

## ПРОЦЕССЫ В RLC-ЦЕПІ СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ С УПРАВЛЯЕМЫМ РЕВЕРСИРОВАНИЕМ ЕМКОСТИ

**Н.А. Шидловская, чл.-корр. НАН України**  
**Інститут електродинаміки НАН України,**  
**пр. Победи, 56, Київ-57, 03680, Україна**

*Исследованы процессы в RLC-цепи, питаемой от источника синусоидального напряжения, в которой с помощью управляемых вентилей реверсируется емкостной элемент. Получены рекуррентные формулы, позволяющие находить напряжение на емкости и ток через индуктивность после любого количества реверсирований емкости. Рассмотрены основные режимы работы цепи (колебательный, предельный, апериодический), а также различные варианты соотношений между длительностями интервалов после четного и нечетного переключений. Приведены графики, отображающие процессы в конкретных цепях. Библ. 4, рис. 5.*

**Ключевые слова:** RLC-цепь, реверсирование, емкостной элемент

Рассмотрим процессы в RLC-цепи, питаемой от источника синусоидального напряжения (рис. 1), в которой будем реверсировать емкость с помощью идеальных управляемых вентилей (коммутаторов). Под идеальным управляемым вентилем подразумевается некий несимметричный резистивный элемент, прямое сопротивление которого в открытом состоянии равно нулю, а сопротивление в обратном направлении, а также в прямом закрытом состоянии равно бесконечности. При этом коммутация тока, протекающего через вентиль, происходит мгновенно и в заданные управляющим сигналом моменты времени. Заметим, что подобные цепи лежат в основе устройств, используемых для повышения качества электрической энергии, в частности, источников реактивной мощности [3,4].

Управление коммутатором происходит таким образом, что за период входного напряжения  $T$  происходит четыре реверсирования емкости. Пусть первое включение производится в момент времени  $t_0$ , а интервал времени между первым (в момент времени  $t_0$ ) и вторым (в момент времени  $t_1$ ) переключениями обозначим как нулевой ( $n = 0$ ). Соответственно для интервала времени между вторым (в момент  $t_1$ ) и третьим (в момент  $t_2$ ) переключениями  $n = 1$  и т.д.

При симметричном управлении процессом переключения, т.е., когда интервалы времени  $\Delta t$  между переключениями одинаковы,

$$\Delta t = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots \quad (1)$$

или

$$t_1 = t_0 + \Delta t; \quad t_2 = t_0 + 2\Delta t.$$

Если  $t_0 = 0$ , то

$$t_1 = \Delta t; \quad t_2 = 2\Delta t; \dots; t_n = (n+1)\Delta t, \quad n=0,1,2,3,\dots \quad (2)$$

Несимметричному управлению соответствуют неодинаковые интервалы времени между переключениями, то есть, будут отличаться интервалы при четном и нечетном номерах переключения ( $n$ ). Однако, сумма нечетного  $\Delta t_{\text{нч}}$  и четного  $\Delta t_{\text{ч}}$  интервалов времени в нашем случае будет равна интервалу  $2\Delta t = T/2$ .

Задача состоит в нахождении рекуррентных формул, которые позволяют описывать процессы в цепи после любого количества переключений  $n$ . Заметим, что подобная проблема для случая симметричного управления переключениями поднималась в работе [2].

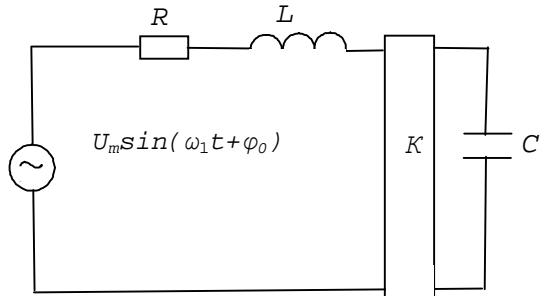


Рис. 1

Уравнение Кирхгофа для данной цепи (рис.1) имеет вид:

$$iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = U_m \sin(\omega_l t + \varphi_0), \quad (3)$$

где  $R$  – значение сопротивления цепи,  $L$  – значение индуктивности цепи,  $C$  – значение емкости цепи,  $U_m$  – максимальное значение напряжения,  $\omega_l$  – угловая частота,  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Перепишем уравнение (3) относительно заряда  $q$ , имея в виду соотношение  $i = dq/dt$ ,

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = U_m \sin(\omega_l t + \varphi_0),$$

или

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2h \frac{dq}{dt} + k^2 q = \frac{U_m}{L} \sin(\omega_l t + \varphi_0), \quad (4)$$

где  $R/L = 2h$ ;  $1/LC = k^2$ . (5)

Неоднородному дифференциальному уравнению (4) соответствует однородное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0, \quad (6)$$

характеристическое уравнение которого имеет вид:

$$\lambda^2 + 2h\lambda + k^2 = 0. \quad (7)$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения (4) будем искать в виде

$$q_{up} = (U_m / L) \alpha \sin(\omega_l t + \varphi_0 + \delta), \quad (8)$$

где  $\alpha$  – коэффициент искажения и  $\delta$  – сдвиг фаз определяются как

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{(k^2 - \omega_l^2)^2 + 4h^2 \omega_l^2}}; \quad \delta = -\arctg \frac{2h\omega_l}{k^2 - \omega_l^2}. \quad (9)$$

Решением неоднородного дифференциального уравнения (4) будет сумма общего решения однородного дифференциального уравнения (6) (сообразно корням характеристического уравнения (7)) и частного решения неоднородного дифференциального уравнения (4) [1].

Остановимся подробнее на рассмотрении трех характерных режимах работы цепи.

### 1. Колебательный режим.

В этом случае решением дифференциального уравнения (4) будет:

$$q = e^{-ht} (C_{1n} \cos pt + C_{2n} \sin pt) + (U_m / L) \alpha \sin(\omega_l t + \varphi_0 + \delta), \quad (10)$$

где  $C_{1n}$ ,  $C_{2n}$  – первая и вторая постоянные интегрирования после  $n$ -го переключения,  $p^2 = k^2 - h^2$ .

При этом, выражение для тока имеет вид:

$$i = dq/dt = e^{-ht} \left\{ -C_{1n} (h \cos pt + p \sin pt) + C_{2n} (p \cos pt - h \sin pt) \right\} + (U_m / L) \alpha \omega_l \cos(\omega_l t + \varphi_0 + \delta). \quad (11)$$

Начальные условия при первом включении описываются соотношением

$$q|_{t=t_0} = q_{\text{нач}}; \quad dq/dt|_{t=t_0} = i_{\text{нач}}. \quad (12)$$

Подставив равенства (12) в соотношения (10), (11) и введя обозначения

$$A_0 = e^{ht_0} \left\{ q_{\text{нач}} - (U_m / L) \alpha \sin(\omega_l t_0 + \varphi_0 + \delta) \right\}; \\ B_0 = e^{ht_0} \left[ \frac{i_{\text{нач}}}{p} + q_{\text{нач}} \frac{h}{p} - \frac{U_m}{L} \frac{\alpha}{p} \left\{ h \sin(\omega_l t_0 + \varphi_0 + \delta) + \omega_l \cos(\omega_l t_0 + \varphi_0 + \delta) \right\} \right], \quad (13)$$

находим

$$C_{10} = A_0 \cos pt_0 - B_0 \sin pt_0; \quad C_{20} = B_0 \cos pt_0 - A_0 \sin pt_0. \quad (14)$$

Если считать, что в начальный момент времени  $t_0 = 0$ , получим  $C_{10} = A_0$ ,  $C_{20} = B_0$  или

$$C_{10} = q_{\text{нач}} - (U_m / L) \alpha \sin(\varphi_0 + \delta), \quad C_{20} = \frac{i_{\text{нач}}}{p} + q_{\text{нач}} \frac{h}{p} - \frac{U_m}{L} \frac{\alpha}{p} \left\{ h \sin(\varphi_0 + \delta) + \omega_l \cos(\varphi_0 + \delta) \right\}. \quad (15)$$

При реверсировании емкости конфигурация цепи не меняется и, таким образом, не меняется

дифференциальное уравнение, описывающее процессы в ней, а, следовательно, и его решение.

Для случая реверсирования емкости относительно источника питания, согласно законам коммутации, начальными условиями для переключения в момент времени  $t_1$  будут

$$\begin{aligned} q|_{t=t_{1+}} &= -q|_{t=t_{1-}} = -e^{-ht_1} (C_{10} \cos pt_1 + C_{20} \sin pt_1) - \frac{U_m}{L} \alpha \sin(\omega_l t_1 + \varphi_0 + \delta), \\ \frac{dq}{dt}|_{t=t_{1+}} &= \frac{dq}{dt}|_{t=t_{1-}} = e^{-ht_1} \{ -C_{10} (h \cos pt_1 + p \sin pt_1) + C_{20} (p \cos pt_1 - h \sin pt_1) \} + \\ &\quad + (U_m / L) \alpha \omega_l \cos(\omega_l t_1 + \varphi_0 + \delta). \end{aligned} \quad (16)$$

Заряд и ток на интервале  $\overline{[t_1, t_2]}$  будут описываться соотношениями (10), (11) соответственно.

Для нахождения постоянных интегрирования  $C_{11}$ ,  $C_{21}$  введем обозначения

$$\begin{aligned} A_1 &= -(C_{10} \cos pt_1 + C_{20} \sin pt_1) - (2U_m / L) \alpha e^{ht_1} \sin(\omega_l t_1 + \varphi_0 + \delta); \\ B_1 &= -C_{10} (h \cos pt_1 + p \sin pt_1) + C_{20} (p \cos pt_1 - h \sin pt_1), \end{aligned} \quad (17)$$

с учетом которых можем записать

$$C_{11} = -\frac{B_1}{p} \sin pt_1 + A_1 \left( \cos pt_1 - \frac{h}{p} \sin pt_1 \right), \quad C_{21} = \frac{B_1}{p} \cos pt_1 + A_1 \left( \frac{h}{p} \cos pt_1 + \sin pt_1 \right). \quad (18)$$

Учитывая то, что для рассматриваемого случая на произвольном интервале времени  $\overline{[t_n, t_{n+1}]}$

после переключения в момент времени  $t_n$  начальными условиями будут

$$\begin{aligned} q|_{t=t_{n+}} &= -q|_{t=t_{n-}} = -e^{-ht_n} (C_{1,n-1} \cos pt_n + C_{2,n-1} \sin pt_n) - (U_m / L) \alpha \sin(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta), \\ (dq/dt)|_{t=t_{n+}} &= (dq/dt)|_{t=t_{n-}} = e^{-ht_n} \{ -C_{1,n-1} (h \cos pt_n + p \sin pt_n) + C_{2,n-1} (p \cos pt_n - h \sin pt_n) \} + \\ &\quad + (U_m / L) \alpha \omega_l \cos(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta), \end{aligned} \quad (19)$$

можем, введя обозначения

$$A_n = -(C_{1,n-1} \cos pt_n + C_{2,n-1} \sin pt_n) - \frac{2U_m}{L} \alpha e^{ht_n} \sin(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta); \quad (20)$$

$$B_n = -C_{1,n-1} (h \cos pt_n + p \sin pt_n) + C_{2,n-1} (p \cos pt_n - h \sin pt_n),$$

записать выражения для нахождения постоянных интегрирования

$$C_{1n} = -\frac{B_n}{p} \sin pt_n + A_n \left( \cos pt_n - \frac{h}{p} \sin pt_n \right), \quad C_{2n} = \frac{B_n}{p} \cos pt_n + A_n \left( \frac{h}{p} \cos pt_n + \sin pt_n \right). \quad (21)$$

При симметричном управлении соотношения (20), (21) можем переписать в виде

$$A_n = -(C_{1,n-1} \cos np\Delta t + C_{2,n-1} \sin np\Delta t) - \frac{2U_m}{L} \alpha e^{nh\Delta t} \sin(n\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta); \quad (22)$$

$$B_n = -C_{1,n-1} (h \cos np\Delta t + p \sin np\Delta t) + C_{2,n-1} (p \cos np\Delta t - h \sin np\Delta t),$$

$$\text{и } C_{1n} = -\frac{B_n}{p} \sin np\Delta t + A_n \left( \cos np\Delta t - \frac{h}{p} \sin np\Delta t \right), \quad C_{2n} = \frac{B_n}{p} \cos np\Delta t + A_n \left( \frac{h}{p} \cos np\Delta t - \sin np\Delta t \right). \quad (23)$$

Пользуясь формулами тригонометрии и выражениями (22), (23), найдем постоянные интегрирования для интервалов времени  $\overline{[t_1, t_2]}$  и  $\overline{[t_2, t_3]}$ .

Для интервала времени  $\overline{[t_1, t_2]}$

$$\begin{aligned} C_{11} &= -C_{10} \left( \cos 2p\Delta t - \frac{h}{p} \sin 2p\Delta t \right) + C_{20} \left( \frac{h}{p} - \frac{h}{p} \cos 2p\Delta t - \sin 2p\Delta t \right) - \\ &\quad - \frac{2U_m}{L} \alpha e^{h\Delta t} \sin(\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta) \left( \cos p\Delta t - \frac{h}{p} \sin p\Delta t \right), \end{aligned} \quad (24)$$

$$C_{21} = -C_{10} \left( \frac{h}{p} + \frac{h}{p} \cos 2p\Delta t + \sin 2p\Delta t \right) + C_{20} \left( \cos 2p\Delta t - \frac{h}{p} \sin 2p\Delta t \right) - \frac{2U_m}{L} \alpha e^{h\Delta t} \sin(\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta) \left( \frac{h}{p} \cos p\Delta t + \sin p\Delta t \right).$$

Для интервала времени  $\overline{[t_2, t_3]}$

$$\begin{aligned} C_{12} &= C_{10} \left\{ -\frac{h^2}{p^2} (1 - \cos 4p\Delta t) - \frac{h}{p} (\sin 2p\Delta t - \sin 4p\Delta t) + \cos 2p\Delta t \right\} + \\ &+ C_{20} \left\{ -\frac{h^2}{p^2} (2 \sin 2p\Delta t - \sin 4p\Delta t) + \frac{h}{p} (\cos 2p\Delta t - \cos 4p\Delta t) - \sin 2p\Delta t \right\} - \\ &- \frac{2U_m}{L} \alpha e^{h\Delta t} \sin(\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta) \left\{ \frac{h^2}{p^2} (\cos p\Delta t - \cos 3p\Delta t) + \frac{h}{p} \sin p\Delta t - \cos 3p\Delta t \right\} - \\ &- \frac{2U_m}{L} \alpha e^{2h\Delta t} \sin(2\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta) \left( \cos 2p\Delta t - \frac{h}{p} \sin 2p\Delta t \right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} C_{22} &= C_{10} \left\{ \frac{h^2}{p^2} \sin 4p\Delta t + \frac{h}{p} (\cos 2p\Delta t - \cos 4p\Delta t) + \sin 2p\Delta t \right\} + \\ &+ C_{20} \left\{ -\frac{h^2}{p^2} (1 - 2 \cos 2p\Delta t + \cos 4p\Delta t) + \frac{h}{p} (\sin 2p\Delta t - \sin 4p\Delta t) + \cos 2p\Delta t \right\} - \\ &- \frac{2U_m}{L} \alpha e^{h\Delta t} \sin(\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta) \left\{ \frac{h^2}{p^2} (\sin p\Delta t - \sin 3p\Delta t) - \frac{h}{p} \cos p\Delta t - \sin 3p\Delta t \right\} - \\ &- \frac{2U_m}{L} \alpha e^{2h\Delta t} \sin(2\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta) \left( \frac{h}{p} \cos 2p\Delta t + \sin 2p\Delta t \right). \end{aligned}$$

Таким образом, соотношения (24), (25) позволяют для случая симметричного управления определить постоянные интегрирования для интервалов  $\overline{[t_1, t_2]}$  и  $\overline{[t_2, t_3]}$ , соответственно, непосредственно через постоянные интегрирования  $C_{10}$ ,  $C_{20}$ .

## 2. Апериодический режим.

При апериодическом режиме решение дифференциального уравнения (4) имеет вид

$$q = C_{1n} e^{\lambda_1 t} + C_{2n} e^{\lambda_2 t} + (U_m / L) \alpha \sin(\omega_l t + \varphi_0 + \delta), \quad (26)$$

$$\text{а} \quad dq/dt = \lambda_1 C_{1n} e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_{2n} e^{\lambda_2 t} + (U_m / L) \alpha \omega_l \cos(\omega_l t + \varphi_0 + \delta), \quad (27)$$

где  $\lambda_{1,2} = -h \pm jp$  и  $p^2 = h^2 - k^2$ .

Начальные условия при первом включении определяются соотношениями (12). Принимая это во внимание, с учетом обозначений

$$A_0 = q_{\text{нач}} - (U_m / L) \alpha \sin(\varphi_0 + \delta), \quad B_0 = i_{\text{нач}} - (U_m / L) \alpha \omega_l \cos(\varphi_0 + \delta), \quad (28)$$

находим

$$C_{10} = B_0 / 2p - A_0 \lambda_2 / 2p, \quad C_{20} = -B_0 / 2p + A_0 \lambda_1 / 2p. \quad (29)$$

При реверсировании емкости начальные условия для произвольного интервала  $\overline{[t_n, t_{n+1}]}$  имеют вид

$$\begin{aligned} q|_{t=t_{n+}} &= -q|_{t=t_{n-}} = -C_{1,n-1} e^{\lambda_1 t_n} - C_{2,n-1} e^{\lambda_2 t_n} - (U_m / L) \alpha \sin(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta); \\ dq/dt|_{t=t_{n+}} &= dq/dt|_{t=t_{n-}} = \lambda_1 C_{1,n-1} e^{\lambda_1 t_n} + \lambda_2 C_{2,n-1} e^{\lambda_2 t_n} + \frac{U_m}{L} \alpha \omega_l \cos(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta). \end{aligned} \quad (30)$$

Введем обозначения

$$A_n = -C_{1,n-1}e^{\lambda_1 t_n} - C_{2,n-1}e^{\lambda_2 t_n} - (2U_m/L)\alpha \sin(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta); \quad B_n = \lambda_1 C_{1,n-1}e^{\lambda_1 t_n} + \lambda_2 C_{2,n-1}e^{\lambda_2 t_n} \quad (31)$$

и с их помощью найдем выражения для постоянных интегрирования на произвольном интервале между переключениями  $\overline{[t_n, t_{n+1}]}$

$$C_{1n} = e^{-\lambda_1 t_n} \{B_n/2p - A_n \lambda_2/2p\}, \quad C_{2n} = e^{-\lambda_2 t_n} \{-B_n/2p + A_n \lambda_1/2p\}. \quad (32)$$

При симметричном управлении переключениями соотношения (31), (32) преобразуются к виду, соответственно

$$A_n = -C_{1,n-1}e^{n\lambda_1 \Delta t} - C_{2,n-1}e^{n\lambda_2 \Delta t} - (2U_m/L)\alpha \sin(n\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta), \quad B_n = \lambda_1 C_{1,n-1}e^{n\lambda_1 \Delta t} + \lambda_2 C_{2,n-1}e^{n\lambda_2 \Delta t}; \quad (33)$$

и  $C_{1n} = e^{-n\lambda_1 \Delta t} \{B_n/2p - A_n \lambda_2/2p\}, \quad C_{2n} = e^{-n\lambda_2 \Delta t} \{-B_n/2p + A_n \lambda_1/2p\}.$  (34)

## 2. Предельный случай критического затухания.

Этот случай имеет место при равенстве корней характеристического уравнения, а решение дифференциального уравнения (4) записывается следующим образом

$$q = e^{-ht} (C_{1n} + C_{2n}t) + (U_m/L)\alpha \sin(\omega_l t + \varphi_0 + \delta). \quad (35)$$

Продифференцировав (35), имеем:

$$dq/dt = -e^{-ht} (C_{1n}h + C_{2n}(ht - 1)) + (U_m/L)\alpha \omega_l \cos(\omega_l t + \varphi_0 + \delta). \quad (36)$$

С учетом начальных условий (12) находим постоянные интегрирования для первоначального включения

$$C_{10} = q_{\text{нач}} - (U_m/L)\alpha \sin(\varphi_0 + \delta); \quad C_{20} = q_{\text{нач}}h + i_{\text{нач}} - (U_m/L)\alpha \{h \sin(\varphi_0 + \delta) + \omega_l \cos(\varphi_0 + \delta)\}. \quad (37)$$

Если реверсируется емкость, то начальные условия для произвольного интервала  $\overline{[t_n, t_{n+1}]}$  принимают вид

$$\begin{aligned} q\Big|_{t=t_{n+}} &= -q\Big|_{t=t_{n-}} = -e^{-ht_n} (C_{1,n-1} + C_{2,n-1}t_n) - \frac{U_m}{L}\alpha \sin(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta); \\ \frac{dq}{dt}\Big|_{t=t_{n+}} &= \frac{dq}{dt}\Big|_{t=t_{n-}} = -e^{-ht_n} (C_{1,n-1}h + C_{2,n-1}(ht_n - 1)) + \frac{U_m}{L}\alpha \omega_l \cos(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta). \end{aligned} \quad (38)$$

Обозначим

$$A_n = -(C_{1,n-1} + C_{2,n-1}t_n) - e^{-ht_n} \frac{2U_m}{L}\alpha \sin(\omega_l t_n + \varphi_0 + \delta); \quad B_n = C_{1,n-1}h + C_{2,n-1}(ht_n - 1). \quad (39)$$

После алгебраических преобразований находим выражения для постоянных интегрирования

$$C_{1n} = B_n t_n - A_n(ht_n - 1), \quad C_{2n} = -B_n + A_n h. \quad (40)$$

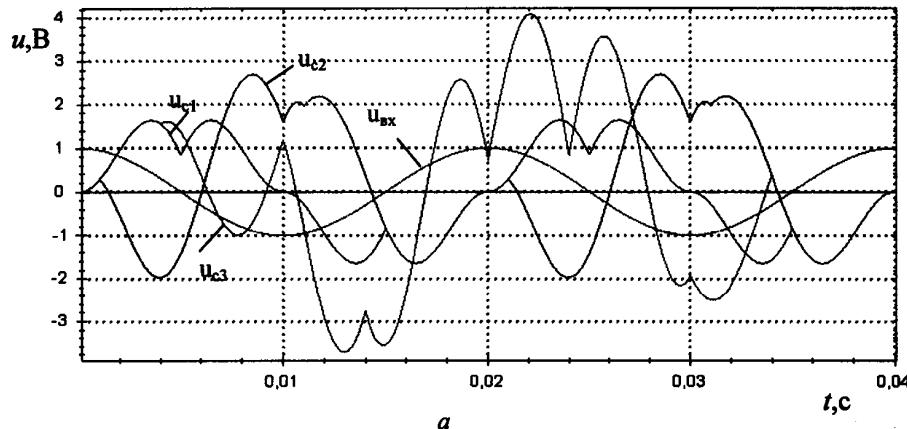
Если управление переключениями симметрично, формула (39) преобразуется в

$$A_n = -(C_{1,n-1} + C_{2,n-1}n\Delta t) - e^{nh\Delta t} \frac{2U_m}{L}\alpha \sin(n\omega_l \Delta t + \varphi_0 + \delta); \quad B_n = C_{1,n-1}h + C_{2,n-1}(nh\Delta t - 1), \quad (41)$$

а выражения (40) в

$$C_{1n} = B_n n\Delta t - A_n(nh\Delta t - 1), \quad C_{2n} = -B_n + A_n h. \quad (42)$$

На рис. 2–5 показаны кривые для напряжения на емкости и тока в индуктивности для различных значений добротности  $Q$  цепи, что соответствует колебательному (рис. 2), предельному (рис. 3) и апериодическому (рис. 4, 5) режимам и отличающихся интервалов между переключениями. Заметим, что при построении кривых учитывалось то обстоятельство, что напряжение на конденсаторе рассматривается после коммутатора. Рассмотрены случаи симметричного управления переключениями,  $\Delta t_{\text{нq}} = \Delta t_q = T/4 = 0,005$  с (кривые  $u_{C1}, i_{L1}$ ), случай, когда интервалы между переключениями значительно отличаются друг от друга  $\Delta t_{\text{нq}} = 0,001$  с,  $\Delta t_q = 0,009$  с (кривые  $u_{C2}, i_{L2}$ ) и когда их отличие незначительно  $\Delta t_{\text{нq}} = 0,004$  с,  $\Delta t_q = 0,006$  с (кривые  $u_{C3}, i_{L3}$ ).



*a*

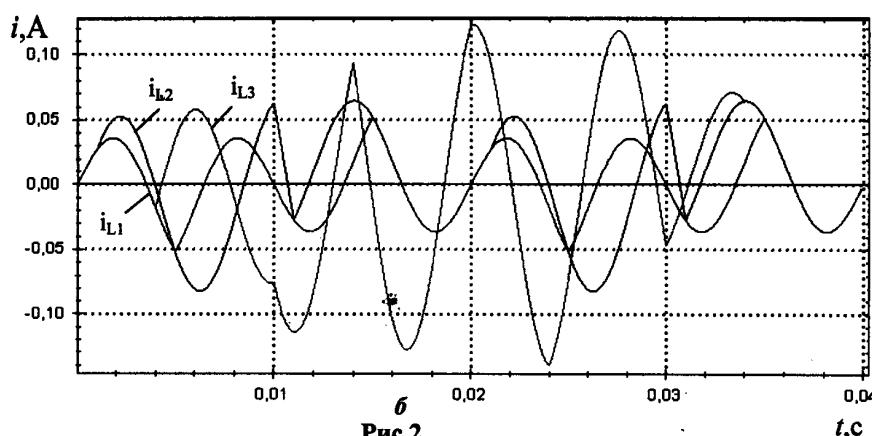
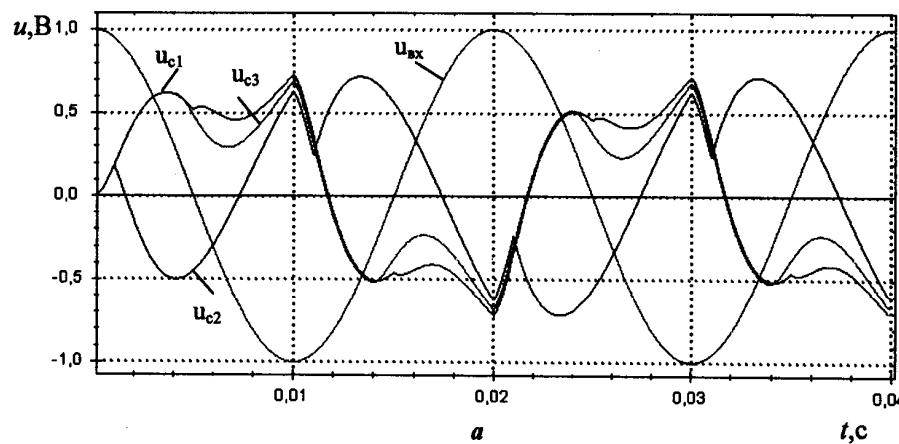


Рис.2

$R=0 \text{ Ом}$   
 $L=0,03242 \text{ Гн}$   
 $C=5*10^{-5} \Phi$   
 $U_m=1 \text{ В}$   
 $\omega_1=100\pi$   
 $\phi_0=\pi/2$   
 $i_{\text{ нач}}=0 \text{ А}$   
 $q_{\text{ нач}}=0 \text{ КЛ}$   
 $Q=\infty$



*a*

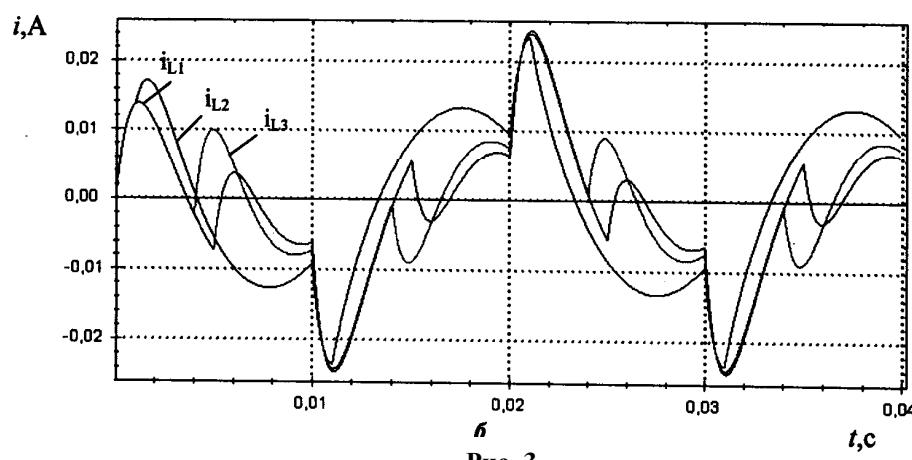
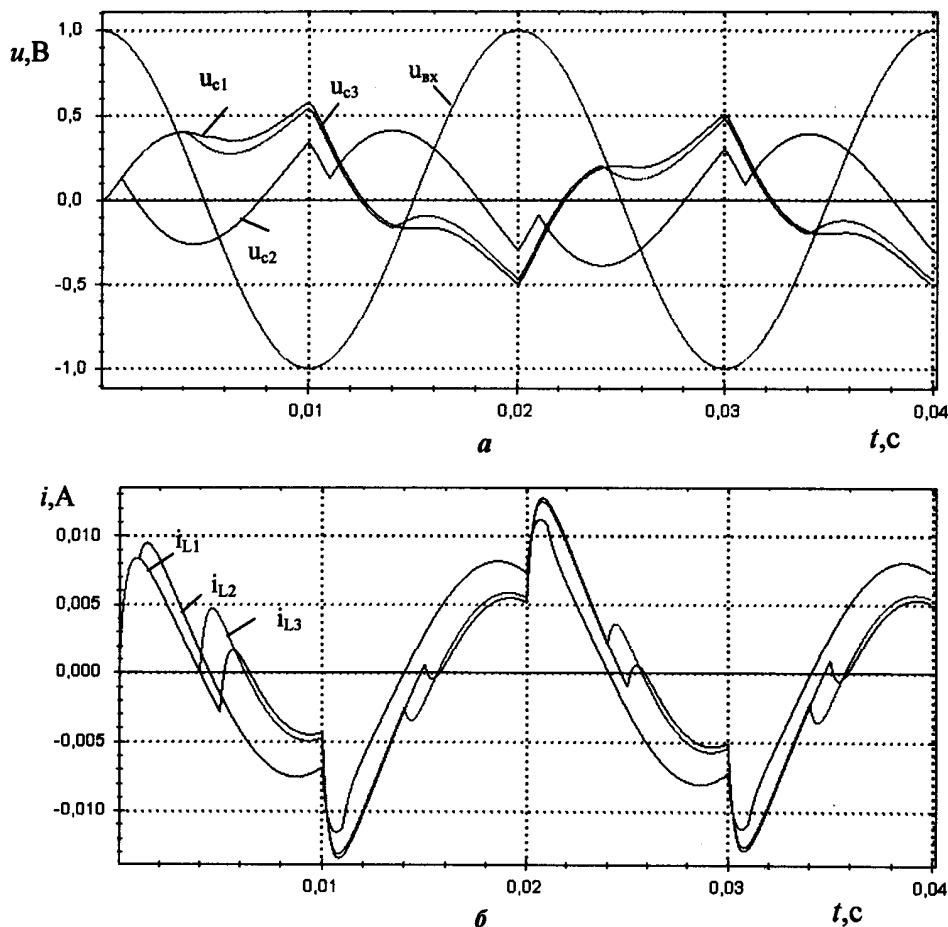
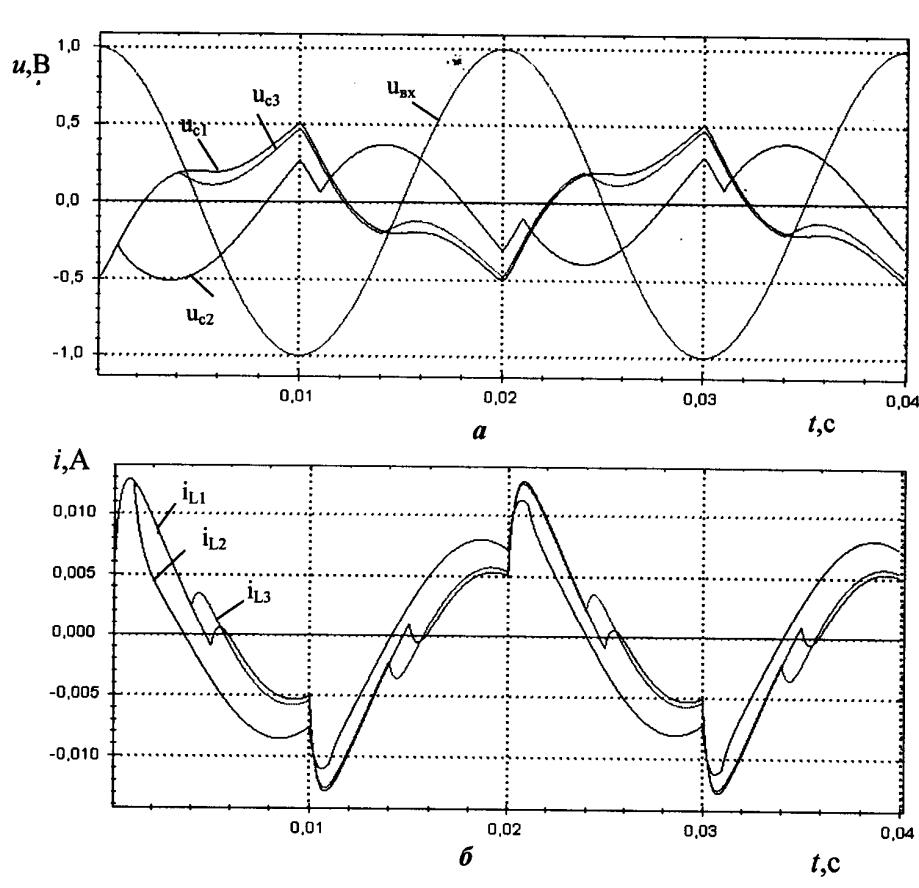


Рис. 3

$R=50,9296 \text{ Ом}$   
 $L=0,03242 \text{ Гн}$   
 $C=5*10^{-5} \Phi$   
 $U_m=1 \text{ В}$   
 $\omega_1=100\pi$   
 $\phi_0=\pi/2$   
 $i_{\text{ нач}}=0 \text{ А}$   
 $q_{\text{ нач}}=0 \text{ КЛ}$   
 $Q=0,5$



$R=101,859 \text{ Ом}$   
 $L=0,03242 \text{ Гн}$   
 $C=5*10^{-5} \Phi$   
 $U_m=1 \text{ В}$   
 $\omega_1=100\pi$   
 $\phi_0=\pi/2$   
 $q_{\text{нач}}=0 \text{ Кл}$   
 $i_{\text{нач}}=0 \text{ А}$   
 $Q=0,25$



$R=101,859 \text{ Ом}$   
 $L=0,03242 \text{ Гн}$   
 $C=5*10^{-5} \Phi$   
 $U_m=1 \text{ В}$   
 $\omega_1=100\pi$   
 $\phi_0=\pi/2$   
 $q_{\text{нач}}=-2,5359*10^{-5} \text{ Кл}$   
 $i_{\text{нач}}=0,00506 \text{ А}$   
 $Q=0,25$

Для апериодического режима рассмотрены варианты нулевых (рис. 4) и ненулевых (рис. 5) начальных условий. Для наглядности на рисунках показана кривая питающего напряжения  $u_{\text{пит}}$ . Из рисунков видно, что при выбранном количестве переключений за период  $2(\Delta t_{hu} + \Delta t_u) = T$  процесс устанавливается за один период входного сигнала. Однако, если при симметричном управлении переключениями кривые на первом после включения цепи периоде входного сигнала совпадают с кривыми на всех последующих, то при несимметричном управлении кривые на первом после включения цепи периоде входного сигнала незначительно отличаются от кривых на последующих периодах, которые идентичны от периода к периоду. Заметим также, что, в зависимости от алгоритма управления переключениями изменяется максимальное (минимальное) за период значение тока и напряжения, а также крутизна кривых при локальных экстремумах. В некоторых случаях количество локальных экстремумов при симметричном и несимметричном управлении не совпадают. Так, при  $Q=\infty$  (рис. 2, a) количество локальных экстремумов выше при несимметричном управлении переключениями, а при  $Q=0,5$  (рис. 3, a) – при симметричном.

1. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. – М.: Высшая школа 1989. – 383 с.  
*Samoilenko A.M., Krivosheia S.A., Perestuk N.A. Differential equations: examples and tasks. – Moskva: Vysshaya shkola, 1989. – 383 p. (Rus.)*
2. Федий В.С., Соболев В.Н. Электромагнитные процессы в последовательном RLC-контуре с коммутатором в цепи емкости (индуктивности) // Электричество. – 1996. – №9. – С. 67–71.  
*Fedii V.S., Sobolev V.N. Electromagnetic processes in successive RLC-circuit with the capacity circuit commutator // Elektrichestvo. – 1996. – №9. – P. 67–71. (Rus.)*
3. Федий В.С., Чередниченко С.Л. Регулировочные характеристики однофазного вентильно-конденсаторного источника реактивной мощности с частотным регулированием // Техн. электродинамика. – 1993. – №6. – С. 33–39.  
*Fedii V.S., Cherednichenko S.L. Regulating characteristics of the reactive power single-phase valve-capacity source with control frequency // Tekhnicheskaiia elektrodinamika. – 1993. – №6. – P.33–39. (Rus.)*
4. Шидловский А.К., Федий В.С. Частотно-регулируемые источники реактивной мощности. – К.: Наукова думка, 1980. – 304 с.  
*Shidlovskii A.K., Fedii V.S. Frequency regulating reactive power sources. – Kyiv: Naukova dumka, 1980. – 304 p. (Rus.)*

УДК 621.3.011.74.005

**Н.А.Шидловська**, чл.-кор. НАН України  
**Інститут електродинаміки НАН України**  
**пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна**

#### Процеси в RLC-колі синусоїдної напруги з керуванням реверсуванням ємності

Досліджено процеси в RLC-колі, що живиться від джерела синусоїдної напруги, у якому за допомогою керованих вентилів реверсується ємнісний елемент. Одержано рекурентні формули, що дозволяють знаходити напругу на ємності та струм через індуктивність після будь-якої кількості реверсувань ємності. Розглянуто основні режими роботи кола (коливальний, граничний, аперіодичний), а також різні варіанти співвідношень між тривалістю інтервалів після парного та непарного перемикань. Наведено графіки, що відображають процеси в конкретних колах. Бібл. 4, рис. 5.

**Ключові слова:** RLC-коло, реверсування, ємнісний елемент.

N.A.Shydlovska  
Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,  
Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

#### Processes in sin voltage RLC-circuit with the controlled reversing of capacity

The processes in RLC-circuit, fed by a source of sinusoidal voltage, in which a capacitive element is reversed by controlled rectifiers are analysed. The recurrence formulas were obtained to find the voltage on capacity and current through the inductance after any quantity of reversed capacity. The main modes of circuit operation (oscillatory, limiting, aperiodic) as well as different variants of correlations between interval sizes after even and odd switching are considered. Diagrams which represent the processes in specific circuits are shown. References 4, figures 5.

**Key words:** RLC-circuit, reversing, capacitive element

Надійшла 30.07.2010  
Received 30.07.2010