

УДК 681.518.3: 621.391.26(075): 621.372.542

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДАННЫХ
СКОЛЬЗЯЩИМИ УПОРЯДОЧЕННЫМИ ВЫБОРКАМИ****Р.О.Мазманян, канд. техн. наук,
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.**

Приводится описание экспериментальных исследований медианных фильтров неправдоподобных данных, числовых характеристик, корреляционных функции и спектральных характеристик упорядоченных выборок заданного порядка из случайного некоррелированного сигнала с нулевым средним. Представлены результаты экспериментальных исследований в виде расчетных характеристик выборок по формулам, полученным путем теоретических исследований, и эти же характеристики выборок, полученные численным имитационным моделированием рассматриваемого метода обработки данных. Для оценки статистической близости полученных результатов используется графическое представление экспериментальных данных. Библ. 7, рис. 10.

Ключевые слова: медианные преобразования, неправдоподобные значения, скользящие выборки, упорядоченные выборки, вероятностные характеристики выборок.

Электроэнергетика Украины с развитой генерацией, магистральной и распределительной инфраструктурой является важной составляющей частью энергетического комплекса страны. Однако системный характер изношенности электроэнергетического оборудования может быть причиной чрезмерной его чувствительности к ошибкам обслуживающего персонала. В этих условиях обеспечение надежности эксплуатации оборудования в значительной степени возлагается на системы диагностики технического состояния и неразрушающего контроля материалов конструкций объектов электроэнергетики. Информация о состоянии электрических машин для преобразования энергии предназначена для выявления скрытых признаков возникновения неисправностей и прогнозирования их дальнейшего развития.

В условиях действия сильных электрических и магнитных возмущений измерительная информация о состоянии электрических машин для преобразования энергии, представляющая собой временной ряд, может содержать четыре составляющие [1]: «... тренд, или систематическое движение; колебания относительно тренда; эффект «сезонности»; «случайная», «несистематическая» или «нерегулярная» компонента».

Последняя составляющая включает в себя также и отклонения, нарушающие однородность, гладкость временной последовательности данных. В отличие от ступенчатых изменений, которые, нарушая гладкость или монотонность последовательности, являются частью систематического движения, импульсные возмущения после прекращения их действия, как бы возвращают временной последовательности присущий ей характер сглаженности. Частотная фильтрация данных, вовлекая в формирование результата все элементы последовательности без исключений, не обеспечивает их разделение для анализа каждой из этих составляющих и интерпретации результатов измерений в целом. Одним из эффективных методов решения задачи разделения данных, прежде чем они будут обработаны частотным или иным фильтром, является робастное редактирование неправдоподобных значений, основанное на упорядочивании скользящих выборок данных и формировании выходной последовательности редактора медианами этих выборок. Такая процедура смещает неправдоподобные значения в периферию упорядоченных по значениям элементов выборок данных и замещает их средними значениями – медианами выборок, обеспечивая исключение их из входной последовательности, т.е. **робастное** (*robust* – здравый, англ.) их редактирование.

В исследованиях фундаментальных свойств медианных преобразований [2,3] и их основы – скользящих упорядоченных выборок данных [4–6] – вычислительные эксперименты использовались

для подтверждения достоверности теоретически полученных формализаций, а также для выбора дальнейших путей продолжения теоретических и практических исследований.

Целью работы является разработка методов и алгоритмических средств вычислительных экспериментов по исследованию свойств медианных преобразований и скользящих упорядоченных выборок данных для экспериментального подтверждения результатов теоретических исследований.

Робастное редактирование неправдоподобных значений в последовательностях цифровых данных рассматривается как преобразование множеств с нарушением монотонности, а скользящие упорядоченные выборки из этих данных – как случайные величины и как случайные функции, являющиеся результатом преобразования случайного сигнала.

Вначале рассмотрим вычислительные эксперименты, демонстрирующие проявление свойств робастности, описанные в [2]. Моделирование процедур медианной фильтрации включает несколько разделов, обеспечивающих генерацию исходных данных, задание параметров симулируемых данных и алгоритма их обработки, преобразование данных по исследуемому алгоритму, представление входной и выходной информации в виде, удобном для интерпретации, и оценки результатов эксперимента.

В этом и большинстве других случаев экспериментальные исследования проводились с вариацией параметров входных данных для набора параметров моделируемого процесса. Результаты вычислительных экспериментов, представленные в графическом виде, были использованы для демонстрации медианных преобразований в случаях симметричного расположения точек множества (рис. 1,а) и произвольного числового множества данных [2]. Они непосредственно отражают **свойство 2** – стабильность оценки среднего (робастность к эффективности), которое определяется тем, что для скользящих выборок с четным или нечетным порядком d из данных с единственной точкой экстремума существует область, в которой значения данных не влияют на медиану выборок после их упорядочивания, а положение этой области за точкой экстремума и ее размер определяются порядком выборок.

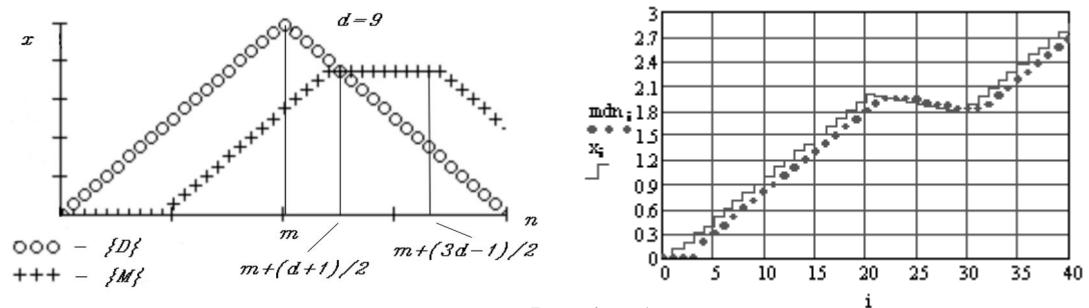


Рис. 1, а,б

Свойство терпимости к нарушениям монотонности (**свойство 3**), следующими за точками экстремума (робастности к предпосылкам), полученное экспериментально, показано на рис. 1,б. Это проявление робастности для скользящих выборок порядка d из данных с точкой экстремума определяется тем, что существует также область, следующая за экстремальной точкой, в которой медиана выборок после их упорядочивания последовательно принимает значения этой области, положение которой определяется порядком выборок.

Преобразование скользящими упорядоченными выборками заданного порядка из случайных некоррелированных данных с нулевым средним и постоянной спектральной плотностью мощности определим как систему с одним входом и несколькими выходами.

Вероятностное описание структуры такой системы (в дальнейшем вероятностная структура) включает числовые характеристики выходов – элементов или пар элементов выборок, рассматриваемых как случайные величины, а также характеристики элементов или пар элементов выборок, рассматриваемых как дискретные случайные функции (рис. 2).

Эта вероятностная структура преобразует входной сигнал в случайные процессы, представляющие собой совокупности последовательных значений элементов выборок. Важным в исследовании свойств вероятностной структуры является решение вопроса о равнозначности статистической информации, полученной из единственной реализации одного из случайных процессов, и статистической информации, полученной из ансамбля реализаций этого случайного процесса, т.е. установление свойства эргодичности случайного процесса у элементов скользящих упорядоченных выборок.

Выявление свойства эргодичности скользящих упорядоченных выборок данных выполнялось

по приближенному равенству первых двух моментов [7], определяемых из одной реализации или сечения по ансамблю реализаций элементов этих выборок, т.е. равноправностью значений математического ожидания и дисперсии, полученных разными способами. Результаты имитационного эксперимента подтвердили предположение об эргодичности случайных процессов – выходных сигналов системы с одним входом и несколькими выходами.



Рис. 2

Экспериментальные исследования характеристик вероятностной структуры скользящих упорядоченных выборок данных проводились для объективной оценки полученных аналитических выражений. Преобразовательные свойства упорядоченных выборок характеризуются вероятностными числовыми характеристиками, а также корреляционными и спектральными функциями, полученными в виде аналитических выражений, описывающих их связь с порядком выборок для входного случайного некоррелированного сигнала с нулевым средним и постоянной спектральной плотностью мощности.

Эксперименты с упорядоченными выборками случайного некоррелированного сигнала с нулевым средним были реализованы как программные средства в виде набора функционально завершенных модулей.

Графическое представление результатов вычислений и экспериментов делало их сопоставление достаточно убедительным и без численной оценки расхождений полученных данных, с учетом того, что «... закономерности, наблюдаемые в массовых случайных явлениях тем точнее и отчетливее, чем больше объем статистического материала» [7]. В исследованиях функции распре-

деления и плотности вероятности случайных данных – значений элементов упорядоченных выборок – использовался входной случайный сигнал с постоянной спектральной плотностью мощности, нулевым средним и амплитудным значением X_m (рис. 3).

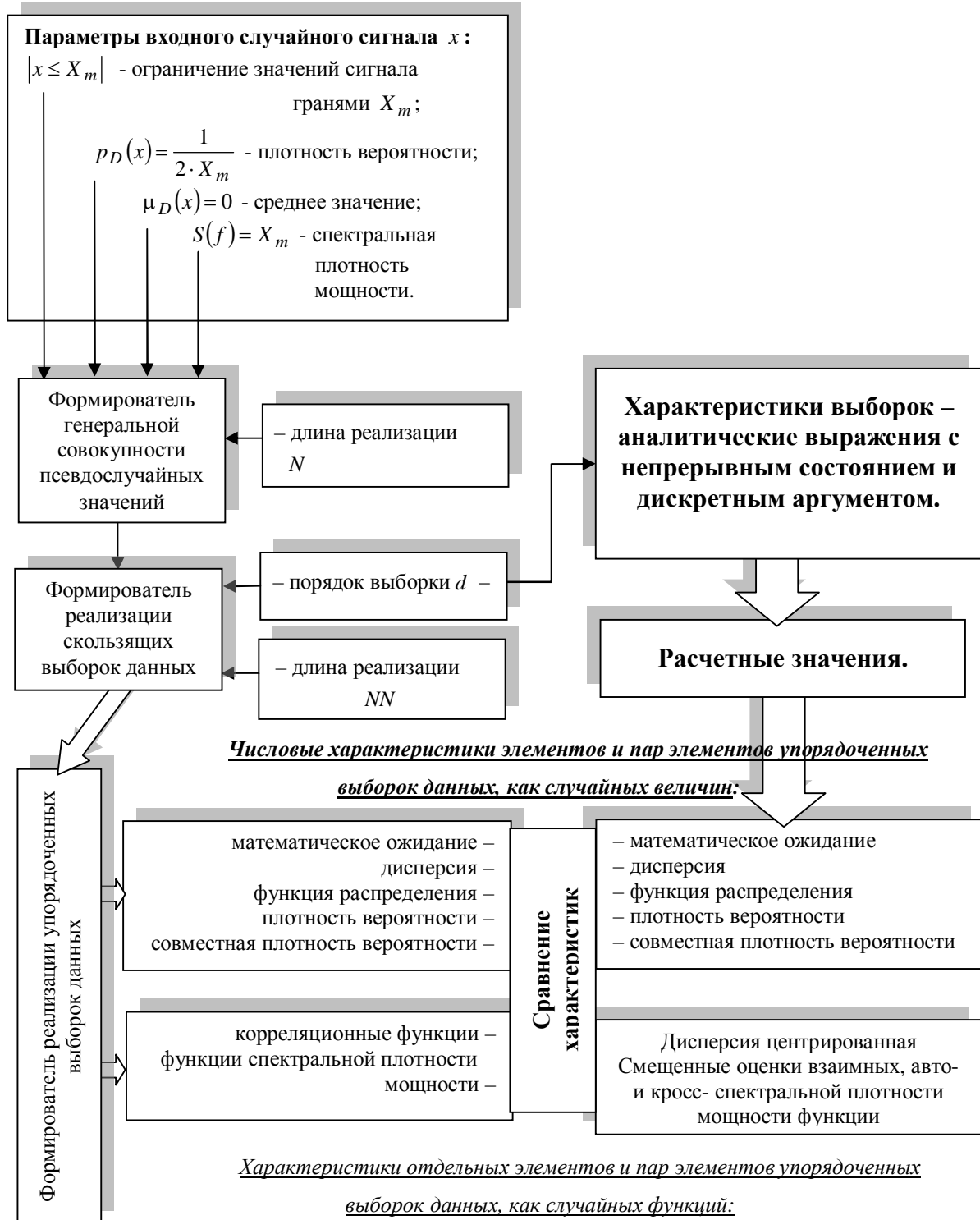


Рис. 3

Скользящие упорядоченные выборки $Sort_{i,k}$ заданного порядка d формировались и сохранялись для всей последовательности данных, максимальное число которых равно длине ряда входных данных N . Далее упорядоченные выборки использовались для прямого подсчета событий, удовлетворяющих условию $Sort_{i,k} < -X_m + j \cdot \delta$, где j – число точек в интервале $-X_m \dots + X_m$, а δ

– шаг, с которым определялись значения функции распределения из вероятности, равной отношению числа событий, удовлетворяющих указанному условию, к общему числу событий N .

Из полученных для элементов выборок экспериментальных значений функции распределения $P_S(x, k)$ (рис. 4,а) конечно-разностным вычислением производной определялась плотность распределения $p_S(x, k)$ (рис. 4,б). Поэлементное сравнение экспериментальных и вычисленных по формулам [4] данных, а также сопоставление поверхностей (рис. 4,а и рис. 4,б; рис. 4,в и рис. 4,г) свидетельствует о статистической близости полученных результатов.

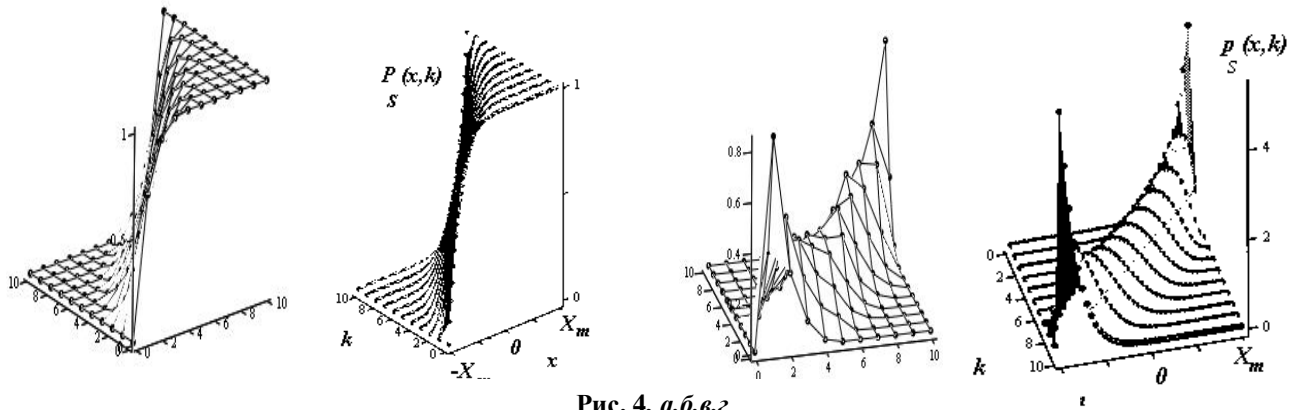


Рис. 4. а,б,в,г

Дисперсии элементов скользящих упорядоченных выборок определялись путем эксперимента и расчета по формулам несмещенных $D_{SH}(k, d)$ и смещенных $D_{SS}(k, d)$ значений для выборок с порядком, изменяющимся от 1 до 10. Экспериментальные значения несмещенных дисперсий для элементов ансамбля упорядоченных выборок данных были получены осреднением и нормированием квадратов значений элементов выборок (рис. 5,а). Дисперсии элементов выборок, центрированных собственными средними, определялись центральным моментом второго порядка (рис. 5,б).

Поэлементное сопоставление дисперсий и их поверхностей, полученных из экспериментов и расчетным путем (рис. 5), также свидетельствует о несомненной статистической их близости.

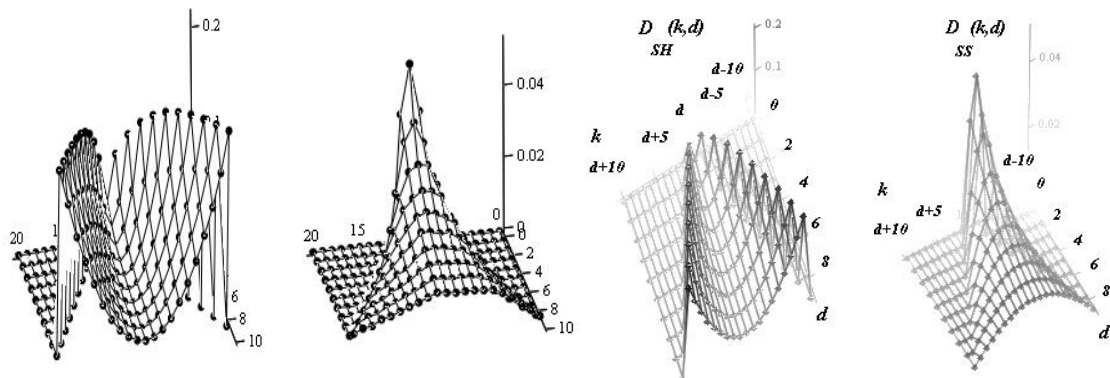


Рис. 5. а,б,в,г

Экспериментальное определение совместной функции распределения произвольной пары элементов скользящих упорядоченных выборок данных, как и в предыдущем случае, включает процедуры генерации случайных данных и формирование массива скользящих упорядоченных выборок. Теперь этот массив использовался для прямого подсчета событий, удовлетворяющих условиям $Sort_{i, k_y} < -X_m + j\delta$ и $Sort_{i, k_z} < -X_m + j\delta$. Далее отдельно для каждого элемента определялись значения функции распределения $P_{k_y}^{S,1}(y), P_{k_z}^{S,1}(z)$, равные отношению числа событий, удовлетворяющих указанному условию, к общему числу событий N . Совместные функции распределения равны произведению полученных одномерных функций, т.е. $P_{k_y, k_z}^{S,2}(y, z) = P_{k_y}^{S,1}(y) \cdot P_{k_z}^{S,1}(z)$ (рис. 6,а).

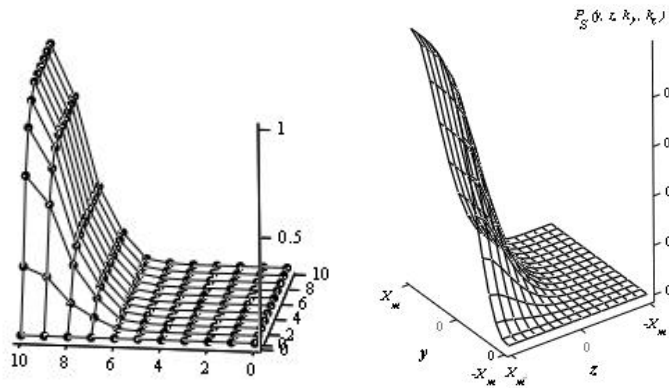


Рис. 6. а,б

Расчетные значения совместной плотности вероятности системы двух случайных величин $p_{k_y, k_z}^{S,2}(y, z)$ (рис. 6,б), где y, z – значения элементов выборки с номерами k_y и k_z соответственно, определялись по формуле, приведенной в [5]. Статистическая близость была подтверждена сопоставлением экспериментальных (рис. 6,а) и расчетных значений (рис. 6,б) только функции распределений, поскольку плотность вероятности системы просто определяется производной теперь уже функции двух переменных – функции распре-

деления системы.

В соответствии с вероятностной структурой (рис. 2) и схемой экспериментальных исследований (рис. 3), численные значения рассчитывались по полученным в работе аналитическим выражениям и определялись в результате вычислительных экспериментов для смещенных и несмещенных корреляционных функций и спектральных плотностей мощности.

Вначале рассчитывались несмещенные оценки взаимных корреляционных функций $C_{k_y, k_z}(\Delta i)$ по формулам, приведенным в [5]. Здесь принимается во внимание отсутствие корреляции между выборками для задержек, больших $2d$, ввиду отсутствия общих элементов, что означает также нулевое смещение для элементов этих выборок.

Далее рассчитывались смещенные корреляционные функции $R_{k_y, k_z}(\Delta i)$ для пар элементов выборок [5]. Смещения в виде произведений средних значений соответствующих элементов используются для всех индексов пар элементов, а также для значений функций, смещение для которых превышает размер скользящей выборки.

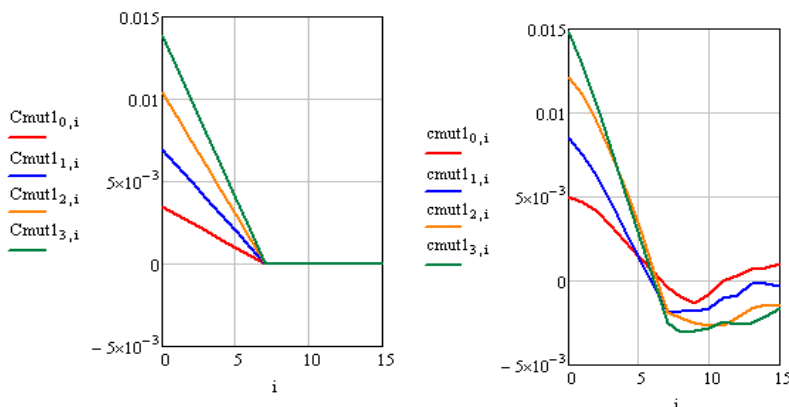


Рис. 7. а,б

Экспериментальные значения взаимных корреляционных и ковариационных функций определялись вычислением начального и центрального моментов для двустороннего сдвига независимой переменной. Поэлементное сравнение односторонних рассчитанных (рис. 7, а) и экспериментальных (рис. 7, б) значений взаимных корреляционных функций для фиксированного элемента k_z показывает их статистическую близость.

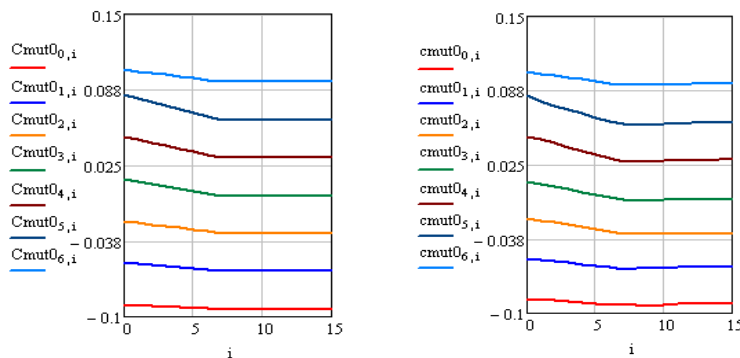


Рис. 8. а,б

Рассчитанные (рис. 8, а) и экспериментальные (рис. 8, б) значения ковариационных функций также статистически близки.

Значения автокорреляционных и ковариационных функций элементов выборок, рассчитанные по выведенным формулам [5] и определенные в результате проведения вычислительного эксперимента, были получены с помощью программных модулей, отличие которых от модулей для определения взаимных функций

состоит в равенстве индексов элементов выборок $k_z = k_y$. Как и прежде, взаимные и автокорреляционные и ковариационные функции для отдельных элементов или их пар в скользящих упорядоченных выборках данных были представлены графически в виде поверхностей. Расчет и имитационное моделирование показали согласованность результатов.

Значения смещенных оценок взаимных спектральных плотностей мощности (СПМ) для пары элементов выборок $S_{ky,kz}^S(\omega_n)$ рассчитывались по формулам, полученным в работе [6]. Имитационное моделирование осуществлялось реализацией цифрового финитного преобразования Фурье при расчете СПМ по формуле Винера-Хинчина [6].

Несмещенные оценки СПМ для $\omega_n \neq 0$ в программных модулях (Б.4, ПМ 4.2) рассчитывались по финитному преобразованию Фурье взаимной корреляционной функции с учетом значений смещения каждого из элементов по формулам, приведенным в [6],

$$\begin{aligned} S_{ky,kz}^H(\omega_n) &= 2 \int_0^{2d} \left(C_{ky,kz}(\Delta i) + \mu_{ky}^S \cdot \mu_{kz}^S \right) \cdot \exp(-j2\pi f \tau) d\tau = \\ &= 2 \int_0^{2d} C_{ky,kz}(\Delta i) \cdot \exp(-j2\pi f \tau) d\tau + 2\mu_{ky}^S \mu_{kz}^S \int_0^{2d} \exp(-j2\pi f \tau) d\tau = \\ &= S_{ky,kz}^S(\omega_n) + 2\mu_{ky}^S \mu_{kz}^S \int_0^{2d} \exp(-j2\pi f \tau) d\tau = S_{ky,kz}^S(\omega_n) + j \cdot 2\mu_{ky}^S \mu_{kz}^S \cdot \omega_n^{-1} \cdot (\exp(-j2d \cdot \omega_n) - 1) \end{aligned} \quad (1)$$

где $S_{ky,kz}^S, S_{ky,kz}^H$ – несмещенная, центрированная средними элементов, и смещенная, центрированная средним сигнала, взаимные спектральные плотности мощности пары элементов с номерами ky, kz .

Для $\omega_n = 0$ значение спектральной плотности мощности определялось из выражения

$$S_{ky,kz}^S(\omega_n) + \lim_{t \rightarrow 0^+} j \cdot 2\mu_{ky}^S \mu_{kz}^S \cdot \frac{1}{2\pi \frac{t}{N}} \cdot \left[\exp\left(-j2d\pi \frac{t}{N}\right) - 1 \right] = S_{ky,kz}^S(\omega_n) + 2d \cdot \mu_{ky}^S \mu_{kz}^S,$$

где t – непрерывный параметр, которым заменен целочисленный индекс n для определения предельного значения составляющей, равной произведению средних элементов выборки.

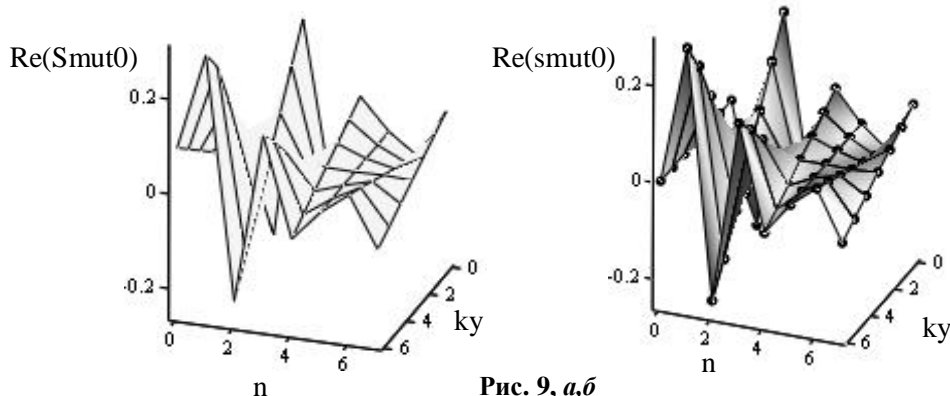


Рис. 9, а, б

Оценки спектральной плотности мощности вычислялись программными модулями из смещенных взаимных корреляционных функций по формуле Винера-Хинчина с цифровым финитным преобразованием Фурье [6]. Взаимные ковариационные функции пары элементов выборок были использованы для определения несмещенных оценок СПМ.

Комплексная спектральная плотность мощности элементов скользящих упорядоченных выборок данных была представлена графически в виде вещественных (коспектральных) и мнимых (квадратурных) составляющих, а также их модулями и фазой. В качестве примера приведем графики поверхностей, рассчитанных по полученным формулам (рис. 9,а), и экспериментально определенных (рис. 9,б) вещественных составляющих несмещенного взаимного спектра заданного элемента $k_z = 5$ со всеми элементами выборок.

Этот порядок проведения вычислительных экспериментов и формы представления их

результатов был использован при определении модуля и фазы взаимной спектральной плотности мощности, а также и других спектральных характеристик элементов скользящих упорядоченных выборок данных для входного некоррелированного сигнала с нулевым средним. Оценки несмещенной взаимной спектральной плотности мощности, смещенные и несмещенные оценки автоспектральной плотности мощности определялись подобным способом.

Экспериментальные значения кросскорреляционных и ковариационных функций для элементов выборок, как и ранее, определялись через смещенные и несмещенные кроссмоменты [5]. Кросскорреляционные функции и для центровок по среднему элементов (рис. 10, а), и для центровок по среднему случайного сигнала (рис. 10, б) имеют статистически одинаковые оценки.

Действительно, нулевое значение среднего входного сигнала не может быть причиной возникновения ненулевых средних элементов, образующихся в результате упорядочивания выборок. Поэтому и далее, в оценке кросс-СПМ по формуле $C_k(\Delta i)$, приведенной в [5], использовалась только смещенная – кросскорреляционная – функция, в которой подставлялись значения несмещенных дисперсий элементов $D_{S_s}(k, d)$ из [4].

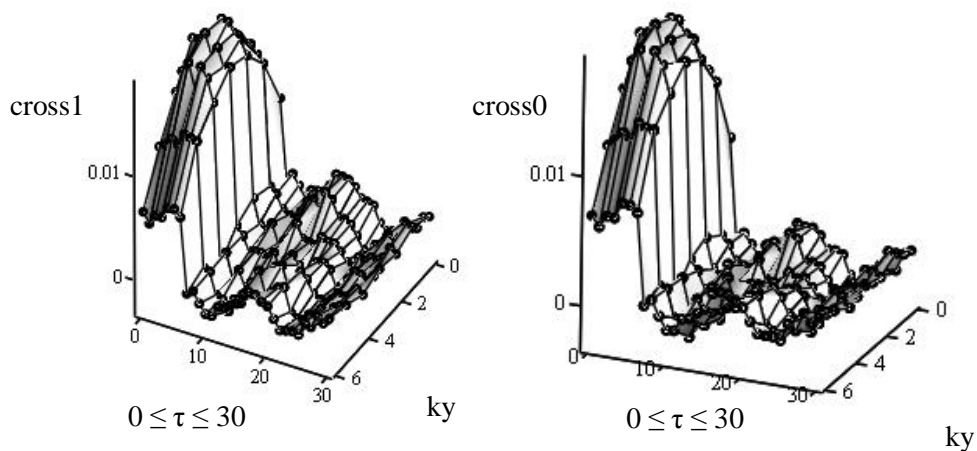


Рис. 10, а, б

Совпадение центрированных и смещенных взаимных корреляционных характеристик или СПМ наблюдается и при $k_z = d$, т.е. для медианы выборки, среднее значение которой равно нулю, что обращает в нуль и слагаемое с произведениями средних элементов в выражениях (1).

Графические представления кросс-СПМ в виде поверхностей для модуля (рис. 11, а, б) и фазы (рис. 11, в, г) построены по расчетным и экспериментальным значениям, соответственно.

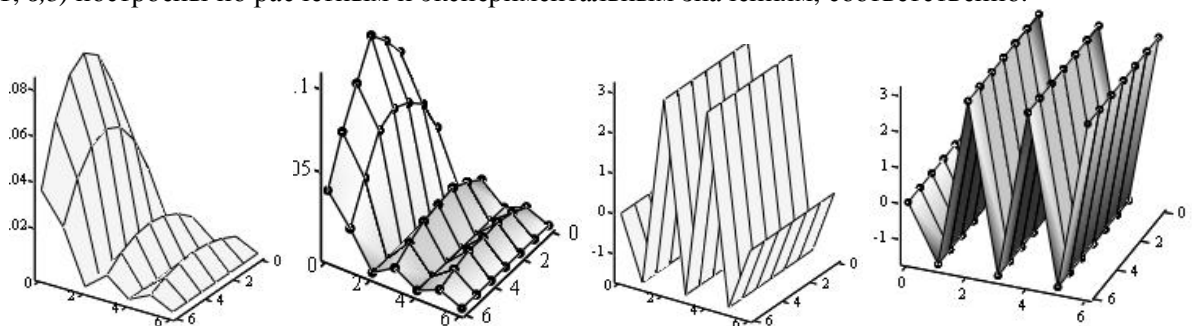


Рис. 11, а, б, в, г

Выводы. Разработаны методы и алгоритмы проведения вычислительных экспериментов. Результаты экспериментов и расчетов, включающие около 30 характеристик, подтверждают достоверность полученных теоретически вероятностных описаний фундаментальных свойств метода преобразования данных скользящими упорядоченными выборками, приведенными в [2–6].

1. Кендалл М., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
2. Мазманян Р.О. О некоторых свойствах медианных преобразований измерительной информации // Технічна електродинаміка. – 2003. – №6. – С. 70–75.
3. Мазманян Р.О. Характеристики упорядоченных выборок случайного некоррелированного сигнала // Технічна електродинаміка. – 2004. – №6. – С. 60–64.
4. Мазманян Р.О. Численные методы в исследовании и разработках измерительных программно-аппа-

ратных комплексов // *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. – 2004. – №2 (8). – С. 198–199.

5. *Мазманян Р.О.* Корреляционные функции упорядоченных выборок случайного некоррелированного сигнала // *Технічна електродинаміка*. – 2005. – №1. – С. 71–78.

6. *Мазманян Р.О.* Спектральные характеристики упорядоченных выборок случайного некоррелированного сигнала // *Технічна електродинаміка*. – 2009. – №5. – С. 63–68.

7. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1973. – 366 с.

УДК 681.518.3: 621.391.26(075): 621.372.542

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ДАНИХ КОВЗАЮЧИМИ ВПОРЯДКОВАНИМИ ВИБІРКАМИ

Р.О.Мазманян, канд. техн. наук,
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

Представлено опис експериментальних досліджень медіанних фільтрів неправдоподібних даних, числових характеристик, кореляційних функцій і спектральних характеристик впорядкованих вибірок заданого n-ряду з випадкового некорельованого сигналу з нульовим середнім. Також було наведено результати експериментальних досліджень у вигляді розрахункових характеристик вибірок згідно з формулами, отриманими в результаті теоретичних досліджень, і ці самі характеристики вибірок, що отримані чисельним імітаційним моделюванням даного методу обробки даних. Для оцінки статистичної близькості отриманих результатів використовується графічне представлення експериментальних даних. Бібл. 7, рис. 10.

Ключові слова: медіанні перетворення, неправдоподібні значення, ковзаючі вибірки, впорядковані вибірки, імовірнісні характеристики вибірок.

EXPERIMENTAL STUDIES OF DATA CONVERSION USING ORDERED SAMPLES OF SLIDING WINDOW METHOD

R.O.Mazmanian,
Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

The article describes median filters of improbable data experimental studies, their numerical characteristics, correlation functions as well as spectral characteristics of ordered samples of a given range of uncorrelated random signal with zero mean. Experimental results are specified as characteristics of the samples expressed both according to the formulas derived from theoretical studies as well as obtained by numerical imitational modeling by reviewed data processing method. To assess the statistical proximity of the results a graphical representation of the experimental data is used. References 7, figures 10.

Keywords: median transformation, improbable values, sliding samples, ordered samples, probability characteristics of the samples.

1. *Kendall, M.G., Stuart A.* Multivariate statistical analysis and time series. – Moskva: Nauka, 1976. – 736 p. (Rus)

2. *Mazmanian R.O.* Some properties of the measurement data median transform // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2003. – №6. – Pp. 70–75. (Rus)

3. *Mazmanian R.O.* The ordered samples of a random uncorrelated signal characteristics // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2004. – №6. – Pp. 60–64. (Rus)

4. *Mazmanian R.O.* Numerical methods in research and development of measurement software and hardware // *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*. – 2004. – №2 (8). – Pp.198–199. (Rus)

5. *Mazmanian R.O.* Correlation functions of random uncorrelated signal ordered samples // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2005. – №1. – Pp.71–78. (Rus)

6. *Mazmanian R.O.* Spectral characteristics of random uncorrelated signal ordered samples // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2009. – №5. – Pp.63–68. (Rus)

7. *Ventsel E.S., Ovcharov L.A.* Probability theory. – Moskva: Nauka, 1973. – 366 p. (Rus)

Надійшла 12.2011

Received 12.2011