

## МОДЕЛЬ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ ИЗОТРОПНОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ

**С.Е.Зирка**, докт.техн.наук, **Ю.И.Мороз**, канд.техн.наук, **Е.Ю.Мороз**,  
Днепропетровский национальный университет им. Олеса Гончара,  
пр. Гагарина, 72, Днепропетровск, 49010, Украина.

*Предложена упрощенная модель проводящего ферромагнитного листа, предназначенная для описания процесса перемагничивания изотропных электротехнических сталей. Повышение качества модели достигнуто путем определения вихретоковой составляющей магнитного поля на поверхности листа методом Вольмана и Кадена, описывающим динамическое перемагничивание материала с прямоугольной петлей гистерезиса. Описан алгоритм настройки модели и проведено сравнение результатов расчета с экспериментом. Библиография: 11, рис. 8.*

**Ключевые слова:** магнитный гистерезис, вихревые токи, дополнительные потери, электротехническая сталь.

**Введение.** Адекватное описание трансформаторов, электродвигателей и других устройств, содержащих ферромагнитные сердечники, требует учета магнитного гистерезиса, вихревых токов и так называемых дополнительных потерь, обусловленных доменной структурой ферромагнетика [4]. В распространенном случае, когда длины магнитных линий в сердечнике отличаются незначительно, анализ его перемагничивания сводится к моделированию процессов в уединенном листе [9]. Идеальным решением такой задачи было бы создание модели, позволяющей предсказать как величину удельных потерь, то есть площадь динамической петли гистерезиса, так и форму этой петли при произвольном режиме намагничивания. Достаточно точное описание процессов в листовой изотропной стали (ИС) может быть получено с использованием магнитодинамической модели (МДМ) [2, 9], разработанной для решения классического уравнения Максвелла

$$\partial^2 H / \partial x^2 = \sigma \partial B / \partial t, \quad (1)$$

где векторы магнитного поля  $H(x,t)$  и магнитной индукции  $B(x,t)$  направлены вдоль листа; ось  $x$  – по нормали к его поверхности;  $\sigma$  – электропроводность стали.

При решении (1) численным методом индукция  $B_k(t)$  и поле  $H_k(t)$  в узле  $k$  расчетной сетки связываются статической гистерезисной зависимостью  $H_r(B)$ , а недостающие (добавочные) потери воспроизводятся временным запаздыванием  $B_k(t)$  от  $H_k(t)$ . Как показано в [2, 9], решение уравнения (1) в частных производных может быть сведено к интегрированию системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений относительно  $B_k(t)$  и  $H_k(t)$ . Для получения достаточной точности расчетная сетка должна содержать от 15 до 25 узлов, для каждого из которых отслеживается история процесса намагничивания. При анализе устройств с разветвленной магнитной системой размерность задачи растет пропорционально количеству ее ветвей, что приводит к значительному усложнению модели.

Существенное упрощение задачи при сохранении достаточной точности решения достигается путем применения моделей тонкого листа (МТЛ), описывающих зависимость напряженности поля на поверхности листа  $H(t)$  от средней индукции  $B(t)$  по его сечению [4,7,8]. Поле  $H(t)$  таких моделей представляется суммой гистерезисной, вихретоковой (классической) и дополнительной компонент,  $H(t) = H_r + H_{кл} + H_{д}$ . Например, МТЛ [7, 8] описывается выражением

$$H(t) = H_r(B) + \frac{d^2}{12\rho} \frac{dB}{dt} + g(B) \delta \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1/\alpha}, \quad (2)$$

где  $\rho$  и  $d$  – удельное сопротивление и толщина листа;  $\delta = \text{sign}(dB/dt)$ . Преимуществами (2) по отношению к другим МТЛ является возможность изменения частотных свойств модели (посредством выбора величины  $\alpha$ ) и управление формой динамической петли гистерезиса с помощью функции  $g(B)$ .

Модель (2) показала хорошие результаты для анизотропных [8] и ряда изотропных сталей толщиной 0,1 мм и высоким содержанием кремния (5,5 и 6,5%) [7]. В то же время, эта модель оказывается непригодной для описания обычных ИС, то есть сталей с толщиной листа порядка 0,5 мм и содержанием кремния, не превышающим 3%. Причиной является относительно низкое удельное сопротивление этих сталей и, как следствие, погрешность известной формулы, определяющей так называемую классическую составляющую поля [8]

$$H_{\text{кл}}(B) = (d^2 / 12\rho) dB / dt. \quad (3)$$

Следует напомнить, что формула (3) справедлива, строго говоря, для линейной зависимости  $B(H)$  и пренебрежимо малых значений  $dB/dt$ , то есть низких частот  $f$ . Погрешность выражения (3) на повышенных частотах показана на рис. 1, где кривая 2, построенная суммированием первых двух слагаемых в (2), выходит (в нижней части восходящей ветви) за пределы экспериментальной динамической петли 1, снятой на аппарате Эпштейна для ИС с  $d=0,5$  мм и  $\rho = 0,43 \cdot 10^{-6}$  Ом·м [9]. Это означает, что третье слагаемое в (2) должно принимать в этой части петли отрицательное значение, что противоречит физическому смыслу.

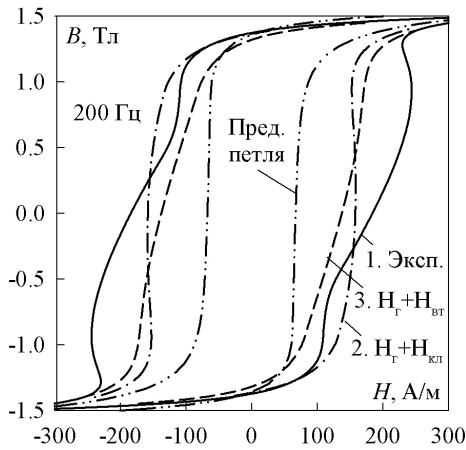


Рис. 1

В связи с этим в работе [5] МТЛ была модифицирована так, чтобы вихрековая составляющая в (2) зависела не только от производной  $dB/dt$ , но и от самой индукции  $B(t)$

$$H(t) = H_r(B) + \frac{d^2}{12\rho} \delta \left| \frac{dB}{dt} \right|^{\gamma(B)} + g_0 \delta \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1/2}. \quad (4)$$

Показатель степени  $\gamma$  определялся в [5] выражением  $\gamma(B) = a_1 + a_2 \delta B + a_3 B^2$ , где коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ , а также множитель  $g_0$  находились в процессе итерационного приближения расчетных петель фиксированной амплитуды (например,  $B_m=1,5$  Тл) к динамическим петлям этой амплитуды, измеренным на 2–3 частотах.

Как показывает исследование модели (4), она обеспечивает приемлемую точность только при амплитуде индукции, использованной при настройке. При уменьшении  $B_m$  точность модели (4) быстро снижается. Так, например, при  $B_m=1$  Тл и  $B_m=0,5$  Тл погрешность расчета удельных потерь в стали (площадью динамических петель) возрастает до 25% и 50% соответственно. В связи с этим в настоящей работе предлагается МТЛ, усовершенствованная на основе физических представлений.

**Описание модели и процедуры ее настройки.** На рис. 2 показана предельная статическая петля гистерезиса рассматриваемой ИС и частная симметричная петля, измеренная при  $B_m=0,5$  Тл (сплошные кривые). Очевидно, что прямоугольная аппроксимация этих петель (особенно предельной) является более точной, чем любая их линейная аппроксимация. Это позволило предположить, что для описания процесса динамического намагничивания стали следует использовать модель Вольмана и Кадена (МВК) [3], разработанную для материала с прямоугольной петлей гистерезиса (ППГ). В соответствии с МВК перемагничивание листового материала, характеризуемого ППГ с высотой  $B_s$  (размахом  $2B_s$ ), носит послойный характер (тонкие «слои» листа поочередно и мгновенно перемагничиваются от  $-B_s$  до  $+B_s$  или наоборот).

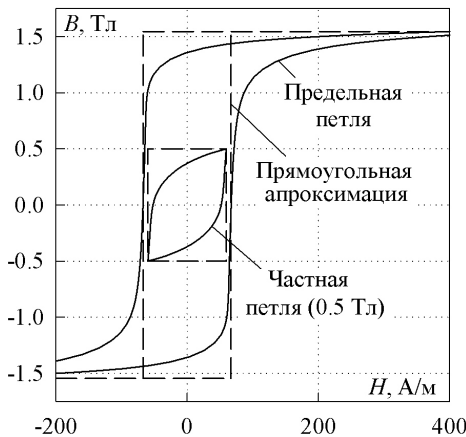


Рис. 2

Применимость МВК в МТЛ подтверждается картиной послойного перемагничивания на рис. 3, полученной с использованием МДМ [2] при синусоидальной средней индукции  $B_c$  с амплитудой  $B_m = 1,5$  Тл.

Следует отметить, что послойное перемагничивание, показанное на рис. 3, имеет место не только при  $f = 400$  Гц, но и при  $f = 50$  Гц. Подобно процессу в материале с ППГ максимальная индукция во всех слоях листа, включая индукцию на поверхности ( $B_n$ ) и в центре листа ( $B_c$ ), достигает значения  $B_m=1,5$  Тл, то есть поверхностный эффект, наблюдаемый в линейной среде, отсутствует. В связи с этим, второе слагаемое в (2) следует заменить выражением, вытекающим из МВК [3],

$$H_{\text{вт}}(B) = \frac{d^2(B - B_p)}{8\rho B_s} \frac{dB}{dt}. \quad (5)$$

Здесь  $B_p$  – значение индукции в точке реверса, то есть в точке, где меняет знак производная  $dB/dt$ .

Кривая 3 на рис. 1 представляет собой сумму поля  $H_r(B)$ , обусловленного статическим гистерезисом, и вихретокового поля  $H_{вт}(B)$ , рассчитанного по (5). Так как эта кривая не выходит за пределы экспериментальной петли, то поле  $H_d$ , дополняющее эту сумму до измеренного значения  $H$ , является положительным при любых  $B(t)$ .

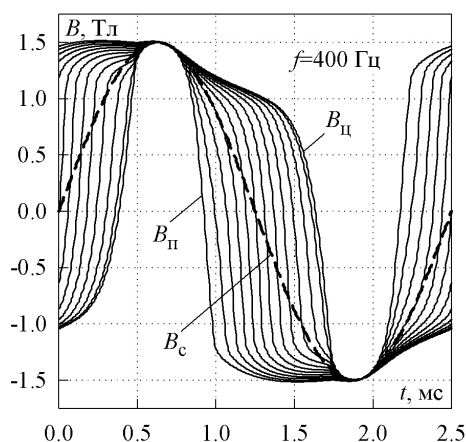


Рис. 3

значений  $\alpha_i$  и  $g_i$ , которая минимизирует суммарное отклонение по  $H$  расчетных и экспериментальных петель для всех выбранных частот. Результатом расчета является таблица значений  $\alpha_i(B_i)$  и  $g_i(B_i)$ , которая может быть аппроксимирована сплайнами  $\alpha(B)$  и  $g(B)$ . Расчеты для выбранного  $B_s$  заканчиваются построением частотных зависимостей удельных потерь в стали для ряда  $B_m$  (потери энергии  $W$  в единице объема за цикл перемагничивания вычисляются как площадь соответствующей динамической петли). После сравнения расчетных зависимостей  $W(f)$  с экспериментальными производится коррекция значения  $B_s$  и вышеописанная процедура повторяется до тех пор, пока не будет достигнуто наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных кривых  $W(f)$ .

**Верификация модели.** Настройка модели (6) производилась с использованием трех динамических петель с  $B_m=1,5$  Тл, снятых с помощью измерительного комплекса [11] на частотах 50, 200 и 800 Гц. Полученные зависимости  $\alpha(B)$  и  $g(B)$  показаны на рис. 4. Наилучшее значение  $B_s$  было найдено равным 1,45 Тл. Зависимости удельных потерь энергии от частоты показаны на рис. 5, а динамические петли гистерезиса, соответствующие контролируемой синусоидальной индукции, – на рис. 6.

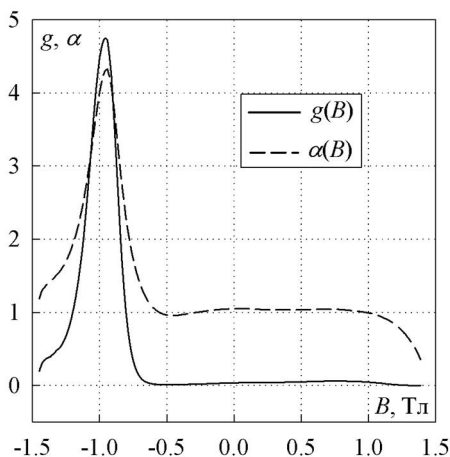


Рис. 4

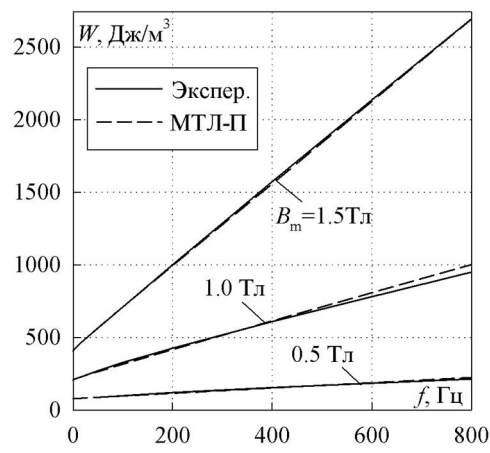


Рис. 5

Как видно из рис. 6, экспериментальные петли, использованные для настройки модели, то есть петли с  $B_m=1,5$  Тл, воспроизводятся моделью практически точно. Воспроизведение петель с меньшими  $B_m$  можно считать удовлетворительным, что дополнительно иллюстрируется близостью измеренных и расчетных зависимостей  $W(f)$  на рис. 5.

Показателем качества модели является ее способность воспроизводить динамические петли гистерезиса при сложной форме намагничивающего напряжения. На рис. 7 и 8 показано сравнение расчетных и экспериментальных петель (рис. 7, а и 8, а), соответствующих напряжению (рис. 7, б и 8, б) с двухуровневой (ШИМ-2) и трехуровневой (ШИМ-3) широтно-импульсной модуляцией. Основная ( $f$ ) и несущая ( $f_n$ ) частоты равны 100 Гц и 900 Гц, глубина модуляции  $m=0,8$  [9].

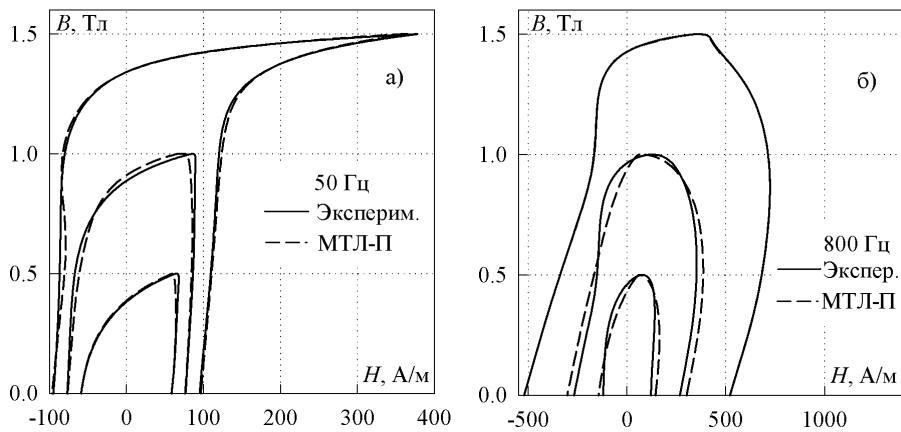


Рис. 6

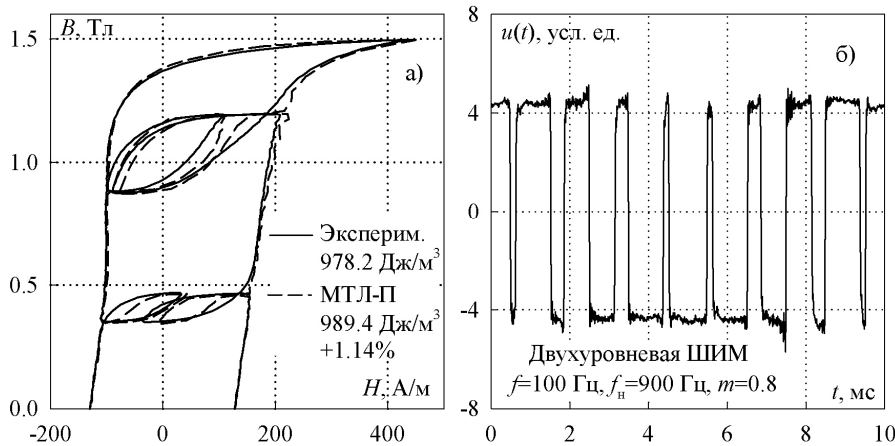


Рис. 7

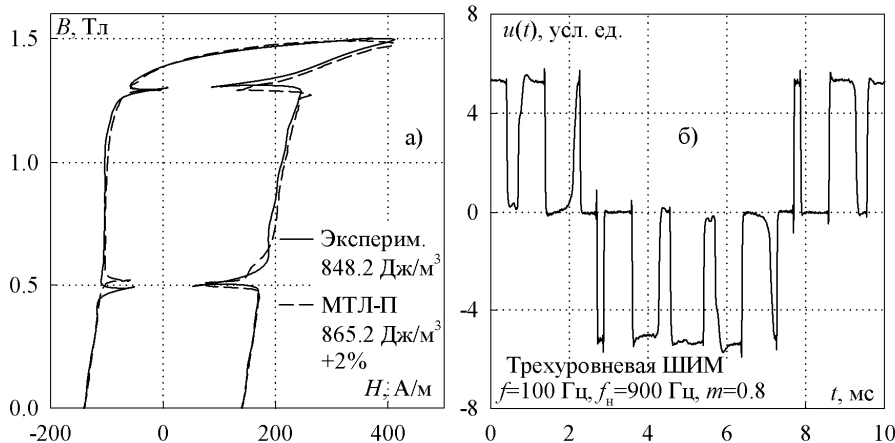


Рис. 8

грешностей, более простая СМГ «без памяти» может быть использована при отсутствии частных петель, наложенных на основную (внешнюю) петлю гистерезиса. Например, динамические петли гистерезиса, показанные на рис. 6, от организации памяти СМГ практически не зависят.

**Заключение.** Эффективность предложенного алгоритма была подтверждена моделированием двух изотропных сталей, описанных в [9], и анизотропной стали из [8]. Это позволяет использовать описанную модель при анализе переходных процессов в электрических цепях, содержащих элементы с ферромагнитными сердечниками.

1. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Алгоритмы моделирования гистерезиса в задачах магнетодинамики // Технічна електродинаміка. – 2002. – № 5. – С. 7–13.

В реализованной модели (6) слагаемое  $H_r(B)$  находится с помощью статической модели гистерезиса (СМГ) [1,10], память которой хранит информацию о предыстории намагничивания, то есть о всех точках реверса (поворота) незамкнутых частных петель и статических кривых  $H(B)$ , соединяющих эти точки. При замыкании частного цикла информация об этом цикле вытирается из памяти, а значение  $B_r$  в (6) полагается равным  $B$ -координате начальной точки текущей кривой, хранящейся в памяти СМГ. Таким образом, в каждой точке поворота величина  $B_r$  получает новое значение, которое сохраняется до следующего реверса или замыкания частного цикла.

Как показано на рис. 7, а и 8, а, погрешности расчета потерь в случаях ШИМ-2 и ШИМ-3 составляют 1,14% и 2,0% соответственно.

Используя приведенные примеры с ШИМ-напряжением, заметим, что если бы значения  $H_r(B)$  и  $B_r$  находились с помощью СМГ «без памяти» (например, посредством известной модели Джайлса-Аттертона [6]), то удельные потери оказались бы заниженными на 24% (при ШИМ-2) и на 16% (при ШИМ-3). Как видно из сравнения этих по-

2. Мороз Ю.И., Зирка С.Е., Маркетос Ф., Мозес А. Моделирование динамического перемагничивания нетекстурованных электротехнических сталей // Технічна електродинаміка. – 2006. – № 3. – С. 3–8.
3. Розенблат М.А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. – Москва: Наука, 1974. – 768 с.
4. Bertotti G. Hysteresis in magnetism. – San Diego: Academic Press, 1998. – 558 p.
5. Dlala E. A Simplified iron loss model for laminated magnetic cores // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – № 11. – Pp. 3169–3172.
6. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 1986. – Vol. 61. – Pp. 48–60.
7. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J., Jiles D.C. Measurement and modeling of B-H loops and losses of high silicon non-oriented steels // IEEE Transactions on Magnetics. – 2006. – Vol. 42. – № 10. – Pp. 3177–3179.
8. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J., Jiles D.C., Matsuo T. Generalization of the classical method for calculating dynamic hysteresis loops in grain-oriented electrical steels // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – № 9. – Pp. 2113–2126.
9. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J. Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials // IEEE Transactions on Magnetics. – 2006. – Vol. 42. – № 9. – Pp. 2121–2132.
10. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J. Congruency-based hysteresis models for transient simulations // IEEE Transactions on Magnetics. – 2004. – Vol. 40. – № 2. – Pp. 390–399.
11. Zurek S., Meydan T., Marketos P., Moses A.J. Use of novel adaptive digital feedback for magnetic measurements under controlled magnetizing conditions // IEEE Transactions on Magnetics. – 2005. – Vol. 41. – № 11. – Pp. 4242–4249.

УДК 530.152.15

### МОДЕЛЬ ПЕРЕМАГНІЧУВАННЯ ІЗОТРОПНОЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНОЇ СТАЛІ У ПЕРЕХІДНОМУ РЕЖИМІ

С.Є.Зірка, докт.техн.наук, Ю.І.Мороз, канд.техн.наук, О.Ю.Мороз,  
Дніпропетровський національний університет ім. Олесь Гончара,  
пр. Гагаріна, 72, Дніпропетровськ, 49010, Україна.

*Запропоновано спрощену модель провідного ферромагнітного листа, призначену для опису процесу перемагничування ізотропних електротехнічних сталей. Підвищення якості моделі досягнуто шляхом визначення вихрострумової складової магнітного поля на поверхні листа методом Вольмана і Кадена, що описує динамічне перемагничування матеріалу з прямокутною петлею гістерезису. Запропоновано алгоритм налаштування моделі і проведено порівняння результатів розрахунку з експериментом. Бібл. 11, рис. 8.*

**Ключові слова:** магнітний гістерезис, вихрові струми, додаткові втрати енергії, електротехнічна сталь.

### MODEL OF ISOTROPIC ELECTRICAL STEEL DURING MAGNETIZATION TRANSIENTS

S.E.Zirka, Yu.I.Moroz, O.Yu.Moroz,  
Oles Honchar Dnipropetrovsk National University,  
72 Gagarin ave., Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine.

*A simplified model of conducting ferromagnetic sheet, which describes magnetization of isotropic electrical steels is proposed. The model improvement is achieved by determination of eddy current component of the magnetic field at the sheet surface with the method by Wolman and Kaden, which describes dynamic magnetization of the material with rectangular hysteresis loop. An algorithm of model fitting is proposed, and a comparison of calculated and experimental results has been carried out. References 11, figures 8.*

**Key words:** magnetic hysteresis, eddy currents, excess losses, electrical steel.

1. Zirka S.E., Moroz Yu.I. Algorithms of the hysteresis modeling in the magnetodynamic problems // Tekhnichna elektrodynamika. – 2002. – № 5. – Pp. 7–13. (Rus)
2. Moroz Yu.I., Zirka S.E., Marketos P., Moses A. Modeling of dynamic magnetization of non-oriented electrical steels // Tekhnichna elektrodynamika. – 2006. – № 3. – Pp. 3–8. (Rus)
3. Rozenblat M.A. Magnetic elements of automatic devices and computers. – Moskva: Nauka, 1974. – 768 p. (Rus)
4. Bertotti G. Hysteresis in magnetism. – San Diego: Academic Press, 1998. – 558 p.
5. Dlala E. A Simplified iron loss model for laminated magnetic cores // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – № 11. – Pp. 3169–3172.
6. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis // Journal of Magnetism and Magnetic Materials – 1986. – Vol. 61. – Pp. 48–60.
7. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J., Jiles D.C. Measurement and modeling of B-H loops and losses of high silicon non-oriented steels // IEEE Transactions on Magnetics. – 2006. – Vol. 42. – № 10. – Pp. 3177–3179.
8. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J., Jiles D.C., Matsuo T. Generalization of the classical method for calculating dynamic hysteresis loops in grain-oriented electrical steels // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – № 9. – Pp. 2113–2126.
9. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J. Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials // IEEE Transactions on Magnetics. – 2006. – Vol. 42. – № 9. – Pp. 2121–2132.
10. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J. Congruency-based hysteresis models for transient simulations // IEEE Transactions on Magnetics. – 2004. – Vol. 40. – № 2. – Pp. 390–399.
11. Zurek S., Meydan T., Marketos P., Moses A.J. Use of novel adaptive digital feedback for magnetic measurements under controlled magnetizing conditions // IEEE Transactions on Magnetics. – 2005. – Vol. 41. – № 11. – Pp. 4242–4249.

Надійшла 19.12.2011

Received 19.12.2011