УДК 621.314

# МОДЕЛЬ РЕЗОНАНСНОГО ТРАНЗИСТОРНОГО ІНВЕРТОРА НАПРУГИ З НИЗЬКОЧАСТОТНОЮ ІМПУЛЬСНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

**О.М.Юрченко**[1], докт.техн.наук, **В.Я.Гуцалюк**[2], канд.техн.наук, **П.Ю.Герасименко**[3], **І.О.Слєсаревський** [4]
**[1,2,3,4] – Інститут електродинаміки НАН України,**
**пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна**

*Транзисторні перетворювачі широко використовуються в установках індукційного нагріву в частотному діапазоні 10–440 кГц. Для реалізації значної частини технологічних задач знаходить застосування схема перетворювача, яка складається з некерованого випрямляча та регульованого інвертора напруги. В статті розглянуто схему інвертора напруги мостового типу, до виходу якого під'єднано через по-годжувальний трансформатор індуктор з тілом, що нагрівається, та компенсуючий конденсатор. Схему за-міщення навантаження інвертора можна представити як послідовний резонансний контур, що складається з індуктивності $L$, ємності $C$ та активного опору $R$. Невеликі динамічні втрати потужності є значною перевагою інверторів з низькочастотним (НЧ) регулюванням порівняно зі способами регулювання на основній частоті. Це досягається за рахунок перемикання транзисторів при струмі, близькому до нуля, що відповідає режиму роботи на частоті, близькій до власної частоти резонансного контуру. Для забезпечення цього використовується система автоматичного підстроювання частоти. При НЧ модуляції час модуляції $T_м$ та час ввімкненого стану $t_{ON}$ чи час вимкненого стану $t_{OFF}$ доцільно характеризувати цілими числами, що кратні періоду вихідної напруги інвертора, де $n$ – кількість періодів вихідної напруги інвертора за час $t_{OFF}$; $m$ – кількість періодів вихідної напруги інвертора за час $t_{ON}$; $s$ – кількість періодів вихідної напруги інвертора $T_0$ за час модуляції $T_м$.*

*Розроблено математичну модель транзисторного інвертора напруги з послідовним резонансним контуром на виході у вигляді двох систем рівнянь миттєвого значення струму на виході інвертора та напруги на резонансному конденсаторі для двох інтервалів $t_{ON}$ та $t_{OFF}$, яка дозволяє проводити аналіз роботи транзисторного інвертора напруги з НЧ імпульсною модуляцією при різних комбінаціях $n$, $m$, $s$. Для перевірки справедливості припущень відносно аналізу по методу першої гармоніки та точності отриманих результатів проведено комп'ютерне моделювання роботи послідовного резонансного транзистор-ного інвертора напруги з НЧ імпульсною модуляцією при НЧ-ШІМ та НЧ-ЧІМ ($n = 1$ та $n = 2$). Отримано залежності максимальної похибки $\delta$ математичної моделі добротності від $Q$ резонансного контуру*. Бібл. 6, рис. 4.

***Ключові слова:*** перетворювач, транзисторний інвертор, резонансне коло, низькочастотна імпульсна модуляція, математична модель, комп'ютерне моделювання

Транзисторні перетворювачі широко використовуються в установках індукційного нагріву у частотному діапазоні 10–440 кГц. Для реалізації значної частини технологічних задач знаходить застосування схема перетворювача, яка складається з некерованого випрямляча та регульованого інвертора напруги. Найбільш поширеною є схема інвертора напруги мостового типу, до виходу якого підключено через погоджувальний трансформатор індуктор з тілом, що нагрівається, та компенсуючий конденсатор. Схему заміщення навантаження інвертора можна представити як послідовний резонансний контур, що складається з індуктивності $L$, ємності $C$ та активного опору $R$.

Існують різні способи регулювання вихідного струму послідовного резонансного інвертора: частотний; широтно-імпульсної модуляції на основній частоті; широтно-частотний; низькочастотної (НЧ) імпульсної модуляції та інші [1,4,5].

Невеликі динамічні втрати потужності є значною перевагою інверторів з НЧ регулюванням порівняно зі способами регулювання на основній частоті. Це досягається за рахунок перемикання

© Юрченко О.М., Гуцалюк В.Я., Герасименко П.Ю., Слєсаревський І.О., 2011

транзисторів при струмі, близькому до нуля, що відповідає режиму роботи на частоті, близькій до власної частоти резонансного контуру. Для забезпечення цього використовується система автоматичного підстроювання частоти.

Для аналізу електромагнітних процесів в транзисторному резонансному інверторі напруги з НЧ імпульсною модуляцією необхідно розробити його математичну модель, яка буде встановлювати зв'язок між параметрами НЧ імпульсної модуляції та параметрами вихідного струму інвертора. Оскільки при НЧ імпульсній модуляції комутація силових ключів здійснюється при нульовому струмі, мінімальним кроком регулювання є період вихідної напруги інвертора $T_0$. Отже на відміну від розглянутих раніше способів керування, регулювання на основі НЧ імпульсної модуляції є дискретним [1,2,4,5,6].

На рис. 1 показано діаграми вихідних напруги $u$ та струму $i$ інвертора та напруги керування $u_s$ при НЧ імпульсній модуляції. Час модуляції $T_M$ та час ввімкненого стану $t_{ON}$ чи час вимкненого стану $t_{OFF}$ доцільно характеризувати цілими числами, що кратні періоду вихідної напруги інвертора $T_0$,:

$$T_M = sT_0, \qquad t_{ON} = mT_0, \qquad t_{OFF} = nT_0, \tag{1}$$

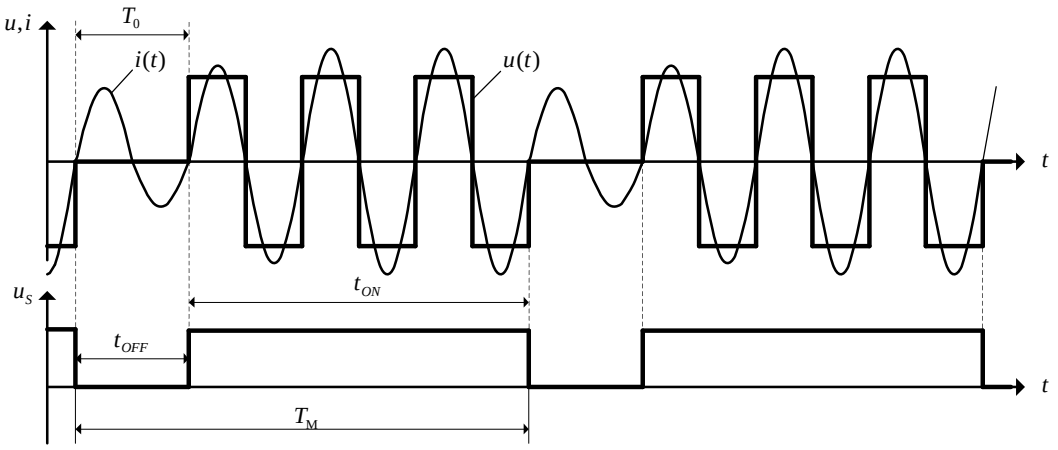



**Рис. 1**

де $n$ – кількість періодів за час $t_{OFF}$; $m$ – кількість періодів за час $t_{ON}$; $s$ – кількість періодів $T_0$ за час модуляції $T_M$. На інтервалі часу $t_{ON}$ транзистори $VT1$, $VT4$ (рис. 2, *а*) перемикаються у протифазі з

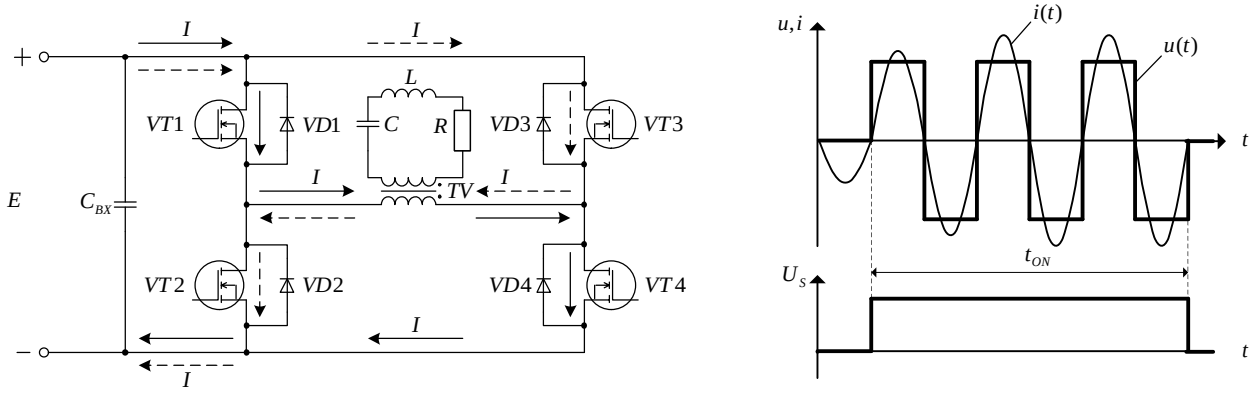



**Рис. 2, *а***

транзисторами $VT2$, $VT3$, струм, що протікає через обмотки трансформатора, змінює свій напрямок, а енергія з джерела живлення передається до активного навантаження та накопичується в реактивних елементах вихідного контуру.

На інтервалі $t_{OFF}$, в залежності від алгоритму керування транзисторами, можливі два варіанти розподілу енергії [2,6]:

– всі транзистори вимкнуті, енергія, що накопичена в реактивних елементах вихідного контуру, віддається до активного опору навантаження та до джерела живлення (рис. 2, *б*);

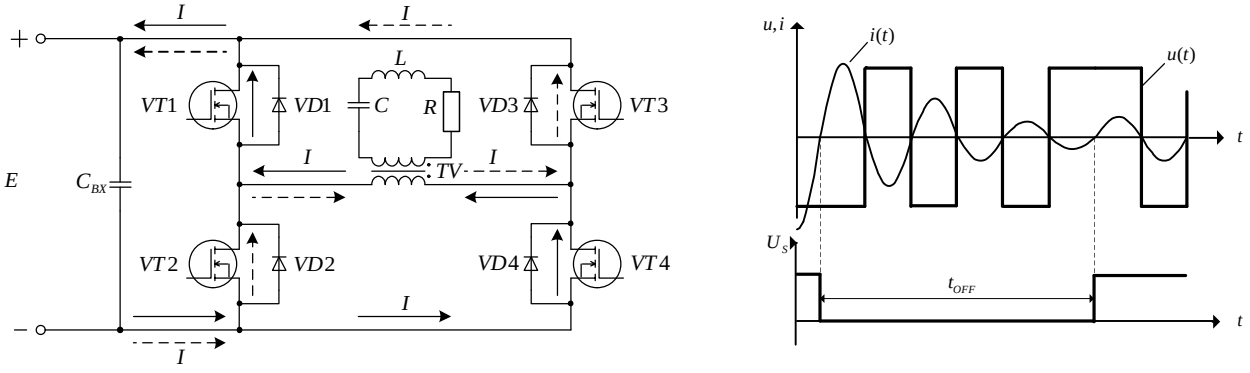



**Рис. 2, *б***

– вимкнуті тільки два верхні ($VT1$, $VT3$) чи два нижні ($VT2$, $VT4$) транзистори інвертора, інші перемикаються у протифазі – енергія реактивних елементів вихідного контуру виділяється в активному опорі навантаження (рис. 2, *в*).

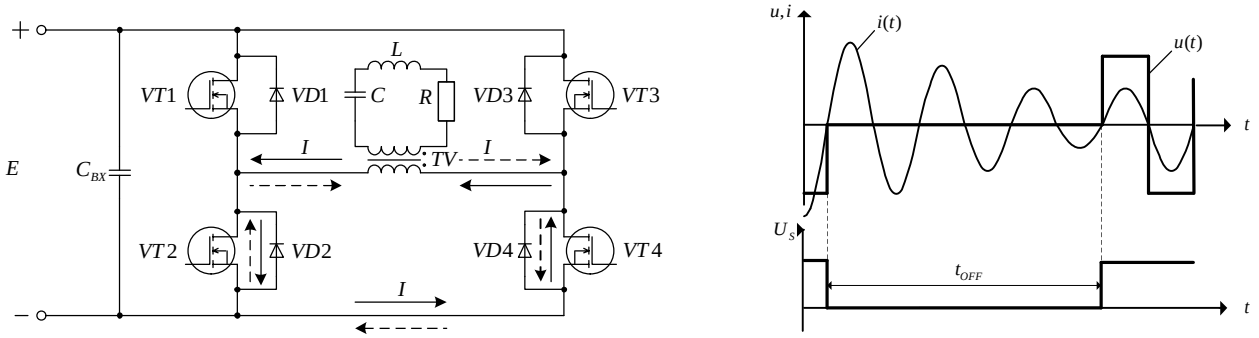



**Рис. 2, *в***

При першому алгоритмі роботи транзисторів на інтервалі $t_{OFF}$ струм навантаження буде спадати швидше, оскільки частина енергії з реактивних елементів віддається до джерела живлення, тому використання другого варіанту більш доцільне. Далі розглядатимемо другий варіант.

Час ввімкненого стану та час вимкненого стану мають певну кількість періодів вихідної напруги інвертора $T_0$. Комбінуючи кількість періодів за час $t_{ON}$ з кількістю періодів за час $t_{OFF}$, можна забезпечити необхідний струм навантаження.

Розглянемо НЧ способи модуляції при синхронізації частоти модуляції з частотою роботи інвертора. На частоті роботи інвертора, близькій до власної частоти резонансного контуру, перемикання ключів інвертора здійснюється при нульовому струмі. Це дозволяє значно зменшити динамічні втрати потужності в ключових елементах, що неможливо при інших способах регулювання.

На рис. 3, *а*, *б* показано схеми заміщення послідовного резонансного інвертора напруги з еквівалентною схемою заміщення технологічного навантаження для інтервалів $t_{ON}$ та $t_{OFF}$ відповідно (ключові елементи вважаються ідеальними).

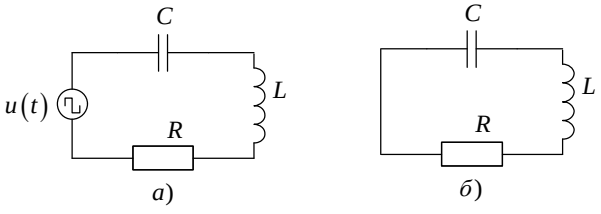



**Рис. 3**

При високій добротності, яка характерна для установок індукційного нагріву, можна знехтувати вищими гармоніками у вихідній напрузі інвертора, та представити її у вигляді

$$u(t) = U_{m(1)} \sin(\omega_0 t), \qquad (2)$$

де $U_{m(1)}$ – амплітуда першої гармоніки напруги ін-вертора після трансформатора; $\omega_0 = 2\pi/T_0$ – кутова частота.

Це суттєво дозволяє спростити аналіз та отримати вирази у алгебраїчному вигляді.

Було отримано математичну модель транзисторного інвертора напруги з послідовним резонансним контуром на виході у вигляді двох систем рівнянь, які визначають миттєві значення струму $i_{ON}(t)$, $i_{OFF}(t)$ на виході інвертора та напруги на резонансному конденсаторі $u_{C_{ON}}(t)$, $u_{C_{OFF}}(t)$ для двох інтервалів $t_{ON}$ та $t_{OFF}$

$$\begin{cases} \begin{cases} i_{ON}(t) = \dfrac{U_{m(1)}}{R}\sin(\omega_0 t) - \dfrac{U_{m(1)}}{R}\dfrac{(1-\exp(-nT_0/\tau))}{(1-\exp(-sT_0/\tau))}\sin(\omega_0 t)e^{-\frac{1}{\tau}t}; \\ u_{C_{ON}}(t) = U_{m(1)}Q\cos(\omega_0 t) + e^{-\frac{1}{\tau}t}\dfrac{(1-\exp(-nT_0/\tau))}{(1-\exp(-sT_0/\tau))}\left(-U_{m(1)}Q\cos(\omega_0 t) + \dfrac{U_{m(1)}}{2}\sin(\omega_0 t)\right); \end{cases} \\ \begin{cases} i_{OFF}(t) = \dfrac{U_{m(1)}}{R}\dfrac{(1-\exp(-mT_0/\tau))}{(1-\exp(-sT_0/\tau))}e^{-\frac{1}{\tau}t}\sin(\omega_0 t); \\ u_{C_{OFF}}(t) = e^{-\frac{1}{\tau}t}\dfrac{(1-\exp(-mT_0/\tau))}{(1-\exp(-sT_0/\tau))}\left(-U_{m(1)}Q\cos(\omega_0 t) + \dfrac{U_{m(1)}}{2}\sin(\omega_0 t)\right). \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

Ця модель дозволяє проводити аналіз роботи транзисторного інвертора напруги з НЧ-імпульсною модуляцією при різних комбінаціях $n$, $m$, $s$. Як випливає з (3), час зростання та спаду амплітуди струму визначається постійною часу

$$\tau = 2L/R = QT_0/\pi, \quad (4)$$

яка збільшується при збільшенні добротності.

З виразу (3) можна визначити середнє за модулем значення струму на інтервалі $T_M$ [4,5]

$$I_{сер}(m,s) = (U_{m(1)}/R)(2m/s\pi) = (2U_{m(1)}/\pi R)\gamma, \quad (5)$$

де $\gamma = m/s$ – коефіцієнт заповнення модульованої напруги.

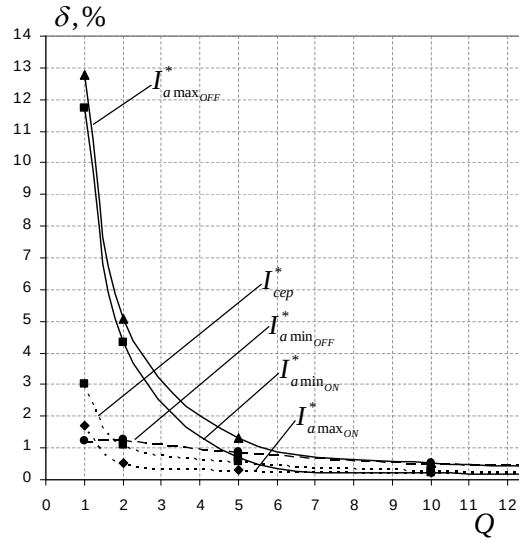
Виходячи з (3) та з урахуванням (4), отримано вирази максимального $I^*_{a\max}$ та мінімального $I^*_{a\min}$ значень амплітуди струму у відносних одиницях на інтервалах $t_{ON}$ та $t_{OFF}$

$$I^*_{a\max_{OFF}}(m,s) = \frac{I_{a\max}}{U_{m(1)}/R} = \frac{1-e^{-\frac{\pi}{Q}m}}{1-e^{-\frac{\pi}{Q}s}}e^{-\frac{\pi}{Q}\left(\frac{1}{4}\right)}; \quad I^*_{a\min_{OFF}}(m,s) = \frac{I_{a\min}}{U_{m(1)}/R} = \frac{1-e^{-\frac{\pi}{Q}m}}{1-e^{-\frac{\pi}{Q}s}}e^{-\frac{\pi}{Q}\left(s-m-\frac{1}{4}\right)}; \quad (6)$$

$$I^*_{a\max_{ON}}(m,s) = \frac{I_{a\max}}{U_{m(1)}/R} = 1-\left(\frac{1-e^{-\frac{\pi}{Q}(s-m)}}{1-e^{-\frac{\pi}{Q}s}}\right)e^{-\frac{\pi}{Q}\left(m-\frac{1}{4}\right)}; \; I^*_{a\min_{ON}}(m,s) = \frac{I_{a\min}}{U_{m(1)}/R} = 1-\left(\frac{1-e^{-\frac{\pi}{Q}(s-m)}}{1-e^{-\frac{\pi}{Q}s}}\right)e^{-\frac{\pi}{Q}\left(\frac{1}{4}\right)}. \quad (7)$$

Для перевірки справедливості припущень щодо аналізу за методом першої гармоніки та точності отриманих результатів було проведено комп'ютерне моделювання роботи послідовного резонансного транзисторного інвертора напруги з НЧ-імпульсною модуляцією при НЧ-ШІМ та НЧ-ЧІМ ($n = 1$ та $n = 2$). Моделювання проведено за допомогою програмного забезпечення PSpice–Orcad Family Release 9.2, який представляє користувачу зручні можливості візуального моделювання електромагнітних процесів. Для спрощення моделювання було розглянуто транзистори мостового інвертора як ключі, що при ввімкненому стані мають малий опір ($10^{-6}$ Ом), а при вимкненому – великий

($10^6$ Ом). На рис. 4 показано залежності максимальної похибки $\delta$ математичної моделі при визначенні $I^*_{a\min}$, $I^*_{a\max}$ та $I^*_{сер}$ від добротності $Q$ для НЧ-ШІМ (рис. 4, *а*), НЧ-ЧІМ при $n=1$ (рис. 4, *б*) та $n=2$ (рис. 4, *в*).



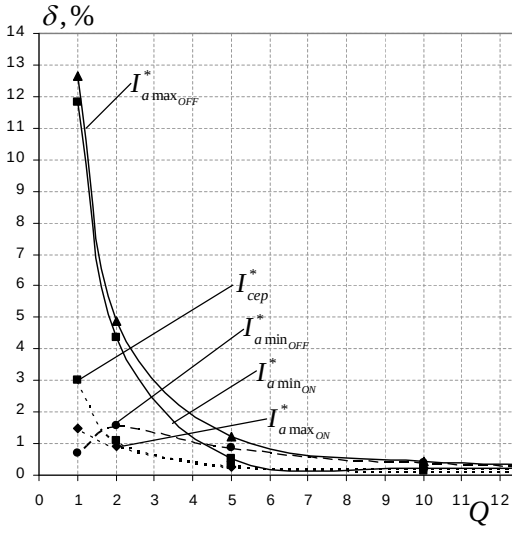




**Рис. 4, *а, б***

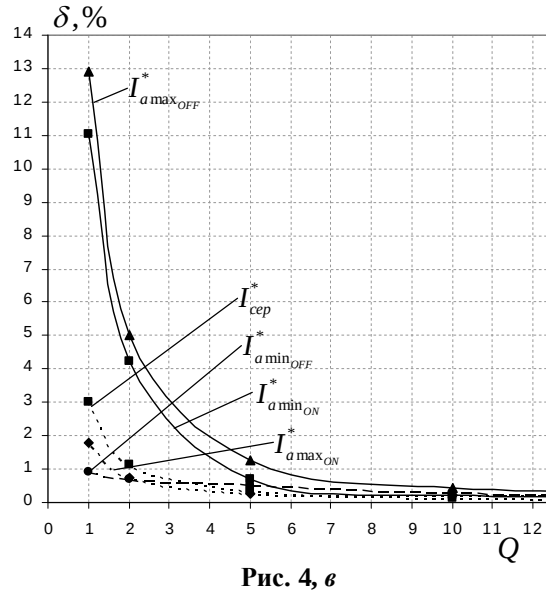



**Рис. 4, *в***

При моделюванні добротність $Q$ змінювалася за рахунок зміни значення активного опору $R$: $\{Q=1; R=0,2076\}$, $\{Q=2; R=0,1038\}$, $\{Q=5; R=0,04152\}$, $\{Q=10; R=0,02076\}$, $\{Q=20; R=0,01038\}$.

Як видно з рис. 4, похибка математичної моделі послідовного резонансного інвертора напруги при визначенні $I^*_{сер}$ та $I^*_{a\min}$, $I^*_{a\max}$ на інтервалах $t_{ON}$ та $t_{OFF}$ при збільшенні добротності вихідного коливального контуру $Q$ зменшується, що обумовлено прийнятими спрощеннями при визначенні математичної моделі. Для добротності $Q=5$ максимальна похибка для $I^*_{a\max_{OFF}}$ дорівнює 1,238 %, а для $I^*_{a\min_{ON}}$, $I^*_{a\max_{ON}}$, $I^*_{a\min_{OFF}}$ та $I^*_{сер}$ не перевищує 1 %. Така точність цілком задовольняє використання математичної моделі для проведення аналізу та розрахунків. При добротності $Q<2$ похибка математичної моделі може бути суттєвою при аналізі та розрахунках, що обмежує її застосування при низькій добротності вихідного коливального контуру.

Таким чином, розроблена математична модель дозволяє проводити аналіз роботи резонансного інвертора напруги з НЧ імпульсною модуляцією при різних комбінаціях параметрів модуляції, за виключенням варіанту з низькою добротністю $\left(Q<2\right)$.


**1.** *Гельман М.В., Лохов С.П.* Тиристорные регуляторы переменного напряжения. – М.: Энергия, 1975. – 104 с.
*Gelman M., Lokhov S.* Thyristor regulators of AC voltage. – Moskva: Energiia, 1975. – 104 p. (Rus.)

**2.** *Земан С.К., Сандырев О.Е.* Кодово-импульсный способ регулирования технологического параметра преобразователя частоты установки индукционного нагрева // Известия ТПУ. – 2007. – Т.310. – №1. – С. 191–196.

*Zeman S., Sandyrev O.* Code-pulse regulation method of technological parameters of frequency converter induction heating equipment // Izvestiia Tomskogo Politekhnicheskogo Universiteta. – 2007. – Vol.310. – №1. – P. 191–196. (Rus.)

**3.** *Павлов Г.В., Обрубов А.В., Покровский М.В.* Математическая модель последовательно-резонансного преобразователя с релейным управлением. // Техн. електродинаміка. Тем. випуск «Силова електроніка та енергоефективність». – 2002. – Ч.1. – С. 55–58.

*Pavlov H., Obrubov A., Pokrovskiy M.* Mathematical model of a series-resonant converter with relay control. // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk «Power electronics and energy efficiency». – 2002. – Vol.1. – P. 55–58. (Rus.)

**4.** *Юрченко М.М., Гуцалюк В.Я., Шевченко П.М., Герасименко П.Ю.* Транзисторні інвертори напруги установок індукційного нагріву з НЧ імпульсною модуляцією в режимі стабілізації струму навантаження // Техн. електродинаміка. Тем. вип. “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2008. – Ч. 2. – С. 109–112.

*Yurchenko M., Gutsaliuk V., Shevchenko P., Gerasymenko P.* Transistor voltage inverter for induction heating equipment with low frequency modulation in the mode of load current’s stabilization // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyj vypusk “Problems of modern electrotechnics”. – 2008. – Vol. 2. – P. 109–112. (Ukr.)

**5.** *Юрченко М.М., Гуцалюк В.Я., Шевченко П.М., Герасименко П.Ю., Слєсаревський І.О.* Низькочастотні способи регулювання струму транзисторних інверторів напруги установок індукційного нагріву // Праці ІЕД НАН України. – 2007. – №18. – С. 108–111.

*Yurchenko M., Gutsaliuk V., Shevchenko P., Gerasymenko P., Sliesarevskyi I.* Low-frequency methods of current adjusting in transistor voltage inverter induction heating equipment // Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Nacionalnoi Akademii Nauk Ukrainy. – 2007. – №18. – P. 108–111. (Ukr.)

**6.** *Hideaki Fujiata, Hirofumi Akagi.* Pulse-density-modulated power control of a 4kW, 450 kHz voltage-source inverter for induction melting applications // IEEE transactions on industry applications. − March/April 1996. − Vol. 32. − № 2.

УДК 621.314

**О.Н.Юрченко[1]**, докт.техн.наук, **В.Я.Гуцалюк[2]**, канд.техн.наук, **П.Ю.Герасименко[3]**, **И.О.Слесаревский[4]**
**[1,2,3,4] – Институт электродинамики НАН Украины,**
**Пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.**

**Математическая модель резонансного транзисторного инвертора напряжения с низкочастотной импульсной модуляцией**

*Транзисторные преобразователи широко используются в установках индукционного нагрева в частотном диапазоне 10–440 кГц. Для реализации значительной части технологических задач находит применение схема преобразователя, которая состоит из неуправляемого выпрямителя и регулированного инвертора напряжения.*

*В статье рассмотрена схема инвертора напряжения мостового типа, к выходу которой подключено через согласительный трансформатор индуктор с нагреваемым телом и компенсирующий конденсатор. Схему замещения нагрузки инвертора можно представить как последовательный резонансный контур, который состоит из индуктивности $L$, емкости $C$ и активного сопротивления $R$. Небольшие динамические потери мощности являются значительным преимуществом инверторов с низкочастотным (НЧ) регулированием сравнительно со способами регулирования на основной частоте. Это достигается за счет переключения транзисторов при близкому к нулю токе, который отвечает режиму работы на частоте, близкой к собственной частоте резонансного контура. Для обеспечения этого исполь-зуется система автоматического подстраивания частоты. При НЧ модуляции время модуляции $T_м$ и время включенного состояния $t_{ON}$ или время выключеного состояния $t_{OFF}$ целесообразно характеризовать целыми числами, которые кратные периоду выходного напря-жения инвертора, где $n$ – количество периодов выходного напряжения инвертора за время $t_{OFF}$; $m$ – коли-чество периодов выходного напряжения инвертора за время $t_{ON}$; $s$ – количество периодов выходного напряже-ния инвертора $T_0$ за время модуляции $T_м$.*

*Разработана математическая модель транзисторного инвертора напряжения с последовательным резонансным контуром на выходе в виде двух систем уравнений мгновенного значения тока на выходе инвертора и напряжения на резонансном конденсаторе для двух интервалов $t_{ON}$ и $t_{OFF}$, позволяющая проводить анализ работы транзисторного инвертора напряжения с НЧ импульсной модуляцией при разных комбинациях $n$, $m$, $s$.*

*Для проверки справедливости допусков относительно анализа по методу первой гармоники и точности полученных результатов проведено компьютерное моделирование работы последовательного резонансного транзисторного инвертора напряжения с НЧ импульсной модуляцией при НЧ-ШИМ и НЧ-ЧИМ ( $n = 1$ и $n = 2$ ). Получена зависимость максимальной погрешности $\delta$ математической модели от добротности $Q$ резонансного контура.* Библ. 6, рис. 4.

***Ключевые слова:*** преобразователь, транзисторный инвертор, резонансная цепь, низкочастотная импульсная модуляция, математическая модель, компьютерное моделирование.

**O.M.Yurchenko[1], V.Y.Gutsaliuk[2], P.Y.Gerasymenko[3], I.O.Sliesarevskyi[4]**
**[1,2,3,4] – Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,**
**Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.**

**Mathematical model of resonance transistor voltage inverter with low frequency pulse modulation**

*Transistor inverters are widely used in induction heating systems with the frequency range of 10–440 kHz. The inverter circuit which consists of noncontrolled rectifier and control voltage inverter finds its application for realization of majority technological tasks.*

*In the article it is considered the bridge-type voltage inverter circuit to the output of which it is connected the inductor with heated body and balancing capacitor through the matching transformer. The inverter load substitution circuit can be represented as series-resonant circuit which consists of the inductance L, capacity C and active resistance R.*

*Light dynamic power loss is the great advantage of inverters with low frequency (LF) regulation in comparison with the control method on the fundamental frequency. It can be obtained by transistors' switching at the approximate to zero current which corresponds to the operation mode at the frequency approximate to the frequency of resonant circuit. To provide it the system of automatic frequency tuning is used.*

*By LF modulation it is rational to define the time of modulation Tm and ontime $t_{on}$ or offtime $t_{off}$ as integer numbers which are multiple of inverter output voltage period where n is a number of inverter output voltage periods during $t_{off}$ ; m is a number of inverter output voltage periods during $t_{on}$ ; s is a number of inverter output voltage periods $T_0$ during Tm.*

*Mathematical model of transistor voltage inverter with the output series-resonant circuit in the form of two systems of equations describing instantaneous current on the inverter's output and the resonant capacitor voltage for two intervals $t_{on}$ and $t_{off}$ has been worked out.*

*Worked out mathematical model allows to perform the operation analysis of transistor voltage inverter with LF pulse modulation at different combinations n, m, s. In order to verify the validation of tolerance concerning the analysis by first harmonic and findings accuracy, computer simulation of the operation of series-resonant transistor voltage inverter with LF pulse modulation at LF-PDM and LF-PFM (n=1 & n=2) was performed. Dependence of mathematical model maximum error $\delta$ on resonant-circuit Q-factor was obtained.* References 6, figures 4.

***Key words***: converter, transistor inverter, resonant circuit, low frequency pulse-modulation, mathematical model, computer simulation.

Надійшла 23.06.2010
Received 23.06.2010