объемных сил в слитке не учитывалось. Решение проводилось с использованием модуля из пакета Comsol для моделирования напряженно-деформированного состояния вещества раздела Structural mechanics module для статического случая задачи теории упругости [15, 16].

Система уравнений (3)–(6) дополнялась граничными условиями: на оси  $Oz$  – условие симметрии, на внешних границах – условие свободных поверхностей вследствие предположения, что границы свободны от внешних силовых нагрузок.

Описанная выше система дифференциальных уравнений и алгебраических выражений (1)–(6) с указанными граничными условиями представляют собой математическую модель для решения связанных электромагнитной, тепловой задач и задачи термомеханических напряжений для индукционного нагрева металлического слитка при его движении в переменном магнитном поле индуктора. Их решение выполнялось численным методом конечных элементов в прикладном пакете Comsol. При этом первоначально решалась связанная электротепловая задача, а затем по результатам расчета температурного поля решалась задача определения термомеханических напряжений. Для корректного решения выбиралась измельченная конечно-элементная сетка в области слитка и его окрестности, состоящая из 4691 треугольных элементов. Всего в расчетной области (рис. 1, а) было выбрано 6345 сеточных элементов.

**Анализ результатов расчета. Исходные данные.** Основные характеристики индукционной установки приведены выше. Материал нагреваемого слитка – медь. Электро- и теплофизические характеристики меди задавались следующими зависимостям  $\sigma(T)$ ,  $\rho(T)$ ,  $C_p(T)$ ,  $\lambda(T)$ , приведенными в [13] и справедливыми при температуре ниже температуры плавления меди ( $1084^\circ\text{C}$ ):

$$\sigma(T) = 10^8 / (1 + (T - 273,15)(0,00433 + 0,453 \cdot 10^{-6}(T - 273,15))); \quad \rho(T) = 9075 - 0,44 \cdot T;$$

$$C_p(T) = 348,4 + T \cdot (135,7 \cdot 10^{-3} - 33,77 \cdot 10^{-6} \cdot T); \quad \lambda(T) = 406 \cdot (1 - 1,8 \cdot 10^{-4} \cdot (T - 273,15)).$$

В приведенных выражениях температура  $T$  выражается в  $^{\circ}\text{C}$ .

Относительная магнитная проницаемость магнитопровода принималась равной  $\mu_r = 1000$ . Рассматривались два варианта задания частоты и плотности тока в индукторе, описанные выше, в частности, частота  $f = 50$  и  $500$  Гц. Сравнение распределения магнитного поля и температуры проводилось также для системы индукционного нагрева с магнитопроводом и без него.

Задача определения термонапряженного состояния слитка рассматривалась при задании следующих физических характеристик меди: плотность  $\rho = 8700$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент теплового расширения  $\alpha = 17 \cdot 10^{-6}$  1/К, упругопластические свойства: модуль Юнга  $E = 0,11 \cdot 10^6$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ .

**Результаты электротепловых расчетов.** На рис. 1 показаны полученные расчетным путем распределения магнитной индукции  $\mathbf{B}$  (рис. 1, б) и температурного поля  $T$  (рис. 1, в) в расчетной области при частоте 50 Гц и в отсутствии магнитопровода. Плотность тока в индукторе задавалась равной  $10 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup> (амплитудное значение). Распределения характеристик для наглядности отображены с использованием оттенков серого цвета. Здесь же указаны максимальные значения магнитной индукции и температуры.

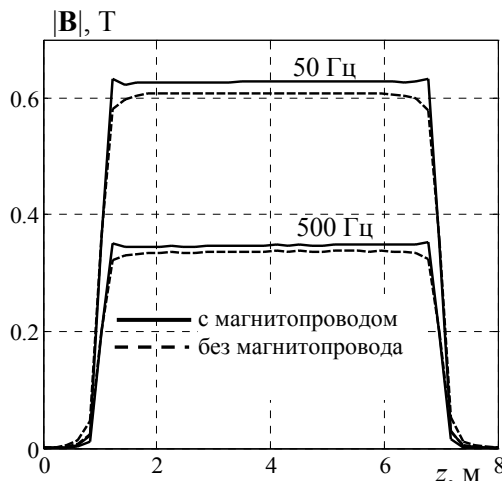


Рис. 2

Влияние магнитопровода на распределение магнитного поля в сечении слитка показано на рис. 2 и 3. На рис. 2 даны кривые изменения магнитной индукции  $|\mathbf{B}|$  по длине слитка на его поверхности для различной частоты при наличии магнитопровода (сплошные кривые) и без учета магнитопровода (пунктирные кривые).

Рис. 3 представляет изменение  $B_z$ -составляющей магнитной индукции по радиусу в центральном поперечном сечении слитка (вдоль прямой  $AB$ , рис. 1, б) для различной частоты в отсутствии магнитопровода (рис. 3, а) и с магнитопроводом (рис. 3, б). Как видно, уровень магнитного поля незначительно увеличивается при наличии магнитопровода. Снижение же поля при 500 Гц обусловлено более

низким значением плотности тока в индукторе (см. варианты 1 и 2, описанные выше) с тем, чтобы получить приблизительно одинаковую температуру слитка на выходе из индуктора. Отметим, что применение магнитопровода позволяет существенно снизить магнитное поле во внешней области, улучшая тем самым электромагнитную совместимость индукционной установки с окружающей средой.

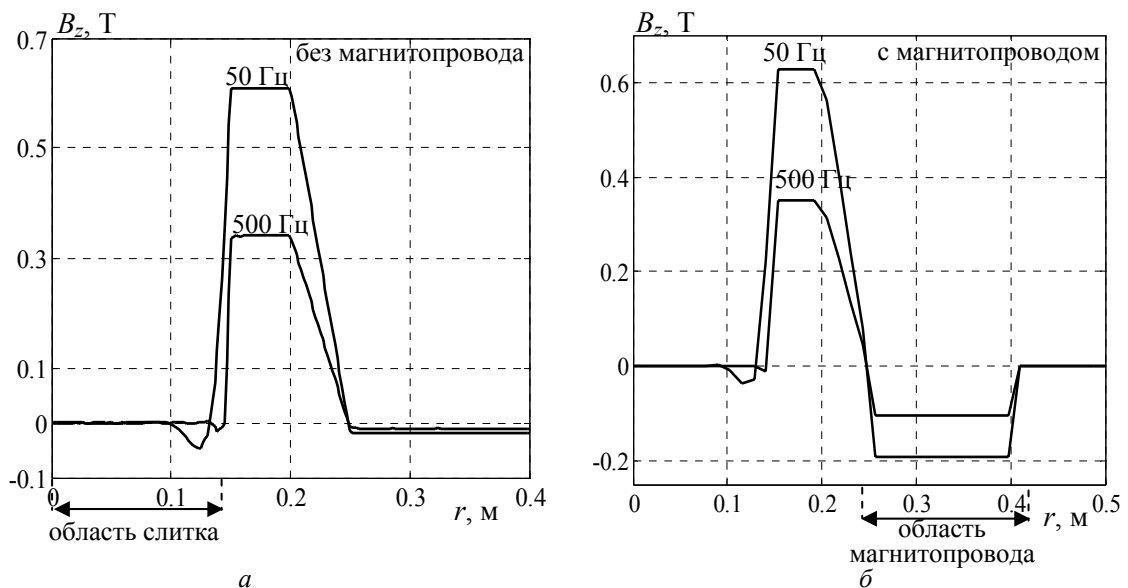


Рис. 3

Характер изменения температуры по длине медленно движущихся слитков показан на рис. 4. Здесь показано отличие температуры на поверхности слитка (нижние две кривые) от температуры на оси симметрии (верхние две кривые) при частоте 50 Гц и 500 Гц в случае отсутствия магнитопровода. Видно, что при движении слиток нагревается приблизительно по линейному закону в зависимости от пройденного расстояния. Максимальная температура достигается на выходе из индуктора и разность температур на поверхности и в центре слитка не превышает 40 °С (см. рис. 5), к тому же эта разность слабо зависит от частоты. При дальнейшем движении слитка за пределами индуктора на удалении более 1 м температура выравнивается по толщине за счет процессов теплопроводности.

На рис. 5 показано изменение температуры по радиусу слитка на уровне конца индуктора при различной частоте и для случаев: без использования магнитопровода и при его наличии.

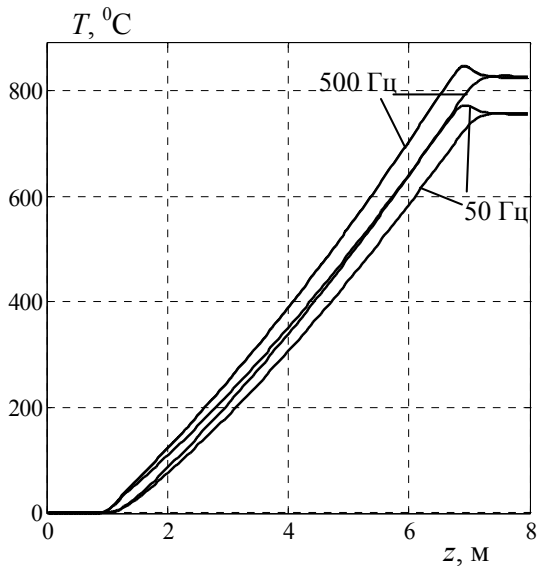


Рис. 4.

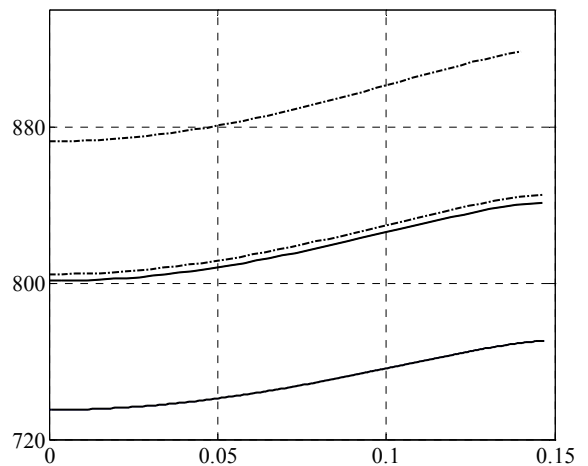


Рис. 5.

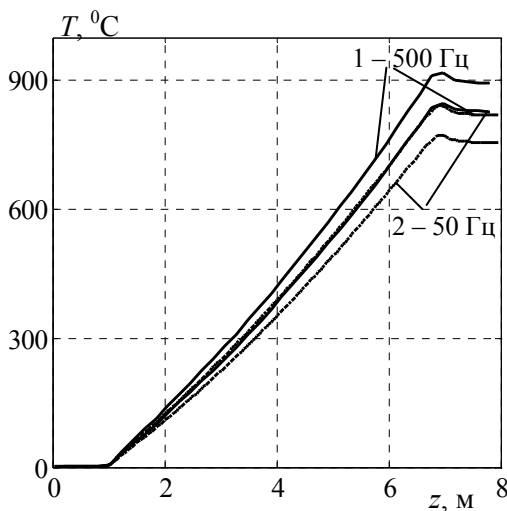


Рис. 6.

Для сравнения характер изменения температуры вдоль поверхности слитка при наличии магнитопровода (кривые 1) и без учета магнитопровода (кривые 2) показаны на рис. 6 для частоты – 50 и 500 Гц. Видно, что присутствие магнитопровода мало влияет на характер распределения температуры.

Таким образом, расчетным путем показано, что для рассматриваемого случая нагрев слитка на выходе из индуктора слабо зависит от частоты и использования магнитопровода.

*Термомеханические напряжения в слитке.* Расчет термомеханических напряжений в слитке при индукционном нагреве выполнялся для температурного поля, получаемого из решения тепловой задачи и в предположении, что внешние механические усилия отсутствуют. Разработанная численная модель позволяет рассчитывать не только механические напряжения, возникающие из-за неравномерного распределения температуры в объеме слитка, но и эквивалентные напряжения по Мизесу, которые в общем случае используются для оценки прочности материалов и являются более удобными для представления, чем тензор (или вектор) механического напряжения. Так, при рассмотрении эквивалентного напряжения по Мизесу учитывается только та часть потенциальной энергии, которая отвечает за изменение формы.

На рис. 7 показано распределение величины эквивалентного механического напряжения по Мизесу в области слитка для частоты 50 Гц (рис. 7, а) и 500 Гц (рис. 7, б) и указаны максимальные значения этих напряжений.

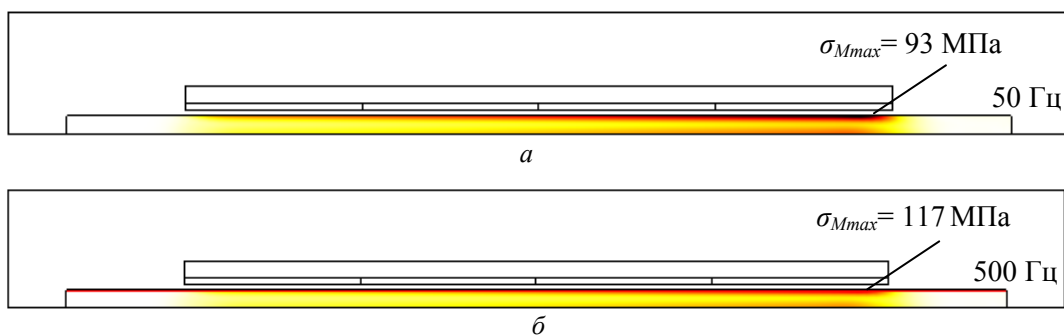


Рис. 7

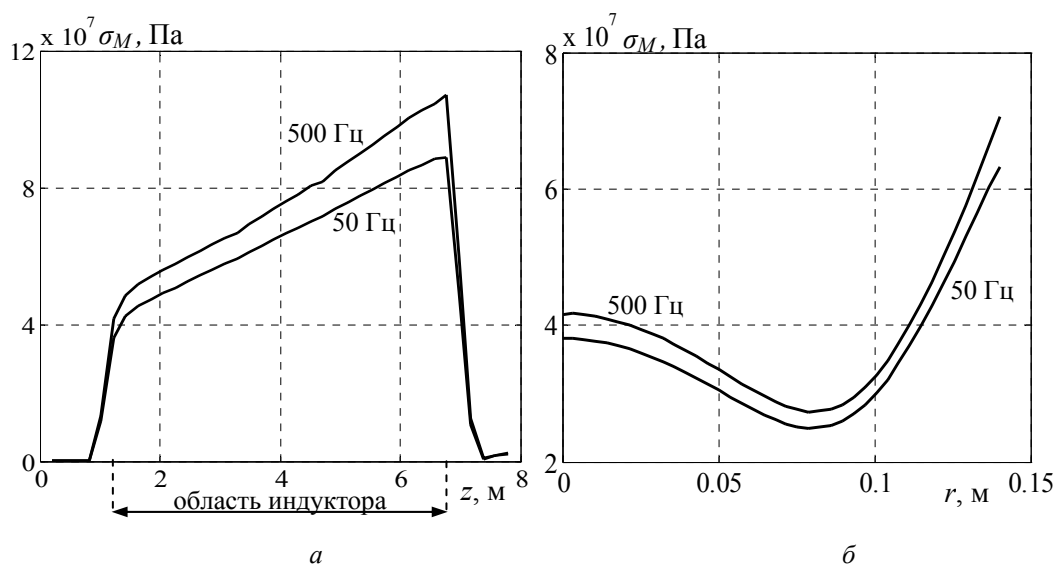


Рис. 8

Детальное представление о распределении механического напряжения по Мизесу в объеме слитка дают показанные на рис. 8 графики изменения напряжения по длине слитка (вдоль оси  $oz$ ) (рис. 8, *a*) и по радиусу для центрального поперечного сечения слитка (вдоль прямой  $AB$ , показанной на рис. 1, *b*) (рис. 8, *b*) для различной частоты. Видна неравномерность распределения напряжения по Мизесу в слитке, причем его значения несколько больше при частоте 500 Гц из-за более высокой температуры.

Из рис. 7 и 8 видно, что максимальное значение термомеханического напряжения в слитке достигается на его поверхности на выходе из индуктора и для выбранных длины индуктора и скорости движения достигает 93 МПа при частоте 50 Гц и 117 МПа при частоте 500 Гц. Это значение меньше предела прочности для мягкой меди, составляющего 200–250 МПа. Следовательно, данный режим нагрева слитков не приведет к их разрушению – поверхностному растрескиванию.

Отметим, что описанная методика компьютерного моделирования трех взаимосвязанных физических процессов при индукционном нагреве слитков может использоваться для оптимизации технологического процесса, т.е. поиска режимов нагрева с максимальной производительностью и с учетом существующих ограничений по термомеханическим напряжениям в материале слитков.

**Выводы.** Разработана методика компьютерного расчета электромагнитных и тепловых процессов, а также термомеханических напряжений при индукционном нагреве медных цилиндрических слитков, непрерывно движущихся в переменном магнитном поле длинного индуктора. В основу методики положен численный метод конечных элементов, реализованный в пакете программ Comsol. Проведен сравнительный анализ нагрева слитка при различной частоте источника питания (50 и 500 Гц), а также для двух случаев – при наличии шихтованного магнитопровода, прилегающего к наружной стороне цилиндрического индуктора, и без магнитопровода. По результатам расчетов показано, что при заданных условиях нагрева слитка его нагрев на выходе из индуктора слабо зависит от частоты и наличия или отсутствия магнитопровода.

Показано, что максимальное значение термомеханического напряжения в слитке достигается на его поверхности на выходе из индуктора. При выбранных длине индуктора (6 м) и скорости движения (7 мм/с) оно достигает 93 МПа (частота 50 Гц), что не превышает предела прочности мягкой меди, составляющего 200–250 МПа.

Разработанная методика компьютерного моделирования может использоваться для оптимизации технологического процесса индукционного нагрева медных слитков, в частности, для выбора режима нагрева с максимальной производительностью и с учетом существующих ограничений по термомеханическим напряжениям в материале слитке.

1. *Бабат Г.И.* Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 552 с.
2. *Васецкий Ю.М., Мазуренко И.Л.* Параметры электромагнитных и тепловых процессов для приближенных математических моделей высокочастотного индукционного нагрева электропроводных лент // *Технічна електродинаміка*. – 2010. – № 5. – С. 10–17.
3. *Гачкевич А.Р.* Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. – К.: Наук. думка, 1992. – 192 с.
4. *Грибанов В.Ф., Паничкин Н.Г.* Связанные и динамические задачи термоупругости. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
5. *Золотарев В.М., Щерба А.А., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н.* Установка индукционного нагрева алюминиевых слитков для изготовления токопроводящей жилы силового кабеля сверхвысокого напряжения // *Техн. електродинаміка. Тем. вип. "Силова електроніка та енергоефективність"*. – 2009. – Ч. 4. – С. 9–14.
6. *Золотарев В.М., Щерба А.А., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н.* Комбинированный индукционно-кондукционный способ нагрева металлических заготовок при горячем прессовании токопроводящей жилы для кабелей высокого и сверхвысокого напряжений // *Техн. електродинаміка. Тем. вип. "Силова електроніка та енергоефективність"*. – 2009. – Ч. 3. – С. 35–41.
7. *Кузьмин О.С., Оленич А.А., Исхаков Р.Ф., Толстобо А.В., Волков С.М.* Совершенствование технологии производства медных труб на ОАО "АЗОЦМ". – <http://uas.su/conferences/2010/50let/53/00053.php>
8. *Кучерявая И.Н.* Применение метода многомасштабного моделирования в исследовании электротехнических систем // *Техн. електродинаміка*. – 2011. – № 4. – С. 3–11.
9. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика. Том VII. Теория упругости. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
10. *Меркулова Г.А.* Металловедение и термическая обработка цветных сплавов. – Красноярск: Сибирский Федеральный университет, 2008. – 312 с.
11. *Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н.* Компьютерное моделирование электротепловых процессов в установке индукционного нагрева на двух пространственных уровнях // *Электронное моделирование*. – 2007. – Том 29. – № 2. – С. 85–99.
12. *Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н.* Многомасштабное моделирование в электротехнике. – Изд-во Института электродинамики НАН Украины: Киев, 2011. – 256 с.
13. *Столович Н.Н., Миницкая Н.С.* Температурные зависимости теплофизических свойств некоторых металлов / Под ред. А.Г. Шашкова. – Минск: Наука и техника, 1975. – 160 с.
14. *Электротехническое оборудование.* Справочник. – М.: Энергия, 1967. – 448 с.
15. *Comsol Multiphysics 3.5 a.* Structural mechanics module. User's guide. – Comsol. – 442 p.
16. *Comsol Multiphysics, version 3.5 a* – [www.comsol.com](http://www.comsol.com)

УДК 621.365.5

#### **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ І ТЕРМОМЕХАНІЧНОГО НАПРУЖЕННЯ ПРИ ІНДУКЦІЙНОМУ НАГРІВІ МІДНИХ ЗЛИВКІВ, ЩО РУХАЮТЬСЯ**

**А.А.Щерба<sup>1</sup>**, член-кор. НАН України, **О.Д.Подольцев<sup>1</sup>**, докт.техн.наук, **І.М.Кучерява<sup>1</sup>**, канд.техн.наук, **В.І.Ушаков<sup>2</sup>**, канд.техн.наук

<sup>1</sup> – Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна,

e-mail: [sh1ch@ied.org.ua](mailto:sh1ch@ied.org.ua)

<sup>2</sup> – НДПКІ "Параметр", вул. Чапаєва, 51-б, Алчевськ, Луганська обл., 94200, Україна.

*Розроблено методику комп'ютерного розрахунку електромагнітних і теплових процесів, а також термомеханічної напруги при індукційному нагріві мідних циліндричних зливок, які безперервно рухаються у змінному магнітному полі довгого індуктора. В основу методики покладено чисельний метод кінцевих елементів, реалізований у пакеті програм Comsol. Проведено порівняльний аналіз нагріву зливка при різній частоті джерела живлення і для двох випадків: за наявності шихтованого магнітопроводу, прилеглого до зовнішньої сторони циліндричного індуктора, і без магнітопроводу. Показано, що максимальні значення термомеханічного напруження*



в зливу досягається на його поверхні на виході з індуктора. При вибраній довжині індуктора (6 м) це значення не перевищує межі міцності матеріалу. Бібл. 11, рис. 8.

**Ключові слова:** індукційний нагрів, пов'язані електромагнітний та тепловий процеси, термомеханічне напруження, змінне магнітне поле, шихтований магнітопровід, межа міцності, комп'ютерне моделювання.

#### COMPUTER MODELING OF ELECTROTHERMAL PROCESSES AND THERMOMECHANICAL STRESS AT INDUCTION HEATING OF MOVING COPPER INGOTS

A.A.Shcherba<sup>1</sup>, O.D.Podoltsev<sup>1</sup>, I.M.Kucheriava<sup>1</sup>, V.I.Ushakov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> – Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,

pr. Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine,

e-mail: [sh1ch@ied.org.ua](mailto:sh1ch@ied.org.ua)

<sup>2</sup> – Research and Project Designing Institute (NIPKI) "Parametr",

str. Charaeva, 51-b, Alchevsk, Lugansk region, 94200, Ukraine.

*A computing technique is developed to determine and study the electromagnetic and thermal processes as well as thermomechanical stress at induction heating of cylindrical ingots continuously moving in alternating magnetic field of long inductor. The technique is based on finite-element method realized in program Comsol. The comparative analysis of ingot heating is carried out for different frequencies of supply source and for two cases: 1) at available laminated core that adjoins to external side of cylindrical inductor; 2) without core. As shown, the maximum value of thermomechanical stress in the ingot is on its surface at outlet from the inductor. At given inductor length (6 m) this value does not exceed ultimate strength of the material. References 11, figures 8.*

**Key words:** induction heating, coupled electromagnetic and thermal processes, thermomechanical stress, alternating magnetic field, laminated core, ultimate strength, computer modeling.

1. Babat G.I. Induction heating of metals and its industrial application. – Moskva-Leningrad: Energiia, 1965. – 552 p. (Rus)

2. Vasetskii Yu.M., Mazurenko I.L. Parameters of electromagnetic and thermal processes for approximate mathematical models of high-frequency induction heating of electroconductive bands // Tekhnichna elektrodynamika. – 2010. – № 5. – Pp. 10–17. (Rus)

3. Gachkevich A.R. Thermomechanics of electroconducting bodies under the action of quasi-steady-state electromagnetic fields. – Kyiv: Naukova dumka, 1992. – 192 p. (Rus)

4. Gribanov V.F., Panichkin N.G. Coupled and dynamics problems of thermoelasticity. – Moskva: Mashinostroenie, 1984. – 184 p. (Rus)

5. Zolotarev V.M., Shcherba A.A., Podoltsev A.D., Kucheriavaia I.N. Induction installation intended for heating of aluminum ingots for manufacturing of extra-high voltage cable conductor // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Sylova elektronika ta enerhoefektyvnist". – 2009. – Vol. 4. – Pp. 9–14. (Rus)

6. Zolotarev V.M., Shcherba A.A., Podoltsev A.D., Kucheriavaia I.N. Combined induction-conduction way for heating of metal ingots at hot compacting of HV and EHV cable conductors // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Sylova elektronika ta enerhoefektyvnist". – 2009. – Vol. 3. – Pp. 35–41. (Rus)

7. Kuzmin O.S., Olenich A.A., Iskhakov R.F., Tolstobo A.V., Volkov S.M. Improvement of production process for copper pipes in Open Joint-Stock Company "AZOTsM" – <http://uas.su/conferences/2010/50let/53/00053.php> (Rus)

8. Kucheriavaia I.N. Application of multiscale modeling method in studying of electrotechnical systems // Tekhnichna elektrodynamika. – 2011. – № 4. – Pp. 3–11. (Rus)

9. Landau L.D., Livshits E.M. Theoretical physics. Volume VII. Theory of elasticity. – Moskva, 1987. – 248 p. (Rus)

10. Merkulova G.A. Metal science and thermal processing of non-ferrous alloys. – Krasnoïarsk: Sibirskii Federalnyi universitet, 2008. – 312 p. (Rus)

11. Podoltsev A.D., Kucheriavaia I.N. Computer modeling of electrothermal processes in induction heating installation on two space levels // Elektronnoe modelirovanie. – 2007. – Vol. 29. – № 2. – Pp. 85–99.

12. Podoltsev A.D., Kucheriavaia I.N. Multi-scale modeling in electrical engineering. – Izdatelstvo Instituta elektrodinamiki NAN Ukrainy: Kyiv, 2011. – 256 p. (Rus)

13. Stolovich N.N., Minitskaia N.S. Temperature dependences of thermophysical properties of some metals / Pod red. A.G.Shashkova. – Minsk: Nauka i tekhnika, 1975. – 160 p. (Rus)

14. *Electrotechnical equipment*. Reference book / Pod red. A.P.Altgauzena, M.Ya.Smelianskogo and M.S.Shevtsova. – Moskva: Energiia, 1967. – 448 p. (Rus)

15. *Comsol Multiphysics 3.5 a*. Structural mechanics module. User's guide. – Comsol. – 442 p.

16. *Comsol Multiphysics*, version 3.5 a – [www.comsol.com](http://www.comsol.com)

Надійшла 15.06.2012

Received 15.06.2012