УДК 621.314

АНАЛІТИЧНА ПОБУДОВА КООРДИНАТНИХ СИСТЕМ У ТЕОРІЇ МИТТЄВОЇ ПОТУЖНОСТІ ТРИФАЗНИХ КІЛ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ПРИСТРОЯМИ АКТИВНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

С.Й. Поліщук[1], **М.Ю. Артеменко**[2], докт.техн.наук, **В.М. Михальський**[1], докт.техн.наук
[1] – **Інститут електродинаміки НАН України,**
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна, e-mail: mikhalsky@ied.org.ua
[2] – **Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,**
пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна.

Розроблено методику аналітичної побудови координатних систем у теорії миттєвих потужностей трифазних кіл, отримано прямі співвідношення для значень координат векторів струмів, напруг та реактивних потужностей у відомих та запропонованих системах. Бібл. 11, табл. 1, рис. 3.

Ключові слова: теорія миттєвих потужностей, система координат, просторовий вектор, матриця перетворення координат.

Вступ. Поява нових підходів у розробці систем векторного керування пристроями перетворювальної техніки, заснованих на сучасних теоріях миттєвих потужностей [4−11], потребує представлення трифазних напруг та струмів у різних стаціонарних та обертових системах координат, що дозволяє суттєво спростити аналіз таких пристроїв. Автори робіт [1−3] першими у вітчизняній літературі привернули увагу спеціалістів у галузі перетворювальної техніки до нових теорій потужності та узагальнили співвідношення для послідовного переходу від однієї системи координат до іншої. Дані теорії покликані, в першу чергу, сприяти розв’язанню наступних задач:

− покращенню гармонічного складу струму, споживаного від джерел живлення, за рахунок зменшення рівня вищих гармонік;
− компенсації реактивних складових основної гармоніки струму мережі;
− симетруванню струмів і напруг у фазах трифазної системи живлення шляхом компенсації складових зворотної та нульової послідовностей.

Стандартними процедурами при аналізі та синтезі систем керування, що вирішують такі завдання, є представлення миттєвих трифазних напруг та струмів у векторній формі, перехід до стаціонарних чи обертових систем координат, формування керуючих сигналів і зворотні переходи до миттєвих значень напруг та струмів, які реалізуються силовою частиною перетворювача. Такий підхід потребує формулювання співвідношень для коректного безпосереднього перетворення координат просторових векторів як для прямого, так і зворотного переходів.

У статті запропоновано методику аналітичної побудови координатних систем у теорії миттєвих потужностей трифазних кіл; на основі цієї методики отримано прямі співвідношення для значень координат векторів струмів, напруг та реактивних потужностей у відомих системах та розглянуто нові системи координат, а також надано рекомендації щодо доцільності використання тієї чи іншої координатної системи.

Загальні властивості та методика аналітичного перетворення координат у теорії миттєвої потужності трифазних кіл. Розглянемо просторову правосторонню декартову систему координат з ортами $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, в якій вздовж відповідних осей відкладатимемо фазні напруги v_a, v_b, v_c та струми i_a, i_b, i_c чотирипровідного трифазного кола. Тоді будь-яка трифазна система миттєвих значень напруг та струмів задається векторами $\vec{v} = v_a\vec{a} + v_b\vec{b} + v_c\vec{c}$; $\vec{i} = i_a\vec{a} + i_b\vec{b} + i_c\vec{c}$. У теорії миттєвої потужності трифазних кіл [4−11] на основі цих векторів визначені наступні поняття:

− миттєвою активною потужністю p трифазного кола є скалярний добуток просторових векторів $\vec{v},\vec{i}$

$$p = \vec{v} \cdot \vec{i} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c; \tag{1}$$

– векторною миттєвою реактивною потужністю $\vec{q}$ є векторний добуток векторів напруги та струму

$$\vec{q}=\vec{v}\times\vec{i}=\begin{vmatrix}\vec{a} & \vec{b} & \vec{c}\\ v_a & v_b & v_c\\ i_a & i_b & i_c\end{vmatrix}=(v_b i_c-v_c i_b)\vec{a}+(v_c i_a-v_a i_c)\vec{b}+(v_a i_b-v_b i_a)\vec{c}=q_a\vec{a}+q_b\vec{b}+q_c\vec{c}; \tag{2}$$

– повною миттєвою потужністю є добуток модулів векторів напруги та струму

$$s=vi,\qquad v=\sqrt{v_a{}^2+v_b{}^2+v_c{}^2};\qquad i=\sqrt{i_a{}^2+i_b{}^2+i_c{}^2}. \tag{3}$$

Для зазначених величин справедлива рівність

$$s^2=p^2+q^2, \tag{4}$$

де $q=\sqrt{q_a{}^2+q_b{}^2+q_c{}^2}$ – миттєва реактивна потужність, що є модулем вектора $\vec{q}$.

Якщо вводиться нова просторова система координат зі спільним центром та ортами $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$, які пов'язані з ортами базової системи співвідношеннями

$$\vec{x}=t_{11}\vec{a}+t_{12}\vec{b}+t_{13}\vec{c},\qquad \vec{y}=t_{21}\vec{a}+t_{22}\vec{b}+t_{23}\vec{c},\qquad \vec{z}=t_{31}\vec{a}+t_{32}\vec{b}+t_{33}\vec{c}, \tag{5}$$

то координатні вектори базової системи $\mathbf{k}_{abc}=\|k_a\quad k_b\quad k_c\|^T$ перетворюються на координатні вектори нової системи за відомою формулою

$$\mathbf{k}_{xyz}=\begin{Vmatrix}k_x\\ k_y\\ k_z\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}t_{11} & t_{12} & t_{13}\\ t_{21} & t_{22} & t_{23}\\ t_{31} & t_{32} & t_{33}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}k_a\\ k_b\\ k_c\end{Vmatrix}=\mathbf{T}_{abc}^{xyz}\mathbf{k}_{abc}, \tag{6}$$

де матриця $\mathbf{T}_{abc}^{xyz}$ ортонормована, тобто сума квадратів елементів усіх рядків (стовпців) цієї матриці дорівнює одиниці, добуток рядка (стовпця) на будь-який інший рядок (стовпець) дорівнює нулю, визначник матриці дорівнює одиниці.

Матриця оберненого перетворення координатних векторів при переході $\vec{x},\vec{y},\vec{z}\to\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ знаходиться транспонуванням матриці прямого перетворення

$$\mathbf{T}_{xyz}^{abc}=(\mathbf{T}_{abc}^{xyz})^{-1}=(\mathbf{T}_{abc}^{xyz})^T. \tag{7}$$

Оскільки перетворення у вигляді обертання системи координат навколо спільного центру не змінює довжин векторів та кутів між ними, то інваріантами перетворення координат у теорії миттєвої потужності трифазних кіл є модулі векторів напруги та струму, миттєві повна, активна та реактивна потужності. Всі зазначені величини в будь-яких координатних системах дорівнюють таким у базовій системі $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, змінюються відповідно до формули (6) лише координати векторів напруги $\mathbf{v}_{abc}=\|v_a\quad v_b\quad v_c\|^T$ та струму $\mathbf{i}_{abc}=\|i_a\quad i_b\quad i_c\|^T$. Також за формулою (6) будуть змінюватися координати вектора миттєвої реактивної потужності $\vec{q}$, що визначається формулою (2) [11], оскільки згідно з властивостями векторного добутку

$$\mathbf{q}_{xyz}=\begin{Vmatrix}q_x\\ q_y\\ q_z\end{Vmatrix}=\mathbf{v}_{xyz}\times\mathbf{i}_{xyz}=(\mathbf{T}_{abc}^{xyz}\mathbf{v}_{abc})\times(\mathbf{T}_{abc}^{xyz}\mathbf{i}_{abc})=\mathbf{T}_{abc}^{xyz}(\mathbf{v}_{abc}\times\mathbf{i}_{abc})=\mathbf{T}_{abc}^{xyz}\mathbf{q}_{abc}=\mathbf{T}_{abc}^{xyz}\begin{Vmatrix}q_a\\ q_b\\ q_c\end{Vmatrix}. \tag{8}$$

Таким чином, для координат вектора миттєвої реактивної потужності в новій системі координат маємо дві еквівалентні формули

$$\mathbf{q}_{xyz}=\mathbf{v}_{xyz}\times\mathbf{i}_{xyz};\qquad \mathbf{q}_{xyz}=\mathbf{T}_{abc}^{xyz}\mathbf{q}_{abc}. \tag{9}$$

Якщо задано або виявлено властивості перетворення координат, то нова координатна система може бути побудована (описана) аналітично в такій послідовності.

1. Задані, бажані або виявлені властивості перетворення координат формулюють у термінах аналітичної геометрії.
2. Перші два орти нової системи координат розташовують у просторі таким чином, щоб задовольнити вимогам другої частини п.1.
3. Координати цих ортів виражають у базовій координатній системі за формулою (5).

4. Координати третього орта нової системи знаходять як векторний добуток двох попередніх з таким розрахунком, щоб вони в сукупності утворювали праву трійку.

5. За визначеними координатами усіх трьох ортів нової системи відповідно до формули (6) формують матрицю перетворення координатних векторів та перевіряють умови її ортонормованості.

6. Визначають координатні вектори напруги, струму, реактивної потужності та перевіряють виконання заданих у першій частині п.1 властивостей перетворення координат.

Проілюструємо методику аналітичної побудови системи координат на прикладі переходу від abc до $\alpha\beta o$ -системи, відомого як перетворення E.Clarke.

З плином часу просторові вектори $\vec{v},\vec{i}$ описують певні траєкторії у просторі. Зокрема, за умов $v_a + v_b + v_c = 0;\ i_a + i_b + i_c = 0$ всі ці траєкторії будуть локалізовані у площині, перпендикулярній до орта $\vec{o} = \left(1/\sqrt{3}\right)(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}),$ що випливає з формули для скалярного добутку двох векторів з урахуванням вказаних умов, наприклад, $\vec{v} \cdot \vec{o} = \left(1/\sqrt{3}\right)(v_a \cdot 1 + v_b \cdot 1 + v_c \cdot 1) = 0$. Множник $\left(1/\sqrt{3}\right)$ в останньому та попередньому виразах забезпечує одиничну довжину орта, що розглядається. Два інших орти $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ нової просторової декартової системи координат оберемо в зазначеній площині з таким розрахунком, щоб напрям орта $\vec{\alpha}$ співпадав з напрямом проекції орта $\vec{a}$ на площину, а орт $\vec{\beta}$ утворював праву трійку в системі $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{o}$ (тобто, щоб найкоротший поворот від $\vec{\alpha}$ до $\vec{\beta}$ спостерігався з кінця вектора $\vec{o}$ проти годинникової стрілки). За сформульованих умов напрям орта $\vec{\beta}$ визначається векторним добутком

$$\sqrt{3} \cdot \vec{o} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot \vec{a} - (-1) \cdot \vec{b} + (-1) \cdot \vec{c} = \vec{b} - \vec{c}$$ з урахуванням нормування $\vec{\beta} = \left(\sqrt{2}\right)^{-1}(\vec{b} - \vec{c}).$

Третій орт $\vec{\alpha}$ визначається векторним добутком

$$\vec{\alpha} = \vec{\beta} \times \vec{o} = \begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}}(2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}).$$

Таким чином, система ортів $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{o}$ має таку сукупність координат в декартовій системі з ортами $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$: $\quad \vec{\alpha} = (1/\sqrt{6})(\sqrt{4}\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}); \quad \vec{\beta} = (1/\sqrt{2})(\vec{b} - \vec{c}); \quad \vec{o} = (1/\sqrt{3})(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}).$

Відповідна матрично-векторна форма перетворення координат має вигляд

$$\begin{Vmatrix} k_\alpha \\ k_\beta \\ k_0 \end{Vmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{Vmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} k_a \\ k_b \\ k_c \end{Vmatrix}.$$

Отже, матриця відповідного перетворення $\vec{a},\vec{b},\vec{c} \to \vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{o}$ має вигляд

$$\mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta o} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{Vmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{Vmatrix}, \qquad (10)$$

що співпадає з добре відомою матрицею перетворення E.Clarke.

Неважко перевірити, що виконуються усі умови ортонормованості цієї матриці, вона часто використовується на першому кроці перетворення координат у будь-яку іншу систему координат [3]. Матрицю оберненого перетворення $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{o} \to \vec{a},\vec{b},\vec{c}$ знайдемо транспонуванням матриці прямого перетворення

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta o}^{abc} = (\mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta o})^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{Vmatrix}. \qquad (11)$$

Координатний вектор напруги має вигляд

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta o}=\begin{Vmatrix}v_\alpha\\v_\beta\\v_0\end{Vmatrix}=\mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta o}\mathbf{v}_{abc}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{Vmatrix}1&-1/2&-1/2\\0&\sqrt{3}/2&-\sqrt{3}/2\\1/\sqrt{2}&1/\sqrt{2}&1/\sqrt{2}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}v_a\\v_b\\v_c\end{Vmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{Vmatrix}v_a-(v_b+v_c)/2\\\sqrt{3}(v_b-v_c)/2\\(v_a+v_b+v_c)/\sqrt{2}\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}(3v_a-v_+)/\sqrt{6}\\(v_b-v_c)/\sqrt{2}\\v_+/\sqrt{3}\end{Vmatrix},$$

$$(v_+=v_a+v_b+v_c). \qquad (12)$$

Координатний вектор струму визначається аналогічно

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta o}=\begin{Vmatrix}i_\alpha\\i_\beta\\i_0\end{Vmatrix}=\mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta o}\mathbf{i}_{abc}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{Vmatrix}1&-1/2&-1/2\\0&\sqrt{3}/2&-\sqrt{3}/2\\1/\sqrt{2}&1/\sqrt{2}&1/\sqrt{2}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}i_a\\i_b\\i_c\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}(3i_a-i_+)/\sqrt{6}\\(i_b-i_c)/\sqrt{2}\\i_+/\sqrt{3}\end{Vmatrix}, \qquad (i_+=i_a+i_b+i_c). \qquad (13)$$

Координатний вектор миттєвої реактивної потужності

$$\mathbf{q}_{\alpha\beta o}=\begin{Vmatrix}q_\alpha\\q_\beta\\q_0\end{Vmatrix}=\mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta o}\mathbf{q}_{abc}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{Vmatrix}1&-1/2&-1/2\\0&\sqrt{3}/2&-\sqrt{3}/2\\1/\sqrt{2}&1/\sqrt{2}&1/\sqrt{2}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}q_a\\q_b\\q_c\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}(3q_a-q_+)/\sqrt{6}\\(q_b-q_c)/\sqrt{2}\\q_+/\sqrt{3}\end{Vmatrix}, \qquad (14)$$

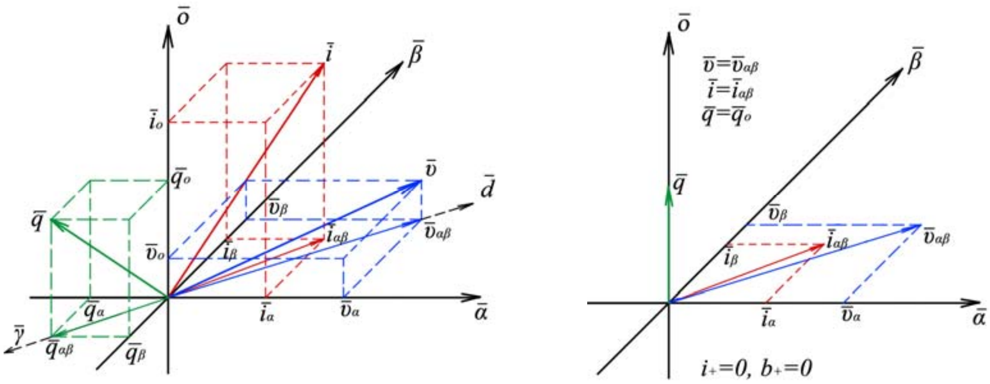
де $q_+=q_a+q_b+q_c=v_bi_c-v_ci_b+v_ci_a-v_ai_c+v_ai_b-v_bi_a$.

Взаємне розташування векторів $\vec{v},\vec{i},\vec{q}$ показано на рис.1, *а*. У випадку, коли відсутні складові нульової послідовності трифазних напруг та струмів ($v_+=0,\ i_+=0$), формули для координатних векторів набувають вигляду

$$\mathbf{v}^+_{\alpha\beta o}=\begin{Vmatrix}v^+_\alpha\\v^+_\beta\\v^+_0\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\sqrt{3v_a}/\sqrt{2}\\(v_b-v_c)/\sqrt{2}\\0\end{Vmatrix}; \qquad \mathbf{i}^+_{\alpha\beta o}=\begin{Vmatrix}i^+_\alpha\\i^+_\beta\\i^+_0\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\sqrt{3i_a}/\sqrt{2}\\(i_b-i_c)/\sqrt{2}\\0\end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{q}^+_{\alpha\beta o}=\begin{Vmatrix}q^+_\alpha\\q^+_\beta\\q^+_0\end{Vmatrix}=\mathbf{v}^+_{\alpha\beta o}\times\mathbf{i}^+_{\alpha\beta o}=\begin{Vmatrix}\sqrt{3v_a}/\sqrt{2}\\(v_b-v_c)/\sqrt{2}\\0\end{Vmatrix}\times\begin{Vmatrix}\sqrt{3i_a}/\sqrt{2}\\(i_b-i_c)/\sqrt{2}\\0\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}0\\0\\\sqrt{3}[v_a(i_b-i_c)-(v_b-v_c)i_a]/2\end{Vmatrix}.$$

Із порівняння з формулою (14) приходимо до висновку, що в цьому випадку $q_a=q_b=q_c=q/\sqrt{3}=q_+\sqrt{3}$; $q=\sqrt{3}[v_a(i_b-i_c)-(v_b-v_c)i_a]/2$, просторові вектори напруги та струму $\vec{v},\vec{i}$ локалізовані в $\alpha\beta-$площині, а просторовий вектор миттєвої реактивної потужності $\vec{q}$ спрямований вздовж орта $\vec{o}$ (рис. 1, *б*).



а *б*

Рис. 1

Декомпозиція вектора миттєвої реактивної потужності в системах координат, що обертаються. Системи координат, в яких напрям одного з ортів визначає напрям просторового вектора напруги, а інший орт локалізований в $\alpha\beta-$площині, обертаються з плином часу. Серед відомих виділимо dqo-та pqr-системи.

Система dqo має вісь з ортом $\vec{o}=(1/\sqrt{3})(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$, а два інші орти $\vec{d},\vec{q}'$ (у позначенні орта введено штрих, щоб відрізняти його від вектора реактивної потужності) обертаються в $\alpha\beta-$ площині синхронно з просторовим вектором напруги таким чином, що $\vec{d}$ співпадає з напрямом проекції вектора $\vec{v}=v_a\vec{a}+v_b\vec{b}+v_c\vec{c}$ на цю площину, а ортогональна система ортів $\vec{d},\vec{q}',\vec{o}$ утворює праву трійку (рис. 2, *а*). Синхронне обертання ортів даної системи з зазначеною властивістю дозволяє обнулити проекцію вектора $\vec{v}$ на вісь $\vec{q}.'$ Напрям цієї осі визначається векторним добутком

$$\sqrt{3}\vec{o}\times\vec{v}=\begin{vmatrix}\vec{a} & \vec{b} & \vec{c}\\ 1 & 1 & 1\\ v_a & v_b & v_c\end{vmatrix}=(v_c-v_b)\vec{a}+(v_a-v_c)\vec{b}+(v_b-v_a)\vec{c}.$$

Модуль останнього вектора

$$\sqrt{(v_c-v_b)^2+(v_a-v_c)^2+(v_b-v_a)^2}=\sqrt{3(v_a{}^2+v_b{}^2+v_c{}^2)-(v_a+v_b+v_c)^2}=\sqrt{3v^2-v_+^2}.$$

Таким чином, $\vec{q}'\sqrt{3v^2-v_+^2}=(v_c-v_b)\vec{a}+(v_a-v_c)\vec{b}+(v_b-v_a)\vec{c}.$

Останній орт системи координат, що розглядається, визначимо як результат векторного добутку

$$\vec{d}=\vec{q}'\times\vec{o}=\frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{3v^2-v_+^2}}\begin{vmatrix}\vec{a} & \vec{b} & \vec{c}\\ v_c-v_b & v_a-v_c & v_b-v_a\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=$$

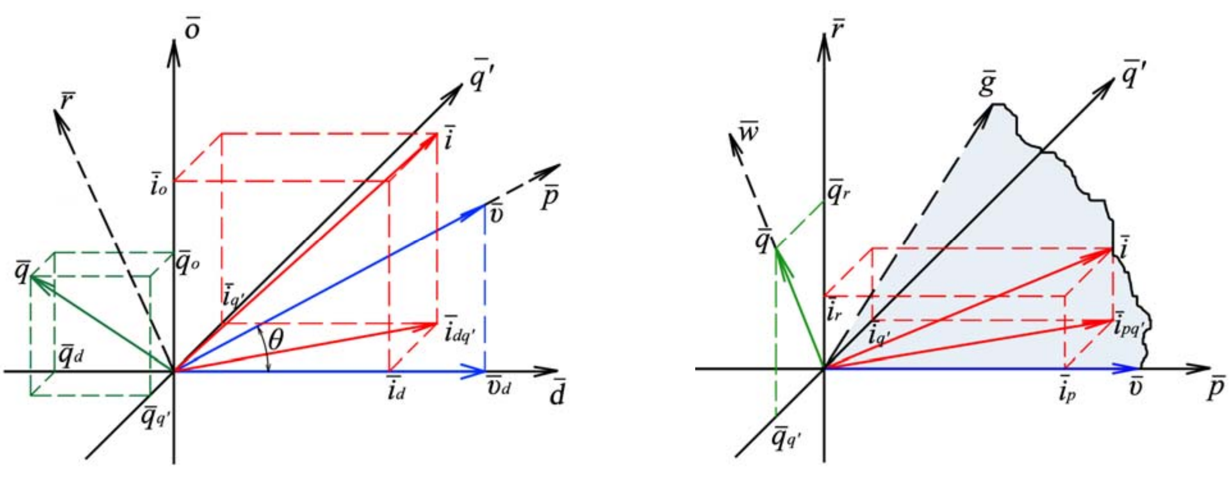
$$=\frac{1}{\sqrt{v^2-v_+^2/3}}\left(\frac{2v_a-v_b-v_c}{3}\vec{a}+\frac{2v_b-v_a-v_c}{3}\vec{b}+\frac{2v_c-v_a-v_b}{3}\vec{c}\right)=\frac{v_a-v_+/3}{v_{\alpha\beta}}\vec{a}+\frac{v_b-v_+/3}{v_{\alpha\beta}}\vec{b}+\frac{v_c-v_+/3}{v_{\alpha\beta}}\vec{c},$$

де $v_{\alpha\beta}=\sqrt{(v_a-v_+/3)^2+(v_b-v_+/3)^2+(v_c-v_+/3)^2}=\sqrt{v^2-v_+^2/3}$ – це довжина вектора $\vec{v}_{\alpha\beta}=\vec{v}-(v_+/\sqrt{3})\vec{o}$ – проекції вектора $\vec{v}$ на $\alpha\beta$ -площину (рис. 1, *а*).

Таким чином, система ортів $\vec{d},\vec{q}',\vec{o}$ має таку сукупність координат у декартовій системі $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$:

$$\vec{d}=\frac{v_a-v_+/3}{v_{\alpha\beta}}\vec{a}+\frac{v_b-v_+/3}{v_{\alpha\beta}}\vec{b}+\frac{v_c-v_+/3}{v_{\alpha\beta}}\vec{c};\quad \vec{q}'=\frac{v_c-v_b}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}}\vec{a}+\frac{v_a-v_c}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}}\vec{b}+\frac{v_b-v_a}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}}\vec{c};\quad \vec{o}=\frac{1}{\sqrt{3}}\vec{a}+\frac{1}{\sqrt{3}}\vec{b}+\frac{1}{\sqrt{3}}\vec{c}. \quad (15)$$

Взаємне розташування векторів $\vec{v}$, $\vec{i}$, $\vec{q}$ показано на рис. 2, *а*. Система pqr може бути утворена з попередньої dqo-системи шляхом обертання її навколо орта $\vec{q}'$ на кут θ між векторами $\vec{v}_{\alpha\beta}$ та $\vec{v}$ [8], тобто орт $\vec{p}$ спрямований вздовж вектора $\vec{v}$, орт $\vec{q}'$ залишається без змін, а орт $\vec{r}$ утворює праву трійку (рис. 2, *а*):



а *б*

Рис. 2

$$\vec{r} = \vec{p} \times \vec{q}' = \frac{1}{\sqrt{3} v v_{\alpha\beta}} \begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ v_a & v_b & v_c \\ v_c - v_b & v_a - v_c & v_b - v_a \end{vmatrix} = \frac{v^2 - v_a v_+}{\sqrt{3} v v_{\alpha\beta}} \vec{a} + \frac{v^2 - v_b v_+}{\sqrt{3} v v_{\alpha\beta}} \vec{b} + \frac{v^2 - v_c v_+}{\sqrt{3} v v_{\alpha\beta}} \vec{c}.$$

Система ортів $\vec{p}, \vec{q}', \vec{r}$ має таку сукупність координат в декартовій системі $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$:

$$\vec{p} = \frac{v_a}{v} \vec{a} + \frac{v_b}{v} \vec{b} + \frac{v_c}{v} \vec{c}; \quad \vec{q}' = \frac{v_c - v_b}{\sqrt{3} v_{\alpha\beta}} \vec{a} + \frac{v_a - v_c}{\sqrt{3} v_{\alpha\beta}} \vec{b} + \frac{v_b - v_a}{\sqrt{3} v_{\alpha\beta}} \vec{c}; \quad \vec{r} = \frac{v^2 - v_a v_+}{\sqrt{3} v v_{\alpha\beta}} \vec{a} + \frac{v^2 - v_b v_+}{\sqrt{3} v v_{\alpha\beta}} \vec{b} + \frac{v^2 - v_c v_+}{\sqrt{3} v v_{\alpha\beta}} \vec{c}.$$

Зауважимо суттєву особливість pqr-системи [8], яка полягає у тому, що координата q_p вектора реактивної потужності завжди нульова (вектор $\vec{q}$ розташований в $q'r$-площині, як показано на рис. 2, *б*), а координати вектора струму пропорційні іншим складовим повної миттєвої потужності.

Враховуючи, що $q_r^2 + q_{q'}^2 = q^2$, з виразу для координат вектора миттєвої потужності та властивості інваріантності його модуля в різних системах координат випливає співвідношення між величинами з позначкою "+"

$$(v_+ p - v^2 i_+)^2 + v^2 q^2{}_+ = (3v^2 - v_+{}^2) q^2. \tag{16}$$

Нові координатні системи в теорії миттєвої потужності трифазних кіл. Прагнення до зменшення кількості ненульових координат перетворених просторових векторів напруг та струмів призводить до систем просторових координат, що враховують миттєве просторове положення обох цих векторів. Якщо координатна площина, що визначається двома ортами (назвемо їх $\vec{p}$ та $\vec{g}$), буде проведена через обидва просторові вектори $\vec{v}, \vec{i}$ (рис. 2, *б*), то їхні проекції на третій орт (назвемо його $\vec{w}$) будуть дорівнювати нулю. При цьому напрям першого орта $\vec{p}$, як і в попередній pqr-системі, співпадає з просторовим вектором напруги, що забезпечує його нульові проекції на два інших орти. Отже,

$$\vec{p} = \vec{v} / v = (v_a \vec{a} + v_b \vec{b} + v_c \vec{c}) / v.$$

Вектором, перпендикулярним до обох просторових векторів $\vec{v}, \vec{i}$ (рис. 2, *б*), буде результат їхнього векторного добутку, тобто вектор миттєвої реактивної потужності $\vec{q}$.

З урахуванням умови нормування третій орт

$$\vec{w} = \vec{q} / q = (q_a \vec{a} + q_b \vec{b} + q_c \vec{c}) / q.$$

Другий орт $\vec{g}$ утворює праву трійку з двома вже визначеними

$$\vec{g} = \vec{w} \times \vec{p} = \frac{1}{vq} \begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ q_a & q_b & q_c \\ v_a & v_b & v_c \end{vmatrix} = \frac{v_c q_b - v_b q_c}{vq} \vec{a} + \frac{v_a q_c - v_c q_a}{vq} \vec{b} + \frac{v_b q_a - v_a q_b}{vq} \vec{c}.$$

Система ортів $\vec{p}, \vec{g}, \vec{w}$ має таку сукупність координат в декартовій системі з ортами $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$:

$$\vec{p} = \frac{v_a}{v} \vec{a} + \frac{v_b}{v} \vec{b} + \frac{v_c}{v} \vec{c}; \quad \vec{g} = \frac{v_c q_b - v_b q_c}{vq} \vec{a} + \frac{v_a q_c - v_c q_a}{vq} \vec{b} + \frac{v_b q_a - v_a q_b}{vq} \vec{c}; \quad \vec{w} = \frac{q_a}{q} \vec{a} + \frac{q_b}{q} \vec{b} + \frac{q_c}{q} \vec{c}\,. \tag{17}$$

Матрицю відповідного перетворення координат, а також значення векторів миттєвих напруги, струму та реактивної потужності для розглянутих у статті систем координат наведено в таблиці. Взаємне розташування векторів $\vec{u}$, $\vec{i}$, $\vec{q}$ показано на рис. 3, *а*.

Отже, в *pgw*-системі вектор напруги містить єдину ненульову координату, що дорівнює його модулю, вектор струму містить дві ненульові координати, пропорційні, відповідно, миттєвим значенням активної та реактивної потужностей, вектор миттєвої реактивної потужності також містить єдину ненульову координату, що дорівнює його модулю.

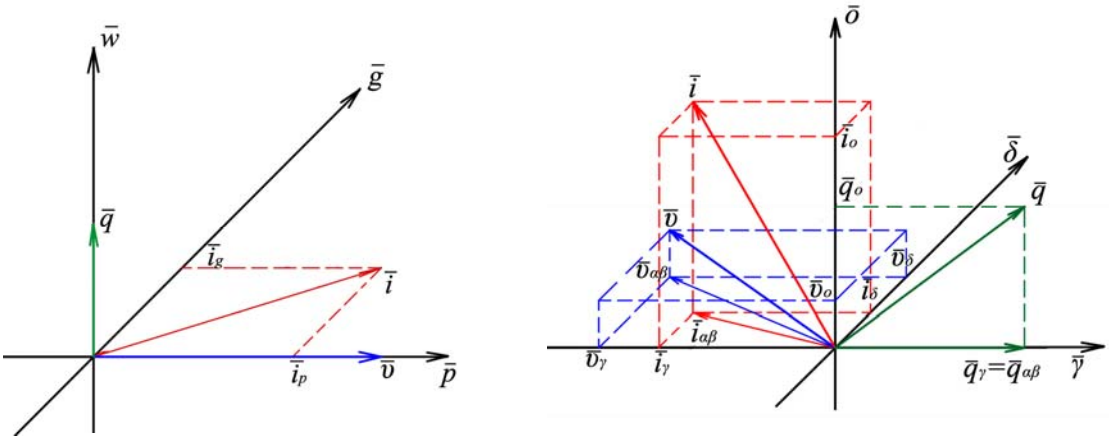
Знайдемо вираз для просторового вектора з координатою i_p. Оскільки напрям цього вектора задається ортом $\vec{p} = \vec{v} / v$,

$$\vec{i}_p = i_p \vec{p} = \frac{p}{v} \frac{\vec{v}}{v} = \frac{p}{v^2} \vec{v}. \tag{18}$$

Іншу ортогональну складову просторового вектора струму знайдемо як векторну різницю

$$\vec{i}_g = \vec{i} - \vec{i}_p = i_g \vec{g} = \frac{q}{v} (\vec{w} \times \vec{p}) = \frac{q}{v} (\frac{\vec{q}}{q} \times \frac{\vec{v}}{v}) = \frac{\vec{q} \times \vec{v}}{v^2}. \tag{19}$$

Вирази (18), (19) тотожні виразам для складових вектора струму, отриманим на основі узагальненої теорії миттєвої потужності [11], більше відомої у вітчизняній літературі як крос-векторна теорія миттєвої потужності [1], а також за допомогою оптимізаційних процедур на основі множників Лагранжа [6], що мінімізують норму вектора $\vec{i} - \vec{i}_g$. Таким чином, запропонована pgw-система є адекватною координатною системою по відношенню до крос-векторної та оптимізаційної теорій і також може бути використана для розрахунку складових миттєвої потужності.



а *б*

Рис. 3

Загальним недоліком застосування координатних систем з ортом $\vec{p} = \vec{v}/v$ та складовою вектора струму $\vec{i}_p = (p/v^2)\vec{v}$, що відповідає вектору миттєвого струму джерела, є неможливість компенсувати складову нульової послідовності цього вектора за наявності такої складової у вектора $\vec{v}$ [10]. Компенсація неактивних складових миттєвої потужності в умовах суттєвої несиметрії трифазних струмів та напруг потребує системи координат, в якій чітко виділяється складова вектора миттєвої потужності, обумовлена складовими нульової послідовності. Представимо вектори миттєвих значень напруг та струмів у вигляді $\vec{v} = \vec{v}_{\alpha\beta} + \vec{v}_0$; $\vec{i} = \vec{i}_{\alpha\beta} + \vec{i}_0$, де $\vec{v}_0 = (v_+/\sqrt{3})\vec{o} = (v_+/3)\left\|1 \quad 1 \quad 1\right\|^T$, $\vec{i}_0 = (i_+/\sqrt{3})\vec{o} = (i_+/3)\left\|1 \quad 1 \quad 1\right\|^T$ – складові відповідних векторів, спрямовані вздовж осі $\vec{o}$, інші складові з індексами $\alpha\beta$ локалізовані в $\alpha\beta$-площині (рис. 3, *б*). Вектор миттєвої реактивної потужності визначається формулою

$$\vec{q} = (\vec{v}_{\alpha\beta} + \vec{v}_0) \times (\vec{i}_{\alpha\beta} + \vec{i}_0) = \vec{v}_{\alpha\beta} \times \vec{i}_{\alpha\beta} + \vec{v}_0 \times \vec{i}_{\alpha\beta} + \vec{v}_{\alpha\beta} \times \vec{i}_0 = \vec{q}_0 + \vec{q}_{\alpha\beta},$$

де $\vec{q}_0 = \vec{v}_{\alpha\beta} \times \vec{i}_{\alpha\beta} = q_0\vec{o} = \dfrac{q_+}{\sqrt{3}}\vec{o} = \dfrac{q_+}{3}\left\|1 \quad 1 \quad 1\right\|^T$ – складова вектора $\vec{q}$, спрямована вздовж осі $\vec{o}$, яка набуває ненульового значення за наявності фазового зсуву між векторами $\vec{v}_{\alpha\beta}$ та $\vec{i}_{\alpha\beta}$; $\vec{q}_{\alpha\beta} = \vec{v}_{\alpha\beta} \times \vec{i}_0 + \vec{v}_0 \times \vec{i}_{\alpha\beta}$ – складова вектора $\vec{q}$, локалізована в $\alpha\beta$-площині, яка набуває ненульового значення лише за наявності складової нульової послідовності в будь-якому з векторів $\vec{v}$ чи $\vec{i}$.

Складова $\vec{q}_0$ повністю аналогічна вектору миттєвої реактивної потужності трифазної трипровідної мережі з симетричним джерелом напруги [6], а складова $\vec{q}_{\alpha\beta}$ зумовлює додаткове збільшення модуля вектора миттєвої реактивної потужності, оскільки в силу перпендикулярності зазначених складових $q = \sqrt{q_{\alpha\beta}{}^2 + q_0{}^2}$. Відносна величина $k_0 = q_{\alpha\beta}/q = \sqrt{1 - q^2{}_+/3q^2}$ може слугувати коефіцієнтом спотворення миттєвої реактивної потужності складовими нульової послідовності струмів та напруг.

У відповідній системі координат для визначення зазначених складових миттєвої реактивної потужності (назвемо її $\gamma\delta o$-система) два з трьох ортів мають бути спрямовані вздовж векторів $\vec{q}_o$ та $\vec{q}_{\alpha\beta}$. Отже, $\gamma\delta o$-система має вісь з ортом $\vec{o} = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})/\sqrt{3}$, орт $\vec{\gamma}$ співпадає з напрямом проекції вектора миттєвої реактивної потужності на $\alpha\beta$ -площину $\vec{q}_{\alpha\beta}$, а ортогональна система ортів $\vec{\gamma},\vec{\delta},\vec{o}$ утворює праву трійку (рис. 3, *б*). Правила побудови ортів даної системи в термінах складових вектора миттєвої потужності співпадають з відповідними правилами побудови системи dqo в термінах складових вектора напруг, отже матриця перетворення координат $\mathbf{T}_{abc}^{\gamma\delta o}$ може бути отримана з матриці $\mathbf{T}_{abc}^{dqo}$ при заміні v на q (таблиця).

Система координат	Матриця перетворень	Вектор миттєвої напруги	Вектор миттєвого струму	Вектор миттєвої реактивної потужності
$\alpha\beta o$	$\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{Vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \frac{3v_a - v_+}{\sqrt{6}} \\ \frac{v_b - v_c}{\sqrt{2}} \\ \frac{v_+}{\sqrt{3}} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \frac{3i_a - i_+}{\sqrt{6}} \\ \frac{i_b - i_c}{\sqrt{2}} \\ \frac{i_+}{\sqrt{3}} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \frac{3q_a - q_+}{\sqrt{6}} \\ \frac{q_b - q_c}{\sqrt{2}} \\ \frac{q_+}{\sqrt{3}} \end{Vmatrix}$
dqo	$\begin{Vmatrix} \frac{v_a - v_+/3}{v_{\alpha\beta}} & \frac{v_b - v_+/3}{v_{\alpha\beta}} & \frac{v_c - v_+/3}{v_{\alpha\beta}} \\ \frac{v_c - v_b}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} & \frac{v_a - v_c}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} & \frac{v_b - v_a}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} v_{\alpha\beta} \\ 0 \\ v_+/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \frac{p - i_+v_+/3}{v_{\alpha\beta}} \\ \frac{q_+}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} \\ i_+/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} -\frac{q_+v_+}{3v_{\alpha\beta}} \\ \frac{v_+(p - i_+v_+/3) - i_+v_{\alpha\beta}^2}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} \\ q_+/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$
pqr	$\begin{Vmatrix} v_a/v & v_b/v & v_c/v \\ \frac{v_c - v_b}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} & \frac{v_a - v_c}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} & \frac{v_b - v_a}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} \\ \frac{v^2 - v_av_+}{\sqrt{3}vv_{\alpha\beta}} & \frac{v^2 - v_bv_+}{\sqrt{3}vv_{\alpha\beta}} & \frac{v^2 - v_cv_+}{\sqrt{3}vv_{\alpha\beta}} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} p/v \\ \frac{q_+}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} \\ \frac{v^2i_+ - v_+p}{\sqrt{3}vv_{\alpha\beta}} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} 0 \\ \frac{(v_+p - v^2i_+)}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} \\ \frac{vq_+}{\sqrt{3}v_{\alpha\beta}} \end{Vmatrix}$
pgw	$\begin{Vmatrix} \frac{v_a}{v} & \frac{v_b}{v} & \frac{v_c}{v} \\ \frac{v_cq_b - v_bq_c}{vq} & \frac{v_aq_c - v_cq_a}{vq} & \frac{v_bq_a - v_aq_b}{vq} \\ \frac{q_a}{q} & \frac{q_b}{q} & \frac{q_c}{q} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \frac{p}{v} \\ \frac{q}{v} \\ 0 \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ q \end{Vmatrix}$
$\gamma\delta o$	$\begin{Vmatrix} \frac{q_a - q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \frac{q_b - q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \frac{q_c - q_+/3}{q_{\alpha\beta}} \\ \frac{q_c - q_b}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \frac{q_a - q_c}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \frac{q_b - q_a}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \frac{-v_+q_+/3}{q_{\alpha\beta}} \\ \frac{v^2i_+ - pv_+}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} \\ v_+/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} \frac{-i_+q_+/3}{q_{\alpha\beta}} \\ \frac{pi_+ - i^2v_+}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} \\ i_+/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$	$\begin{Vmatrix} q_{\alpha\beta} \\ 0 \\ q_+/\sqrt{3} \end{Vmatrix}$

Отримаємо прямі формули для перетворення миттєвих координат векторів напруги, струму та реактивної потужності. Координатний вектор напруги має вигляд

$$\mathbf{v}_{\gamma\delta o}=\begin{Vmatrix}v_\gamma\\ v_\delta\\ v_0\end{Vmatrix}=\mathbf{T}_{abc}^{\gamma\delta o}\mathbf{v}_{abc}=\begin{Vmatrix}\dfrac{q_a-q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_b-q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_c-q_+/3}{q_{\alpha\beta}}\\ \dfrac{q_c-q_b}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_a-q_c}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_b-q_a}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}}\\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}v_a\\ v_b\\ v_c\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\dfrac{-v_+q_+}{3q_{\alpha\beta}}\\ \dfrac{v^2i_+-pv_+}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}}\\ v_+/\sqrt{3}\end{Vmatrix}.$$

Координатний вектор струму визначається виразом

$$\mathbf{i}_{\gamma\delta o}=\begin{Vmatrix}i_\delta\\ i_\delta\\ i_0\end{Vmatrix}=\mathbf{T}_{abc}^{\gamma\delta o}\mathbf{i}_{abc}=\begin{Vmatrix}\dfrac{q_a-q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_b-q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_c-q_+/3}{q_{\alpha\beta}}\\ \dfrac{q_c-q_b}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_a-q_c}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_b-q_a}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}}\\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}i_a\\ i_b\\ i_c\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\dfrac{-i_+q_+}{3q_{\alpha\beta}}\\ \dfrac{pi_+-i^2v_+}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}}\\ i_+/\sqrt{3}\end{Vmatrix}.$$

Перевіряємо інваріантність миттєвої активної потужності

$$\mathbf{v}_{\gamma\delta o}\cdot\mathbf{i}_{\gamma\delta o}=v_\gamma i_\gamma+v_\delta i_\delta+v_0i_0=\left(\frac{-v_+q_+/3}{q_{\alpha\beta}}\right)\left(\frac{-i_+q_+/3}{q_{\alpha\beta}}\right)+\frac{v^2i_+-pv_+}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}}\frac{pi_+-i^2v_+}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}}+\frac{v_+}{\sqrt{3}}\frac{i_+}{\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{v_+i_+(q^2{}_{\alpha\beta}+q^2{}_+/3-v^2i^2+p^2)+p(v^2i^2{}_+-2pv_+i_++i^2v^2{}_+)}{3q^2{}_{\alpha\beta}}=p.$$

В останньому виразі використано співвідношення $v^2i^2{}_+-2pv_+i_++i^2v^2{}_+=3q^2-q_+{}^2=3q_{\alpha\beta}{}^2$, що випливає з формули (16).

Вектор миттєвої потужності знайдемо перетворенням координат

$$\mathbf{q}_{\gamma\delta o}=\begin{Vmatrix}q_\gamma\\ q_\delta\\ q_0\end{Vmatrix}=\mathbf{T}_{abc}^{\gamma\delta o}\mathbf{q}_{abc}=\begin{Vmatrix}\dfrac{q_a-q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_b-q_+/3}{q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_c-q_+/3}{q_{\alpha\beta}}\\ \dfrac{q_c-q_b}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_a-q_c}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}} & \dfrac{q_b-q_a}{\sqrt{3}q_{\alpha\beta}}\\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}q_a\\ q_b\\ q_c\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}q_{\alpha\beta}\\ 0\\ q_+/\sqrt{3}\end{Vmatrix}.$$

З іншого боку, знайдемо вектор миттєвої потужності як векторний добуток векторів миттєвих значень напруги та струму

$$\mathbf{q}_{\gamma\delta o}=\begin{Vmatrix}q_\gamma\\ q_\delta\\ q_0\end{Vmatrix}=\mathbf{v}_{\gamma\delta o}\times\mathbf{i}_{\gamma\delta o}=\begin{Vmatrix}v_\gamma\\ v_\delta\\ v_0\end{Vmatrix}\times\begin{Vmatrix}i_\gamma\\ i_\delta\\ i_0\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}v_\delta i_0-v_0i_\delta\\ v_0i_\gamma-v_\gamma i_0\\ v_\gamma i_\delta-v_\delta i_\gamma\end{Vmatrix}.$$

Прирівнюючи ненульові значення складових миттєвої потужності, отримаємо систему рівнянь

$$\begin{Vmatrix}v_\gamma & v_\delta & v_0\\ -v_\delta & v_\gamma & 0\\ 0 & -v_0 & v_\delta\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}i_\gamma\\ i_\delta\\ i_0\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}p\\ q_0\\ q_{\alpha\beta}\end{Vmatrix}.$$

Її визначник $\begin{vmatrix}v_\gamma & v_\delta & v_0\\ -v_\delta & v_\gamma & 0\\ 0 & -v_0 & v_\delta\end{vmatrix}=v_\delta(v_\gamma{}^2+v_\delta{}^2+v_0{}^2)=v_\delta v^2$ не дорівнює нулю за умови $v^2i_+\neq pv_+$.

Зворотний перехід до компенсаційних струмів за перетвореними значеннями складових миттєвої потужності здійснюється за формулою

$$\begin{Vmatrix} i^c{}_\gamma \\ i^c{}_\delta \\ i^c{}_0 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} v_\gamma & v_\delta & v_0 \\ -v_\delta & v_\gamma & 0 \\ 0 & -v_0 & v_\delta \end{Vmatrix}^{-1} \begin{Vmatrix} p^c \\ q^c{}_0 \\ q^c{}_{\alpha\beta} \end{Vmatrix} = \frac{1}{v_\delta v^2} \begin{Vmatrix} v_\gamma v_\delta & -(v_\delta{}^2 + v_0{}^2) & -v_\gamma v_0 \\ v_\delta{}^2 & v_\gamma v_\delta & -v_\delta v_0 \\ v_\delta v_0 & -v_\gamma v_0 & v_\gamma{}^2 + v_\delta{}^2 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} p^c \\ q^c{}_0 \\ q^c{}_{\alpha\beta} \end{Vmatrix}.$$

Наявність окремого каналу регулювання за складовою $q_{\alpha\beta}$ у запропонованій системі координат дозволяє надійно компенсувати спотворення споживаного струму нульової послідовності, викликані як нелінійністю навантаження, так і несиметрією напруги живлення.

Оскільки координати векторів миттєвих струму та напруги в розглянутій координатній системі визначені лише для несиметричної трифазної мережі, коли $i_+ \neq 0$ та/або $v_+ \neq 0$, то до $\gamma\delta o$-системи доречно переходити лише за умови наявності такої несиметрії. Інакше доцільно використовувати $\alpha\beta o$-систему, в якій за відсутності несиметрії вектори миттєвих струму та напруги також мають по дві ненульові координати, а вектор миттєвої потужності спрямований вздовж осі $\vec{o}$. Отже, доцільним є застосування адаптивної системи координат, яка працює в $\alpha\beta o$-системі за симетричного режиму трифазної мережі, а за умови $i_+ \neq 0;\ v_+ \neq 0$ переходить до $\gamma\delta o$-системи шляхом обертання навколо осі $\vec{o}$, що в середньому зменшує трудомісткість обчислення координат.

Висновки.

1. Визначена методика аналітичної побудови координатних систем у теорії миттєвої потужності трифазних кіл враховує задані або бажані властивості перетворення координат.
2. Отримані прямі аналітичні вирази для координатних векторів струму, напруги та реактивної потужності існуючих координатних систем у теорії миттєвої потужності трифазних кіл дозволяють здійснювати порівняння цих координатних систем за заданими критеріями.
3. Запропонована pwg-система координат адекватна крос-векторній та оптимізаційній теоріям миттєвої потужності трифазних кіл.
4. Запропонована $\gamma\delta o$-система координат дозволяє організувати окремий канал регулювання за складовою миттєвої реактивної потужності $q_{\alpha\beta}$ і, тим самим, надійно компенсувати спотворення споживаного струму нульової послідовності, викликані як нелінійністю навантаження, так і несиметрією напруги живлення.
5. Запропонована концепція побудови адаптивної системи координат, яка при симетричній трифазній мережі працює в $\alpha\beta o$-системі, а за умови $i_+ \neq 0;\ v_+ \neq 0$ переходить до $\gamma\delta o$-системи шляхом обертання навколо осі $\vec{o}$, дозволяє зменшувати трудомісткість обчислення координат.

1. *Домнин И.Ф., Жемеров Г.Г., Крылов Д.С., Сокол Е.И.* Современные теории мощности и их использование в преобразовательных системах силовой электроники // Техн. електродинаміка. Тем. випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2004. – Ч. 1. – С. 80–91.

2. *Жемеров Г.Г., Ильина О.В., Тугай Д.В.* Преобразования координат в электроприводе и силовой электронике // Техн. електродинаміка. Тем. випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2006. – Ч. 1. – С. 81–88.

3. *Жемеров Г.Г., Домнин И.Ф., Ильина О.В., Тугай Д.В.* Энергоэффективность коррекции фазы тока и компенсации пульсаций активной и реактивной мощности в трехфазной системе электроснабжения // Техн. електродинаміка. – 2007. – №1. – С. 52–57.

4. *Akagi H., Kanazawa Y., Nabai A.* Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits // Proceeding of Int. Power Electronics Conf. – Tokyo (Japan). – 1983. – Pp. 1375–1386.

5. *Akagi H., Kanazawa Y., Nabai A.* Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components // IEEE Trans. Industry Applications. – May/June 1984. – Vol. 20. – Pp. 625–630.

6. *Akagi H., Watanable E.H., Aredes M.* Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – Piscataway, NJ: IEEE Press. – 2007. – 379 p.

7. *Kim H.S., Akagi H.* The instantaneous power theory based on mapping matrices in three-phase four-wire systems // Proceeding of PCC”97 Conf, Nagaoka (Japan), Aug. 1997. – Vol. 1. – Pp. 361–366.

8. *Kim H.S., Akagi H.* The instantaneous power theory on the rotating p-q-r reference frames // Proceeding of Int. Power Electronics Conf. PEDS’99, Hong Kong, July 1999. – Pp. 422–427.

9. *Kim H.S., Ogasawara S., Akagi H.* The theory of instantaneous power in three-phase four-wire systems // Proceeding Annual Metting of IEEC/IAS’99. – Oct. 1999. – Pp. 431–439.

10. *Montano J.-C., Salmeron P., Thomas J.P.* Analysis of power losses for instantaneous compensation of three-phase four-wire systems // IEEE Trans. on Power Electronics. – July 2005. – Vol. 20. – No.4.– Pp. 901–907.

11. *Peng F.Z., Lai J.S.* Generalized instantaneous reactive power theory of three-phase power systems // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1996. – Vol. 45. – No. 1. – Pp. 293–297.

УДК 621.314

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ В ТЕОРИИ МГНОВЕННЫХ МОЩНОСТЕЙ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ УСТРОЙСТВАМИ АКТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

С.И.Полищук[1], **М.Ю.Артеменко**[2], докт.техн.наук, **В.М.Михальский**[1], докт.техн.наук
[1] – **Институт электродинамики НАН Украины,**
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина,
e-mail: mikhalsky@ied.org.ua
[2] – **Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,**
пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина.

Разработана методика аналитического построения координатных систем в теории мгновенных мощностей трехфазных цепей, получены прямые соотношения для значений координат векторов токов, напряжений и реактивных мощностей в известных и предложенных системах. Библ. 11, табл. 1, рис. 3.
Ключевые слова: теория мгновенных мощностей, система координат, пространственный вектор, матрица преобразования координат.

ANALYTICAL CONSTRUCTION OF COORDINATE SYSTEMS IN THEORY OF INSTANTANEOUS POWER OF THREE-PHASE CIRCUITS TO CONTROL THE ACTIVE FILTERING DEVICES

S.Y.Polishchuk[1], **M.Yu.Artemenko**[2], **V.M.Mykhalskyi**[1]
[1] – **Institute of Electrodynamics of National Academy of Science of Ukraine,**
Peremohy pr, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine,
e-mail: mikhalsky@ied.org.ua
[2] – **National Technical University of Ukraine "Kyiv polytechnic institute",**
Peremohy pr, 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

The technique of analytical construction of coordinate systems in the theory of instantaneous power of three-phase circuits has been developed. Direct relations for the values of coordinate of the vectors of currents, voltage and reactive power in the known and proposed systems have been derived. Obtained analytical expressions allow to compare these coordinate systems by specified criteria. Proposed pwg - coordinate system is adequate to cross-vector and optimization instantaneous power theories of three-phase circuits. Adaptive coordinate system that allows to realize the separate control channel of instantaneous reactive power component has been proposed. Calculation carried out using $\alpha\beta o$ -system under symmetrical three-phase power supply, and in the case of unbalance power supply a transition to the proposed $\gamma\delta o$ -system, obtained by rotating the previous system around the axis $\vec{o}$, should be done. References 11, table 1, figures 3.
Key words: theory of instantaneous power, the coordinate system, space vector, matrix of coordinate transformation.

1. *Domnin I.F., Zhemerov H.H., Krylov D.S., Sokol E.I.* Modern theories of power and its use in the converter power electronic systems // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Problemy suchasnoi elektrotekhniky". – 2004. – Vol. 1. – Pp. 80–91. (Rus)
2. *Zhemerov H.H., Ilina O.V., Tuhai D.V.* Coordinate transformation in the electric drive and power electronics // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk "Problemy suchasnoi elektrotekhniky". – 2006. – Vol. 1. – Pp. 81–88. (Rus)
3. *Zhemerov H.H., Domnin I.F., Ilina O.V., Tuhai D.V.* Energy efficiency of current phase correction and ripple compensation of active and reactive power in a three phase power supply system // Tekhnichna elektrodynamika. – 2007. – No. 1. – Pp. 52–57. (Rus)
4. *Akagi H., Kanazawa Y., Nabai A.* Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits // Proceeding of Int. Power Electronics Conf, Tokyo (Japan). – 1983. – Pp. 1375–1386.
5. *Akagi H., Kanazawa Y., Nabai A.* Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components // IEEE Trans. Industry Applications. – May/June 1984. – Vol. 20. – Pp. 625–630.
6. *Akagi H., Watanable E.H., Aredes M.* Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – Piscataway, NJ: IEEE Press. – 2007. – 379 p.
7. *Kim H.S., Akagi H.* The instantaneous power theory based on mapping matrices in three-phase four-wire systems // Proceeding of PCC"97 Conf, Nagaoka (Japan). – Aug. 1997. – Vol. 1. – Pp. 361–366.
8. *Kim H.S., Akagi H.* The instantaneous power theory on the rotating *p-q-r* reference frames // Proceeding of Int. Power Electronics Conf. PEDS'99, Hong Kong . – July 1999. – Pp. 422–427.
9. *Kim H.S., Ogasawara S., Akagi H.* The theory of instantaneous power in three-phase four-wire systems // Proceeding Annual Metting of IEEC/IAS'99. – Oct. 1999. – Pp. 431–439.
10. *Montano J.-C., Salmeron P., Thomas J.P.* Analysis of power losses for instantaneous compensation of three-phase four-wire systems // IEEE Trans. on Power Electronics. – July 2005. – Vol. 20. – No.4. – Pp. 901–907.
11. *Peng F.Z., Lai J.S.* Generalized instantaneous reactive power theory of three-phase power systems // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1996. – Vol. 45. – No. 1. – Pp. 293–297.

Надійшла 02.11.2012
Received 02.11.2012