

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН
ТРЕХФАЗНОЙ ОБМОТКИ СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА
НА ОСНОВЕ КЛАССИЧЕСКИХ И ЧИСЛЕННО-ПОЛЕВЫХ МЕТОДОВ

В.И. Милых, докт. техн. наук, Н.В. Полякова

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт",

ул. Фрунзе, 21, Харьков, 61002, Украина.

e-mail: mvikpi@kharkov.ua

Представлены варианты метода численно-полевого гармонического анализа электромагнитных величин, связанных с обмотками переменного тока электрических машин. На основе наиболее детерминированного метода, построенного на использовании вращающегося магнитного поля и временной функции магнитного потока, проведено тестирование других методов, в том числе – классического метода гармонического анализа. Библи. 7, табл. 4, рис. 8.

Ключевые слова: электрические машины, гармонический анализ, классический метод, численно-полевой метод, тестирование.

В классической теории электрических машин (ЭМ) гармонический анализ ряда электромагнитных величин проводится на основе построения ступенчатых координатных функций магнитодвижущих сил (МДС) их обмоток [1]. В учебной литературе это служит обоснованием принципа действия машин переменного тока. Полученные на той же основе формулы гармонического состава МДС, магнитных индукций и потоков в зазоре используют в теоретических исследованиях и для выработки практических рекомендаций по проектированию обмоток ЭМ и для оценки их эффективности.

Классические принципы гармонического анализа построены на ряде упрощающих допущений. К ним относятся условное вынесение обмоток в зазор между сердечниками ротора и статора, пренебрежение их зубчатостью и насыщением, а также само использование ступенчатых координатных функций МДС. В этой связи возникает вопрос, а насколько классический гармонический анализ численно адекватен реальным процессам, происходящим в электрических машинах.

С развитием компьютерной техники и численных методов расчета магнитных полей [7] уже можно отказаться от названных допущений и более объективно оценить гармонический состав электромагнитных величин, связанных с обмотками ЭМ [3, 6].

В данной работе ставится цель представить методы численно-полевого гармонического анализа электромагнитных величин ЭМ и на их основе оценить адекватность классического гармонического анализа, построенного на указанных выше допущениях. Это делается в числовой форме применительно к трехфазной обмотке переменного тока и конкретно на примере крупного турбогенератора (ТГ). Учитывается, что для ЭМ как основных источников электроэнергии достоверный гармонический анализ является особенно актуальным.

Поперечное сечение электромагнитной системы демонстрационного ТГ показано на рис. 1, где показаны фазные зоны обмотки статора $A-A'$, $B-B'$ и $C-C'$ (выделены разной штриховкой стержней в пазах). Номинальные данные ТГ: мощность $P_{aN}=200$ МВт; фазное напряжение $U_{sN}=9093$ В и ток $I_{sN}=8625$ А; коэффициент мощности $\cos \varphi_{sN}=0,85$; частота $f_s=50$ Гц. Параметры конструкции: количество фаз $m_s=3$ и пар полюсов $p=1$; активная длина $l_a=5,286$ м; немагнитный зазор $\delta=0,1$ м; диаметр расточки статора $d_s=1,275$ м; обмотка статора имеет число последовательных витков на фазу $N_s=10$ и относительное укорочение $\beta_s=0,8$; число пазов статора $Q_s=30$.

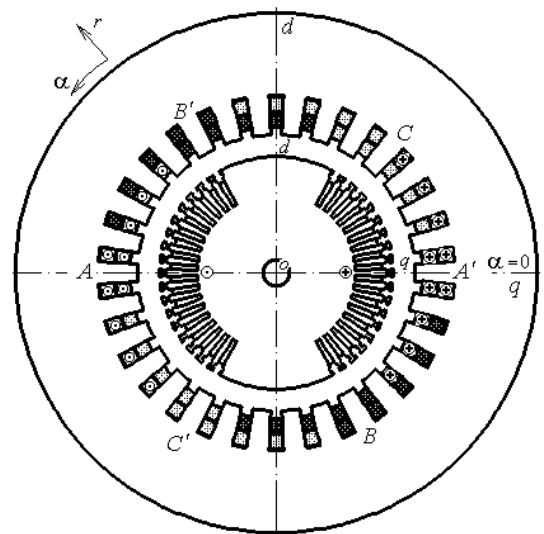


Рис. 1

Классический гармонический анализ (КГА).

Исходным этапом исследований избран классический гармонический анализ на основе аналитических выражений МДС трехфазной обмотки переменного тока и порожденных ею электромагнитных величин [1]. На рис. 2 построен график распределения МДС обмотки статора по линии развертки его расточки (ось абсцисс размечена в долях полюсного деления τ_p). В пазах дано распределение и направление фазных токов обмотки: их значения приняты для момента времени $t=0$, исходя из их симметричной системы

$$i_A = I_m \cos(\omega t); \quad i_B = I_m \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi); \quad i_C = I_m \cos(\omega t + \frac{2}{3}\pi), \quad (1)$$

где $I_m = \sqrt{2}I_s$ – их амплитуда; I_s – действующее значение (при $I_s = I_{sN}$ максимум МДС на рис. 2 составил $F_{max} = 8,5I_m = 103683$ А); $\omega = 2\pi f_s$ – угловая частота.

При симметрии токов и 3-фазной обмотке создаются только вращающиеся нечетные гармоники, полные координатно-временные функции МДС, магнитной индукции и магнитного потока выражаются формулами [1]:

$$F_t = \sum_{v=6k\pm 1} F_{mv} \cos(\omega t \mp v\alpha); \quad B_t = \sum_{v=6k\pm 1} B_{mv} \cos(\omega t \mp v\alpha); \quad \Phi_t = \sum_{v=6k\pm 1} \Phi_{mv} \cos(\omega t \mp v\alpha), \quad (2)$$

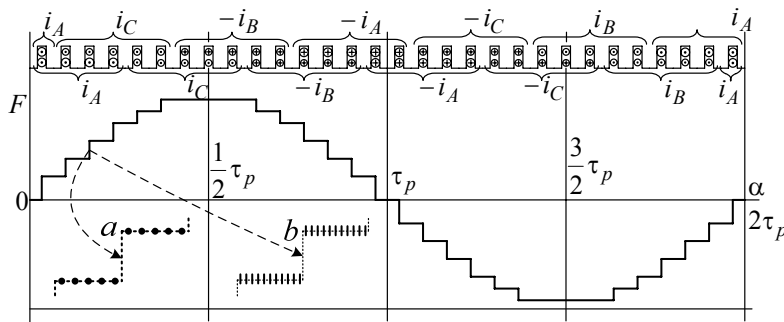


Рис. 2

где v – номера гармоник; α – угловая координата; верхние знаки относятся к прямым гармоникам ($k=0,1,2,3,\dots; v=6k+1=1,7,13,19,\dots$), нижние – к обратным ($k=1,2,3,\dots; v=6k-1=5,11,17,\dots$); основная гармоника ($v=1$) является прямой и вращается в направлении чередования фаз обмотки; гармоники, кратные трем, в условиях трехфазной обмотки самоликвидировались.

В (2) входят амплитуды гармоник, имеющие выражения для со-

ответствующих величин [1]:

$$F_{mv} = \frac{m_s \sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{N_s K_{wsv}}{v \cdot p} I_s; \quad B_{mv} = \frac{\mu_0}{\delta K_C k_\mu} F_{mv}; \quad \Phi_{mv} = \frac{2}{\pi} B_{mv} \frac{\tau_p}{v} l_a, \quad (3)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; K_{Cwsv} , K_C , k_μ – коэффициенты: обмоточный статора, воздушного зазора и насыщения магнитопровода [1] (при известных данных ТГ принято $K_C=1,04$ и $k_\mu=1,07$).

Гармонический состав МДС, магнитной индукции и магнитного потока в соответствии с формулами (3) представлен избирательно в табл. 1 (метод КГА) в о.е. (относительные единицы)

$$F_{mv}^* = F_{mv} / F_{m1}; \quad B_{mv}^* = B_{mv} / B_{m1}; \quad \Phi_{mv}^* = \Phi_{mv} / \Phi_{m1}, \quad (4)$$

где базовые значения первых гармоник $F_{m1}=105978$ А; $B_{m1}=1,197$ Тл; $\Phi_{m1}=8,066$ Вб. В табл. 1 гармоники даны для начала ряда ($v=3 \div 19$) и для тех номеров гармоник, которые можно отнести к зубцовым; гармоники, кратные 3, внесены со значениями, полученными по (3), хотя из (2) они исключены методически [1], кратные 5 – подавлены коэффициентом укорочения.

Таблица 1

Метод		v	3	5	7	9	11	13	15
КГА		$F_{mv}^*; *_{mv}$	0,1394	0	0,0138	0,0287	0,0104	0,0051	0,0000
		Φ_{mv}^*	0,0465	0	0,002	0,0032	0,0009	0,0004	0,0000
		E_{mv}^*	0,0194	0	0,0002	0,0008	0,0001	0,0000	0,0000
КГЧА	a	F_{mv}^*	0,000	0	0,014	0,000	0,010	0,005	0,000
	b		0,000	0	0,014	0,000	0,010	0,005	0,000
Метод		v	17	19	29	31	59	61	
КГА		$F_{mv}^*; *_{mv}$	0,0039	0,0060	0,0345	0,0323	0,0169	0,0164	
		Φ_{mv}^*	0,0002	0,0003	0,0006	0,0010	0,0003	0,0003	
		E_{mv}^*	0,0000	0,0000	0,0012	0,0010	0,0003	0,0003	
КГЧА	a	F_{mv}^*	0,004	0,0060	0,037	0,035	0,022	0,022	
	b		0,004	0,0060	0,035	0,033	0,018	0,017	

Правильность гармонического разложения подтверждена построением координатной функции МДС $F(\alpha)$ по (2), (3) при $t=0$. Она полностью повторила исходный график (рис. 2), а график магнитной индукции $B(\alpha)$ был подобен графику $F(\alpha)$.

Исходя из функции Φ_t (2) и закона электромагнитной индукции, функция фазной ЭДС

$$e_s = \sum_{v=6k \pm 1} E_{mv} \sin(\omega t \mp v\alpha), \quad (5)$$

где амплитудное и действующее значения для гармоник с частотой f_{sv}

$$E_{smv} = 2\pi f_{sv} N_s \Phi_{mv} K_{Wsv}; \quad E_{sv} = \pi \sqrt{2} f_{sv} N_s \Phi_{mv} K_{Wsv}. \quad (6)$$

Амплитуды гармоник ЭДС E_{mv}^* в о.е., аналогично (4), представлены в табл. 1 (действующее значение первой гармоники фазной ЭДС $E_{s1}=16302$ В). Формула (5) представляет собой координатно-временную функцию ЭДС, причем для конкретной фазной обмотки надо принять фиксированную угловую координату ее расположения. Тогда функция ЭДС (5) становится временной и оказывается чисто синусоидальной, так как все пространственные гармоники МДС и магнитной индукции, несмотря на различие их периодов, при переходе к временным гармоникам получают одинаковую частоту, равную частоте первой гармоники f_s , что и утверждает классическая теория [1]. В условиях линейной модели ТГ синусоидальные токи (1) могут породить в самих фазных обмотках с этими токами только синусоидальную ЭДС той же частоты. Поэтому координатное распределение МДС (рис. 2) не приводит к выявлению высших временных гармоник ЭДС.

Классический гармонический численный анализ (КГЧА).

Представленная **аналитическая** форма гармонического анализа соответствует симметричной системе токов (1) и МДС (рис. 2). При любой форме координатной функции МДС можно использовать второй метод классического гармонического анализа. Он базируется на **численном** разложении ступенчатой угловой функции МДС $F(\alpha)$ в гармонический ряд Фурье. Отмечая универсальность второго способа, тем не менее, в данном случае продемонстрируем его на примере той же угловой функции МДС $F(\alpha)$, которая показана на рис. 2.

КГЧА начинается с выделения на оси α под имеющейся угловой функцией МДС $F(\alpha)$ ряда координатных точек α_k с угловым шагом $\Delta\alpha$. Два варианта распределения точек по ступенькам показаны фрагментарно на рис. 2: a – пять точек на ступеньку (на зубцовый шаг), а на полпериода (на полюсное деление) $K_\tau=75$ точек; b – одиннадцать точек на ступеньку, а на полпериода $K_\tau=165$ точек (и интервалов). При условии для МДС $F(\alpha+\tau_p)=-F(\alpha)$ для гармонического разложения достаточно сформировать числовую функцию МДС на полюсном делении, иначе – на двух таких делениях.

Для всех точек конкретного варианта по графической функции $F(\alpha)$ определялись на рис. 2 значения МДС и образовывалась координатная функция МДС в дискретно-численной форме

$$F_k(\alpha_k); \quad \alpha_k = \Delta\alpha (k-0,5); \quad k=1,2,\dots,K_\tau. \quad (7)$$

Временная дискретная функция МДС (7) раскладывалась в единый косинусный ряд [2]

$$F = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{N_v} F_{mv} \cos(v\alpha + \zeta_v), \quad (8)$$

где N_v – максимальный номер гармоник, который не должен быть больше K_τ .

Амплитуды и аргументы гармоник с текущим номером v в (8)

$$F_{mv} = \sqrt{s_v^2 + c_v^2}, \quad \zeta_v = -\arctg(s_v / c_v) \quad (9)$$

определяются по данным (7) через коэффициенты индивидуальных синусного и косинусного рядов

$$s_v = \frac{2}{K_\tau} \sum_{k=1}^{K_\tau} F_k \sin v \alpha_k; \quad c_v = \frac{2}{K_\tau} \sum_{k=1}^{K_\tau} F_k \cos v \alpha_k. \quad (10)$$

Результаты численного гармонического разложения ступенчатой функции МДС трехфазной обмотки статора для обозначенных на рис. 2 вариантов a и b представлены в о.е. в табл. 1 – метод КГЧА. Видно, что гармоники, кратные 3, по расчету исчезли сами по себе, аналогично тому, что ранее в (2) это обеспечено методическим исключением таких гармоник. Для вариантов a и b начала рядов совпадают, а расхождения начинаются в области более высоких гармоник из-за разной детализации исходной функции (7). Сравнение методов КГА и КГЧА в целом показывает их адекватность, несмотря на некоторые рассогласования гармоник из-за погрешностей при вычислениях.

На основе КГЧА на рис. 3 построены по (8) графики координатной функции МДС при разных

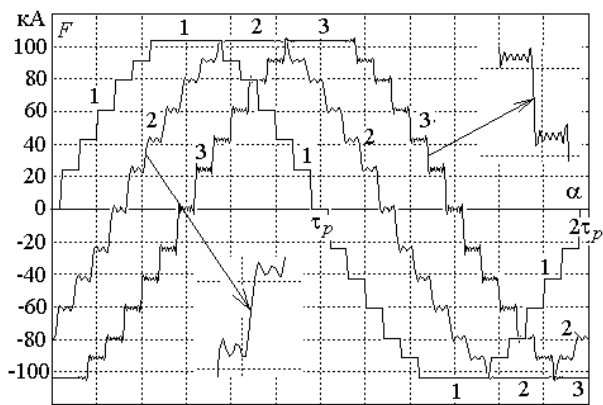


Рис. 3

кривых очевидно, и это, в принципе, должно настраивать на понимание о допустимых сочетаниях чисел точек формируемых дискретных функций – с одной стороны, а с другой – чисел используемых гармоник и точек построения полученных гармонических рядов.

Численно-полевой гармонический анализ (ЧПГА). Метод численно-полевого гармонического анализа представляется в двух вариантах. Первый основывается на однопозиционном численном расчете магнитного поля, когда по его статическому распределению получают угловые функции электромагнитных величин. В основу второго – наиболее детерминированного гармонического анализа положено использование вращающегося магнитного поля, когда эффект вращения достигается многопозиционными численными расчетами магнитного поля в разные моменты времени – так получают временные функции электромагнитных величин.

ЧПГА универсален, так как подходит для любого расчетного режима возбуждения магнитного поля ТГ, для любой конструкции и как с учетом, так и без учета насыщения магнитопровода. Оба упомянутые варианта имеют одинаковую численно-полевую основу, уже заложенную в [3–6], поэтому здесь только напомним ее суть, а затем раскроем каждый из вариантов.

Магнитное поле в поперечном сечении ЭМ описывается известным дифференциальным уравнением [4,7] через аксиальную составляющую векторного магнитного потенциала (ВМП) A_z . Сам расчет поля проводится методом конечных элементов, например, по общедоступной программе FEMM [7]. В итоге в дискретной форме получается координатное распределение ВМП $A_z(r, \alpha)$.

При гармоническом анализе ТГ базовой величиной является магнитное потокоцепление (МПС) [3–6]. В частности, МПС фазной обмотки $A-A'$ (рис. 1)

$$\Psi_A = N_s I_a \left(\frac{1}{S_A} \sum_{j=1}^{K_A} A_{z,av,j} \Delta S_j - \frac{1}{S_{A'}} \sum_{j=1}^{K_{A'}} A_{z,av,j} \Delta S_j \right), \quad (11)$$

где $S_A, S_{A'}$ – площади сечения по всем токнесущим элементам фазных зон A и A' (выделены на рис. 1); $K_A, K_{A'}$ – числа конечных элементов их дискретизации; $A_{z,av,j}$ – среднее значение ВМП в j -том элементе площадью ΔS_j . Для программы FEMM вычисление ВМП (11) не представляет труда, так как осуществляется посредством использования встроенной в программу легкодоступной опции.

Численно-полевой гармонический анализ на основе однопозиционного расчета магнитного поля. Основой этого – первого варианта ЧПГА – является разложение угловой функции МПС $\Psi(\alpha)$ фазной обмотки статора в ряд Фурье. С этой целью после расчета магнитного поля его структура фиксируется, т.е. оказывается фиксированным координатное распределение ВМП. На рис. 4 такая структура проиллюстрирована картиной силовых линий магнитного поля на примере режима нагрузки ТГ [4]. Тогда остается «собрать» МПС фазной обмотки $A-A'$ по формуле (11), условно располагая ее в разных позициях, отличающихся угловым положением.

Вычисления МПС проводятся в ряде условных позиций фазных зон обмотки с ее поворотами, как минимум, в пределах полюсного деления. Для рассматриваемого ТГ это 15 позиций, часть которых представлена на рис. 4. Исходная позиция фазной обмотки $A-A'$ имеет угловое положение α_1 и дана на рис. 4, а. Следующие позиции отличаются поворотами фазных зон на зубцовое деление статора – угловое смещение $\Delta\alpha = 360^\circ/Q_s$. На рис. 4, б дана очередная 2-я позиция, а на рис. 4, в – по-

сочетаниях чисел исходных точек K_τ , расчетных точек для построения графика K_g и высшего номера гармоник N_v . В целом рис. 3 соответствует варианту b на рис. 2 при $K_\tau = 165$.

При $K_g = K_\tau = N_v = 165$ график 1 на рис. 3 полностью совпал с исходной координатной функцией МДС на рис. 2. При использовании не всех гармоник, т.е. при $N_v = 75$ получился график 2; при увеличенном числе точек построения, т.е. $K_g = 330$, – график 3. Чтобы они не сливались, графики сдвинуты друг относительно друга по горизонтали.

Сравнение графиков 2 и 3 с графиком 1 показывает, что в промежуточных точках между исходными точками K_τ высшие гармоники искажают исходный график (рис. 1). В обоих случаях отличие

следняя 15-я. Все 15 позиций в данном ТГ отстоят друг от друга на $\Delta\alpha=12^\circ$ в диапазоне α от 0 до 168° .

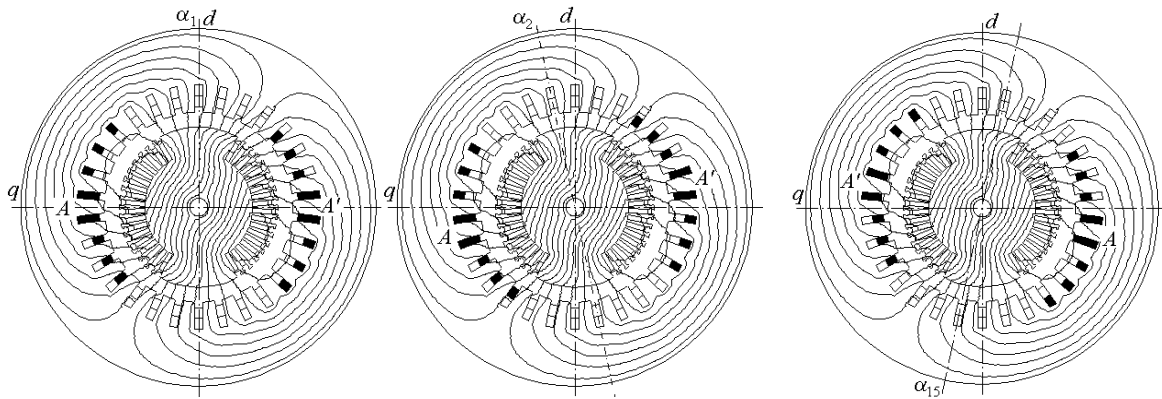


Рис. 4, а, б, в

В каждой позиции по (11) определяется МПС условно смещаемой фазной обмотки и получается в численно-дискретной форме угловая функция МПС на половине ее периода

$$\Psi_k(\alpha_k); \quad \alpha_k = (k-1) \cdot \Delta\alpha; \quad k = 1, 2, 3, \dots, K_\tau, \quad (12)$$

где k – номера угловых позиций фазной зоны обмотки статора; K_τ – число позиций на полупериоде, т.е. в пределах полюсного деления τ_p , а в случае рассматриваемой конструкции ТГ $K_\tau = 15$.

Численная угловая функция (12) раскладывается в косинусный гармонический ряд МПС [2, 5]

$$\Psi = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{N_v} \Psi_{mv} \cos(v\alpha + \gamma_v), \quad (13)$$

где амплитуды Ψ_{mv} и аргументы γ_v гармоник определяются аналогично тому, как было представлено ранее для МДС формулами (8)–(10), причем условие $N_v \leq K_\tau$ сохраняется.

Представленный вариант численно-полевого гармонического анализа угловой функции МПС является эффективным для выявления фазовых соотношений электромагнитных величин в ТГ [5]. Использование этого варианта можно расширить, если допустить, что полученное одним расчетом магнитное поле вращается без изменения структуры. Тогда от угловой функции МПС (13) можно перейти к ее временной трактовке, учитывая, что при вращении магнитного поля с угловой скоростью Ω имеем $\alpha = \Omega t$. Но, как и в случае классического гармонического анализа, так получится лишь некоторый условный гармонический ряд фазной ЭДС обмотки статора

$$e_s = -\frac{d\Psi}{dt} = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{N_v} v\omega \Psi_{mv} \cos(v\omega t + \zeta_v - \frac{\pi}{2}), \quad (14)$$

где временные начальные фазы ζ_v заняли место угловых начальных фаз γ_v (в [6] показано, что $\zeta_v = -\gamma_v$).

Из (14) получают амплитудное и действующее значения гармоник фазной ЭДС

$$E_{smv} = v\omega \Psi_{mv}; \quad E_{sv} = E_{smv} / \sqrt{2}. \quad (15)$$

На основе изложенной методики сравнительный численно-полевого гармонический анализ проведен для моделей электромагнитной системы ТГ, представленных на рис. 5.

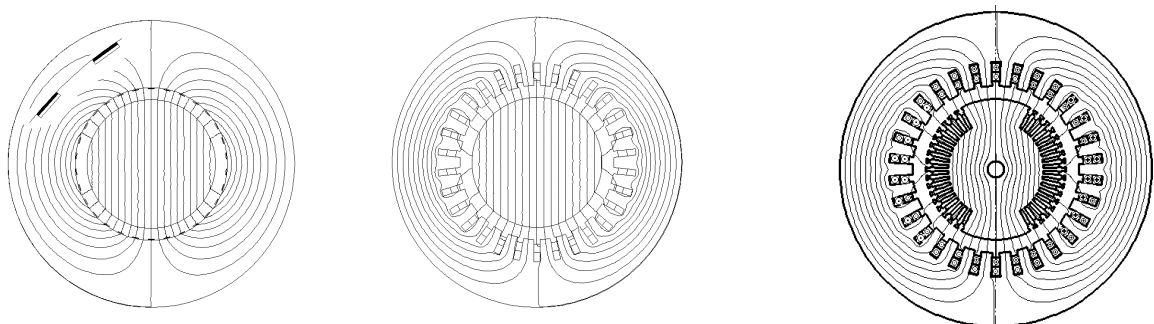


Рис. 5, а, б, в

Исходной явилась идеализированная модель (рис. 5, а) с гладкими сердечниками статора и ротора и утонченной обмоткой статора на расточке его сердечника (укрупнено даны стержни двух условных пазов). Такая модель соответствует предшествовавшему классическому гармоническому анализу и позволяет изначально оценить его адекватность.

На идеализированной модели (рис. 5, а) проведены следующие варианты численных расчетов магнитного поля трехфазной обмотки статора (сразу дается условное обозначение варианта): линейная модель сердечников при одинаковом равномерном распределении магнитной проницаемости с относительным значением $\mu_r=10^4$ (SL1) – очень слабое насыщение; $\mu_r=10^3$ (SL2) – среднее насыщение, $\mu_r=10^2$ (SL3) – сильное насыщение. Кроме того рассмотрена нелинейная модель с естественным распределением магнитной проницаемости при номинальном токе $I_{SN}=8625$ А (SN1) с сильно насыщенным магнитопроводом, а также при токе $I_s=4715$ А (SN2), обеспечивающем фазную ЭДС E_{s1} , равную номинальному напряжению U_{SN} , т.е. фактически при номинальном насыщении.

Каждый раз после численного расчета магнитного поля (его типичная картина – на рис. 5, а) гармоническое разложение проводилось по представленной методике (12)–(15). Полученный гармонический состав угловой функции МПС (13) и временной функции ЭДС (14) представлен в табл. 2 в о.е. по (4).

Сопоставление гармонического состава по КГА (табл. 1), построенного на ряде допущений и использовании ступенчатой функции МДС (рис. 2), и вариантов более реального случая (табл. 2), построенного на численном расчете магнитного поля (рис. 5, а), можно провести по магнитному потоку и МПС, а также по ЭДС. Очевидно, что классический вариант и численно-полевой вариант дают существенно отличающиеся гармонические составы этих величин. Из табл. 2 видно еще влияние насыщения даже беззубцового магнитопровода ТГ на гармонический состав МПС и ЭДС.

Таблица 2

Вариант	ν	3	5	7	9	11	13	15
SL1	Ψ_{mv}^*	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$0,16 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$0,89 \cdot 10^{-4}$	$0,95 \cdot 10^{-8}$
	E_{mv}^*	$3,6 \cdot 10^{-7}$	$11,8 \cdot 10^{-5}$	$22 \cdot 10^{-4}$	$1,46 \cdot 10^{-6}$	$30,7 \cdot 10^{-4}$	$11,6 \cdot 10^{-4}$	$1,43 \cdot 10^{-7}$
SL2	Ψ_{mv}^*	$1,0 \cdot 10^{-7}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$0,16 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-8}$
	E_{mv}^*	$3,1 \cdot 10^{-7}$	$12 \cdot 10^{-5}$	$22,4 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$31,2 \cdot 10^{-4}$	$11,8 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$
SL3	Ψ_{mv}^*	$6,2 \cdot 10^{-8}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	$0,18 \cdot 10^{-6}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-8}$
	E_{mv}^*	$1,9 \cdot 10^{-7}$	$14 \cdot 10^{-5}$	$26,2 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$36,6 \cdot 10^{-4}$	$13,8 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-7}$
SN1	Ψ_{mv}^*	$5,22 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$11 \cdot 10^{-6}$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$12,3 \cdot 10^{-8}$
	E_{mv}^*	$15,7 \cdot 10^{-3}$	$14 \cdot 10^{-5}$	$24,5 \cdot 10^{-4}$	$99 \cdot 10^{-6}$	$33,6 \cdot 10^{-4}$	$14,1 \cdot 10^{-4}$	$18,5 \cdot 10^{-7}$
SN2	Ψ_{mv}^*	$0,25 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-8}$
	E_{mv}^*	$0,75 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-5}$	$22,1 \cdot 10^{-4}$	$29,9 \cdot 10^{-6}$	$30,9 \cdot 10^{-4}$	$11,7 \cdot 10^{-4}$	$18,5 \cdot 10^{-7}$

Отметим, что в этой и других таблицах числа порядков 10^{-8} – 10^{-7} можно считать практически нулевыми, так как это находится фактически на уровне чисто расчетной погрешности, связанной с численными расчетами магнитных полей.

Расчетный анализ продолжался в направлении выявления влияния на гармонический состав МПС и ЭДС вариантов зубчатости сердечников статора и ротора.

Исходной являлась простейшая расчетная модель ТГ, уже представленная на рис. 5, а – обозначим эту модель как Z1. Вторая модель (рис. 5, б) отличалась тем, что сердечник статора был реальным, а ротор – гладким (обозначим как модель Z2). Третья модель (рис. 5, в) соответствовала реальной конструкции ТГ, как на рис. 1 (модель Z3).

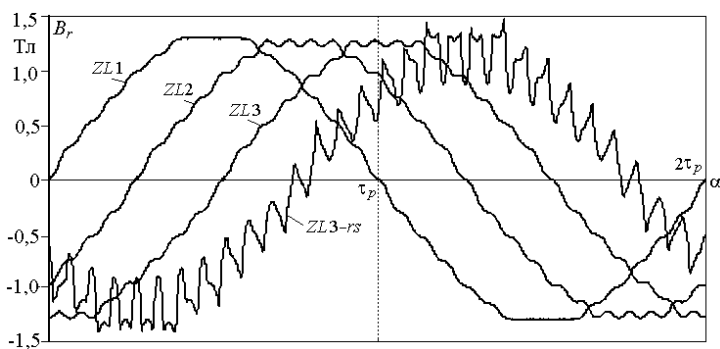


Рис. 6

Расчеты магнитных полей трехфазной обмотки статора для всех моделей проведены численно и их картины даны на рис. 6. В обозначения моделей добавим L, что будет указывать на то, что расчеты проведены в линейной постановке при одинаковом значении относительной магнитной проницаемости сердечников μ_r , которая принята равной 10^4 , т.е. магнитопровод совсем не насыщен.

В первую очередь представленные модели сравним по распределению радиальной составляющей магнитной индукции B_r

на средней линии в зазоре, что сделано на рис. 6 (для восприятия отдельные графики сдвинуты по горизонтали друг относительно друга). Для модели ZL3 (в дополнение к графику на средней линии зазора) дан график распределения магнитной индукции вблизи расточки сердечника статора (за 10 мм) – ZL3-rs.

Гармонический состав угловой функции МПС и временной функции ЭДС по методике, представленной формулами (12)–(15) на основе статического магнитного поля трехфазной обмотки статора (однопозиционный расчет), представлен в табл. 3. Варианты ZL1, ZL2 и ZL3 соответствуют упомянутым уже линейным моделям ТГ при ненасыщенном магнитопроводе ($\mu_r=10^4$), варианты ZN3-Is и ZN3-Us – модели Z3, причем первый – при номинальном фазном токе I_{sN} с учетом реального сильного насыщения магнитопровода, второй – при уменьшенном токе $I_s=5614$ А, обеспечивающем номинальное напряжение $U_{sN}=9093$ В, а, значит, насыщение магнитопровода, как в номинальном режиме работы ТГ.

Влияние на гармонический состав зубчатости сердечников, а также их насыщение видно из данных табл. 3. Кроме того, ясно, что наиболее реалистичный гармонический состав в вариантах ZN3-Is и ZN3-Us оказывается весьма далек от того, что получено посредством КГА и КЧГА (табл. 1).

Таблица 3

Модель	ν	3	5	7	9	11	13	15
ZL1	Ψ_{mv}^*	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$0,16 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$0,89 \cdot 10^{-4}$	$0,95 \cdot 10^{-8}$
	E_{mv}^*	$3,6 \cdot 10^{-7}$	$11,8 \cdot 10^{-5}$	$22 \cdot 10^{-4}$	$1,46 \cdot 10^{-6}$	$30,7 \cdot 10^{-4}$	$11,6 \cdot 10^{-4}$	$1,43 \cdot 10^{-7}$
ZL2	Ψ_{mv}^*	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$4,0 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-8}$
	E_{mv}^*	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$7,0 \cdot 10^{-3}$	$8,3 \cdot 10^{-5}$	$11,7 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-7}$
ZL3	Ψ_{mv}^*	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$4,0 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-7}$
	E_{mv}^*	$4,9 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$7,1 \cdot 10^{-3}$	$7,3 \cdot 10^{-4}$	$12,0 \cdot 10^{-3}$	$54,9 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$
ZN3-Is	Ψ_{mv}^*	$22 \cdot 10^{-3}$	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$6,9 \cdot 10^{-4}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$
	E_{mv}^*	$66 \cdot 10^{-3}$	$32 \cdot 10^{-4}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$8,0 \cdot 10^{-4}$	$75,7 \cdot 10^{-4}$	$43,4 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$
ZN3-Us	Ψ_{mv}^*	$11,6 \cdot 10^{-3}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$	$6,2 \cdot 10^{-6}$
	E_{mv}^*	$34,8 \cdot 10^{-3}$	$25 \cdot 10^{-4}$	$8,1 \cdot 10^{-4}$	$24,8 \cdot 10^{-4}$	$12,3 \cdot 10^{-3}$	$63,3 \cdot 10^{-4}$	$9,3 \cdot 10^{-5}$

Ещё один вывод можно сделать, анализируя графики радиальной составляющей магнитной индукции на рис. 6. Ясно, что по этим кривым, которые далеки от идеальных синусоид, да еще зависят от расположения окружностей в зазоре, трудно получить тот однозначный гармонический состав, который получен через МПС и представлен в табл. 3. Поэтому ориентироваться на координатные функции МПС и магнитной индукции в зазоре, как это делается при классическом подходе (табл. 1), не представляется оправданным. Существенно и отличие графиков магнитной индукции в зазоре ТГ для идеализированной модели (рис. 5, а) и графиков для реального магнитного поля (рис. 5, в).

Численно-полевой гармонический анализ на основе вращающихся магнитных полей.

Основой этого – второго варианта ЧПГА, является разложение временной функции МПС фазной обмотки статора $\Psi(t)$ в ряд Фурье.

Эффект вращения магнитного поля достигается его многопозиционными расчетами с вычислением фазных токов по (1) с временным шагом Δt в соответствующие моменты времени

$$t_k=(k-1) \cdot \Delta t; \quad k=1,2,\dots, K_{\min}, \quad (16)$$

где K_{\min} – минимальное число шагов, которое позволяет сформировать функции МПС и ЭДС на их полном периоде изменения T [6].

В начальный момент времени $t=0$ продольная ось ротора d занимает угловое положение α_1 (рис. 1). Затем на каждом новом временном шаге (16) ротор, вращаясь с угловой скоростью Ω , поворачивается на угловой шаг $\Delta\alpha=\Omega\Delta t$ синхронно с вращением магнитного поля обмотки статора.

Как показано в [6], для наиболее детерминированного анализа формы ЭДС необходимы временные функции МПС фазных обмоток статора

$$\Psi_k(t_k); \quad t_k=(k-1) \cdot \Delta t; \quad \alpha_k=\alpha_1+(k-1) \cdot \Delta\alpha, \quad k=1,2,\dots, K_\tau, \quad (17)$$

причем эти функции (с учетом периодичности) во всех режимах можно сформировать на временном интервале, равном половине периода T (K_τ – это число интервалов Δt на полупериоде, т.е. на $T/2$).

Мгновенные значения МПС определялись на основе (11) по получаемому каждый раз распределению ВМП $A_z(r, \alpha)$ после расчета магнитных полей для фиксированных моментов времени t_k . Повороты ротора на заданные угловые позиции (17), изменение токов статора (1), а также сбор инфор-

мации (11) проводились при работе программы FEMM [7] автоматически с использованием специально написанной подпрограммы на алгоритмическом языке Lua, встроенном в FEMM.

В данной работе принят достаточно малый угол поворота $\Delta\alpha=1^\circ$ и на полюсном делении (т.е. в пределах временного полупериода) получалось $K_\tau=180$ позиций, а реально для формирования дискретной функции (17) достаточно было провести расчеты в $K_{\min}=60$ позициях (16), что показано в [6].

Полученные по такой методике временные функции МПС трех фазных обмоток статора даны на рис. 7 на полном периоде. Зрительно они близки к синусоидам, но реальная оценка их формы возможна на основе гармонического анализа.

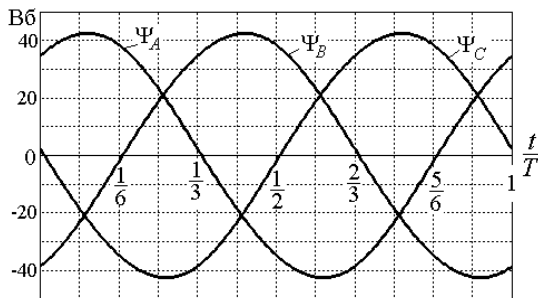


Рис. 7

Учитывая уже принятые функции токов (1), временная дискретная функция МПС (17) $\Psi_k(t_k)$ раскладывается в единый косинусный ряд [2, 6]

$$\Psi = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{N_v} \Psi_{m,v} \cos(v\omega t + \zeta_v), \quad (18)$$

где амплитуды $\Psi_{m,v}$ и аргументы ζ_v гармоник определяются аналогично тому, как было представлено ранее для МДС формулами (8)–(10); сохраняется и условие $N_v \leq K_\tau$.

Теперь на основании закона электромагнитной индукции можно по (18) определить гармонический ряд фазной ЭДС, амплитуды и действующие значения ее гармоник, выражения которых формально повторяют (14) и (15), но теперь имеют иное численное наполнение.

Результаты гармонического разложения по (18) и (15) на основе вращающегося магнитного поля обмотки статора (вместе с ротором) приведены в табл. 4 для уже представлявшихся моделей ZL1, ZL2 и ZL3 (рис. 5). Как и ранее, буква L в обозначении соответствует линейным свойствам магнитопровода с относительной магнитной проницаемостью, в данном случае – для всех $\mu_r=10^4$. Кроме того, для модели Z3 дан вариант ZN3 с учетом насыщения магнитопровода при токе $I_s=5857$ А, обеспечивающем такую же ЭДС $E_{s1}=9298$ В, как и в номинальном режиме [6].

Из табл. 4 видно, что в линейном варианте ZL1 при отсутствии зубчатости ротора и статора высшие гармоники практически отсутствуют, что еще раз подтвердило истину: синусоидальный ток при отсутствии возмущающих факторов со стороны магнитопровода может породить только синусоидальную ЭДС. Зубчатые структуры статора и, особенно ротора, как источники возмущающих факторов, начинают порождать высшие гармоники МПС и ЭДС, что видно из табл. 4 по вариантам ZL2 и ZL3. При наличии зубчатости обоих сердечников в нелинейном варианте ZN3 высшие гармоники проявляются в значительно большей степени.

Таблица 4

Режим	v	3	5	7	9	11	13
ZL1	$\Psi_{m,v}^*$	$7 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$3,5 \cdot 10^{-8}$
	$E_{m,v}^*$	$2 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-7}$	$4,4 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-7}$	$4,6 \cdot 10^{-7}$
ZL2	$\Psi_{m,v}^*$	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-5}$	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
	$E_{m,v}^*$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	$4,6 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	$4,1 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$
ZL3	$\Psi_{m,v}^*$	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-5}$
	$E_{m,v}^*$	$4,89 \cdot 10^{-3}$	$18 \cdot 10^{-5}$	$21 \cdot 10^{-5}$	$68 \cdot 10^{-5}$	$22 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^{-5}$
ZN3	$\Psi_{m,v}^*$	$12,7 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$0,3 \cdot 10^{-3}$	0,0000
	$E_{m,v}^*$	$38,0 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$
XX	$\Psi_{m,v}^*$	0,0138	0,0002	0,0004	0,0003	0,0001	0,0000
	$E_{m,v}^*$	0,0415	0,0008	0,0031	0,0026	0,0009	0,0002
НН	$\Psi_{m,v}^*$	0,0095	0,0002	0,0007	0,0006	0,0004	0,0002
	$E_{m,v}^*$	0,0286	0,0009	0,0052	0,0050	0,0046	0,0030

В целом числовые данные гармонического анализа, полученные на основе численных расчетов вращающегося магнитного поля обмотки статора, существенно отличаются от данных предыдущих вариантов гармонического анализа, и, в первую очередь, от классического, построенного на целом ряде допущений. И, самое главное, численно-полевой гармонический анализ дает временные гармоники ЭДС и других величин, тогда как классический вариант гармонического анализа ограничен фактически только координатными гармониками.

В табл. 4 приведены еще данные гармонического состава МПС и ЭДС фазной обмотки рассматриваемого ТГ, которые получены в [6] также на основе численных расчетов вращающихся магнитных полей, но в режимах холостого хода (ХХ) и номинальной нагрузки (НН) с учетом реальной модели (рис. 1) и насыщения магнитопровода. Естественно, что эти результаты весьма отличаются от гармонического состава, полученного от магнитного поля только обмотки статора. Получить сколько-нибудь адекватные численные результаты гармонического анализа классическим методом в режиме ХХ и, особенно, в режиме нагрузки, практически не представляется возможным, учитывая результаты всех рассмотренных выше вариантов такого анализа.

Таким образом, классический гармонический анализ электромагнитных величин не может являться расчетным инструментом, пригодным для получения сколько-нибудь реальных числовых результатов. Аналогично, не может координатное распределение магнитной индукции в зазоре ТГ да и других электрических машин с зубчатыми структурами сердечников являться основой гармонического состава МПС и ЭДС в обмотках. Это еще раз подтверждает рис. 8, где показаны графики радиальной составляющей магнитной индукции

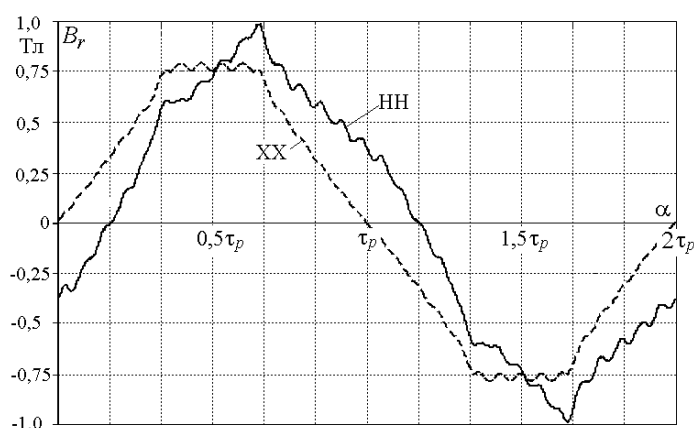


Рис. 8

составляющей магнитной индукции $B_r(\alpha)$ на средней линии зазора для реальной модели ТГ (рис. 1) в режимах ХХ и НН. Если бы эти кривые были основой гармонического анализа, то для ЭДС он был бы совершенно другим и намного хуже тех результатов, которые приведены в табл. 4 для аналогичных режимов с использованием временных функций МПС.

Можно с уверенностью предположить, что результаты и выводы, полученные на примере ТГ, можно распространить и на другие типы ЭМ переменного тока, причем все будет более ярко выражено в условиях машин с относительно малым зазором, например, в асинхронных машинах.

Выводы.

1. Классический метод гармонического анализа, основанный на таких условностях, как вынесение обмоток в зазор между сердечниками ротора и статора, пренебрежение их зубчатостью и насыщением, а также на использовании ступенчатых координатных функций МДС, не может дать числовые результаты, адекватно отображающие электромагнитные процессы в обмотках электрических машин переменного тока.

2. Расчетный анализ на основе численно-полевого подхода показал, что учет названных допущений, каждого по отдельности и, тем более, всех вместе, ведет к существенным изменениям гармонического состава электромагнитных величин, в том числе, и ЭДС в обмотках переменного тока.

3. Гармонический состав и форма кривых временных функций МПС и ЭДС обмоток переменного тока весьма плохо коррелируют с координатными функциями магнитной индукции в зазоре, поэтому последние не могут быть основой гармонического состава упомянутых временных функций.

4. Адекватный гармонический анализ временных функций МПС и ЭДС может быть проведен только на основе использования многопозиционных численных расчетов вращающегося магнитного поля электрических машин.

1. Вольдек А.И. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1978. — 832 с.

2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1973. — 832 с.

3. Милых В.И., Полякова Н.В. Гармонический анализ ЭДС в турбогенераторе на основе численных расчетов вращающихся магнитных полей в различных режимах // Электротехника і електромеханіка. — 2004. — №4. — С. 46–51.

4. Милых В.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей // Электротехника і електромеханіка. — 2006. — №2. — С. 40–46.

5. Милых В.И., Полякова Н.В. Система направлений и фазовых соотношений электромагнитных величин при численных расчетах магнитных полей в турбогенераторе // Электротехника і електромеханіка. — 2011. — №5. — С. 33–38.

6. Мильх В.И., Полякова Н.В. Сравнительный численно-полевой анализ гармонического состава ЭДС в турбогенераторах // Электротехника і електромеханіка. – 2012. – №2. – С. 45–49.

7. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. Version 4.2. User's Manual, September 26, 2006 // <http://femm.berlios.de>.

УДК 621.313

ГАРМОНІЙНИЙ АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ВЕЛИЧИН ТРИФАЗНОЇ ОБМОТКИ СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА НА ОСНОВІ КЛАСИЧНИХ ТА ЧИСЕЛЬНО-ПОЛЬОВИХ МЕТОДІВ

В.І. Міліх, докт.техн.наук, Н.В. Полякова

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут",

вул. Фрунзе, 21, Харків, 61002, Україна.

e-mail: mvikpi@kharkov.ua

Представлено варіанти методу чисельно-польового гармонійного аналізу електромагнітних величин, пов'язаних з обмотками змінного струму електричних машин. На основі найбільш детермінованого методу, побудованого на використанні обертового магнітного поля і часової функції магнітного потокозчеплення, виконано тестування інших методів, у тому числі - класичного методу гармонійного аналізу. Бібл. 7, табл. 4, рис. 8.

Ключові слова: електричні машини, гармонійний аналіз, класичний метод, чисельно-польовий метод, тестування.

HARMONIOUS ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC SIZES THREE-PHASE WINDING OF STATORS OF TURBOGENERATOR ON BASIS CLASSIC AND NUMERAL FIELD METHODS

V.I. Milykh, N.V. Poliakova

National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute",

Frunze str., 21, Kharkiv, 61002, Ukraine.

e-mail: mvikpi@kharkov.ua

The variants of method are presented the numeral-field harmonic analysis of electromagnetic sizes, related to winding of alternating current of electric machines. On the basis of the most determined method, built on the use of revolved magnetic-field and temporal function of magnetic linkage, testing of other methods is conducted, including - classic method of harmonic analysis. References 7, tables 4, figures 8.

Key words: electric machines, harmonic analysis, classic method, numeral-field method, testing.

1. Voldek A.I. Electric machines. – Leningrad: Energiia, 1978.– 832 p. (Rus)

2. Korn G., Korn T. Reference book on mathematics for research workers and engineers. – Moskva: Nauka, 1973. – 832 p. (Rus)

3. Milykh V.I., Poliakova N.V. Harmonic analysis EMF in a turbogenerator on the basis of numeral calculations of the revolved magnetic fields in the different modes // Elektrotehnika і Elektromekhanika. – 2004. – №4. – Pp. 46–51. (Rus)

4. Milykh V.I., Poliakova N.V. Determination of electromagnetic parameters of electric machines on the basis of numeral calculations of the magnetic fields // Elektrotehnika і Elektromekhanika. – 2006. – №2. – Pp. 40–46. (Rus)

5. Milykh V.I., Poliakova N.V. System of directions and correlations of phases of electromagnetic sizes at the numeral calculations of the magnetic fields in a turbogenerator // Elektrotehnika і Elektromekhanika. – 2011. – №5. – Pp. 33–38. (Rus)

6. Milykh V.I., Poliakova N.V. Comparative the numeral-field analysis of harmonic composition EMF in turbogenerators // Elektrotehnika і Elektromekhanika. – 2012. – №2. – Pp. 45–49. (Rus)

7. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. Version 4.2. User's Manual, September 26, 2006 // <http://femm.berlios.de>.

Надійшла 27.08.2012

Received 27.08.2012