

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОМЕРЕЖІ ДІЛЬНИЦІ ШАХТИ У ЗМІННИХ СТАНУ

**В.Ф.Сивокобиленко**, докт.техн.наук, **С.В.Василець**, канд.техн.наук  
Донецький національний технічний університет,  
вул. Артема, 58, Донецьк, 83001, Україна.

Обґрунтовано математичну модель електромережі дільниці вугільної шахти з використанням метода змінних стану, яка дозволяє аналізувати перехідні процеси при комутаціях силових приєднань з асинхронними двигунами, виникненні аварійних режимів. Модель реалізовано у вигляді прикладної комп'ютерної програми з графічним інтерфейсом, що дозволяє спростити задавання структури та параметрів конкретної дільничної мережі, виконувати розрахунок коефіцієнтів та чисельне розв'язання матричного диференційного рівняння стану системи. Бібл. 9, рис. 2.

**Ключові слова:** математична модель, матриця, змінна стану, асинхронний двигун, диференційне рівняння, дільниця шахти, електромережа.

**Актуальність проблеми та її зв'язок з прикладними задачами.** Підвищення енергооснащеності вугледобувних дільниць шахт, збільшення рівня напруги живлення до 3 кВ, застосування вибухозахищених трансформаторних підстанцій та електродвигунів підвищеної одиничної потужності вимагає більш точного розрахунку перехідних процесів при запуску та відключеніні двигунів, виникненні двох та трьохфазних коротких замикань, замикань на землю (витоків струму на землю) та інших аварійних режимів. Аналітичні залежності, що використовуються сьогодні [2], через недостатню точність можуть слугувати тільки для приблизного вибору електрообладнання. Для зменшення похибок розрахунків та для аналізу перехідних процесів доцільно використати математичне моделювання електромережі дільниці шахти, що передбачає формування диференційних рівнянь відносно змінних стану (струмів індуктивних хорд та напруг емнісних ребер графа схеми заміщення мережі) з їхнім подальшим розв'язанням чисельними методами [3, 7]. Враховуючи підвищення показників надійності, економічної ефективності та безпеки експлуатації [8] вугледобувних машин і механізмів при раціональному виборі електрообладнання та уставок спрацьовування захисних апаратів на основі уточненої інформації щодо штатних та аварійних режимів роботи, задача розробки математичної моделі електромережі дільниці шахти є актуальною.

**Відомі дослідження та публікації.** Математичну модель енергосистеми, що живить двигунне навантаження, можна подати як сукупність моделей статичної частини електромережі (трансформатори, кабелі, комутаційні апарати, кола апаратів захисту та ін.) та електричних машин, що обертаються [5, 6]. В першому випадку найбільш ефективно може бути запрограмований метод змінних стану, коли диференційні рівняння системи довільної топології формуються відносно струмів індуктивних елементів та напруг емностей. При моделюванні двигунного навантаження доцільно використовувати відомі математичні моделі електричних машин, що обертаються [4, 9].

**Постановка задачі.** Розробка математичної моделі електромережі дільниці шахти з використанням методу змінних стану та її реалізація у вигляді прикладної комп'ютерної програми.

**Основний матеріал та результати дослідження.** Приймемо наступні припущення: 1) ЕРС, що наводяться у фазах вторинної обмотки дільничної трансформаторної підстанції (схема заміщення та умовне графічне позначення якої показано на рис. 1, a), є симетричними; 2) комутаціям відповідає дискретна зміна величин активного опору комутаційних апаратів (автоматичного вимикача на виході підстанції – рис. 1, a; контактора рудникового пускача або автоматичного вимикача у вибухобезпечному виконанні – рис. 1, b) при незмінній схемі заміщення; 3) силові кабелі розглядаються як елементи із зосередженими параметрами, а емність міжфазної ізоляції не враховується (рис. 1, c); 4) асинхронні двигуни представляються трифазними керованими системами напруг статора (лінійні напруги статора знімаються з резисторів  $R'_{AB}$  та  $R'_{BC}$  [1], опір кожного з яких становить 1 МОм), джерелами струму  $I_{yA}$ – $I_{yC}$ , причому врахування вихідного опору останніх резисторами  $R_{yA}$ – $R_{yC}$  (з опорами 1 МОм кожний) дозволяє виключити особливості графа у вигляді перетинів, що містять лише джерела струму (рис. 1, d); 5) розглядається випадок з'єднання обмотки статора симетричного асинхронного дви-

гуна за схемою «зірка» з ізольованою нейтраллю; б) параметри схеми заміщення асинхронного двигуна приймаються сталими при зміні режимів роботи.

Загальна схема заміщення дільничної електромережі шахти компонується зі схем заміщення окремих елементів. Дерево та доповнення дерева графа для загальної схеми заміщення мережі, а також матриця інциденцій формуються згідно з відомими принципами [3]. З матриці інциденцій можна отримати матрицю головних перетинів  $\bar{F}_1$ , причому кількість рядків останньої дорівнює кількості ребер графа (до яких належать керовані  $U_y$  та незалежні  $U$  джерела напруги, ємнісні  $C_p$ , активні  $R_p$  та індуктивні  $L_p$  ребра), а кількість стовпчиків відповідає кількості хорд (останні включають ємнісні  $C_x$ , активні  $R_x$ , індуктивні  $L_x$  хорди, керовані  $I_y$  та незалежні  $I$  джерела струму)

$$\begin{array}{cccccc} C_x & R_x & L_x & I & I_y \\ \hline U_y & \bar{F}_2 & \bar{F}_3 & \bar{F}_4 & \bar{F}_5 & \bar{F}_6 \\ U & \bar{F}_7 & \bar{F}_8 & \bar{F}_9 & \bar{F}_{10} & \bar{F}_{11} \\ \bar{F}_1 = C_p & \bar{F}_{12} & \bar{F}_{13} & \bar{F}_{14} & \bar{F}_{15} & \bar{F}_{16} \\ R_p & \bar{F}_{17} & \bar{F}_{18} & \bar{F}_{19} & \bar{F}_{20} & \bar{F}_{21} \\ L_p & \bar{F}_{22} & \bar{F}_{23} & \bar{F}_{24} & \bar{F}_{25} & \bar{F}_{26} \end{array}, \quad (1)$$

де  $\bar{F}_2 - \bar{F}_{26}$  – компонентні матриці, причому  $\bar{F}_2 = \bar{F}_7 = \bar{F}_{17} = \bar{F}_{22} = \bar{F}_{23} = \bar{F}_{25} = \bar{F}_{26} = \bar{0}$  через припущення про відсутність відповідних особливостей графа [3].

Рівняння резистивних елементів згідно з законом Ома наступне:

$$\bar{I}_{pe3} = \bar{B}_1 \cdot \bar{X} + \bar{B}_2 \cdot \bar{X}_{uu} + \bar{B}_3 \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (2)$$

де  $\bar{X} = [\bar{U}_{C_p} \quad \bar{I}_{L_x}]^T$  – вектор змінних стану  $RLC$ -кола;  $\bar{X}_{uu} = [\bar{U} \quad \bar{I}]^T$ ,  $\bar{X}_{yu} = [\bar{U}_{yu} \quad \bar{I}_{yu}]^T$  – вектори незалежних та керованих джерел живлення відповідно;  $\bar{I}_{pe3} = [\bar{I}_{R_p} \quad \bar{I}_{R_x}]^T$  – вектор струмів резистивних елементів;  $\bar{B}_1 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \bar{B}_{11}$ ,  $\bar{B}_2 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \bar{B}_{12}$ ;  $\bar{B}_3 = \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \bar{B}_{13}$  – матричні коефіцієнти, причому

$$\bar{A}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{F}_{18} \\ -\bar{F}_{18}^T \cdot \bar{R}_p & \bar{R}_x \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{19} \\ \bar{F}_{13}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{20} \\ \bar{F}_8^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{13} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{21} \\ \bar{F}_3^T & \bar{0} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Диференційне рівняння стану  $RLC$ -кола у матричній формі наступне:

$$\bar{A}_{22} \frac{d}{dt} \bar{X} = \bar{A}_{21} \cdot \bar{I}_{pe3} + \bar{B}_{21} \cdot \bar{X} + \bar{B}_{22} \cdot \bar{X}_{uu} + \bar{B}_{23} \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (4)$$

де матричні коефіцієнти дорівнюють

$$\bar{A}_{22} = diag\{\bar{C}_p + \bar{F}_{12} \cdot \bar{C}_x \cdot \bar{F}_{12}^T \quad \bar{L}_x + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{L}_p \cdot \bar{F}_{24}\}; \quad (5)$$

$$\bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{13} \\ \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{21} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{14} \\ \bar{F}_{14}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{22} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{15} \\ \bar{F}_9^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{23} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{16} \\ \bar{F}_4^T & \bar{0} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

З урахуванням (2) диференційне рівняння стану  $RLC$ -кола (4) має вигляд

$$d/dt(\bar{X}) = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{uu} + \bar{A}_3 \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (7)$$

де  $\bar{A}_1 = \bar{A}_{22}^{-1} \cdot (\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_1 + \bar{B}_{21})$ ;  $\bar{A}_2 = \bar{A}_{22}^{-1} \cdot (\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_2 + \bar{B}_{22})$ ;  $\bar{A}_3 = \bar{A}_{22}^{-1} \cdot (\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_3 + \bar{B}_{23})$ .  $(8)$

Матричне диференційне рівняння, що описує електричні та механічні переходні процеси в симетричному асинхронному двигуні без насичення [4, 9], у системі координат  $\alpha\beta$  має вигляд

$$\frac{d}{dt} \bar{\Psi}_{\alpha\beta} = \bar{M}_1 \cdot \bar{\Psi}_{\alpha\beta} + \bar{S}_{\alpha\beta} + \bar{U}_{\alpha\beta}, \quad (9)$$

де  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta} = [\Psi_{sa} \quad \Psi_{s\beta} \quad \Psi_{ra} \quad \Psi_{r\beta} \quad \omega]^T$  – вектор потокозчеплень та частоти обертання двигуна;  $\bar{U}_{\alpha\beta} = [u_{sa} \quad u_{s\beta} \quad 0 \quad 0]^T$  – вектор напруг на статорі та роторі;  $\bar{S}_{\alpha\beta}$  – вектор-функція спадів напруг від змінних стану, яка визначається наступним чином:

$$\bar{S}_{\alpha\beta} = \left[ 0 \quad 0 \quad -\omega \Psi_{r\beta} \quad \omega \Psi_{ra} \quad \frac{3L_m}{2J} (i_{ra} i_{s\beta} - i_{r\beta} i_{sa}) - \frac{M_c(\omega)}{J} \right]^T; \quad (10)$$

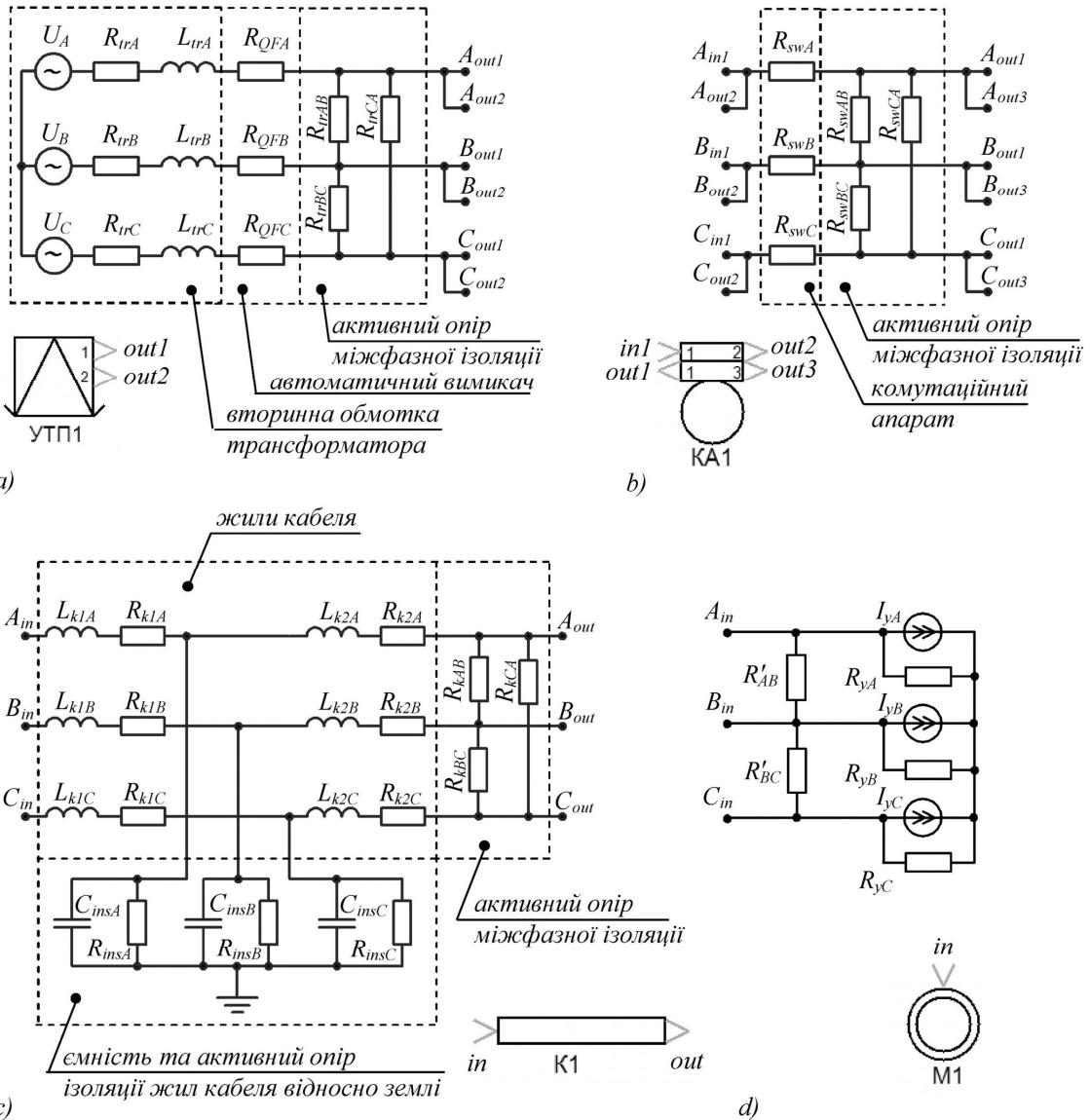


Рис. 1

$\bar{M}_1$  – матричний коефіцієнт, що залежить від параметрів  $T$ -подібної схеми заміщення асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором [4]

$$\bar{M}_1 = \begin{bmatrix} -R_s a_1 & 0 & R_s a_2 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s a_1 & 0 & R_s a_2 & 0 \\ R_r a_2 & 0 & -R_r a_3 & 0 & 0 \\ 0 & R_r a_2 & 0 & -R_r a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

причому  $a_1 = L_r / (L_s L_r - L_m^2)$ ,  $a_2 = L_m / (L_s L_r - L_m^2)$ ,  $a_3 = L_s / (L_s L_r - L_m^2)$ .

Переходячи у (9) від потокозчеплень до струмів, маємо:

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{\alpha\beta} = \bar{M}_2 \cdot [\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_3 \cdot \bar{I}_{\alpha\beta} + \bar{S}_{\alpha\beta} + \bar{U}_{\alpha\beta}], \quad (12)$$

де  $\bar{I}_{\alpha\beta} = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ i_{r\alpha} \ i_{r\beta} \ \omega]^T$  – вектор струмів у системі координат  $\alpha\beta$  та частоти обертання двигуна;

$\bar{S}_{\alpha\beta} = [0 \ 0 \ s'_3 \ s'_4 \ s'_5]^T$  – вектор-функція спадів напруг від змінних стану, причому

$$s'_3 = -\omega(L_m i_{s\beta} + L_r i_{r\beta}), \quad s'_4 = \omega(L_m i_{s\alpha} + L_r i_{r\alpha}), \quad s'_5 = \frac{3L_m}{2J}(i_{r\alpha} i_{s\beta} - i_{r\beta} i_{s\alpha}) - \frac{M_c(\omega)}{J}, \quad (13)$$

$\bar{M}_2$ ,  $\bar{M}_3$  – матричні коефіцієнти, які дорівнюють

$$\bar{M}_2 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & -a_2 & 0 \\ -a_2 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \bar{M}_3 = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m & 0 \\ L_m & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Переходячи в рівнянні (12) до фазних величин струмів та лінійних напруг статора, маємо

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{abc} = \bar{F} \cdot \bar{I}_{abc} + \bar{G} \cdot \bar{S} + \bar{H} \cdot \bar{U}_{abc}, \quad (15)$$

де  $\bar{I}_{abc} = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc} \ i_{ra} \ i_{rb} \ i_{rc} \ \omega]^T$  – вектор фазних струмів статора та ротора двигуна та частоти обертання ротора;  $\bar{U}_{abc} = [u'_{AB} \ u'_{BC}]^T$  – вектор лінійних напруг на статорі;  $\bar{G} = \bar{M}_4 \cdot \bar{M}_2$ ,  $\bar{F} = \bar{G} \cdot \bar{M}_1 \cdot \bar{M}_3 \cdot \bar{M}_5$ ,  $\bar{H} = \bar{G} \cdot \bar{M}_6$  – матричні коефіцієнти, причому

$$\bar{M}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \bar{M}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \bar{M}_6 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$\bar{S} = [0 \ 0 \ s_3 \ s_4 \ s_5]^T$  – вектор-функція спадів напруг від змінних стану двигуна, що складають вектор  $\bar{I}_{abc}$ , компоненти якої дорівнюють

$$s_3 = -\frac{\omega}{\sqrt{3}} [L_m(i_{sb} - i_{sc}) + L_r(i_{rb} - i_{rc})], \quad s_4 = \omega(L_m i_{sa} + L_r i_{ra}),$$

$$s_5 = \frac{\sqrt{3}L_m}{2J} [i_{ra}(i_{sb} - i_{sc}) - i_{sa}(i_{rb} - i_{rc})] - \frac{M_c(\omega)}{J}. \quad (17)$$

За наявності в системі  $n$  асинхронних двигунів узагальнене рівняння їхнього стану представляє собою лінійну комбінацію диференційних рівнянь типу (15):

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{el} = \bar{F}_{el} \cdot \bar{I}_{el} + \bar{G}_{el} \cdot \bar{S}_{el} + \bar{H}_{el} \cdot \bar{U}_{el}, \quad (18)$$

де  $\bar{I}_{el} = [\bar{I}_{abc_1} \ \dots \ \bar{I}_{abc_n}]^T$  – вектор струмів та частот обертання  $n$  двигунів;  $\bar{S}_{el} = [\bar{S}_1 \ \dots \ \bar{S}_n]^T$  – вектор-функція спадів напруг від змінних стану вектора  $\bar{I}_{el}$ ;  $\bar{U}_{el} = [\bar{U}_{abc_1} \ \dots \ \bar{U}_{abc_n}]^T$  – вектор лінійних напруг на статорах двигунів;  $\bar{F}_{el} = diag\{\bar{F}_1 \ \dots \ \bar{F}_n\}$ ,  $\bar{G}_{el} = diag\{\bar{G}_1 \ \dots \ \bar{G}_n\}$ ,  $\bar{H}_{el} = diag\{\bar{H}_1 \ \dots \ \bar{H}_n\}$  – матричні коефіцієнти.

Асинхронні двигуни подаються на схемі заміщення (рис. 1, d) керованими джерелами струму ( $I_{ya}=i_{sa}$ ,  $I_{yb}=i_{sb}$ ,  $I_{yc}=i_{sc}$ ), причому лінійна напруга, яка прикладається до обмоток статора, знімається з високоомних резисторів ( $u'_{AB}$  знімається з  $R'_{AB}$ ,  $u'_{BC}$  – з  $R'_{BC}$ ), що дозволяє встановити залежність між векторами лінійних напруг на статорах двигунів  $\bar{U}_{el}$  та на резистивних елементах  $\bar{U}_{rez}$ :

$$\bar{U}_{el} = \bar{G}_{12} \cdot \bar{U}_{rez}, \quad (19)$$

де  $\bar{G}_{12}$  – матриця підключення двигунів за напругою, елементи якої, що знаходяться на перетині рядка, який відповідає шуканій лінійній напрузі статора  $i$ -го двигуна ( $u'_{AB}$  або  $u'_{BC}$ ), та стовпчика, який кореспондується з напругою на відповідному резисторі схеми заміщення двигуна ( $R'_{AB}$  або  $R'_{BC}$  відповідно), дорівнюють 1, а інші елементи матриці  $\bar{G}_{12}$  є нульовими.

Для співставлення векторів струмів двигунів  $\bar{I}_{el}$ , що обраховуються згідно з рівнянням (18), та вектора струмів керованих джерел струму  $\bar{I}_{yu}$  скористаємося залежністю

$$\bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11} \cdot \bar{I}_{el}, \quad (20)$$

де  $\bar{G}_{11}$  – матриця підключення двигунів за струмом, кількість рядків якої відповідає кількості джерел струму, а кількість стовпчиків дорівнює семикратній кількості двигунів  $7n$ , оскільки розмір кожного вектора  $\bar{I}_{abc_i}$  становить 7; на перетині рядка, що відповідає джерелу струму  $I_{yA_i}$ ,  $I_{yB_i}$  або  $I_{yC_i}$   $i$ -го двигуна та стовпчика, що визначає струм відповідної фази статора цього ж двигуна ( $i_{sa_i}$ ,  $i_{sb_i}$ ,  $i_{sc_i}$ ), проставляється 1, інші елементи дорівнюють нулю.

Використання залежностей (19) та (20) дає змогу об'єднати диференційні рівняння стану  $RLC$ -кола (7) та асинхронних двигунів (18) в єдине диференційне рівняння стану дільничної електромережі. Для цього запишемо залежність (19) з використанням рівняння (2)

$$\bar{U}_{el} = \bar{G}_{15} \cdot \bar{X} + \bar{G}_{16} \cdot \bar{X}_{uu} + \bar{G}_{17} \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (21)$$

де  $\bar{G}_{15} = \bar{G}_{14} \cdot \bar{B}_1$ ,  $\bar{G}_{16} = \bar{G}_{14} \cdot \bar{B}_2$ ,  $\bar{G}_{17} = \bar{G}_{14} \cdot \bar{B}_3$ ,  $\bar{G}_{14} = \bar{G}_{12} \cdot \bar{R}$  – матричні коефіцієнти;  $\bar{R} = diag\{\bar{R}_p \quad \bar{R}_x\}$  – матриця активних опорів схеми заміщення мережі.

Приймемо припущення про відсутність у  $RLC$ -колі керованих джерел напруги, тоді виконується залежність

$$\bar{X}_{yu} = \bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11} \cdot \bar{I}_{el}. \quad (22)$$

Врахувавши у рівнянні (18) залежності (21) та (22), маємо

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{el} = \bar{G}_{19} \cdot \bar{X} + \bar{G}_{23} \cdot \bar{I}_{el} + \bar{G}_{el} \cdot \bar{S}_{el} + \bar{G}_{20} \cdot \bar{X}_{uu}, \quad (23)$$

де  $\bar{G}_{19} = \bar{H}_{el} \cdot \bar{G}_{15}$ ;  $\bar{G}_{23} = \bar{F}_{el} + \bar{H}_{el} \cdot \bar{G}_{17} \cdot \bar{G}_{11}$ ;  $\bar{G}_{20} = \bar{H}_{el} \cdot \bar{G}_{16}$ .

Враховуючи у рівнянні (7) залежність (22) та позначивши  $\bar{G}_{24} = \bar{A}_3 \cdot \bar{G}_{11}$ , маємо

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{uu} + \bar{G}_{24} \cdot \bar{I}_{el}. \quad (24)$$

Об'єднаємо диференційні рівняння стану  $RLC$ -кола (24) та асинхронних двигунів (23) в єдине диференційне рівняння стану дільничної електромережі

$$\frac{d}{dt} \bar{X}_{el} = \bar{L}_1 \cdot \bar{X}_{el} + \bar{L}_2 \cdot \bar{S}_{el} + \bar{L}_3 \cdot \bar{X}_{uu} = f(\bar{X}_{el}, t), \quad (25)$$

де  $\bar{X}_{el} = [\bar{X} \quad \bar{I}_{el}]^T$  – вектор змінних стану  $RLC$ -кола та асинхронних двигунів;  $\bar{L}_1$ ,  $\bar{L}_2$ ,  $\bar{L}_3$  – матричні коефіцієнти, що визначаються параметрами та конфігурацією мережі:

$$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{G}_{24} \\ \bar{G}_{19} & \bar{G}_{23} \end{bmatrix}, \quad \bar{L}_2 = \begin{bmatrix} \bar{0} & \bar{G}_{el} \end{bmatrix}^T, \quad \bar{L}_3 = [\bar{A}_2 \quad \bar{G}_{20}]^T. \quad (26)$$

Обґрунтована математична модель реалізована в прикладній програмі MinePowerNet, що розробляється авторами. Як приклад розглянемо шахтну дільничну електромережу (рис. 2, a), для якої в момент 0 с моделюється запуск двигунів M1, M2 (моменти навантаження на валах двигунів – типу «різання», коефіцієнти завантаження відповідно становлять:  $K_{31}=0,2$  в.о.,  $K_{32}=0,8$  в.о.) та у момент 6 с відключення автоматичного вимикача KA1 розподільчого пункту. Після цього має місце груповий вибіг двигунів (рис. 2, b), під час якого M1 є генератором (потужність  $p_1<0$ ), а M2 функціонує у двигунному режимі ( $p_2>0$ ), що визначається фазовим кутом між напругою в мережі  $u$  та зондуваннями струмами відгалужень  $i_1$ ,  $i_2$ . Чисельне інтегрування матричного диференційного рівняння стану дільничної електромережі (25) проводилося методом Гіра другого порядку із застосуванням вектора Нордесіка [7], причому величина змінного кроку не перевищувала  $10^{-4}$  с, а відносна похибка метода нерухомої точки була не більшою за 0,01. Виникнення коротких замикань або витоків струму на землю в одному з елементів дільничної електромережі моделюється шляхом зміни величини відповідного опору ізоляції.

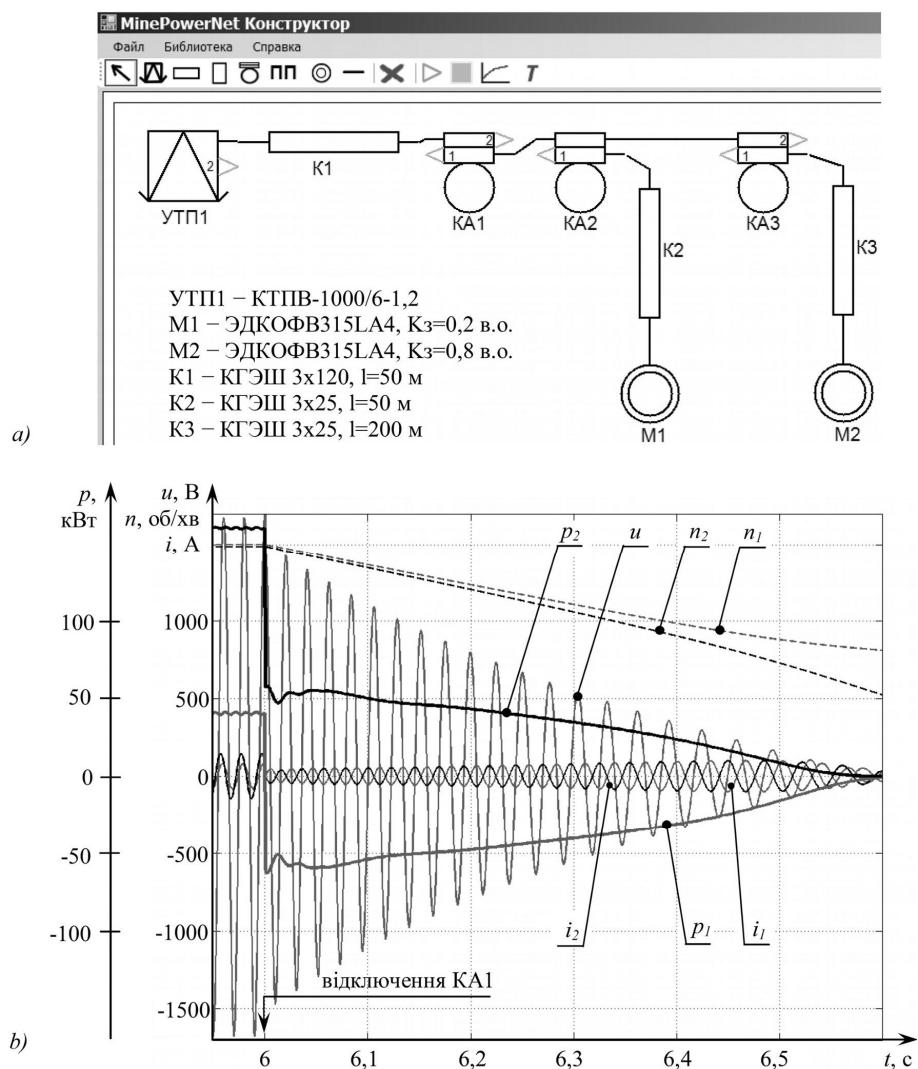


Рис. 2

**Висновки та напрямок подальших досліджень.** З використанням методу змінних стану обґрунтовано математичну модель дільничної електромережі шахти як матричне диференційне рівняння у формі Коші, права частина якого є сумою добутків матричних коефіцієнтів на вектор змінних стану, вектор-функцію від змінних стану та вектор незалежних джерел живлення. Чисельне розв'язання вказаного рівняння для електромережі конкретної конфігурації дозволяє досліджувати переходні процеси в системі при комутаціях, зміні режимних параметрів двигунів та виникненні аварійних режимів. З метою автоматизації процесів формування структури мережі, побудови матриці інциденцій, обрахування матричних коефіцієнтів, чисельного розв'язання матричного диференційного рівняння стану та видачі результатів авторами розробляється прикладна комп'ютерна програма.

У ході подальших досліджень доцільно удосконалити математичну модель асинхронного двигуна шляхом врахування насичення машини та витіснення струму в роторі, а також розширити можливості програми за рахунок аналізу переходних процесів у високовольтній частині системи електропостачання шахти.

1. Войтех А.А., Попович А.Н. Моделирование переходных процессов в полюсопереключаемых асинхронных двигателях. – Киев: Наук. думка, 1989. – 152 с.
2. Дзюбан В.С., Ширнин И.Г., Ванеев Б.Н., Гостищев В.М. Справочник энергетика угольной шахты: в 2-х томах. – Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2001.
3. Калабеков Б.А., Лапидус В.Ю., Малафеев В.М. Методы автоматизированного расчета электронных схем в технике связи. – М.: Радио и связь, 1990. – 272 с.
4. Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 744 с.

5. Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. – Львів: Вища шк., 1989. – 464 с.
6. Сивокобиленко В.Ф. Математичне моделювання в електротехніці і енергетиці: навчальний посібник. – Донецьк: РВА ДонНТУ, 2005. – 350 с.
7. Чуа Л.О., Пен-Мин Лин. Машинный анализ электронных схем. Алгоритмы и вычислительные методы. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.
8. Шкребец Ф.П., Шидловская Н.А., Дзюбан В.С., Вареник Е.А. Анализ параметров и процессов в шахтных электрических сетях. – Днепропетровск: Национальный горный университет, 2003. – 151 с.
9. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Analysis of electric machinery and drive systems. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 613 p.

УДК 621.311.001.57

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОСЕТИ УЧАСТКА ШАХТЫ В ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ**

**В.Ф.Сивокобиленко, докт.техн.наук, С.В.Василиц, канд.техн.наук**

**Донецкий национальный технический университет,**

**ул. Артема, 58, Донецк, 83001, Украина.**

*Обоснована математическая модель электросети участка угольной шахты с использованием метода переменных состояния, которая позволяет анализировать переходные процессы при коммутациях силовых присоединений с асинхронными двигателями, возникновении аварийных режимов. Модель реализована в виде прикладной компьютерной программы с графическим интерфейсом, что позволяет упростить задание структуры и параметров конкретной участковой сети, выполнять расчет коэффициентов и численное решение матричного дифференциального уравнения состояния системы. Библ. 9, рис. 2.*

**Ключевые слова:** математическая модель, матрица, переменная состояния, асинхронный двигатель, дифференциальное уравнение, участок шахты, электросеть.

### **MATHEMATICAL MODEL OF MINE SECTION POWER NETWORK IN STATE VARIABLES**

**V.F.Sivokobilenko, S.V.Vasylets**

**Donetsk National Technical University,**

**Artema str., 58, Donetsk, 83001, Ukraine.**

*The mathematical model of the mine power network was founded using the state variables method, which enables to analyse transients going with commutations of power connections, equiped by induction motors, and emergency states. The model is realized as application computer program with graphical interface, that simplifies structure and parameters definition for specified power network, coefficients of matrix differential state equation calculation and its numerical solving. References 9, figures 2.*

**Keywords:** mathematical model, matrix, state variable, induction motor, differential equation, mine section, power network.

1. Voitekh A.A., Popovich A.N. Modelling of transients in pole switching induction motors. – Kiev: Naukova dumka, 1989. – 152 p. (Rus)
2. Dziuban V.S., Shyrnin I.G., Vaneev B.N., Gostishchev V.M. Handbook for powerman of coal mine. – Donetsk: OOO “Yugo-Vostok, Ltd”, 2001. (Rus)
3. Kalabekov B.A., Lapidus V.Yu., Malafeev V.M. Methods of automatized computation of electronic schemes in communication engineering: book for universities. – Moskva: Radio i sviaz, 1990. – 272 p. (Rus)
4. Kovach K.P., Rats I. Transients in alternating current machines. – Moskva-Leningrad: Gosenergoizdat, 1963. – 744 p. (Rus)
5. Perkhach V.S. Mathematical tasks of power industry. – Lviv: Vyshcha shkola, 1989. – 464 p. (Ukr)
6. Sivokobilenko V.F. Mathematical modelling in electrical and power engineering. – Donetsk: RVA DonNTU, 2005. – 350 p. (Ukr)
7. Chua L.O., Pen-Min Lin. Computer-aided analysis of electronic circuits. Algorithms and computational approaches. – Moskva: Energiia, 1980. – 640 p. (Ukr)
8. Shkrabets F.P., Shidlovskaya N.A., Dziuban V.S., Varenik E.A. Analysis of parameters and processes in mine power networks. – Dnepropetrovsk: Natsionalnyi gornyi universitet, 2003. – 151 p. (Rus)
9. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Analysis of electric machinery and drive systems. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 613 p.

Надійшла 01.02.2012  
Received 01.02.2012