

УДК 621.3.538.551

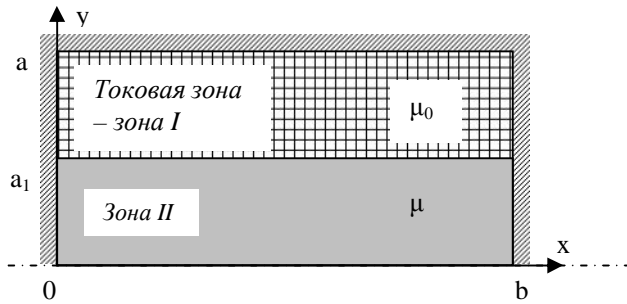
РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАЗУ С ТОКОМ, ИМЕЮЩЕМ ЗОНУ С ПОСТОЯННОЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

М.В.Загирняк¹, докт.техн.наук, Ю.А.Бранспиз², докт.техн.наук, А.А.Вельченко²,
¹ – Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского,
 ул. Первомайская, 20, Кременчуг, 39600, Украина,
² – Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля,
 кв. Молодежный, 20а, Луганск, 91034, Украина.

Рассматривается задача определения распределения векторного магнитного потенциала в прямоугольной области (ограничена средой с бесконечной магнитной проницаемостью) с токовой зоной и зоной материала с постоянной магнитной проницаемостью. Для этих двух зон методом разделения переменных решаются соответственно уравнения Пуассона и Лапласа с согласованием граничных условий на смежной границе зон. Получены аналитические выражения для векторных потенциалов этих зон в виде рядов с тригонометрическими и экспоненциальными функциями координат с заданными коэффициентами, позволяющие определять распределение магнитных потоков в рассматриваемой прямоугольной области. Библ. 2, рис. 1.

Ключевые слова: векторный магнитный потенциал, уравнение Пуассона, уравнение Лапласа, метод разделения переменных, сопряженные граничные условия.

Для определения распределения магнитных потоков в прямоугольных областях электромагнитных систем, содержащих распределенные токи (паз, обмоточное окно), необходимо определить распределение векторного магнитного потенциала на основе решения уравнения Пуассона, которое для зоны без тока представляет собой уравнение Лапласа [1]. В настоящее время для этого можно использовать специальные компьютерные программы, которые, однако, позволяют получить требуемое решение лишь для конкретных размеров расчетной области. Это ограничивает их применение при решении различных оптимизационных задач, когда приемлемым является наличие явного аналитического выражения для искомого распределения векторного потенциала.



В данной работе показано, что для прямоугольной области (рисунок), ограниченной средой с бесконечной магнитной проницаемостью, и разделенной на токовую зону (зона I) и зону с постоянной магнитной проницаемостью (зона II), можно получить аналитические выражения для векторного потенциала, если воспользоваться методом разделения переменных [2]. Такая прямоугольная область может быть выделена в различных электромагнитах с насыщающимися внешними элементами магнитной цепи (броневые электромагниты в плоскопараллельном приближении, электромагниты с замкнутой магнитной цепью без внешнего рассеяния магнитного поля).

Решения уравнения Пуассона для зоны I и уравнения Лапласа – для зоны II соответственно указанному методу разделения переменных в общем виде можно записать как

$$A_I(x, y) = K_1(x^2 - y^2) + K_2x + K_3y + K_4xy + K_5 - 0.25\mu_0 j(x^2 + y^2) + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cdot \sin(kx) + b_k \cdot \cos(kx)] [c_k \cdot e^{-ky} + d_k e^{ky}]$$

$$A_{II}(x, y) = C_1(x^2 - y^2) + C_2x + C_3y + C_4xy + C_5 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cdot \sin(kx) + B_k \cdot \cos(kx)] [C_k \cdot e^{-ky} + D_k e^{ky}]$$

Задачей является определение констант $K_{1..5}$, a_k , b_k , c_k , d_k , $C_{1..5}$, A_k , B_k , C_k , D_k и k в приведенных выражениях для $A_I(x, y)$ и $A_{II}(x, y)$. Задача решается с учетом граничных условий, которые в рассматриваемом случае можно записать как

$$\begin{aligned} y = 0, \quad 0 \leq x \leq b, \quad \frac{\partial A_{II}(x, y)}{\partial x} = 0; & \quad y = a, \quad 0 \leq x \leq b, \quad \frac{\partial A_I(x, y)}{\partial y} = 0; \\ x = 0 \text{ и } x = b, \quad 0 \leq y < a_1, \quad \frac{\partial A_{II}(x, y)}{\partial x} = 0; & \quad x = 0 \text{ и } x = b, \quad 0 \leq y < a_1, \quad \frac{\partial A_I(x, y)}{\partial x} = 0. \end{aligned}$$

Кроме того, необходимо учесть условия на границе сопряжения зон I и II ($y = a_1$, $0 \leq x \leq b$) как условий для векторов поля на границе раздела сред с различными свойствами

$$\left. \frac{\partial A_I(x, y)}{\partial x} \right|_{y=a_1} = \left. \frac{\partial A_{II}(x, y)}{\partial x} \right|_{y=a_1} \quad \text{и} \quad \left. \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_I(x, y)}{\partial y} \right|_{y=a_1} = \left. \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{II}(x, y)}{\partial y} \right|_{y=a_1} .$$

В результате получена система уравнений относительно определяемых констант, решение которой и позволило получить искомые аналитические выражения для $A_I(x, y)$ и $A_{II}(x, y)$.

1. Binns K.J., Lawrenson P.J. Analysis and computation of electric and magnetic field problems. – Oxford: Pergamon Press, 1993. – 376 с.

2. Нечис Е.И. Методы математической физики. – Москва: Просвещение, 1977. – 199 с.

УДК 621.3.538.551

Рішення рівнянь магнітного поля в прямокутному пазі із струмом, що має зону з постійною магнітною проникністю

М.В.Загірняк¹, докт.техн.наук, Ю.А.Бранспіз², докт.техн.наук, А.О.Вельченко²,

¹ – Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського,
вул. Першотравнева, 20, Кременчук, 39600, Україна,

² – Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля,
кв. Молодіжний, 20-а, Луганськ, 91034, Україна.

Розглядається визначення розподілу векторного магнітного потенціалу в прямокутній області (обмежена середовищем з нескінченною магнітною проникністю) із струмовою зоною та зоною матеріалу з постійною магнітною проникністю. Для цих двох зон методом розділення змінних вирішуються відповідно рівняння Пуассона і Лапласа з узгодженням граничних умов на суміжній межі зон. Отримано аналітичні вирази для векторних потенціалів цих зон у вигляді рядів з тригонометричними і експоненціальними функціями координат із заданими коефіцієнтами, що дозволяють визначити розподіл магнітних потоків у даній прямокутній області. Бібл. 2, рис. 1.

Ключові слова: векторний магнітний потенціал, рівняння Пуассона, рівняння Лапласа, метод розділення змінних, зв'язані граничні умови.

Decision of equations of magnetic field in rectangular window space with current, having zone with constant magnetic permeability

M.V.Zagirnyak¹, Yu.A.Branspiz², A.A.Velchenko²,

¹ – Kremenchuk Mykhaylo Ostrogradskiy State University,
Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine,

² – East-Ukrainian Volodymyr Dal National University,
Molodizhnyi kv., 20-a, Lugansk, 91034, Ukraine.

The task of determination of distribution of vector magnetic potential is examined in a rectangular area (limited to the environment with endless constant magnetic permeability) with a current zone and zone of material with permanent constant magnetic permeability. For these two zones it is decided the method of division of variables accordingly equations of Poisson and Laplace with the concordance of border terms on the contiguous border of zones. Analytical expressions are got for vector potentials of these zones as rows with the trigonometric and exponential functions of coordinates with the set coefficients allowing to determine distribution of magnetic flux in the examined rectangular area. References 2, figure 1.

Keywords: vector magnetic potential, equalization of Poisson, equation of Laplace, method of division variable, attended border terms.

1. Binns K.J., Lawrenson P.J. Analysis and computation of electric and magnetic field problems. – Oxford: Pergamon Press, 1993. – 376 с.

2. Nesis E.I. Methods of mathematical physics. – Moskva: Prosveshchenie, 1977. – 199 p.

Надійшла 10.01.2012
Received 10.01.2012