

ОПТИМАЛЬНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ПУЛЬСАЦИЙ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОМ НАПРЯЖЕНИИ

Ю.А.Сиротин, канд.техн.наук

Национальный технический университет «ХПИ»,

ул. Фрунзе, 21, Харьков, 61002, Украина.

e-mail: yuri_sirotin@ukr.net

В точке подключения к сети с несимметричным напряжением несбалансированной нагрузки рассмотрен метод уравнивания режима. Метод обеспечивает поставку энергии с такой же активной мощностью как у исходного режима с минимальными потерями. Величина коэффициента мощности измененного режима не зависит от несбалансированности (несимметрии) нагрузки и определяется только степенью асимметрии напряжения. Библ. 6, табл. 1.

Ключевые слова: трехфазная система, мгновенная мощность, активная и реактивная мощности, комплексная и кажущаяся (полная) мощности, мощность пульсаций, несимметричная нагрузка, несимметричное напряжение, коэффициент мощности, уравнение мощности, несбалансированный режим, неуравновешенный режим, компенсация.

Подключение несимметричных линейных нагрузок к электрической сети с синусоидальными процессами без компенсирующих устройств (КУ) приводит к появлению токов отрицательной последовательности (+ нулевой последовательности в 4-проводной сети), дополнительным потерям, пульсации мгновенной мощности (ММ) и несимметрии напряжения – ухудшению качества энергии [1–6]. В синусоидальном режиме в 3-фазной 3-проводной сети энергетические процессы полностью определены токами и напряжениями прямой (ПП) и обратной последовательностей (ОП).

Если напряжение *симметрично*, то ток ПП однозначно характеризуется стандартной комплексной мощностью (СКМ) синусоидального режима. Реальная (мнимая) составляющая тока ПП определяет активную (реактивную) мощность. При симметричном напряжении ток ОП обусловлен только несимметрией (точнее, несбалансированностью [2–4]) нагрузки и однозначно определяет амплитуду пульсирующей компоненты ММ – комплексную мощность пульсаций (КМП). Компенсация тока ОП устраняет пульсации (уравнивает режим [5–6]). Метод "симметризации" тока (МСТ) (компенсация тока ОП и реактивного тока ПП) обеспечивает и компенсацию реактивной мощности, и уравнивание режима (с единичным коэффициентом мощности (КМ)) [1]. При *симметричном* напряжении МСТ совпадает с методом компенсации Fryze [2–6].

При *несимметричном* напряжении понятия сбалансированности и уравновешенности режима не совпадают [4]. СКМ и комплексная мощность пульсаций (КМП) определены как током, так и напряжением ПП и ОП. МСТ, основанный на методе симметричных составляющих (МСС), не обеспечивает КМ, равный единице, и не уравнивает режим. Активный ток ПП вызывает пульсации, обусловленные напряжением ОП. Метод Fryze полностью устраняет дополнительные потери при произвольном напряжении и делает КМ равным единице. Однако, так же как и МСТ, при несимметричном напряжении метод Fryze не уравнивает режим [2].

Задача заключается в создании уравновешенного режима, который с минимальными потерями обеспечивает поставку энергии с постоянной мгновенной мощностью, равной активной мощности первоначального неуравновешенного и несбалансированного режима при несимметричном напряжении.

Энергетические процессы в синусоидальном режиме. В точке подключения нагрузки потребителя к распределительной сети в трёхпроводном сечении $\langle a, b, c \rangle$ трехфазной системы с синусоидальными процессами мгновенные значения напряжения и тока

$$\mathbf{u}(t) = (u_a(t) \ u_b(t) \ u_c(t))^T = \sqrt{2} \Re[\mathbf{U}e^{j\omega t}], \quad \mathbf{i}(t) = (i_a(t) \ i_b(t) \ i_c(t))^T = \sqrt{2} \Re[\mathbf{I}e^{j\omega t}] \quad (1)$$

однозначно определены трехмерными комплексными векторами (3-комплексами) напряжения $\mathbf{U} = (\dot{U}_a \ \dot{U}_b \ \dot{U}_c)^T$ и тока $\mathbf{I} = (\dot{I}_a \ \dot{I}_b \ \dot{I}_c)^T$ – векторами комплексных действующих величин

$$\mathbf{U} = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{u}(t) e^{-j\omega t} dt, \quad \mathbf{I} = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{i}(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2)$$

где \top – знак транспонирования, T – период ($T\omega=2\pi$).

Мгновенную мощность при синусоидальных процессах можно представить как

$$p(t) = u_a(t)i_b(t) + u_b(t)i_c(t) + u_c(t)i_a(t) = \mathbf{u}(t)^\top \mathbf{i}(t) = \Re e[\dot{S} + \dot{N}e^{j2\omega t}] . \quad (3)$$

СКМ равна *комплексному* скалярному произведению 3-х комплексов напряжения \mathbf{U} и тока \mathbf{I}

$$\dot{S} = \dot{U}_a I_a^* + \dot{U}_b I_b^* + \dot{U}_c I_c^* = \mathbf{U}^\top \mathbf{I}^* = (\mathbf{U}, \mathbf{I}) \quad (4)$$

и есть комплексное число $\dot{S} = P + jQ$, реальная часть которого равна средней (активной) мощности за интервал наблюдения $[\tau, \tau + T]$

$$\Re e \dot{S} = P = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} p(t) dt, \quad (5)$$

а его *мнимая* часть $\Im m \dot{S} = Q$ равна реактивной мощности. Комплексная амплитуда пульсирующей мощности (КМП) равна комплексному скалярному произведению 3-х комплексов тока и комплексно сопряженного (КС) напряжения $\mathbf{U}^* = [\dot{U}_a^* \ \dot{U}_b^* \ \dot{U}_c^*]^\top$

$$\dot{N} = \dot{U}_a \dot{I}_a + \dot{U}_b \dot{I}_b + \dot{U}_c \dot{I}_c = \mathbf{I}^\top \mathbf{U} = \mathbf{I}^\top (\mathbf{U}^*)^* = (\mathbf{I}, \mathbf{U}^*) . \quad (6)$$

Здесь и дальше $*$ – операция (знак) комплексного сопряжения.

Полная (*кажущаяся*) мощность

$$S_B = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} = |\mathbf{U}| \cdot |\mathbf{I}| \quad (7)$$

определяется как произведение действующих значений напряжения и тока

$$|\mathbf{U}| = \sqrt{\mathbf{U}^\top \mathbf{U}^*} = \sqrt{|\dot{U}_a|^2 + |\dot{U}_b|^2 + |\dot{U}_c|^2}, \quad |\mathbf{I}| = \sqrt{\mathbf{I}^\top \mathbf{I}^*} = \sqrt{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2} . \quad (8)$$

Справедливо неравенство Буняковского–Шварца [6]

$$|(\mathbf{U}, \mathbf{I})| \leq |\mathbf{U}| |\mathbf{I}|, \quad S_G \leq S_B, \quad (9)$$

где $S_G = |\dot{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}$ – геометрическая мощность, равная модулю СКМ [5]. Из неравенства (9) следует неравенство для коэффициента мощности $\lambda = P/S_B = P/(\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}) \leq 1$.

Сбалансированный и несбалансированный режимы. В (9) равенство достигается лишь в том случае, если 3-комплексы полного тока и напряжения (*комплексно*) пропорциональны ($\mathbf{I} \parallel \mathbf{U}$)

$$\mathbf{I} = \dot{Y}_S \mathbf{U} \Leftrightarrow \frac{\dot{I}_a}{\dot{U}_a} = \frac{\dot{I}_b}{\dot{U}_b} = \frac{\dot{I}_c}{\dot{U}_c} = \dot{Y}_S = |\dot{Y}_S| e^{j\varphi_S} . \quad (10)$$

Если условие (10) выполняется, то *режим сбалансированный* [3,4]. Если нагрузка симметрична, то режим *сбалансирован*. В 3-проводной цепи режим может быть сбалансированным и при несимметричной нагрузке (например, схема симметризации Штейнметца [3]).

В сбалансированном режиме полная мощность равна геометрической мощности ($S_G = |\dot{S}| = S_B$), поэтому справедливо сокращенное уравнение мощности и КМ вычисляется через фазовый сдвиг между 3-комплексами тока и напряжения ($\dot{Y}_S = |\dot{Y}_S| e^{j\varphi_S}$)

$$S_B^2 = P^2 + Q^2 \Rightarrow \lambda = \frac{P}{S_B} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \cos \varphi_S . \quad (11)$$

Если *режим несбалансирован*, то ортогональная проекция 3-комплекса тока на 3-комплекс напряжения определяет *ток баланса*

$$\mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{I}^\top \mathbf{U}^*}{|\mathbf{U}|^2} \mathbf{U} = \frac{(\mathbf{S}^*/U^2)}{\dot{Y}_S} \mathbf{U} = \dot{Y}_S \mathbf{U}, \quad \mathbf{i}_b(t) = \sqrt{2} \Re e[\mathbf{I}_b e^{j\omega t}] . \quad (12)$$

3-комплекс *тока небаланса* \mathbf{I}_u равен ортогональному дополнению 3-комплекса тока баланса до 3-комплекса полного тока. Справедливо ортогональное разложение полного тока ($\mathbf{I}_b \perp \mathbf{I}_u$)

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_b + \overbrace{(\mathbf{I} - \mathbf{I}_b)}^{\mathbf{I}_u} = \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_u, \quad \mathbf{i}(t) = \mathbf{i}_b(t) + \mathbf{i}_u(t) . \quad (13)$$

Ортогональное разложение тока (13) позволяет получить квадратичное разложение 3-комплекса тока и (так как $|\mathbf{I}_b|^2 |\mathbf{U}|^2 = |\dot{S}|^2 = S_G^2$, $|\mathbf{I}_u|^2 |\mathbf{U}|^2 = D_u^2$ согласно [3]) эквивалентное ему уравнение мощности для несбалансированного режима

$$|\mathbf{I}|^2 = |\mathbf{I}_b|^2 + |\mathbf{I}_u|^2 \Leftrightarrow S_B^2 = S_G^2 + D_u^2, \quad (14)$$

где $D_u = |D|$ – действующее значение 3-х комплексов мощности небаланса $D = U \times I$ (векторное произведение 3-х комплексов тока и напряжения [2]). Здесь и дальше "×" – знак векторного произведения.

Активный ток Фризе в синусоидальном режиме. 3-комплекс тока баланса комплексно коллинеарен орту вектора напряжений $m = U^{-1} [\dot{U}_a \ \dot{U}_b \ \dot{U}_c]^T = U/U$

$$I_b = \frac{I^T U^*}{|U|^2} U = \underbrace{(S^*/U)}_{i_b} \underbrace{U/U}_m = i_b m. \quad (15)$$

Комплексный коэффициент коллинеарности

$$i_b = \frac{S^*}{|U|} = \underbrace{P/U}_a + j \underbrace{(-Q/U)}_r = I_a + jI_r. \quad (16)$$

определяет 3-комплексы полного активного и полного реактивного токов

$$I_{aF} = I_a m = \frac{P}{|U|^2} U, \quad I_r = jI_r m = \frac{Qe^{-j\pi/2}}{|U|^2} U \quad (17)$$

и дает разложение полного тока на *активный* и *неактивный ток Фризе*

$$I = I_{aF} + \underbrace{I_r + I_u}_{\substack{\text{неактивный ток} \\ \text{Фризе}}} = I_{aF} + I_F, \quad I_F = I_r + I_u; \quad (18.a)$$

$$i_{aF}(t) = \sqrt{2} \Re e [I_{aF} e^{j\omega t}], \quad i_F(t) = \sqrt{2} \Re e [I_F e^{j\omega t}]. \quad (18.b)$$

В несбалансированном режиме уравнение мощности содержит три составляющие, а коэффициент мощности вычисляется через компоненты разложения Фризе (18.a)

$$S_B^2 = P^2 + \underbrace{Q^2 + D_u^2}_{\substack{\text{дополнительные} \\ \text{потери}}}, \quad \lambda = \frac{P}{S_B} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D_u^2}} = \frac{|I_{aF}|}{\sqrt{|I_{aF}|^2 + |I_F|^2}}. \quad (19)$$

Если из цепи источника удалить *неактивный ток Фризе*, то оставшийся активный ток I_{aF} поставляет энергию с минимальными потерями, а коэффициент мощности равен единице [3–5].

Неуравновешенный режим и ток пульсаций. Из (6) следует, что если 3-комплекс тока и КС 3-комплекс напряжения U^* ортогональны, то пульсации отсутствуют и режим уравновешен

$$I \perp U^* \Leftrightarrow \dot{N} = (I, U^*) = 0. \quad (20)$$

Если режим *неуравновешен*, то ортогональная проекция 3-комплекса тока на КС 3-комплекс напряжения определяет 3-комплекс *тока пульсаций* [4]

$$I_p = \frac{(I, U^*)}{(U, U^*)} U^* = \frac{I^T U}{|U|^2} U^* = \frac{\dot{N}}{U^2} U^*, \quad I_p = \underbrace{(\dot{N}/U)}_{i_p} \underbrace{U^*/U}_m = i_p m^*. \quad (21)$$

Ток пульсаций имеет такую же мощность пульсаций \dot{N}_p , что и полный ток

$$\dot{N}_p = (I_p, U^*) = \frac{\dot{N}}{U^2} (U^*)^T U = \frac{\dot{N}}{U^2} \underbrace{U^T U^*}_{U^2} = \dot{N}. \quad (22)$$

Ортогональное дополнение $I_n = I - I_p$ введенной компоненты тока (21) до полного тока не вызывает пульсаций, так как $\dot{N}_n = (I_n, U^*) = I_n^T U = 0$ ($I_n \perp U^*$), и определяет *непульсирующий ток*. Справедливо ортогональное разложение полного тока

$$I = I_p + (I - I_p) = I_p + I_n. \quad (23)$$

Двумерное подпространство энергетических процессов в трехпроводной цепи. В трехпроводной цепи напряжение можно измерять относительно искусственной точки заземления, что совместно с первым законом Кирхгофа дает [4]

$$\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c = 0, \quad \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0. \quad (24.a)$$

Тем самым, энергетические синусоидальные процессы, происходящие в трехпроводном сечении $\langle a, b, c \rangle$ 3-проводной цепи, характеризуются 3-комплексами X , которые ортогональны орту $e_\theta = (1, 1, 1)^T / \sqrt{3}$ нулевой последовательности ($|e_\theta| = 1$)

$$(\mathbf{X}, \mathbf{e}_0) = \mathbf{X}^\top \mathbf{e}_0 = (\dot{X}_a + \dot{X}_b + \dot{X}_c) / \sqrt{3} = 0. \quad (24.6)$$

Такие 3-комплексы образуют двумерное подпространство. Орты ПП и ОП

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, \alpha^*, \alpha)^\top, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, \alpha, \alpha^*)^\top, \quad (\alpha = e^{j2\pi/3}, 1 + \alpha + \alpha^* = 0) \quad (25)$$

определяют *ортонормированный базис* этого подпространства (множитель $\sqrt{3}$ осуществляет нормировку и существенен [4]). Любой 3-комплекс, удовлетворяющий (24.6), однозначно представляется своими симметричными составляющими, что определяет МСС. В частности, ортогональное разложение 3-комплексов напряжения и тока в базисе (25)

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 = \dot{U}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{U}_2 \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = \dot{I}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{I}_2 \mathbf{e}_2 \quad (26)$$

определяет СКМ и КМП с помощью симметричных составляющих

$$\dot{S} = \mathbf{U}^\top \mathbf{I}^* = \underbrace{\dot{U}_1 \dot{I}_1^*}_{\dot{S}_1} + \underbrace{\dot{U}_2 \dot{I}_2^*}_{\dot{S}_2}, \quad \dot{N} = \mathbf{I}^\top \mathbf{U} = \underbrace{\dot{U}_1 \dot{I}_2}_{\dot{N}_{I2}} + \underbrace{\dot{U}_2 \dot{I}_1}_{\dot{N}_{U2}}. \quad (27)$$

При несимметричном напряжении полная активная (полная реактивная) мощность равна сумме активных (реактивных) мощностей ПП и ОП

$$P = P_1 + P_2 = \Re e(\dot{U}_1 \dot{I}_1^*) + \Re e(\dot{U}_2 \dot{I}_2^*), \quad Q = Q_1 + Q_2 = \Im m(\dot{U}_1 \dot{I}_1^*) + \Im m(\dot{U}_2 \dot{I}_2^*).$$

Компенсация тока ОП потребует компенсации не только реактивной, но и активной мощности ОП ($\dot{I}_2 = 0 \Rightarrow \dot{S}_2 = P_2 + jQ_2 = 0$).

Метод симметризации при несимметричном напряжении. При несимметричном напряжении симметричные координаты 3-комплексов тока и напряжения связаны векторно-матричным соотношением [2,6]

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{I}} = \tilde{\mathbf{Y}} \tilde{\mathbf{U}}. \quad (28)$$

Для нагрузки типа треугольник элементы матрицы $\tilde{\mathbf{Y}}$ вычисляются как

$$\dot{Y}_{11} = \dot{Y}_{22} = \dot{Y}_{AB} + \dot{Y}_{BC} + \dot{Y}_{CA}, \quad \dot{Y}_{21} = e^{j\pi/3} \dot{Y}_{AB} - \dot{Y}_{BC} + e^{-j\pi/3} \dot{Y}_{CA}, \quad \dot{Y}_{12} = e^{-j\pi/3} \dot{Y}_{AB} - \dot{Y}_{BC} + e^{j\pi/3} \dot{Y}_{CA}. \quad (29)$$

Если ОП тока равна нулю ($\dot{I}_2 = 0$), то 3-комплексы ПП тока и напряжения комплексно пропорциональны

$$\dot{I}_2 = 0 \Rightarrow \dot{I}_1 = \dot{Y}_1 \dot{U}_1, \quad \dot{Y}_1 = \dot{Y}_{11} + \dot{Y}_{12} \dot{k}_{U2}, \quad (30)$$

где \dot{Y}_1 – условная проводимость тока ПП при отсутствии тока ОП, $\dot{k}_{U2} = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$ – комплексный коэффициент несимметрии напряжения по ОП.

Проводимость $\dot{Y}_1 = G_1 + jB_1$ тока ПП определяет 3-комплексы активного и реактивного токов ПП

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a} + \mathbf{I}_{1r} = \dot{I}_{1a} \mathbf{e}_1 + \dot{I}_{1r} \mathbf{e}_1, \quad (\dot{I}_{1a} = G_1 \dot{U}_1, \quad \dot{I}_{1r} = jB_1 \dot{U}_1). \quad (31)$$

Активная и реактивная мощности ПП

$$P_1 = \Re e[\dot{U}_1 \dot{I}_{1a}^*] = G_1 |\dot{U}_1|^2, \quad Q_1 = \Im m[\dot{U}_1 \dot{I}_{1r}^*] = -B_1 |\dot{U}_1|^2. \quad (32)$$

Компенсация тока ОП ($\dot{I}_2 = 0$) и реактивного тока ПП ($\Im m(\dot{I}_1) = 0$) приводит к тому, что ток цепи источника становится равным активному току ПП

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a} = \dot{I}_{1a} \mathbf{e}_1 = G_1 \dot{U}_1 \mathbf{e}_1, \quad I = I_{1a} = |G_1 \dot{U}_1| = G_1 U_1. \quad (33)$$

МСТ в цепи источника оставляет только активный ток ПП и полностью исключает ток ОП. Энергия тока ОП с комплексной мощностью $\dot{S}_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = \Re e(\dot{U}_2 \dot{I}_2^*) + \Im m(\dot{U}_2 \dot{I}_2^*) = P_2 + jQ_2$ перенаправляется в цепь «нагрузка–КУ». Коэффициент мощности цепи источника после симметризации

$$\lambda_1 = \frac{P_1}{I_{1a} \cdot U} = \frac{G_1 |\dot{U}_1|^2}{G_1 U_1 \sqrt{U_1^2 + U_2^2}} = \frac{U_1}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + k_{U2}^2}}.$$

Устранение пульсаций активного тока ПП. Если напряжения несимметричны, то оставленный после компенсации МСТ активный ток ПП сохраняет часть пульсаций ММ с комплексной амплитудой

$$\dot{N}_{1a} = (\mathbf{I}_{1a}, \mathbf{U}^*) = \mathbf{U}^\top \mathbf{I}_{1a} = \dot{U}_2 \dot{I}_{1a}. \quad (34)$$

Найдем симметричные составляющие \dot{I}_{S1} , \dot{I}_{S2} такого тока в цепи источника, который не вызывает пульсации,

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{I}_{S1} + \mathbf{I}_{S2} = \dot{I}_{S1} \mathbf{e}_1 + \dot{I}_{S2} \mathbf{e}_2, \quad (35)$$

а его ПП равна активному току ПП исходного режима

$$\dot{N}_S = (\mathbf{I}_S, \mathbf{U}^*) = \dot{U}_1 \dot{I}_{S2} + \dot{U}_2 \dot{I}_{S1} = 0, \quad \dot{I}_{S1} = \dot{I}_{1a}. \quad (36)$$

Условие (36) обеспечивается, если для тока ОП цепи источника выполнено

$$\dot{I}_{S2} = - \underbrace{(\dot{U}_2 / \dot{U}_1)}_{k_{U2}} \dot{I}_{1a} = -k_{U2} \dot{I}_{1a}. \quad (37)$$

Из (37) следует, что 3-комплекс тока цепи источника, который удовлетворяет (36), содержит ток ОП

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{I}_{S1} + \mathbf{I}_{S2} = \dot{I}_{1a} (\mathbf{e}_1 - k_{U2} \mathbf{e}_2), \quad I_S = |\mathbf{I}_S| = I_{a1} \sqrt{1 + k_{U2}^2}. \quad (38)$$

Компонента тока ОП $\mathbf{I}_{S2} = -G_1 \dot{U}_2 \mathbf{e}_2$ компенсирует пульсации активного тока ПП. Активная мощность тока (38) меньше активной мощности ПП исходного режима

$$P_S = \Re[\mathbf{I}_S^\top \mathbf{U}^*] = \Re[\dot{I}_{S1} \dot{U}_1^* + \dot{I}_{S2} \dot{U}_2^*] = \Re[\dot{I}_{1a} \dot{U}_1^* - k_{U2} \dot{I}_{1a} \dot{U}_2^*] = P_1 (1 - k_{U2}^2). \quad (39)$$

В точке подключения должен соблюдаться баланс активной мощности. Тем самым, КУ должен создавать электроэнергию с активной мощностью ОП $P_2 + P_1 k_{U2}^2$. КМ в цепи источника после симметризации и уравнивания

$$\lambda_s = \frac{P_S}{|\mathbf{U}| |\mathbf{I}_S|} = \frac{G_1 (U_1^2 - U_2^2)}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2} \cdot G_1 \sqrt{U_1^2 + U_2^2}} = \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_1^2 + U_2^2} = \frac{1 - k_{U2}^2}{1 + k_{U2}^2}. \quad (40)$$

Ортонормированные базисы потерь и пульсаций. При несимметричном напряжении базис симметричных составляющих (25) распределяет энергетические процессы между ПП и ОП. При несимметричном напряжении для анализа потерь и пульсаций целесообразно использовать два других ортонормированных базиса [4]: *базис потерь* и КС к нему *базис пульсаций*

$$\mathcal{B} = \{\mathbf{m}_b, \mathbf{m}_u\} \quad (\mathbf{m}_b \perp \mathbf{m}_u), \quad \mathcal{B}^* = \{\mathbf{m}_p, \mathbf{m}_n\} \quad (\mathbf{m}_p \perp \mathbf{m}_n). \quad (41)$$

Здесь $\mathbf{m}_b = \mathbf{m} = \mathbf{U} / |\mathbf{U}|$, $\mathbf{m}_n = \mathbf{m}_u^* = \mathbf{m}_b \times \mathbf{e}_0$ – орты 3-комплексов *фазных и межфазных напряжений*; $\mathbf{m}_p = \mathbf{m}^* = \mathbf{m}_b^*$, $\mathbf{m}_u = \mathbf{m}_b^* \times \mathbf{e}_0$ – орты комплексно-сопряженных *фазных и межфазных напряжений*.

Базисы (41) связаны векторно-матричными соотношениями [4]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_b \\ \mathbf{m}_u \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\eta} & \dot{\mu} \\ \dot{\mu}^* & \dot{\eta} \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_n \\ \mathbf{m}_p \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{m}_n \\ \mathbf{m}_p \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\dot{\eta} & \dot{\mu} \\ \dot{\mu}^* & -\dot{\eta} \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^{-1}} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_b \\ \mathbf{m}_u \end{bmatrix}, \quad (42)$$

где комплексные числа $\dot{\mu} = (\mathbf{m}_b, \mathbf{m}_b^*) = \mathbf{m}_b^\top \mathbf{m}_b$, $\dot{\mu}^* = \mathbf{m}_u^\top \mathbf{m}_u = (\mathbf{m}_b^\top \mathbf{m}_b)^*$, $\dot{\eta} = \mathbf{m}_u^\top \mathbf{m}_b = \mathbf{m}_b^\top \mathbf{m}_u$, $\dot{\eta}^* = (\mathbf{m}_u^\top \mathbf{m}_b)^* = \mathbf{m}_n^\top \mathbf{m}_p = -\dot{\eta}$ удовлетворяют условию $|\dot{\mu}|^2 + |\dot{\eta}|^2 = 1$.

Выразим $\eta = |\dot{\eta}|$ через коэффициент несимметрии напряжения по ОП. Имеем

$$\dot{\eta} = \mathbf{m}_b^\top \mathbf{m}_u = \mathbf{m}_b^\top (\mathbf{m}_b^* \times \mathbf{e}_0) = |\mathbf{U}|^{-2} [\mathbf{U} \times \mathbf{U}^*]^\top \mathbf{e}_0.$$

Так как $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = j \mathbf{e}_0$, то, используя разложение (25), получим $[\mathbf{U} \times \mathbf{U}^*] = j[U_1^2 - U_2^2] \mathbf{e}_0$ и $|\mathbf{U} \times \mathbf{U}^*| = U_1^2 - U_2^2$. Поэтому справедливо равенство

$$\eta = (U_1^2 - U_2^2) / (U_1^2 + U_2^2) = (1 - k_{U2}^2) / (1 + k_{U2}^2). \quad (43.a)$$

Отметим, что если напряжение симметрично $\mathbf{U} = U_1 \mathbf{e}_1$, то $\dot{\mu} = 0$, $\dot{\eta} = j$ и введенные нормированные векторы (41) с точностью до фазового множителя совпадают с ортами ПП и ОП (25)

$$\mathbf{m}_b = \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{m}_u = j \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{m}_p = (\mathbf{e}_1)^* = \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{m}_n = -j \mathbf{e}_1. \quad (43.b)$$

Разложение полного тока в базисах потерь и пульсаций. Разложение 3-комплекса тока \mathbf{I} по введенному базису потерь $\mathcal{B} = \{\mathbf{m}_b, \mathbf{m}_u\}$ следует из (13)–(15)

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_u = \dot{I}_b \mathbf{m}_b + \dot{I}_u \mathbf{m}_u = \begin{bmatrix} \dot{I}_b & \dot{I}_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_b \\ \mathbf{m}_u \end{bmatrix} \quad (44)$$

и определено координатами

$$\dot{I}_b = (\mathbf{I}, \mathbf{m}_b) = \mathbf{I}^\top \mathbf{m}_b^* = S^*/U, \quad \dot{I}_u = (\mathbf{I}, \mathbf{m}_u) = \mathbf{I}^\top \mathbf{m}_u^* = \dot{D}_0/U. \quad (45)$$

Здесь $\dot{D}_0 = (\mathbf{I} \times \mathbf{U})^\top \mathbf{e}_0 = j(\dot{U}_1 \dot{I}_2 - \dot{U}_2 \dot{I}_1)$ – проекция 3–комплекса мощности небаланса $\mathbf{D} = \mathbf{U} \times \mathbf{I}$ на орт \mathbf{e}_0 [4]. Разложение (32) характеризуется парой комплексных мощностей $S^* = \dot{I}_b U$, $\dot{D}_0 = \dot{I}_u U$ и дает квадратичное разложение кажущейся мощности (*уравнение мощности несбалансированного режима*) в 3-проводной цепи

$$|\mathbf{I}|^2 = |\mathbf{I}_b|^2 + |\mathbf{I}_u|^2 \quad \Leftrightarrow \quad S_B^2 = |S^*|^2 + |\dot{D}_0|^2. \quad (46)$$

В отличие от МСС, вся СКМ (активная мощность) обусловлена только одной ортогональной составляющей разложения (44) – током баланса (активным током Фризе).

Разложение по базису пульсаций $\mathcal{B}^* = \{\mathbf{m}_p, \mathbf{m}_n\}$ определяет ортогональное разложение 3–комплекса тока на пульсирующую и неппульсирующую составляющие тока (23)

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_p + \mathbf{I}_n = \dot{I}_p \mathbf{m}_p + \dot{I}_n \mathbf{m}_n = \begin{bmatrix} \dot{I}_p & \dot{I}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_p \\ \mathbf{m}_n \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Комплексные координаты $\begin{bmatrix} \dot{I}_p & \dot{I}_n \end{bmatrix}$ определяют КПМ \dot{N} и комплексную неппульсирующую мощность \dot{K}

$$\dot{I}_p = (\mathbf{I}, \mathbf{m}_p) = \mathbf{I}^\top \mathbf{m}_p^* = \dot{N}/U, \quad \dot{I}_n = (\mathbf{I}, \mathbf{m}_n) = \mathbf{I}^\top \mathbf{m}_n^* = \dot{K}/U. \quad (48)$$

Из (47) следует *уравнение мощности неуровновешенного режима* [4]

$$|\mathbf{I}|^2 = |\mathbf{I}_p|^2 + |\mathbf{I}_n|^2 \quad \Leftrightarrow \quad S_B^2 = |\dot{N}|^2 + |\dot{K}|^2. \quad (49)$$

При несимметричном напряжении вся КПМ, в отличие от метода симметричных составляющих, обусловлена только током пульсаций.

Матрицы

$$\mathcal{A}^\top = \begin{bmatrix} \dot{\eta} & \mu^* \\ \dot{\mu} & \dot{\eta} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A}^* = \begin{bmatrix} -\dot{\eta} & \mu^* \\ \dot{\mu} & -\dot{\eta} \end{bmatrix} \quad (50)$$

определяют преобразования между координатами 3-комплексов для введенных базисов (41). Координаты тока в базисе пульсаций $\begin{bmatrix} \dot{I}_p & \dot{I}_n \end{bmatrix}$ и в базисе потерь $\begin{bmatrix} \dot{I}_b & \dot{I}_u \end{bmatrix}$ связаны векторно-матричными соотношениями

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_n \\ \dot{I}_p \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\dot{\eta} & \mu^* \\ \dot{\mu} & -\dot{\eta} \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^*} \begin{bmatrix} \dot{I}_b \\ \dot{I}_u \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_b \\ \dot{I}_u \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\eta} & \mu^* \\ \dot{\mu} & \dot{\eta} \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^\top} \begin{bmatrix} \dot{I}_n \\ \dot{I}_p \end{bmatrix}. \quad (51.a)$$

Умножая тождества (40) на действующее значение 3-фазного напряжения, получим связь

$$\begin{bmatrix} S^* \\ \dot{D}_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\eta}^* & \mu^* \\ \dot{\mu} & \dot{\eta}^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^*} \begin{bmatrix} \dot{K} \\ \dot{N} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{K} \\ \dot{N} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\eta} & \mu^* \\ \dot{\mu} & \dot{\eta} \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^\top} \begin{bmatrix} S^* \\ \dot{D}_0 \end{bmatrix} \quad (51.b)$$

между парами мощностей (S^*, \dot{D}_0) и (\dot{N}, \dot{K}) неуровновешенного и несбалансированного режимов.

Компенсация пульсаций активного тока Фризе. Активный ток Фризе $\mathbf{I}_{aF} = I_{aF} \mathbf{m}_b$ обеспечивает поставку энергии с активной мощностью исходного полного тока с минимальными потерями в цепи источника. Однако при несимметричном напряжении ММ тока Фризе имеет пульсирующую составляющую [2].

Найдем такой ток в цепи источника, КПМ которого равна нулю (не содержит ток пульсаций), а его сбалансированная составляющая равна активному току Фризе

$$\dot{I}_{\mathcal{F}p} = (\mathbf{I}_{\mathcal{F}}, \mathbf{m}_p) = 0, \quad \dot{I}_{\mathcal{F}b} = (\mathbf{I}_{\mathcal{F}}, \mathbf{m}_b) = I_{aF}. \quad (52)$$

Согласно (44) и (47) 3-комплекс такого тока $\mathbf{I}_{\mathcal{F}}$ имеет ортогональное разложение в базисе потерь и в базисе пульсаций

$$\mathbf{I}_{\mathcal{F}} = \dot{I}_{\mathcal{F}b} \mathbf{m}_b + \dot{I}_{\mathcal{F}u} \mathbf{m}_u, \quad \mathbf{I}_{\mathcal{F}} = \dot{I}_{\mathcal{F}p} \mathbf{m}_p + \dot{I}_{\mathcal{F}n} \mathbf{m}_n. \quad (53)$$

Координаты разложений (53) 3-комплекса тока $I_{\mathcal{F}}$ связаны векторно-матричным соотношением, аналогичным (51.a)
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{\mathcal{F}n} \\ \dot{I}_{\mathcal{F}p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta^* & \mu^* \\ \dot{\mu} & \eta^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{\mathcal{F}b} \\ \dot{I}_{\mathcal{F}u} \end{bmatrix}.$$

Требования (52) дают систему уравнений

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{\mathcal{F}n} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta^* & \mu^* \\ \dot{\mu} & \eta^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{aF} \\ \dot{I}_{\mathcal{F}u} \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \dot{I}_{\mathcal{F}n} = \eta^* \dot{I}_{aF} + \mu^* \dot{I}_{\mathcal{F}u} \\ 0 = \dot{\mu} I_{aF} - \eta \dot{I}_{\mathcal{F}u} \end{cases}, \quad (54)$$

которые позволяют определить несбалансированную составляющую $\dot{I}_{\mathcal{F}u}$ и сам фазор искомого неп пульсирующего тока источника, удовлетворяющего требованиям (52)

$$\dot{I}_{\mathcal{F}u} = I_{aF} (\dot{\mu} / \dot{\eta}), \quad \dot{I}_{\mathcal{F}n} = I_{aF} / \dot{\eta}. \quad (55)$$

Тем самым, требуемый 3-комплекс тока источника $I_{\mathcal{F}}$ и соответствующий ток небаланса однозначно определяются величиной активного тока Фризе

$$I_{\mathcal{F}} = \dot{I}_{\mathcal{F}n} \mathbf{m}_n = (I_{aF} / \dot{\eta}) \mathbf{m}_n, \quad \dot{I}_{\mathcal{F}u} \mathbf{m}_u = \dot{\mu} \underbrace{(I_{aF} / \dot{\eta})}_{\dot{I}_{\mathcal{F}n}} \mathbf{m}_u = \dot{\mu} \dot{I}_{\mathcal{F}n} \mathbf{m}_u. \quad (56)$$

Активный ток Фризе $I_{aF} = (I_{\mathcal{F}}, \mathbf{m}_b) \mathbf{m}_b = I_{aF} \mathbf{m}_b$ является ортогональной проекцией найденного неп пульсирующего тока источника $I_{\mathcal{F}}$ на орт \mathbf{m}_b .

Применяя метод множителей Лагранжа, можно показать, что при заданном напряжении найденный ток $I_{\mathcal{F}}$ дает решение условно экстремальной задачи

$$I_{\mathcal{F}} = \arg \min_{I \in \mathcal{J}} |I|^2. \quad (57)$$

Допустимая область $\mathcal{J} = \{I \mid (\Re[U^T I^*] = P) \ \& \ (\Im[U^T I^*] = 0) \ \& \ (I^T U = 0)\}$ экстремальной задачи (57) гарантирует, что найденный ток цепи источника $I_{\mathcal{F}}$ не пульсирует и с минимальными потерями (на один Ом) поставляет энергию с такой же активной мощностью, что и ток исходного несбалансированного и пульсирующего режима. КМ в цепи источника после компенсации неактивного тока Фризе и его пульсаций

$$\lambda_{\mathcal{F}} = |I_{aF}| / |I_{\mathcal{F}}| = \eta = (1 - k_{U2}^2) / (1 + k_{U2}^2) \quad (58)$$

совпадает с КМ рассмотренного выше метода компенсации и уравнивания (40) $\lambda_{\mathcal{F}} = \lambda_S$, не зависит от несбалансированности нагрузки и обусловлен только степенью асимметрии напряжения. В интервале изменения $k_{U2} \in [0; 5\%]$ КМ ($\lambda_{\mathcal{F}} = \lambda_S$) обоих методов отличается от единицы в третьем знаке после запятой.

Числовое моделирование. В рассматриваемом ниже примере все величины приведены в относительных единицах. 3-комплекс несимметричного напряжения с фазовыми координатами $U = (58.9, 57.17e^{j239^\circ}, 57.17e^{j121^\circ})^T$ имеет симметричные координаты $\dot{U}_1 = 100, \dot{U}_2 = 2$ и $k_{U2} = 2\%$. Двухплечевая нагрузка задана межфазными проводимостями $\dot{Y}_{AB} = e^{-j\pi/3}, \dot{Y}_{BC} = 0, \dot{Y}_{CA} = e^{j\pi/3}$. Реактивная мощность равна нулю $Q = 0$. До компенсации: симметричные составляющие тока нагрузки $I_H = [\dot{I}_1, \dot{I}_2] = [98, 202]$; активные мощности $P_1 = 9800, P_2 = 404$; КМ – $\lambda = 0,454$; мощность пульсаций и небаланса почти полностью обусловлены током ОП $N \approx D_0 = |\dot{U}_1 \dot{I}_2 - \dot{U}_2 \dot{I}_1| = 20400$. Режим несбалансирован и неуравновешен. Параметры режимов после компенсации ($\lambda_{\mathcal{F}} = \lambda_S = 0,999$) приведены в таблице.

Параметры режимов	Цепь источника I_H			Компенсатор I_K				
	Симметричные составляющие	Активн. мощн.	Мощность пульсаций	Симметричные составляющие	Активная мощность			
$I_H = I_H + I_K$	\dot{I}_1	\dot{I}_2	P	\dot{I}_1	\dot{I}_2	P		
Второй метод	метод Фризе	102	2,04	10204	408	-4	200	0
	+уравнивание	102	-2,04	10204	0	-4	204	0
Первый метод	МСТ	98	0	9800	404	0	202	404
	+уравнивание	98	-1,92	9796	0	0	204	408

Заключення. При несимметричному напрузі розглянуто два методи компенсації неактивного струму з урівнюванням режиму. Перший метод, що використовує МСС, залишає в ланці джерела не всю активну потужність і потребує додаткової її генерації від КД.

Другий метод (з урівнюванням) використовує два інших ортогональних розкладів трифазного струму. Цей метод залишає в ланці джерела всю активну потужність і забезпечує мінімальні втрати (на 1 Ом) отриманого урівнюваного режиму.

1. Hanzelka Z. Mitigation of voltage unbalance, <http://www.leonardo-energy.org/chapter-5-mitigation-voltage-unbalance>.
2. Sirotin Yu.A. Fryze's compensator and Fortescue transformation. "Przegląd Elektrotechniczny" (Electrical Review). – 2011. – Vol. 1. – Pp. 101–106. http://pe.org.pl/abstract_pl.php?nid=4568.
3. Сиротин Ю.А. Схема симметризації Штейнметца як частинний випадок оптимального компенсатора Фризе // Електрика. – 2011. – №1. – Pp. 16–21. www.kudrinbi.ru/modules.php?name=Biblio&View=20464.
4. Сиротин Ю.А. Ток, потужність і рівняння пульсацій в трифазній системі // Вісник НТУ «ХПІ». – 2012. – № 23. – Pp. 146–159. www.nbu.gov.ua/portal/natural/vcpi/Ente/2012_23/19.pdf
5. Тонкаль В.Е., Новосельцев А.В., Денисюк С.П., Жуйков В.Я., Стрелков М.Т., Яценко Ю.А. Баланс енергії в електричних ланках. – Київ: Наукова думка. – 1992. – 312 с.
6. Шидловський А.К., Кузнецов В.Г. Покращення якості енергії в електричних мережах. – Київ: Наукова думка. – 1985. – 268 с.

УДК 621.31

ОПТИМАЛЬНА КОМПЕНСАЦІЯ ПУЛЬСУЮЧОГО СТРУМУ ПРИ НЕСИМЕТРИЧНІЙ НАПРУЗІ

Ю.О.Сиротин, канд.техн.наук

Національний технічний університет «ХПІ»,
вул. Фрунзе, 21, Харків, 61002, Україна.

e-mail: yuri_sirotin@ukr.net

У ланці підключення незбалансованого навантаження з несимметричною напругою розглянуто метод вирівнювання режиму. Метод забезпечує постачання енергії з мінімальними втратами і з такою ж активною потужністю, як у початкового режиму. Величина коефіцієнту потужності нового режиму не залежить від незбалансованості навантаження і визначається тільки ступенем асиметрії напруги. Бібл. 6, табл. 1.

Ключові слова: трифазна система, миттєва потужність, активна, реактивна, комплексна та повна потужності, потужність пульсацій, несиметричне навантаження, несиметрична напруга, коефіцієнт потужності, рівняння потужності, невідновлений та незбалансований режим, компенсація.

OPTIMAL COMPENSATION OF THE PULSATING CURRENT AT ASYMMETRICAL VOLTAGE

Yu.O.Sirotin

National Technical University "KhPI",
Frunze str., 21, Kharkiv, 61002, Ukraine.

e-mail: yuri_sirotin@ukr.net

The balancing method under unbalanced voltage and loading is designed. The method provides the energy supply of the active power that the original mode with minimal losses. The value of the power factor new mode is independent of the load imbalance and is determined only by the degree of asymmetry of voltage. References 6, table 1.

Key words: three-phase system, instantaneous power; active and reactive, complex, apparent power; pulsation power, unbalanced load, power equation, power factor, unbalanced mode, asymmetrical voltage, compensation.

1. Hanzelka Z. Mitigation of voltage unbalance, <http://www.leonardo-energy.org/chapter-5-mitigation-voltage-unbalance>.
2. Sirotin Yu.A. Fryze's compensator and Fortescue transformation. "Przegląd Elektrotechniczny" (Electrical Review). – 2011. – Vol. 1. – Pp. 101–106. http://pe.org.pl/abstract_pl.php?nid=4568.
3. Sirotin Yu.A. Steinmetz's symmetrization scheme as a special case of optimal Frise's compensator // Elektriika. – 2011. – №1. – Pp. 16–21. www.kudrinbi.ru/modules.php?name=Biblio&View=20464. (Rus)
4. Sirotin Yu.A. Current, power, and the equation of pulsations in the three-phase system // Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiy politekhnichnyi instytut». – 2012. – № 23. – Pp. 146–159. (Rus) www.nbu.gov.ua/portal/natural/vcpi/Ente/2012_23/19.pdf.
5. Tonkal V.E., Novoseltsev A.V., Denisiuk S.P., Zhuikov V.Ya., Strelkov M.P., Yatsenko Yu.A. Energy balance in electric circuits. – Kiev: Naukova dumka, 1992. – 312 p. (Rus)
6. Shidlovskii A.K., Kuznetsov A.G. Improving of the power quality in electrical networks. – Kiev: Naukova dumka, 1985. – 268 p. (Rus)

Надійшла 05.09.2012

Received 05.09.2012