

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ГАРМОНИКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
ПРОДОЛЬНО НАМАГНИЧЕННОГО ЦИЛИНДРА

**А.В.Гетьман**, канд.техн.наук, **А.В.Константинов**,  
Научно-технический центр магнетизма технических объектов НАН Украины,  
ул. Индустриальная, 19, Харьков, 61106, Украина.

*Рассмотрен вариант аналитического описания остаточной и индуктивной намагниченности, а также магнитного поля продольно намагниченного цилиндра. Исследованы особенности представления внешнего и внутреннего магнитного поля на основе цилиндрических гармоник для случая однородно намагниченного цилиндра и для случая намагниченности по заданной аналитической функции. Результаты для случая однородно намагниченного цилиндра получены при использовании двух моделей намагниченности: на основе фиктивных магнитных зарядов и на основе пространственного распределения магнитных диполей. Рассмотрено внешнее магнитное поле индуктивно намагниченного цилиндра, которое может быть представлено аналогично случаю с остаточной намагниченностью на основе цилиндрических гармоник. Библ. 6.*

**Ключевые слова:** магнитное поле, остаточная намагниченность, индуктивная намагниченность, цилиндрические гармоники.

Современной тенденцией разработки новых и оптимизации существующих технических объектов (ТО) является построение их математических моделей, наиболее полно и точно описывающих их свойства. В этой связи представляет интерес адаптация аналитических моделей к ТО, расчет параметров которых обычно проводят численными методами [5]. Построенные на основе точных аналитических моделей описания ТО, как правило, легко могут быть использованы для синтеза его оптимизированного варианта исполнения сразу по нескольким рабочим характеристикам. Например, для магнитных исполнительных органов (МИО) космических аппаратов, кроме главного критерия – величины создаваемого магнитного момента (ММ), также важны минимально возможные значения таких параметров как потребляемая мощность, масса, габаритные размеры и др. [3].

Немаловажным фактором, повышающим интерес к аналитическим моделям, является существенное упрощение анализа и синтеза моделей при использовании современной компьютерной техники и программных пакетов, позволяющих не только визуализировать результаты математического расчета, но и упростить ее аналитическое представление.

Поскольку важной характеристикой, требующей учета при создании модели МИО, является зависимость ММ от формы и размеров сердечника, а наиболее технологичной формой для сердечника внутри токовой катушки является круговой цилиндр, то очевидно, что аналитическая модель его ММ примет наиболее простой вид при использовании цилиндрической системы координат, а выражение для магнитного поля (МП) – на основе цилиндрических гармоник [6].

Поэтому представляет практический интерес построение аналитической модели МП на основе цилиндрических гармоник скалярного потенциала для цилиндра, намагниченного вдоль аксиальной оси. При этом модель должна позволять проводить анализ величины ММ по нескольким одновременно варьируемым параметрам.

С этой целью в работе для случая однородно намагниченного цилиндра рассмотрены два эквивалентных подхода: метод фиктивных зарядов и метод на основе пространственного распределения магнитных диполей. В первом случае однородно намагниченный цилиндр заменяется двумя параллельными противоположно заряженными пластинами, заряд которых равномерно распределен по всей поверхности. В случае модели пространственного распределения магнитных диполей магнитное поле, создаваемое цилиндром, представляется суммой полей магнитных диполей, равномерно распределенных по всему объему цилиндра и ориентированных в продольном направлении. В рассматриваемых случаях для перехода от функциональной зависимости намагниченности цилиндра к цилиндрическим гармоникам использовано представление обратного расстояния в цилиндрической системе координат в виде интеграла, содержащего цилиндрические функции [2].

Из полученной аналитической модели следует эквивалентность внешнего магнитного поля однородно намагниченного цилиндра внешнему полю бесконечно тонкого соленоида аналогичных размеров с линейной плотностью тока в обмотке, численно равной намагниченности цилиндра [1].

Использование модели пространственно распределенных внутри объема цилиндра магнитных диполей позволило получить представления магнитного поля цилиндра, намагниченность которого задана аналитической функцией. Для описания индуктивно намагниченного цилиндра использовано уравнение Пуассона-Томсона в линейном приближении представления магнитной восприимчивости материала [4]. В работе анализируются результаты, полученные для простейшего случая однородного индуцирующего магнитного поля. При этом показано, что внешнее поле индуктивно намагниченного цилиндра может быть представлено на основе цилиндрических гармоник, аналогично случаю остаточной намагниченности.

1. Гетьман А.В., Константинов А.В. Аналитическое представление магнитного поля соленоида с помощью цилиндрических гармоник // Электротехника і Електромеханіка. – 2010. – №5. – С. 43–45.
2. Грей Э., Мэтьюз Г.Б. Функции Бесселя и их приложения к физике и механике. – М.: ИЛ, 1953. – 372 с.
3. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1975. – 248 с.
4. Краснов И.П. Расчетные методы судового магнетизма и электротехники. – Л.: Судостроение, 1986. – 216 с.
5. Holmes J.J. Theoretical development of laboratory techniques for magnetic measurement of large objects // IEEE Transactions on Magnetics. – 2001. – Vol.37. – № 5. – Pp. 3790–3797.
6. Smythe W. Static and Dynamic Electricity. – Publisher: Hemisphere Publishing Corporation, 1989. – 623 p.

УДК 621.317.4

**Циліндричні гармоніки магнітного поля подовжньо намагніченого циліндра**  
**А.В. Гетьман, канд. техн. наук, О.В. Константинов,**  
**Науково-технічний центр магнетизму технічних об'єктів НАН України,**  
**вул. Індустріальна, 19, Харків, 61106, Україна.**

*Розглянуто застосування циліндричного гармонічного аналізу для аналітичного опису залишкової та індуктивної намагніченості, а також магнітного поля подовжньо намагніченого циліндра. Досліджуються особливості представлення зовнішнього та внутрішнього магнітного полів на основі циліндричних гармонік для випадку однорідно намагніченого циліндра та для випадку намагніченості, заданої аналітичною функцією. Результати для випадку однорідно намагніченого циліндра отримані при використанні двох моделей намагніченості: на основі фіктивних магнітних зарядів та на основі просторового розподілення магнітних диполів. Розглянуто зовнішнє магнітне поле індуктивно намагніченого циліндра, яке може бути представлено аналогічно випадку із залишковою намагніченістю на основі циліндричних гармонік. Бібл. 6.*

**Ключові слова:** магнітне поле, залишкова намагніченість, індуктивна намагніченість, циліндричні гармоніки.

**Cylindrical harmonics of magnetic field of linear magnetized cylinder**

**A.V. Getman, O.V. Konstantinov,**  
**Magnetism of Technical Objects Science and Technology Center of the NAS of Ukraine,**  
**19 Industrialna st., Kharkiv, 61106, Ukraine.**

*There was the applying of cylindrical harmonics analysis for analytical description of relic and inductively magnetization, and also magnetic field of linear magnetized cylinder observed. One considers properties of representation for outer and inner magnetic field on basis of cylindrical harmonics for the case of homogeneously magnetized cylinder and the case of the cylinder, which magnetizing is set as analytical function. The results in a case of homogeneously magnetized cylinder were received using two models of magnetization: on a basis of fictive magnetic charge and on a basis of spatial distribution of magnetic dipoles. There is outer magnetic field of inductively magnetized cylinder, which could be represented similarly to the case of relic magnetization a basis of the cylindrical harmonics. References 6.*

**Key words:** magnetic field, relic magnetization, inductively magnetization, cylindrical harmonics.

1. Getman A.V., Konstantinov A.V. Analytical representation of magnetic field of solenoid by means of cylindrical harmonics // Elektrotehnika і Elektromekhanika. – 2010. – №5. – Pp. 43–45. (Rus)
2. Grei A., Metiuz G.B. Bessel functions and their applications to physics. – Moskva: IL, 1953. – 372 p. (Rus)
3. Kovalenko A.P. Magnetic systems of spaceship control. – Moskva: Mashinostroenie, 1975. – 248 p. (Rus)
4. Krasnov I.P. Calculating methods of ship's magnetism and electrotechnics. – Leningrad: Sudostroenie, 1986. – 216 p. (Rus)
5. Holmes J.J. Theoretical development of laboratory techniques for magnetic measurement of large objects // IEEE Transactions on Magnetics. – 2001. – Vol.37. – № 5. – Pp. 3790–3797.
6. Smythe W. Static and Dynamic Electricity. – Publisher: Hemisphere Publishing Corporation, 1989. – 623 p.

Надійшла 15.12.2011

Received 15.12.2011