

## МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ ВІБРАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ З ЛІНІЙНИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ

Р.П.Бондар<sup>1</sup>, канд.техн.наук, Г.М.Голенков<sup>2</sup>, канд.техн.наук, Л.І.Мазуренко<sup>3</sup>, докт.техн.наук, О.Д.Подольцев<sup>4</sup>, докт.техн.наук,  
<sup>1,2</sup> – Київський національний університет будівництва і архітектури,  
пр. Повітрофлотський, 31, Київ, 03680, Україна,  
<sup>3,4</sup> – Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

Розроблено Simulink-модель коливальної двомасової вібраційної системи – вібратора на основі лінійного двигуна з постійними магнітами. Досліджено резонансні властивості системи та ефективність енергоперетворення. Розглянуто можливість одночасного використання двох та трьох лінійних двигунів для одержання багатокомпонентного руху віброплатформи. Показано, що при різних співвідношеннях амплітуд, фаз та частот джерел живлення двигунів можливо одержати коливання складної форми. Бібл. 6, рис. 8.

**Ключові слова:** лінійний електропривод, коливальний рух, Simulink-модель, багатокомпонентний рух.

**Вступ.** Вібраційні технології складають основу багатьох сучасних технологічних процесів у різних галузях промисловості, будівництва, транспорту. Найчастіше вони пов'язані з переміщенням та обробкою матеріалів, ущільненням або змішуванням сумішей, вібраційним зануренням елементів, гранулюванням тощо [3]. Ефективність таких процесів суттєво залежить від режимів коливань робочого органу відповідної машини чи механізму. Тому на практиці використовують різноманітні типи коливань (гармонічні, полігармонічні прямолінійні, двокомпонентні та просторові) в широкому діапазоні частот. Найчастіше як віброзбуджувачі використовуються дебалансні вібратори з приводом від обертових двигунів. Для створення різних режимів коливань такі машини можуть мати декілька дебалансних валів, що обертаються в різних площиніах [4]. Однак, збільшення кількості валів негативно впливає на надійність, а наявність значної кількості механічних передач знижує ефективність та ускладнює керованість таких машин.

Як альтернативу традиційним обертовим приводам можливе використання лінійного електроприводу коливального руху, що характеризується відсутністю механічних передач, низьким рівнем шуму, покращеною керованістю. При цьому одночасне використання двох або трьох лінійних двигунів (ЛД) дозволяє отримати багатокомпонентні коливання робочого органу відповідно у двох або трьох перпендикулярних площинах.

Ефективна робота ЛД, як складової частини часто досить складної електромеханічної системи, багато в чому залежить від раціонально підібраних головних розмірів машини, параметрів обмоток та інших чинників, що в подальшому зумовлять ті чи інші робочі й електромеханічні характеристики, взаємодію двигуна з робочим органом. Як правило, таку інформацію можна отримати на підставі експериментальних досліджень, тобто вже після того, як буде побудована фізична модель і змінювати щось буде складно. Натомість, проведення досліджень за допомогою комп'ютерних моделей значно зменшує вартість проектних робіт, спрощує процес отримання необхідних характеристик, а також дозволяє провести за необхідності їхню оптимізацію.

*Метою даної роботи є розробка комп'ютерної моделі вібраційної системи багатокомпонентного коливального руху з лінійним електроприводом, дослідження її резонансних властивостей та ефективності енергоперетворення.*

**Розрахункова модель вібраційної системи з лінійним електроприводом.** Загальний вигляд вібраційної машини з робочим органом типу платформа показаний на рис. 1, а. До платформи 1 з навантаженням (суміш, матеріал та ін.) жорстко кріпляться ЛД 2, 3, 4, що можуть утворювати направлені коливання вздовж трьох координатних осей –  $x$ ,  $y$ ,  $z$  відповідно. Платформа закріплена на пружних елементах 5.

Відповідна еквівалентна кінетична схема зображена на рис. 1, б.

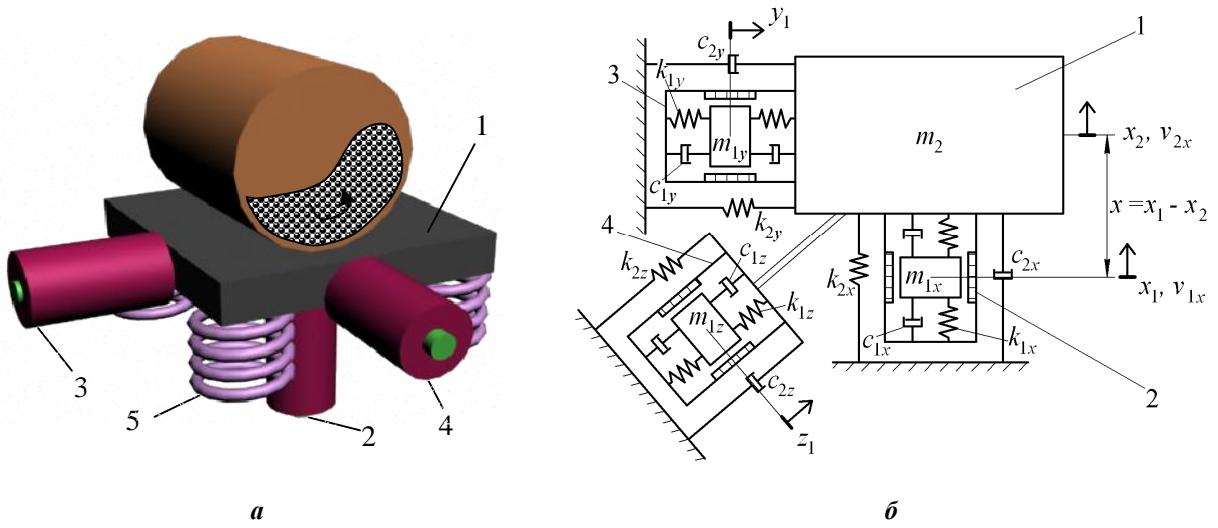


Рис. 1

В залежності від режиму роботи та необхідної форми коливань можливе одночасне застосування одного, двох чи трьох ЛД.

Рівняння динаміки механічної системи за трьома координатними осями для кожної з мас зашипуться таким чином:

$$\begin{cases} m_{1x} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k_{1x} x + c_{1x} \frac{dx}{dt} + F_{cx} \operatorname{sign} \frac{dx}{dt} = F_{ex}; \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} - k_{1x} x - c_{1x} \frac{dx}{dt} - F_{cx} \operatorname{sign} \frac{dx}{dt} - F_{ex} + k_{2x} x + c_{2x} \frac{dx_2}{dt} = 0; \\ m_{1y} \frac{d^2 y_1}{dt^2} + k_{1y} y + c_{1y} \frac{dy}{dt} + F_{cy} \operatorname{sign} \frac{dy}{dt} = F_{ey}; \\ m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} - k_{1y} y - c_{1y} \frac{dy}{dt} - F_{cy} \operatorname{sign} \frac{dy}{dt} - F_{ey} + k_{2y} y + c_{2y} \frac{dy_2}{dt} = 0; \\ m_{1z} \frac{d^2 z_1}{dt^2} + k_{1z} z + c_{1z} \frac{dz}{dt} + F_{cz} \operatorname{sign} \frac{dz}{dt} = F_{ez}; \\ m_2 \frac{d^2 z_2}{dt^2} - k_{1z} z - c_{1z} \frac{dz}{dt} - F_{cz} \operatorname{sign} \frac{dz}{dt} - F_{ez} + k_{2z} z + c_{2z} \frac{dz_2}{dt} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $m_{1x}$ ,  $m_{1y}$ ,  $m_{1z}$  – маси якорів двигунів 2, 3, 4 відповідно;  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$  – абсолютне переміщення якорів по осях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;  $k_{1x}$ ,  $k_{1y}$ ,  $k_{1z}$  – коефіцієнти жорсткості пружин ЛД;  $x=x_1-x_2$ ,  $y=y_1-y_2$ ,  $z=z_1-z_2$  – переміщення якоря відносно статора;  $c_{1x}$ ,  $c_{1y}$ ,  $c_{1z}$  – коефіцієнти в'язкого демпфування відповідних ЛД;  $F_{cx}$ ,  $F_{cy}$ ,  $F_{cz}$  – сила сухого тертя ЛД;  $F_{ex}$ ,  $F_{ey}$ ,  $F_{ez}$  – електромагнітні сили по осях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;  $m_2$  – маса платформи разом із навантаженням та ЛД;  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$  – переміщення платформи;  $k_{2x}$ ,  $k_{2y}$ ,  $k_{2z}$  – коефіцієнти жорсткості пружин платформи;  $c_{2x}$ ,  $c_{2y}$ ,  $c_{2z}$  – коефіцієнти в'язкого демпфування платформи по осях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

До системи рівнянь (1) слід додати рівняння рівноваги напруг, що для ЛД коливального руху з постійними магнітами для однієї осі ( $x$ ) можуть бути записані у вигляді [1]

$$u_x = i_x R_x + \frac{d\Psi(x, i_x)}{dt}, \quad (2)$$

де  $u_x$  – напруга живлення ЛД;  $i_x$  – струм в обмотці статора;  $R_x$  – активний опір обмотки статора;  $\Psi(x, i_x) = \Psi_{pm}(x) + L(x)i_x$  – потокозчеплення обмотки в залежності від положення якоря та струму в обмотці;  $\Psi_{pm}(x)$  – потокозчеплення, що створюється постійними магнітами і яке залежить тільки від положення якоря;  $L(x)$  – індуктивність обмотки в залежності від положення якоря,  $x$  – положення якоря.

Для безпазової структури статора ЛД залежності потокозчеплення та індуктивності обмотки статора від положення якоря ЛД з достатньою точністю (за умови, що амплітуда коливання якоря  $X_m$  не перевищує половини полюсної поділки  $\tau/2$ ) апроксимуються синусоїдними функціями

$$\Psi_{pm}(x) = \Psi_{mx} \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x\right); \quad L(x) = L_{0x} + L_{mx} \cos\left(\frac{2\pi}{\tau} x\right), \quad (3,4)$$

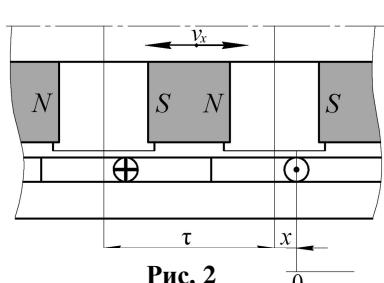


Рис. 2

де  $\Psi_{mx}$  – амплітудне значення потокозчеплення;  $L_{0x}$ ,  $L_{mx}$  – відповідно середнє та амплітудне значення індуктивності обмотки статора;  $\tau$  – полюсна поділка. Схематичне зображення пари полюсів ЛД показано на рис. 2.

Величину миттєвого значення електромагнітної сили при даному миттєвому значенні струму і потокозчеплення можна визначити як похідну магнітної енергії двигуна  $W_m$  за переміщенням якоря [5]

$$F_{ex} = \frac{\partial W_m}{\partial x} \Big|_{i=\text{const}} = \frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx} i + \frac{1}{2} \frac{dL(x)}{dx} i_x^2. \quad (5)$$

З виразів (3, 4)

$$\frac{d\Psi_{pm}(x)}{dx} = \frac{\Psi_{mx}\pi}{\tau} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right); \quad \frac{dL(x)}{dx} = -\frac{2L_{mx}\pi}{\tau} \sin\left(\frac{2\pi}{\tau} x\right). \quad (6,7)$$

отже електромагнітна сила запишеться у вигляді

$$F_{ex} = \frac{\Psi_{mx}\pi}{\tau} i_x \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) - \frac{L_{mx}\pi}{\tau} i_x^2 \sin\left(\frac{2\pi}{\tau} x\right). \quad (8)$$

**Simulink-модель вібраційної системи з лінійним електроприводом.** Для дослідження механічних властивостей системи було розроблено її модель в середовищі Matlab/Simulink [6], що складається із трьох підсистем, які реалізують рівняння руху по трьох осях та рівняння рівноваги напруг ЛД. Simulink-модель однієї з підсистем (для переміщення по осі  $x$ ) показана на рис. 3.

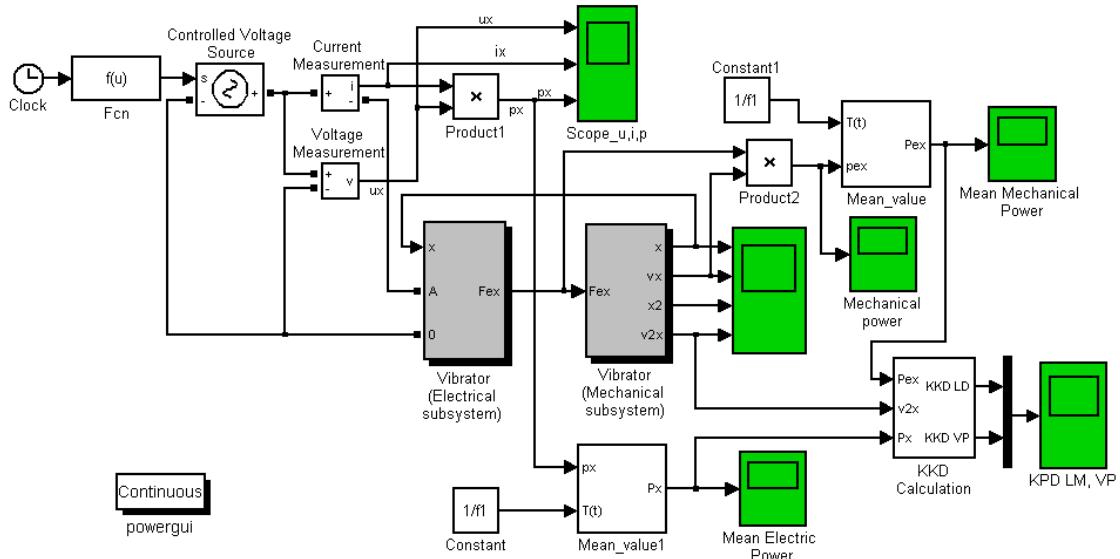


Рис. 3

Живлення двигуна здійснюється від керованого джерела синусоїдної напруги  $u_x(t) = U_{mx} \sin \omega t$ . Блок [Vibrator (Electrical subsystem)] реалізує віртуальну модель електричної частини вібратора, що описується рівняннями (2)–(5), а блок [Vibrator (Mechanical subsystem)] реалізує віртуальну модель механічної складової вібратора – здійснює чисельне інтегрування системи рівнянь (1).

Вхідними сигналами електричного блоку є положення якоря  $x$  та напруга живлення  $u_x$ , а механічного блоку – значення електромагнітної сили, що діє на якорь двигуна.

Розроблена модель використовувалася для проведення моделювання коливального руху з одночасною роботою одного, двох та трьох ЛД, результати якого представлено нижче.

**Моделювання однокомпонентних коливань вздовж осі  $x$ .** Розрахунки проводилися для наступних параметрів віброплатформи та ЛД:  $m_{1x}=77$  кг;  $c_{1x}=1350$  кг/с;  $k_{1x}=0,687e+6$  Н·м;  $m_2=200$  кг;  $c_{2x}=7500$  кг/с;  $k_{2x}=1,97e+6$  Н·м;  $F_{ex}=15$  Н;  $R_x=5$  Ом;  $\tau=0,071$  м. Значення потокозчеплення та індуктивностей:  $\Psi_{mx}=2,35$  Вб;  $L_{ox}=0,071$  Гн;  $L_{mx}=0,0035$  Гн були отримані на підставі чисельного розрахунку магнітного поля за методикою, наведеною у [2]. Зазначимо, що всі механічні параметри для маси  $m_2$  (див. рис. 1, б) є еквівалентними та враховують параметри навантаження.

Залежності переміщення якоря  $x$ , швидкості якоря  $v_x$ , переміщення платформи  $x_2$ , швидкості платформи  $v_{2x}$  від частоти джерела живлення двигуна (реакція системи на синусоїдне джерело живлення, частота якого повільно зростає у часі) показані на рис. 4. Для заданих значень параметрів існує дві резонансні частоти, за яких амплітуди переміщення якоря двигуна і платформи з навантаженням  $v_x$ ,  $m/c$  досягають максимальних значень. На частоті першого резонансу ( $f_1=11,8$  Гц) амплітуда коливань  $v_x$ ,  $m/c$  дорівнює 3,95 мм, а швидкість – 0,292 м/с. На частоті другого резонансу ( $f_2=26,6$  Гц) амплітуда коливань якоря є дещо меншою – 3,25 мм, проте швидкість внаслідок зростання частоти значно

більша – 0,54 м/с. При першому резонансі амплітуда коливання платформи дорівнює 2,76 мм, а швидкість – 0,225 м/с. Для другого резонансу амплітуда становить 1,23 мм, швидкість – 0,197 м/с.

За прийнятої розрахункової моделі, корисна потужність, що віддається в навантаження, витрачається на покриття втрат на еквівалентне в'язке тертя платформи з навантаженням і дорівнює за період  $T$

$$P_{vx} = \frac{c_{2x}}{T} \int_{t-T}^t v_{2x}^2 dt. \quad (9)$$

ККД двигуна  $\eta_1$  та загальний ККД вібраційної системи  $\eta_2$  розраховувалися як

$$\eta_1 = P_{mec,x} / \left( T^{-1} \int_{t-T}^t u_x i_x dt \right); \quad \eta_2 = P_{vx} / \left( T^{-1} \int_{t-T}^t u_x i_x dt \right), \quad (10)$$

де  $P_{mec,x} = T^{-1} \int_{t-T}^t F_{ex} v_x dt$  – механічна потужність двигуна.

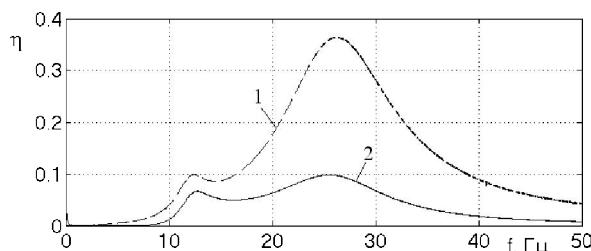


Рис. 4

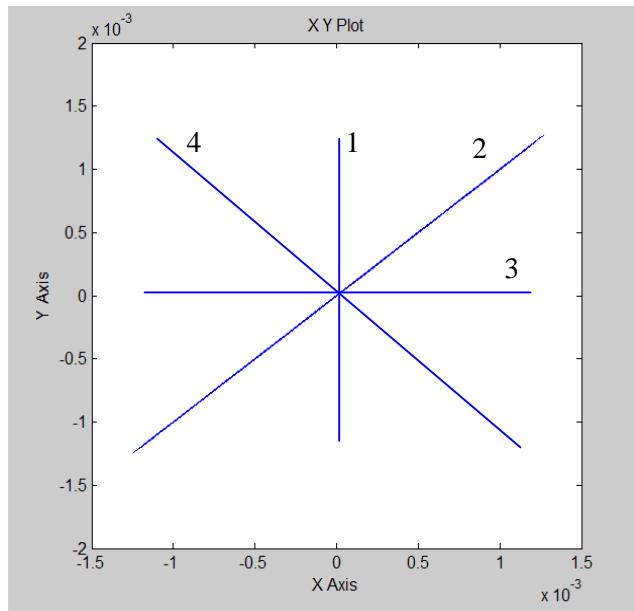
На рис. 5 показано залежність ККД від частоти джерела живлення, окрім для двигуна (крива 1), а також для усієї системи в цілому (крива 2).

Найбільше значення ККД має місце на частоті другого резонансу та дорівнює 0,37 для лінійного двигуна та 0,1 – для всієї системи. При першому резонансі ці показники відповідно 0,1 та 0,07. Це можна пояснити більшими втратами електричної енергії в обмотці двигуна внаслідок більшого струму. Зазначимо, що в деяких випадках до-

цільніше використовувати саме першу резонансну частоту, оскільки при цьому можна отримати максимальну амплітуду коливань віброплатформи.

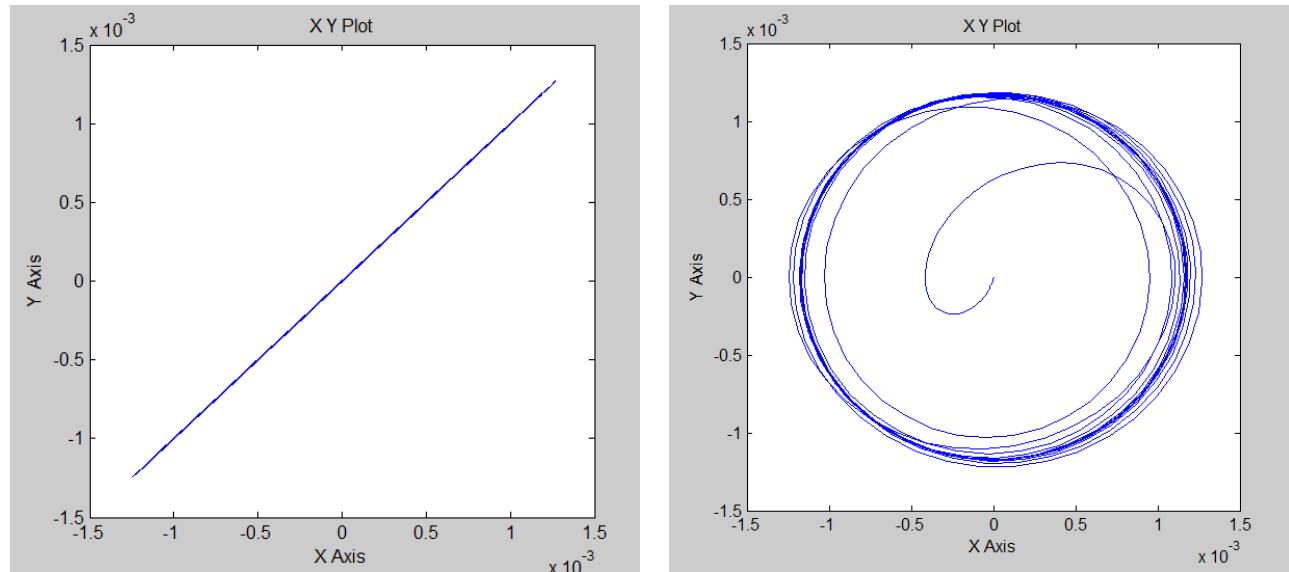
**Моделювання двокомпонентних коливань вздовж осей  $y$ .** Використання одного двигуна дозволяє отримати тільки прості лінійні коливання платформи, наприклад по осі  $x$ . За необхідності здійснення більш складної форми коливань доцільно використовувати два двигуни, кожен з яких здійснює рух у своєму напрямку, а результатуючі коливання будуть залежати від співвідношень амплітуд фаз та частот коливань, що створюються кожним двигуном. Для дослідження коливальної системи приймемо припущення, що

амплітуда коливань кожного з двигунів незначна порівняно з розмірами платформи. Це дозволяє незалежно розглядати коливання кожного із двигунів, що діють у перпендикулярних напрямках. Параметри віброплатформи та ЛД, що діють по осях  $x$ ,  $y$ , приймались однаковими.



**Рис. 6**

2. Як можна бачити з рисунка, в залежності від лінійні, кругові та еліптичні коливання. Причому, у випадку еліптичних коливань кут нахилу коливань можна регулювати зміною початкових фаз напруг  $\psi_x$ ,  $\psi_y$ .



**Рис. 7**

**Моделювання трикомпонентних коливань вздовж осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .** Як було показано вище, використання двох лінійних двигунів дозволяє одержати двовимірні коливання віброплатформи у площині. За необхідності отримання більш складної форми коливань у тривимірному просторі доцільно використовувати три двигуни, кожний з яких здійснює рух у своєму перпендикулярному до інших напрямку. Для дослідження такої коливальної системи також приймемо припущення, що амплітуда коливань кожного із двигунів незначна. Це дозволяє незалежно розглядати коливання

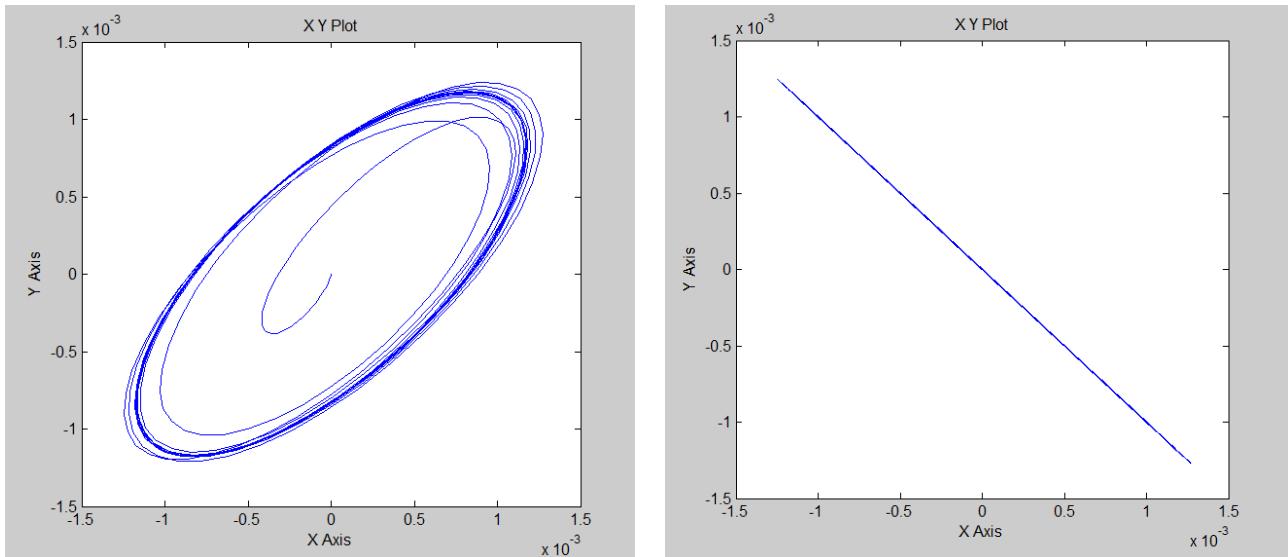


Рис. 7

кожного із двигунів, що діють у перпендикулярних напрямках. Параметри платформи та ЛД, що діють по осіх  $x$ ,  $y$  та  $z$ , приймались ідентичними.

За результатами проведених розрахунків трикомпонентного коливального руху платформи з навантаженням було отримано коливання чотирьох форм: прямої, кола, еліпса та складна траєкторія «вісімок» (рис. 8).

У випадку однакових фаз напруги живлення всіх трьох ЛД –  $\psi_x = \psi_y = \psi_z = 0$  (рис. 8, а) просторова траєкторія представляє собою пряму лінію у тривимірній системі координат. Змінюючи амплітуду напруги живлення одного чи двох двигунів, можливо здійснити нахил цієї прямої по відношенню до прийнятої системи координат. Якщо синусоїдні напруги двох ЛД зсунуті за фазою на  $90^\circ$  по відношенню до третьої –  $\psi_x = 0$ ,  $\psi_y = \pi/2$ ,  $\psi_z = 0$  (рис. 8, б), то траєкторія руху платформи є просторове коло. Коли всі три ЛД мають різні фази, – розглядався випадок  $\psi_x = 0^\circ$ ,  $\psi_y = 90^\circ$ ,  $\psi_z = 45^\circ$ , траєкторія руху коливань еліпсоподібна (рис. 8, в). Також у залежності від обраної амплітуди нахил еліпса може змінюватися. При зміні частоти одного чи кількох вібраторів отримуємо складну форму коливань. Так, якщо один вібратор працює на першій резонансній частоті  $f_x = 11,8$  Гц, а два інших – на другій  $f_y = f_z = 26,6$  Гц, то траєкторія руху коливань подібна до «вісімки» (рис. 8, г).

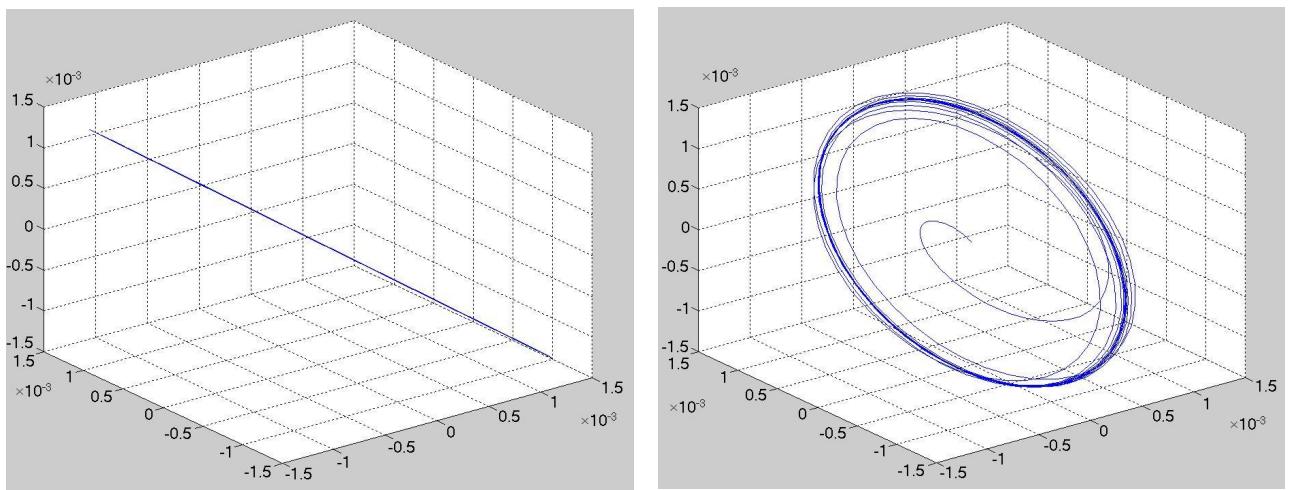
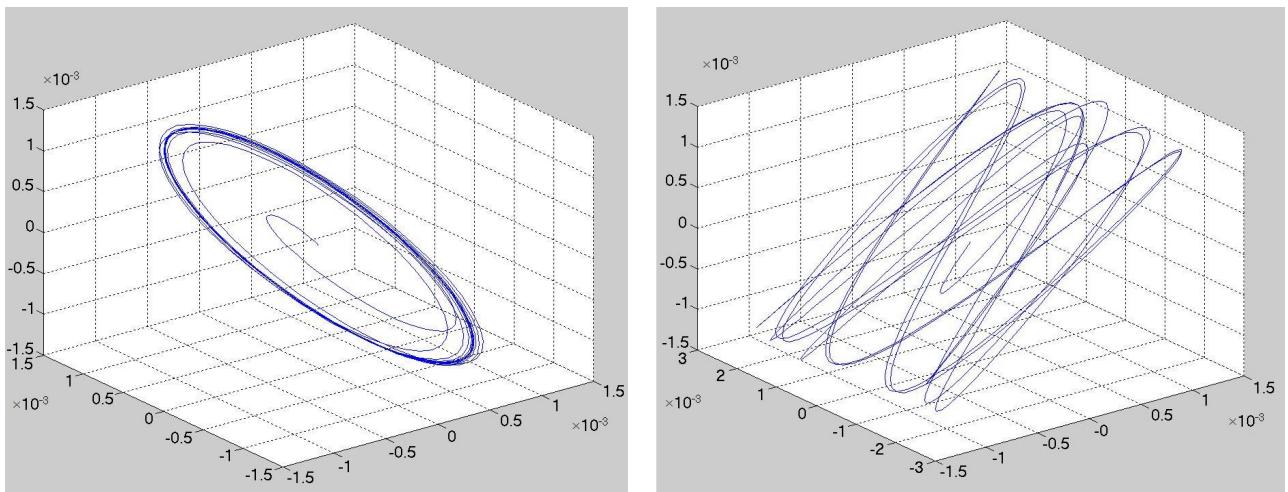


Рис. 8



**Рис. 8**

Використання одного, двох або трьох лінійних двигунів дозволяє отримати різні траєкторії руху вібраційної платформи в окремій площині та в тривимірному просторі і може бути використане при створенні сучасних вібраційних пристрій із складною керованою формою коливань.

На останок зазначимо, що вплив різної форми коливань, які були одержані для досліджуваної віброплатформи, на ефективність того чи іншого вібраційного процесу досліджено недостатньо і їхнє практичне використання потребує проведення додаткових як експериментальних, так і теоретичних робіт у галузі вібраційної механіки, віброреології та ін.

**Висновки.** Розроблено Simulink-модель вібраційної системи багатокомпонентного коливального руху віброплатформи з використанням одного, двох та трьох лінійних двигунів.

Досліджено резонансні властивості та ефективність енергоперетворення однокомпонентного руху платформи.

Виявлено, що існують дві резонансні частоти, на яких амплітуда і швидкість коливань якоря та платформи набувають максимальних значень. При цьому, хоча найбільша амплітуда коливань якоря має місце на першій резонансній частоті, на другій резонансній частоті ефективність перетворення електричної енергії в механічну (тобто ККД) більша внаслідок меншого струму та електричних втрат у обмотці двигуна.

Показано, що зміна амплітудного значення напруг, фаз або частот джерел живлення двигунів дозволяє керувати просторовою формою коливань платформи, що може бути використано для підвищення ефективності технологічних процесів (наприклад, для обробки заготовок складної форми), а також якості виробів.

1. Бондар Р.П. Електромеханічні характеристики коаксіально-лінійного синхронного вібратора установки для безтраншейної проходки горизонтальних свердловин // Техн. електродинаміка. – 2008. – №2. – С. 31–35.
2. Голенков Г.М., Бондар Р.П., Макогон С.А., Богаєнко М.В., Попков В.С. Моделювання роботи електричного вібратора з коаксіально-лінійним індукційним двигуном при різних законах регулювання // Техн. електродинаміка. – 2007. – №2. – С. 54–59.
3. Гончаревич И.Ф., Фролов К.В. Теория вибрационной техники и технологии. – Москва: Наука, 1981. – 320 с.
4. Епишкин А.Е., Шестаков В.М. Регулируемая электромеханическая система трехроторного вибростенда // Электричество. – 2009. – №2. – С. 46–50.
5. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники: Часть 1. – Москва; Ленинград, 1959. – 296 с.
6. [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)

**Моделирование многокомпонентного колебательного движения вибрационной системы с линейным электроприводом**

**Р.П.Бондар<sup>1</sup>, канд.техн.наук, Г.М.Голенков<sup>2</sup>, канд.техн.наук, Л.И.Мазуренко<sup>3</sup>, докт.техн.наук,**

**А.Д.Подольцев<sup>4</sup>, докт.техн.наук,**

**<sup>1,2</sup> – Киевский национальный университет строительства и архитектуры,**

**пр. Воздухофлотский, 31, Киев, 03680, Украина,**

**<sup>3,4</sup> – Институт электродинамики НАН Украины,**

**пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.**

*Разработана Simulink-модель колебательной двухмассовой вибрационной системы. В качестве вибратора рассматривается линейный двигатель с постоянными магнитами. Исследованы резонансные свойства системы и эффективность энергопреобразования. Рассмотрена возможность одновременного использования двух и трех линейных двигателей для получения многокомпонентного движения виброплатформы. Показано, что при различных соотношениях амплитуд, фаз и частот источников питания двигателей возможно получение колебаний сложной формы. Библ. 6, рис. 8.*

**Ключевые слова:** линейный электропривод, колебательное движение, Simulink-модель, многокомпонентное движение.

**Modeling of a multicomponent oscillatory motion of the vibration system with linear electric drive**

**R.P.Bondar<sup>1</sup>, G.M.Golenkov<sup>2</sup>, L.I.Mazurenko<sup>3</sup>, O.D.Podoltsev<sup>4</sup>,**

**<sup>1,2</sup> – Kyiv National University of Construction and Architecture,**

**Povitroflotskyi pr., 31, Kyiv, 03680, Ukraine,**

**<sup>3,4</sup> – Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,**

**Peremogy pr., 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.**

*The Simulink-model of two-mass oscillatory vibrating system is developed and investigated. This system consist of the linear electric motor with permanent magnets. Resonant properties of the system and efficiency of power transfer is studied. Possibility of simultaneous use of two and three linear motors to produce of multicomponent movement of a vibrating platform is considered. It is shown that at various values of amplitudes, phases and frequencies of voltage sources of the motors the complicated forms of the oscillatory can be obtained. References 6, figures 8.*

**Key words:** linear electric drive, oscillatory motion, Simulink-model, multicomponent motion.

**1. Bondar R.P.** Electromechanical characteristics of tubular linear synchronous vibrator of trenchless pipelayer // Tekhnichna elektrodynamika. – 2008. – №2. – P. 31–35. (Ukr)

**2. Golenkov G.M., Bondar R.P., Makogon S.A., Bogaenko M.V., Popkov V.S.** Modelling of work of the electric vibrator with tubular linear induction motor at various laws of regulation // Tekhnichna elektrodynamika. – 2007. – №2. – P. 54–59. (Ukr)

**3. Goncharevich I.F. Frolov K.V.** The theory of vibrating technics and technology. – Moskva: Nauka, 1981. – 320 p. (Rus)

**4. Epishkin A.E., Shestakov V.M.** Adjustable electromechanical system of three rotors vibrating stand // Elektrichestvo. – 2009. – №2. – P. 46–50. (Rus)

**5. Neiman L.R., Kalantarov P.L.** Theoretical bases electrical engineers: Part 1. – Moskva; Leningrad, 1959. – 296 p. (Rus)

**6. www.mathworks.com**

Надійшла 29.07.2011  
Received 29.07.2011