

УДК 621.3.011

МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОЗАВИСИМЫХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ УСТАНОВОК СО СТОХАСТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

Супруновская Н.И., канд.техн.наук, Иващенко Д.С.
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина,
e-mail: iednat1@gmail.com

Разработана модель стохастических переходных процессов в цепях электроразрядных установок, сопротивление нагрузки которых может изменяться случайным образом от разряда к разряду с произвольным количеством альтернативных вариантов. Зарядная и разрядная цепи емкостных накопителей электроэнергии установок представлены динамическими системами, состояния которых циклически изменяются и являются взаимозависимыми. При изменении состояний цепи применялся метод декомпозиции, позволяющий заменить решение сложной задачи решением нескольких взаимосвязанных задач меньшей сложности. Задачи решались с применением метода разностных уравнений и вероятностных оценок электрического сопротивления нагрузки. В качестве примера исследованы переходные процессы в цепях формирователя разрядных импульсов для электроискровой нагрузки. Библ. 9, рис. 3, табл. 1.

Ключевые слова: переходные процессы, разряд конденсатора, случайный процесс.

Введение. Задача анализа переходных процессов в электрических цепях электроразрядных установок существенно усложняется, если сопротивление их нагрузки изменяется случайным образом [7]. В то же время очень важно оценивать диапазоны возможного изменения электрических параметров при оптимизации режимов работы электроразрядных установок с емкостными накопителями энергии, работающих на электроискровую и другие нагрузки, активное сопротивление которых может изменяться случайным образом от разряда к разряду [6].

При классическом подходе возможен анализ каждого переходного процесса в отдельности. Для исследования последовательности взаимосвязанных переходных процессов, возникающих в электрических цепях с изменяющейся структурой, в работах [2, 5] было предложено использовать метод разностных уравнений. Но такой подход не позволяет анализировать переходные процессы, протекающие при стохастическом изменении параметров цепи.

В таких науках как математическое моделирование, теория вероятностей, теория автоматического управления и теория надежности были получены результаты, позволяющие анализировать динамические системы со стохастическими свойствами [1, 3]. А в работе [9] метод разностных уравнений был развит для анализа циклических взаимосвязанных переходных процессов в линейных цепях электроразрядной установки, сопротивление нагрузки которой может случайным образом принимать одно из двух альтернативных значений. В то же время часто возникает необходимость анализировать переходные процессы в цепях, в которых сопротивление нагрузки случайным образом может принимать одно из трех и более значений.

Поэтому целью данной работы являлось дальнейшее развитие метода разностных уравнений для анализа переходных процессов в цепях электроразрядных установок, электрическое сопротивление нагрузки которых случайным образом может принимать три и более значений.

Для достижения цели потребовалось:

- представить последовательность процессов, соответствующую двум наиболее вероятным вариантам стохастического изменения структуры цепи, в виде одного неделимого процесса;
- найти математическое ожидание данного процесса, т.е. вероятность его наступления и его влияние на электрические характеристики цепи;
- повторять объединение процессов, соответствующих двум наиболее вероятным вариантам случайного изменения структуры цепи, в один неделимый процесс до тех пор, пока задача не сведется к анализу двух альтернативных вариантов изменения структуры цепи;

– применить предложенный в работе [9] подход к анализу стохастических процессов с двумя вариантами изменения структуры цепи.

Декомпозиция последовательности переходных процессов. В основе предлагаемого подхода, как и в работе [9], лежит представление случайного изменения электрического сопротивления нагрузки между альтернативными вариантами стохастического изменения структуры электрической цепи. Мгновенными значениями такого процесса являются геометрически распределенные случайные величины – "количество наступлений более вероятных изменений структуры цепи между двумя соседними наступлениями менее вероятного изменения структуры цепи". Принято также допущение, что стохастическое изменение электрического сопротивления нагрузки происходит в течение времени между разрядами емкостного накопителя и известны вероятности возникновения каждого из альтернативных вариантов сопротивления нагрузки.

Пусть в рассматриваемой последовательности изменений структуры цепи один из переходов является стохастическим с тремя альтернативными вариантами. Например, на рис. 1, *а* показан переход от процесса *A* к одному из трех альтернативных процессов: к процессу *B* с вероятностью p_B , к процессу *C* с вероятностью p_C и к процессу *D* с вероятностью p_D , где $p_B + p_C + p_D = 1$.

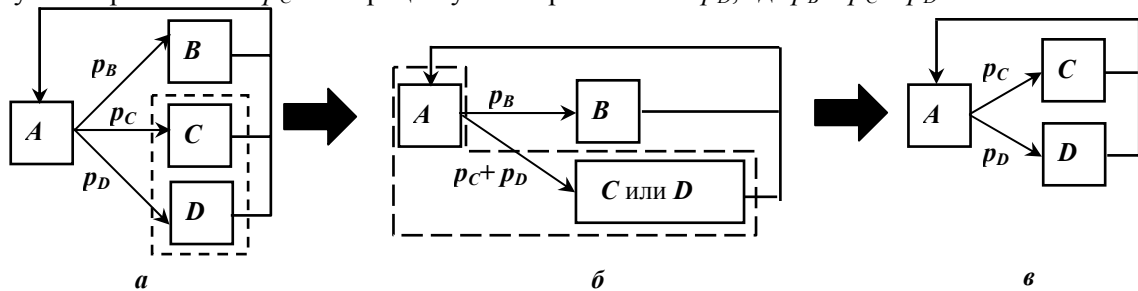


Рис. 1

Для того, чтобы применить модель представления изменений структуры цепи в виде случайного процесса, состоящего из последовательности геометрически распределенных случайных величин, необходимо выполнить декомпозицию (когда решение одной большой задачи выполняется решением серии взаимосвязанных меньших задач) последовательности изменений структуры цепи.

Не нарушая общности, можно предположить, что $p_D \geq p_C \geq p_B$, т.е. цепочка процессов *A* – *B* (после процесса *A* следует процесс *B* без процессов *C* и *D*) протекает с меньшей либо равной вероятностью, чем цепочки процессов *A* – *C* и *A* – *D*. Далее для удобства будем рассматривать цепочку из двух последовательных процессов как один элементарный процесс, т.е. будем говорить о процессах "*A* – *B*", "*A* – *C*" и "*A* – *D*".

Для того чтобы проанализировать сложную последовательность процессов, протекающих при наличии трех альтернативных вариантов изменения структуры цепи, в первую очередь, представим два более вероятных процесса (*C* и *D*) в виде одного неделимого процесса "*C* или *D*", вероятность наступления которого равна $p_C + p_D$ (рис. 1, *б*). Фактически это позволяет свести задачу к анализу двух альтернативных изменений структуры цепи: *A* – *B* и *A* – "*C* или *D*", и использовать подход к анализу подобных процессов, рассмотренный в работе [9]. Для решения задачи предварительно проанализируем неделимый процесс *A* – "*C* или *D*". Данный процесс характеризуется стохастическим изменением структуры цепи с двумя альтернативными вариантами *A* – *C* и *A* – *D* (рис. 1, *в*), что также позволяет применить предложенный ранее подход к анализу процессов [9]. Фактически решение задачи анализа переходных процессов, возникающих при стохастическом изменении структуры цепи с тремя альтернативными вариантами, сводится к решению двух задач с двумя альтернативными изменениями структуры цепи, для решения которых может быть применен предложенный ранее подход.

Таким образом, для анализа переходных процессов, протекающих при стохастическом изменении структуры цепи с тремя альтернативными вариантами, выполняем следующие шаги:

I. Среди трех альтернативных вариантов изменения структуры цепи (*A* – *B*, *A* – *C* и *A* – *D*) выбираем два более вероятных варианта (*A* – *C* и *A* – *D*), а в случае равновероятных альтернатив выбираем два произвольных варианта. Анализируем с помощью предложенного ранее подхода [9] последовательность переходных процессов, которая соответствует наступлению этих наиболее вероятных изменений структуры цепи (*A* – *C* и *A* – *D*).

II. Рассматриваем два наиболее вероятных процесса (*A* – *C* и *A* – *D*) как один неделимый процесс *A* – "*C* или *D*". Вероятность наступления данного процесса равна сумме вероятностей процессов

$A - C$ и $A - D$. Далее с помощью известного подхода [9] анализируем общую последовательность переходных процессов в цепи как стохастическую последовательность с двумя альтернативными вариантами протекания процессов: $A - B$ и $A - C$ или D ".

Такой подход может быть обобщен на случай произвольных $N \geq 3$ альтернативных изменений структуры цепи. В этом случае объединение двух наиболее вероятных вариантов (а в случае равновероятных альтернатив – произвольных вариантов) в один неделимый процесс позволяет понизить размерность задачи к анализу $N - 1$ возможных альтернатив. Такие действия повторяются, пока задача не сведется к анализу цепи с двумя альтернативными вариантами.

Пример применения предложенного подхода. Предлагаемый подход к анализу переходных процессов удобно рассмотреть на примере исследования процессов, протекающих в зарядных и разрядных цепях полупроводникового формирователя разрядных импульсов (ФРИ), работающего на электроискровую нагрузку, сопротивление которой может случайным образом изменяться от разряда к разряду (рис. 2).

При включении зарядного тиристорного вентиля VT_1 в данной схеме начинается колебательный заряд конденсатора C от источника постоянного напряжения E через зарядный дроссель L_1 и резистор R_1 . После завершения заряда конденсатора (ЗК) и закрытия тиристора VT_1 включается разрядный тиристор VT_2 и начинается колебательный разряд конденсатора на нагрузку, в которой случайным образом может возникать один из трех режимов: искровой разряд (ИР), холостой разряд (ХР), представляющий собой слабый длительный разряд без искрений в нагрузке и короткое замыкание (КЗ) – сильный разряд без искрений в нагрузке.

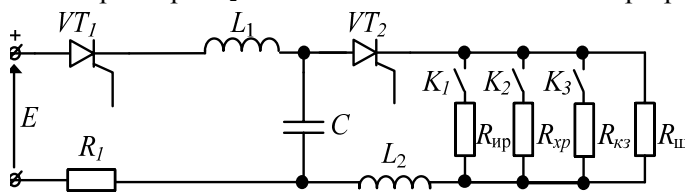


Рис. 2

Эти режимы на рис. 2 реализуются случайным подключением одного из сопротивлений $R_{ир}$, $R_{хр}$ и $R_{кз}$. Постоянно включенное в разрядную цепь активное сопротивление $R_{ш}$ позволяет поддерживать колебательный режим разряда конденсатора.

После завершения колебательного разряда конденсатора процессы циклически повторяются.

Принято допущение, что все указанные сопротивления являются линейными, но вероятность их возникновения разная, в частности:

где $p_{ир}$, $p_{хр}$, $p_{кз}$ – вероятности подключения соответственно сопротивлений $R_{ир}$, $R_{хр}$ и $R_{кз}$, причем обычно $p_{ир} \gg p_{хр} \gg p_{кз}$.

$$R_n = \begin{cases} R_{ир}, & \text{с вероятностью } p_{ир} \\ R_{хр}, & \text{с вероятностью } p_{хр}, \\ R_{кз}, & \text{с вероятностью } p_{кз} \end{cases} \quad p_{ир} + p_{хр} + p_{кз} = 1, \quad (1)$$

Тип процесса	Вероятность протекания процесса	Сопротивление нагрузки, Ом
Искровой разряд	$p_{ир} = 0,9$	$R_{ир} = 0,2$
Холостой разряд	$p_{хр} = 0,09$	$R_{хр} = 3$
Короткое замыкание	$p_{кз} = 0,01$	$R_{кз} = 0,1$

Получены и общие аналитические выражения для исследуемых электрических характеристик цепи, и конкретные значения при вероятностном распределении сопротивления нагрузки (таблица) для рассматриваемой цепи с параметрами: $E = 500$ В, $L_1 = 100$ мкГн, $R_1 = 0,5$ Ом, $C = 100$ мкФ, $L_2 = 2,5$ мкГн, $R_{ш} = 0,33$ Ом.

Многочисленные эксперименты показывают, что при реализации таких параметров на лабораторных электроразрядных установках с высотой слоя металлических гранул между электродами не более трех диаметров гранул с высокой степенью точности можно принимать $p_{ир} \approx 0,9$, $p_{хр} \approx 0,09$, $p_{кз} \approx 0,01$. В промышленных электроискровых установках, высота слоя гранул в которых составляет более десяти их диаметров, значения $p_{ир}$, $p_{хр}$, $p_{кз}$ отличаются на 3–5 порядков, что упрощает применение вероятностных подходов. В данной статье выбран наиболее сложный случай – анализ переходных процессов в лабораторной установке.

Решалась задача определения наиболее вероятного значения напряжения разряда конденсатора в квазиустановившемся режиме установки и диапазона, в котором напряжение разряда конденсатора может изменяться с заданной вероятностью.

При решении задачи последовательно выполним следующие действия.

I. Среди трех вариантов структуры цепи выберем два наиболее вероятных варианта. Им соответствуют искровой и холостой разряды с вероятностями p_{up} и p_{xp} .

Проанализируем переходные процессы, протекающие в разрядной цепи (рис. 2) при наличии в ней исключительно ИР и ХР конденсатора (т.е. последовательность процессов между двумя КЗ). В этом случае имеют место следующие переходные процессы:

[(ЗК – ХР) – последовательные (ЗК – ИР)] ... [(ЗК – ХР) – последовательные (ЗК – ИР)].

Известно, что напряжение холостого разряда рассчитывается по выражению [9]

$$U^{xp} (U_0^{xp}) = -U_0^{xp} \cdot e^{-c}, \quad (2)$$

где U_0^{xp} и U^{xp} – соответственно напряжение на конденсаторе до и после его разряда в холостом режиме, $c = \pi / \sqrt{4Q_{xp}^2 - 1}$, $Q_{xp} = (R_{xp} + R_u) \cdot (R_{xp} R_u)^{-1} \cdot \sqrt{L_2 / C}$ – добротность разрядного контура в режиме холостого разряда, R_{xp} – сопротивление нагрузки в холостом режиме.

Также в работе [9] было получено следующее соотношение для напряжения разряда конденсатора U^{up} в момент завершения последнего искрового разряда конденсатора в цепочке взаимосвязанных переходных процессов:

$$U^{up} (U_0, n_{xp}, n_{up}) = U_0 \left(d(n_{up}) \right)^{n_{xp}} + \frac{f(n_{up})}{1 - d(n_{up})} \left(1 - \left(d(n_{up}) \right)^{n_{xp}} \right), \quad (3)$$

где U_0 – начальное напряжение на конденсаторе; n_{up} – количество подряд идущих процессов заряда конденсатора с последующими искровыми разрядами; n_{xp} – количество рассматриваемых циклов переходных процессов (под циклом подразумевается последовательность искровых процессов (заряды и искровые разряды) + один заряд с холостым разрядом); $d(n_{up}) = e^{-(a+c)} e^{-(a+b)n_{up}}$;

$f(n_{up}) = -E(1 + e^{-a}) \cdot \left(e^{-c} e^{-(a+b)n_{up}} + \left(1 - e^{-(a+b)n_{up}} \right) / \left(e^b - e^{-a} \right) \right)$; $a = \pi / \sqrt{4Q_{zap}^2 - 1}$; $Q_{zap} = R_1^{-1} \sqrt{L_1 / C}$ – добротность зарядной цепи; $b = \pi / \sqrt{4Q_{up}^2 - 1}$; $Q_{up} = (R_{up} + R_u) (R_{up} R_u)^{-1} \sqrt{L_2 / C}$ – добротность разрядного контура в режиме искрового разряда; L_1, R_1 – значения соответственно индуктивности и активного сопротивления зарядной цепи.

Определим вероятностные оценки величины n_{up} , представляющие собой геометрически распределенную случайную величину – "количество наступлений процессов искрового разряда между двумя соседними наступлениями холостого разряда". В данном случае события наступления искрового разряда и холостого разряда образуют полную группу несовместных событий, поэтому следует принять в качестве параметра q_1 геометрического распределения нормированную вероятность искрового разряда конденсатора $q_1 = p_{up} / (p_{up} + p_{xp})$, а в качестве параметра p_1 – нормированную вероятность холостого разряда, $p_1 = p_{xp} / (p_{up} + p_{xp})$.

Математическое ожидание (среднее значение), нижняя и верхняя границы доверительного интервала для величины n_{up} могут быть получены, исходя из следующих выражений [9]:

▪ среднее значение: $n_{up}^{cp} = M[N_{up}] = \frac{q_1}{p_1} = p_{up} / p_{xp}$, (4)

▪ нижняя и верхняя границы доверительного интервала с вероятностью δ :

$$n_{up}^{min} = \left[\log_{q_1} \left(\delta / 2 + q_1^{q_1 / p_1} \right) \right], \quad n_{up}^{max} = \left[\log_{q_1} \left(q_1^{q_1 / p_1} - \delta / 2 \right) \right]. \quad (5,6)$$

II. Рассмотрим последовательность процессов заряда конденсатора с последующими искровыми или холостыми разрядами (ИР или ХР) как один процесс "Последовательность без коротких замыканий". С учетом этого совокупность всех переходных процессов состоит из следующих последовательностей:

[(ЗК – КЗ) – последовательные (ЗК – ИР)] – [последовательные (ЗК – (ХР или ИР))]

...

[(ЗК – КЗ) – последовательные (ЗК – ИР)] – [последовательные (ЗК – (ХР или ИР))].

Рассмотрим подробнее эти процессы.

– Колебательный заряд конденсатора, при котором напряжение заряда конденсатора U^{zap} зависит от начального на нем напряжения U_0^{zap} как в [5]

$$U^{zap}(U_0^{zap}) = E + (E - U_0^{zap}) \cdot e^{-a}. \quad (7)$$

– Колебательный разряд конденсатора в режиме КЗ, при котором конечное напряжение разряда конденсатора U^{K3} будет зависеть от начального напряжения U_0^{K3} [6], [8]

$$U^{K3}(U_0^{K3}) = -U_0^{K3} \cdot e^{-k}, \quad (8)$$

где $k = \pi / \sqrt{4Q_{K3}^2 - 1}$, $Q_{K3} = (R_{K3} + R_{u1})(R_{K3} R_{u1})^{-1} \sqrt{L_2 / C}$ – добротность разрядного контура при разряде в режиме КЗ.

– Последовательность процессов заряда конденсатора с дальнейшим ИР его на нагрузку, для которой в работе [9] было получено выражение для напряжения разряда конденсатора после последнего ИР:

$$U^{up}(U_0, n_{up}) = U_0 e^{-(a+b)n_{up}} - E \frac{1 + e^{-a}}{e^b - e^{-a}} \left(1 - e^{-(a+b)n_{up}} \right). \quad (9)$$

– Последовательность процессов между двумя процессами КЗ.

Напряжение разряда конденсатора в момент завершения последнего ИР конденсатора в цепочке взаимосвязанных переходных процессов, протекающих между двумя процессами КЗ, описывается выражением (3).

Составим разностное уравнение относительно напряжения разряда конденсатора в момент завершения последнего ИР конденсатора в общей последовательности переходных процессов, выполнив рекурсивную подстановку формул (7), (8), (9), (3):

$$U_{n+1}^{up} = U_n^{up} \cdot s(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}} + p(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}} + \frac{f(n_{up})}{1 - d(n_{up})} \left(1 - (d(n_{up}))^{n_{xp}} \right), \quad (10)$$

$$\text{где } s(n_{up}) = e^{-a} e^{-k} e^{-(a+b)n_{up}}, \quad p(n_{up}) = -E \left(1 + e^{-a} \right) \left(e^{-k} e^{-(a+b)n_{up}} + \frac{(1 - e^{-(a+b)n_{up}}) e^{-b}}{1 - e^{-(a+b)}} \right).$$

Решив разностное уравнение, получим

$$U^{up}(U_0, n_{K3}, n_{xp}, n_{up}) = U_0 \left(s(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}} \right)^{n_{K3}} + \frac{1}{1 - s(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}}} \times \left(1 - \left(s(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}} \right)^{n_{K3}} \right) \left(p(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}} + \frac{f(n_{up})}{1 - d(n_{up})} \left(1 - (d(n_{up}))^{n_{xp}} \right) \right), \quad (11)$$

где n_{K3} – количество рассматриваемых циклов переходных процессов (то есть цепочек переходных процессов ЗК и ИР, ЗК с последующими ИР или ХР ("Последовательность без коротких замыканий")) плюс один заряд с разрядом в режиме КЗ.

В случае, когда количество повторений цепочки переходных процессов n_{K3} стремится к бесконечности, наступает квазиустановившийся режим. Выражение для напряжения в момент завершения последнего ИР конденсатора в цепочке взаимосвязанных переходных процессов в квазиустановившемся режиме может быть получено исходя из соотношения (11)

$$\lim_{n_{K3} \rightarrow \infty} \left(s(n_{up}) \cdot (d(n_{up}))^{n_{xp}} \right)^{n_{K3}} = 0, \quad (12)$$

$$U_{\lim}^{up}(n_{xp}, n_{up}) = \frac{1}{1 - s(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}}} \left(p(n_{up}) (d(n_{up}))^{n_{xp}} + \frac{f(n_{up})}{1 - d(n_{up})} \left(1 - (d(n_{up}))^{n_{xp}} \right) \right). \quad (13)$$

Используя выражения (13), (7), (8) и (2), можно получить выражение для напряжения на конденсаторе в момент завершения ХР

$$U_{\lim}^{xp}(n_{xp}, n_{up}) = - \left(E + (E - U_{\lim}^{up}(n_{xp}, n_{up})) e^{-a} \right) e^{-c}, \quad (14)$$

а также разряда в режиме КЗ в квазиустановившемся режиме работы установки

$$U_{\lim}^{K3}(n_{xp}, n_{up}) = - \left(E + (E - U_{\lim}^{up}(n_{xp}, n_{up})) e^{-a} \right) e^{-k}. \quad (15)$$

Оценим диапазон изменения остаточного напряжения конденсатора после его колебательного разряда. Отметим, что это напряжение является отрицательным и может изменяться в широком диапазоне под действием двух факторов:

- изменения сопротивления нагрузки (например, после ХР в нагрузке, характеризующегося наибольшим ее сопротивлением по сравнению с режимами ИР и КЗ, остаточное напряжение на конденсаторе по модулю будет наименьшим по сравнению с напряжением после режимов ИР и КЗ).

- стохастического изменения количества ИР n_{up} между двумя ближайшими по времени ХР и количества ХР n_{xp} между двумя ближайшими по времени разрядами в режиме КЗ.

Для определения минимального, среднего и максимального напряжений на конденсаторе необходимо учитывать оба фактора. Например, согласно первому фактору минимальное по модулю разрядное напряжение конденсатора достигается при ХР (поскольку $R_{xp} > R_{up} > R_{кз}$, то для остаточных разрядных напряжений на конденсаторе справедливо обратное соотношение $U_{кз} > U_{up} > U_{xp}$). В то же время, напряжение ХР может изменяться в некотором диапазоне ввиду стохастического изменения величин n_{up} и n_{xp} .

Таким образом, напряжение разряда конденсатора тем меньше по модулю, чем чаще встречаются ХР конденсатора, и чем реже встречаются разряды в режиме КЗ. Изменение частоты наступления ХР конденсатора можно представить как изменение параметра n_{up} – количества ИР между двумя соседними ХР конденсатора. Изменение частоты наступления разрядов конденсатора в режиме КЗ можно представить как изменение параметра n_{xp} – количества ХР между двумя соседними разрядами в режиме КЗ. Поэтому для определения минимального по модулю напряжения разряда конденсатора необходимо использовать оценки минимального количества искровых разрядов n_{up}^{min} и максимального количества холостых разрядов n_{xp}^{max} .

Аналогично максимальное по модулю значение разрядного напряжения на конденсаторе достигается в режиме КЗ при условии максимального количества ИР и минимального количества ХР конденсатора, т.е. в этом случае необходимо получить и использовать вероятностные оценки n_{up}^{max} и n_{xp}^{min} .

Сначала определим вероятностные оценки величины n_{xp} , для которой случайная величина – "количество наступлений процессов ИР или ХР между двумя соседними наступлениями разряда в режиме КЗ" – имеет геометрическое распределение с параметрами p_2 и q_2 . Следует принять в качестве параметра q_2 геометрического распределения суммарную вероятность искрового и холостого разряда конденсатора $p_{up} + p_{xp}$, а в качестве параметра p_2 – вероятность короткого замыкания $p_{кз}$.

Среднее значение, нижняя и верхняя границы величины n_{xp} могут быть получены исходя из выражений, выведенных в работе [9].

Среднее значение

$$n_{xp}^{cp} = M[N_{xp}] = q_2 / p_2 = p_{up} / p_{xp}. \quad (16)$$

Нижняя и верхняя границы с вероятностью δ

$$n_{xp}^{min} = \left\lceil \log_{q_2} \left(\frac{\delta}{2} + q_2^{q_2 / p_2} \right) \right\rceil, \quad n_{xp}^{max} = \left\lfloor \log_{q_2} \left(q_2^{q_2 / p_2} - \frac{\delta}{2} \right) \right\rfloor. \quad (17,18)$$

Выражения для расчета границ случайной величины n_{xp} обозначены квадратными скобками $\lceil \cdot \rceil$ и $\lfloor \cdot \rfloor$, соответствующими округлению до ближайшего большего целого и ближайшего меньшего целого, так как они по определению могут принимать только целые значения.

Тогда для того, чтобы определить максимальное по модулю напряжение разряда конденсатора $U^{|max|}$, необходимо в выражение (15) для $U_{lim}^{кз}(n_{xx}, n_{up})$ вместо параметра n_{up} подставить оценку n_{up}^{max} – верхнюю границу доверительного интервала величины n_{up} с заданной вероятностью δ , а вместо параметра n_{xp} подставить оценку n_{xp}^{min} – нижнюю границу доверительного интервала величины n_{xp} с заданной вероятностью δ . В результате получим

$$U^{|max|} = - \left(E + (E - U_{lim}^{up}(n_{xp}^{min}, n_{up}^{max})) e^{-a} \right) e^{-k}. \quad (19)$$

Для того чтобы определить минимальное по модулю напряжение разряда конденсатора $U^{|\min|}$, необходимо в выражение (14) для $U_{\lim}^{xp}(n_{xx}, n_{up})$ вместо параметра n_{up} подставить оценку n_{up}^{\min} , а вместо параметра n_{xp} – оценку n_{xp}^{\max}

$$U^{|\min|} = -(E + (E - U_{\lim}^{up}(n_{xp}^{\max}, n_{up}^{\min}))e^{-a})e^{-c}. \quad (20)$$

Среднее значение напряжения на конденсаторе может быть найдено путем подстановки в выражение (13) параметров n_{up}^{cp} и n_{xp}^{cp} :

$$U^{cp} = \frac{1}{1 - s(n_{up}^{cp})(d(n_{up}^{cp}))^{n_{xp}^{cp}}} \left(p(n_{up}^{cp})(d(n_{up}^{cp}))^{n_{xp}^{cp}} + \frac{f(n_{up}^{cp})}{1 - d(n_{up}^{cp})} \left(1 - (d(n_{up}^{cp}))^{n_{xp}^{cp}} \right) \right). \quad (21)$$

Подставив в выведенные соотношения (19) – (21) численные значения параметров цепи, получим $U^{|\min|} = -0,066$ В, $U^{cp} = -212,662$ В, $U^{|\max|} = -375,175$ В.

На рис. 3 показаны результаты численного эксперимента и аналитически рассчитанные по выражениям (19)–(21) оценки разрядного напряжения на конденсаторе. Получено хорошее совпадение аналитических и численных результатов.

Отметим, что предложенная модель является наиболее эффективной в случае, когда вероятности возникновения альтернативных значений нагрузки значительно отличаются между собой (на 1–5 порядков). В противном случае, по мере уменьшения различия между такими вероятностями, все более частым становится появление последовательностей, состоящих из менее вероятных переходных процессов, разделенных одиночными более вероятными переходными процессами, что потребует применения более сложных моделей для точных оценок.

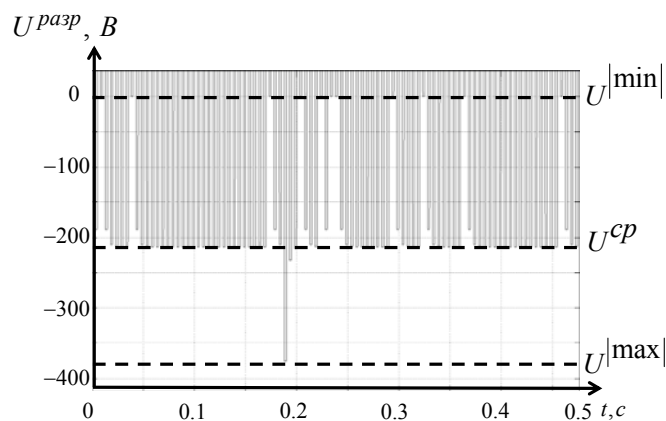


Рис. 3

Повышение точности оценок возможно за счет построения стохастической модели, в которой вводится в рассмотрение еще один случайный процесс, мгновенными значениями которого являются случайные величины – "количество менее вероятных процессов между двумя соседними во времени наступлениями более вероятного процесса" (разработка таких моделей планируется в будущем).

Однако при очень большой (более 5 порядков) разнице между вероятностями наступления альтернативных вариантов изменения нагрузки целесообразность применения указанного подхода снижается. Это обусловлено тем, что количество более вероятных процессов между двумя соседними во времени менее вероятными

процессами станет настолько велико, что до наступления последних почти всегда будет устанавливаться квазиустановившийся режим. В таком случае нет необходимости находить вероятностные оценки, т.к. они в подавляющем большинстве случаев будут соответствовать квазиустановившемуся режиму, для которого возможно применение известного метода разностных уравнений [2, 5]. Данный верхний предел для разницы между вероятностями зависит от добротности анализируемых цепей.

Заключение. 1. Разработана многоуровневая стохастическая модель для анализа взаимосвязанных переходных процессов в цепях электроразрядных установок с емкостными накопителями энергии, активное сопротивление которых может изменяться случайным образом от разряда к разряду. В модели рационально применение метода декомпозиции для упрощения решения сложной задачи за счет представления ее в виде нескольких менее сложных задач, решаемых на основе метода разностных уравнений и вероятностных оценок электрического сопротивления нагрузки.

2. Модель позволяет анализировать переходные процессы в электрических цепях со случайным изменением сопротивления нагрузки с $N \geq 3$ альтернативными вариантами.

3. В качестве примера исследованы переходные процессы в цепях тиристорного формирователя разрядных импульсов в нагрузке, стохастическое изменение сопротивления которой имеет три альтернативных значения. Были получены аналитические выражения и численные значения для минимального по модулю, среднего и максимального по модулю значений напряжения на конденсаторе в момент окончания его разряда. Полученные оценки хорошо совпадают с результатами численного расчета переходных процессов с использованием известных прикладных программ Matlab/Simulink [8] и аналитических расчетов переходных процессов в линейных электрических цепях с изменяемыми начальными напряжениями заряда накопительных конденсаторов [6, 7].

4. Предложенная стохастическая модель является наиболее эффективной в случае, когда вероятности возникновения альтернативных значений нагрузки значительно отличаются между собой (до 5 порядков). В противном случае для получения достаточно точных оценок требуется применение более сложных моделей.

1. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – 2-е изд. // Москва: Высшая школа, 2000. – 480 с.

2. *Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л.* Теоретические основы электротехники // С-Пб.: Питер, 2003. – Т. 2. – 576 с.

3. *Романко В.К.* Разностные уравнения // Москва: Бином, 2006. – 112 с.

4. *Супруновская Н.И.* Энергетические характеристики при изменении начальных условий колебательного заряда конденсатора от источника постоянного напряжения // Технічна електродинаміка. – 2008. – №4. – С. 27–33.

5. *Тонкаль В.Е., Руденко В.С., Жуйков В.Я., Сучик В.Е., Денисюк С.П., Новосельцев А.В.* Вентильные преобразователи переменной структуры // Киев: Наукова думка, 1989. – 336 с.

6. *Шидловский А.К., Супруновская Н.И.* Энергетические процессы в электрических цепях разрядноимпульсных установок с емкостным накопителем энергии при ограничении длительности его разряда на электроискровую нагрузку и ненулевых условиях его заряда // Технічна електродинаміка. – 2010. – №1. – С. 42–48.

7. *Шидловский А.К., Щерба А.А., Супруновская Н.И.* Энергетические процессы в цепях заряда и разряда конденсаторов электроимпульсных установок // Киев: Интерконтиненталь-Украина, 2009. – 208 с.

8. *Щерба А.А., Супруновская Н.И., Синицин В.К., Иващенко Д.С.* Аперiodические и колебательные процессы разряда конденсатора при принудительном ограничении длительности токов в нагрузке // Технічна електродинаміка. – 2012. – № 3. – С. 9–10.

9. *Щерба А.А., Иващенко Д.С.* Развитие метода разностных уравнений для анализа переходных процессов в цепях электроразрядных установок при стохастическом изменении сопротивления нагрузки // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 3. – С. 3–11.

УДК 621.3.011

БАГАТОРІВНЕВА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОЗАЛЕЖНИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У КОЛАХ ЕЛЕКТРОРАЗРЯДНИХ УСТАНОВОК ІЗ СТОХАСТИЧНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Супруновська Н.І., канд.техн.наук, Иващенко Д.С.

**Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.
e-mail: jednat1@gmail.com**

Розроблено модель стохастичних перехідних процесів у колах електророзрядних установок, опір навантаження яких може змінюватися випадковим чином від розряду до розряду з довільною кількістю альтернативних варіантів. Зарядне і розрядне кола ємнісних накопичувачів електроенергії установок представлено динамічними системами, стани яких циклічно змінюються і є взаємозалежними. При зміні станів кола застосовувався метод декомпозиції, який дозволяє замінити розв'язок складної задачі розв'язком взаємозалежних задач меншої складності. Задачі вирішувалися із застосуванням методу різницевої рівнянь й імовірнісних оцінок електричного опору навантаження. Як приклад досліджено перехідні процеси в колах формувача розрядних імпульсів для електроіскрового навантаження. Бібл. 9, табл. 1, рис. 3.

Ключові слова: перехідні процеси, розряд конденсатора, випадковий процес.

MULTILEVEL MODEL OF INTERDEPENDENT TRANSIENTS IN CIRCUITS OF ELECTRO-DISCHARGE INSTALLATIONS WITH STOCHASTIC LOAD

N.I.Suprunovska, D.S.Ivashchenko

Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremohy pr., 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

e-mail: iednat1@gmail.com

With application of a method of the difference equations the multilevel stochastic model is developed for the analysis of the interdependent cyclically repeated transients in circuits of the electro-discharge installations. Electric resistance of load such installations can change from a cycle to a cycle in a random way with any quantity of alternative alternatives. Charge and discharge circuits of the capacitor stores of the electric power of such installations are presented as dynamic systems which states are interdependent and they cyclically change. The basis of offered approach is an idea about representation of process of change of load magnitude in the form of the random processes which instantaneous values are geometrically distributed random quantities. It is accepted the assumption that stochastic change of electric resistance of load occurs during a charge of the capacitor store and probabilities of appearance each of alternative variants of load magnitude are known. At change of circuit states the decomposition method allowing to replace the solution of intricate problem with the solution of the several interconnected problems of smaller complexity is applied. Problem is solved with application of a method of the difference equations and probabilistic assessment of load electric resistance. The transient processes in circuits of the shaper of discharge pulses for an electro-spark dispersion of a layer of metal granules in a liquid are investigated as an example. The expediency of application of a multilevel stochastic model for transient analysis in circuits, which elements electric resistance can change in a random way is proved. References 9, table 1, figures 3.

Keywords: transients, capacitor discharge, a random process.

1. *Venttsel E.S., Ovcharov L.A.* Probability theory and its engineering applications. – Moskva: Vysshiaia Shkola, 2000. – 480 p. (Rus)
2. *Demirchian K.S., Neiman L.R., Korovkin N.V., Chechurin V.L.* Electrical engineering theory. – Sainkt-Petersburg: Piter, 2003. – Vol. 2. – 576 p. (Rus)
3. *Romanko V.K.* Difference equations. – Moskva: Binom, 2006. – 112 p. (Rus)
4. *Suprunovskaia N.I.* Energy characteristics at initial conditions changing during capacitor oscillatory charge from direct-voltage source // *Tekhnichna Elektrodynamika*. – 2008. – №4. – Pp. 27–33. (Rus)
5. *Tonkal V.E., Rudenko V.S., Zhuikov V.Ya., Suchik V.E., Denisiuk S.P., Novoseltsev A.V.* Valve inverters with graded structure. – Kiev: Naukova Dumka, 1989. – 336 p. (Rus)
6. *Shidlovskii A.K., Suprunovskaia N.I.* Energy processes in electric circuits of discharge-pulse systems with capacitive energy storage at limitation of its discharge duration through electrical spark load and non-zero conditions its charging // *Tekhnichna Elektrodynamika*. – 2010. – № 1. – Pp. 42–48. (Rus)
7. *Shidlovskii A.K., Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I.* Energy processes in charge and discharge circuits of capacitors of electro-pulse systems. – Kiev: Interkontinental-Ukraina, 2009. – 208 p. (Rus)
8. *Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I., Sinitsin V.K., Ivashchenko D.S.* Aperiodic and oscillatory discharge processes of capacitor at forced limitation of current duration in load // *Tekhnichna Elektrodynamika*. – 2012. – № 3. – Pp. 9–10. (Rus)
9. *Shcherba A.A., Ivashchenko D.S.* Development of difference equations method for analysis of transient processes in the circuits of electro-discharge systems at stochastic changing of load resistance // *Tekhnichna Elektrodynamika*. – 2013. – № 3. – Pp. 3–11. (Rus)

Надійшла 21.01.2013
Received 21.01.2013