

УДК 621.3.011.74.005

## ПРО ОСОБЛИВОСТІ НЕСИМЕТРИЧНОГО КЕРУВАННЯ РЕВЕРСУВАННЯМИ РЕАКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ У ПОСЛІДОВНОМУ $RLC$ -КОЛІ

Н.А. Шидловська<sup>1</sup>, чл.-кор. НАН України, С.С. Фастова<sup>2</sup><sup>1</sup> – Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна,<sup>2</sup> – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут",  
пр. Перемоги, 37, Київ-57, 03056, Україна.

*Досліджено процеси, які виникають у  $RLC$ -колі, що живиться від джерела синусоїдної напруги при несиметричному реверсуванні її реактивного елемента. Виявлено, що при певних значеннях інтервалів часу між перемикаваннями процеси в контурі врівноважуються досить довго у порівнянні з іншими досліджуваними режимами. Проведено чисельний експеримент у пакеті MATLAB, що підтверджує аналітичні розрахунки. Проаналізовано причини, які могли викликати саме такий характер протікання процесу у досліджуваній системі. Бібл. 2, табл. 1, рис. 10.*

**Ключові слова:**  $RLC$ -коло, реверсування, реактивний елемент.

Дана стаття є продовженням статей [1,2] і присвячена більш докладному аналізу випадків несиметричного керування реверсуванням реактивних елементів. Зосередимо свою увагу на випадку, коли добротність  $RLC$ -контурі дорівнює нескінченності і у колі має місце коливальний режим.

Нагадаємо, що реверсування відбуваються через певні проміжки часу  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$ , при цьому виконується рівність  $\Delta t_1 + \Delta t_2 = T/2$ , де  $\Delta t_1$  – тривалість інтервалу часу між парним і непарним перемикаваннями;  $\Delta t_2$  – тривалість інтервалу часу між непарним і парним перемикаваннями;  $T$  – період сигналу синусоїдної напруги.

Введемо позначення:  $h = R/2L$ ,  $k = \sqrt{1/LC}$ ,  $p^2 = h^2 - k^2$  (при коливальному режимі  $p^2 < 0$ ).  
Формули, які дозволяють розрахувати напругу на ємності  $C$  та струм в індуктивності  $L$ , мають вигляд

$$u_C = e^{-ht} C^{-1} (C_{1n} \cos pt + C_{2n} \sin pt) + U_m (LC)^{-1} \alpha \sin(\omega_1 t + \phi_0 + \delta), \quad (1)$$

$$i_L = e^{-ht} \{-C_{1n} (h \cos pt + p \sin pt) + C_{2n} (p \cos pt - h \sin pt)\} + U_m L^{-1} \omega_1 \alpha \cos(\omega_1 t + \phi_0 + \delta). \quad (2)$$

Тут  $n$  – номер перемикавання ( $n = 1, 2, 3, \dots$ );  $C_{1n}$ ,  $C_{2n}$  – перша та друга сталі інтегрування на  $n$ -ому інтервалі між перемикаваннями. Зазначимо, що  $C_{1n}$  та  $C_{2n}$  розраховуються відповідно до того, який з елементів реверсується. Рекурентні формули отримання їхніх значень було одержано в [1] – для випадку реверсування ємності  $C$  і в [2] – для випадку реверсування індуктивності  $L$ .

Будемо аналізувати процеси у  $RLC$ -колі синусоїдної напруги з амплітудою 1 В і частотою 50 Гц для наступних співвідношень між  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$ , відповідно: 0,001–0,009; 0,002–0,008 ... 0,009–0,001. При цьому параметри кола набувають значень  $R = 10^{-10}$  Ом,  $L = 0,03242$  Гн,  $C = 5^{-5}$  Ф. Зауважимо, що величина опору вибиралась відмінною від нуля, але доволі малою (щоб добротність контуру дорівнювала нескінченності) з метою уникнення збою в оригінальному програмному продукті, який було розроблено спеціально для дослідження описаних процесів.

Розглянемо випадок реверсування ємності. В процесі аналізу було виявлено, що при дзеркальній симетрії співвідношення між  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  відносно симетричного режиму керування перемикаваннями ( $\Delta t_1 = 0,005$ ;  $\Delta t_2 = 0,005$ ) криві, що описували процеси у колі, були дзеркально симетричні як

відносно осі абсцис, так і відносно осі ординат. Рис. 1 демонструє це явище для наступних інтервалів  $\Delta t_1 = 0,0025$ ,  $\Delta t_2 = 0,0075$  – рис. 1, а;  $\Delta t_1 = 0,0075$ ,  $\Delta t_2 = 0,0025$  – рис. 1, б.

У випадку реверсування індуктивності  $L$  також спостерігається симетрія у протіканні процесів у колі відносно співвідношень між тривалостями  $\Delta t_1 = 0,005$  та  $\Delta t_2 = 0,005$ . Це дозволяє нам проводити аналіз лише при зміні  $\Delta t_1$  від 0,001 до 0,005 і узагальнювати їх на весь проміжок часу.

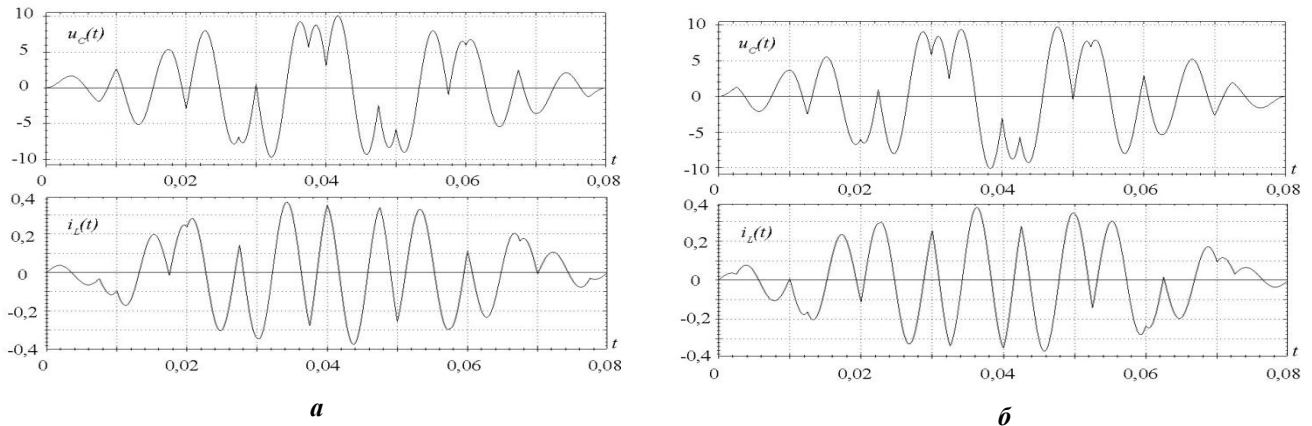


Рис. 1

На рис. 2 показана низка графіків, які демонструють напругу на конденсаторі  $C$  та струм через індуктивність  $L$  для випадку реверсування ємності при поступовому збільшенні інтервалу  $\Delta t_1$  і зменшенні інтервалу  $\Delta t_2$  (рис. 2, а – 0,001–0,009; б – 0,002–0,008; в – 0,003–0,007; г – 0,004–0,006; д – 0,005–0,005). Як видно з графіків, кількість перемикань, необхідних для досягнення усталеного режиму, суттєво розрізняється в залежності від співвідношення між інтервалами часу  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$ .

Графіки для напруги на ємності  $C$  та струму через індуктивність  $L$  для співвідношень між тривалостями  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  для випадку реверсування індуктивності показані на рис. 3 (рис. 3, а – 0,001–0,009; б – 0,002–0,008; в – 0,003–0,007; г – 0,004–0,006; д – 0,005–0,005).

В таблиці показано кількість перемикань, необхідних для досягнення усталеного режиму, в залежності від співвідношень між тривалостями  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$ .

Як бачимо, при перемиканнях з інтервалами часу  $\Delta t_1 = 0,003$  та  $\Delta t_2 = 0,007$  процес урівноваження досягається за дуже значний проміжок часу. Дослідимо це явище більш детально. Для цього був проведений чисельний експеримент у середовищі MATLAB. На рис. 4 показано результати аналітичних розрахунків (рис. 4, а) та чисельного експерименту (рис. 4, б) у випадку реверсування ємності, а на рис. 4, в, г – для випадку реверсування індуктивності і наведених вище інтервалів між перемиканнями.

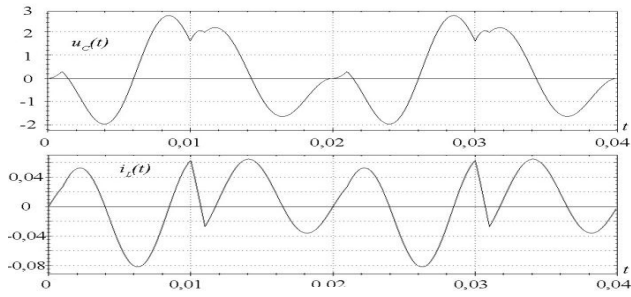
Інтервали часу	Кількість перемикань
$\Delta t_1 = 0,001, \Delta t_2 = 0,009$	4
$\Delta t_1 = 0,002, \Delta t_2 = 0,008$	8
$\Delta t_1 = 0,003, \Delta t_2 = 0,007$	93337
$\Delta t_1 = 0,004, \Delta t_2 = 0,006$	8
$\Delta t_1 = 0,005, \Delta t_2 = 0,005$	4

Рис. 4 та відповідні таблиці даних (що тут не наводяться з огляду на громіздкість) демонструють повну збіжність аналітичних розрахунків та чисельного експерименту.

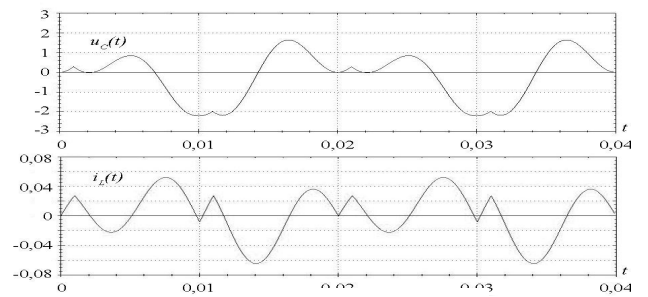
Для виявлення джерела розгойдування системи формулу (1) розділимо на дві складові

$e^{-ht} C^{-1} (C_{1n} \cos pt + C_{2n} \sin pt)$  і  $U_m (LC)^{-1} \alpha \sin(\omega_1 t + \phi_0 + \delta)$ . Оскільки коефіцієнт  $h$  у випадку, що розглядається, буде близьким до нуля, то множник  $e^{-ht}$  буде знаходитися в околі одиниці, що дозволяє нам зосередити увагу на складовій  $C^{-1} (C_{1n} \cos pt + C_{2n} \sin pt)$ . На рис. 5, а показано графіки залежності вищезгаданих доданків співвідношення (1) від часу, а на рис. 5, б – графіки компонент

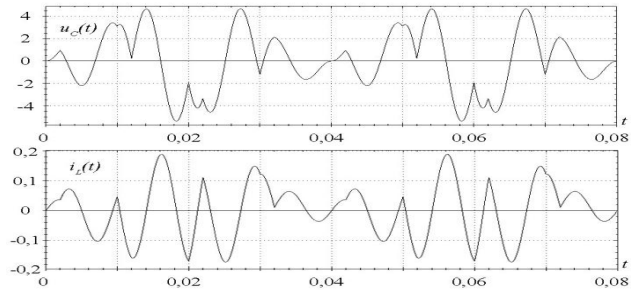
$-C_{1n} (h \cos pt + p \sin pt) + C_{2n} (p \cos pt - h \sin pt)$  та  $U_m^{-1} \omega_1 \alpha \cos(\omega_1 t + \phi_0 + \delta)$  для співвідношення (2) для випадку реверсування ємності  $C$ . Для режиму, коли проводиться реверсування індуктивності  $L$ , графіки відповідних компонент показані на рис. 5, в та рис. 5, г.



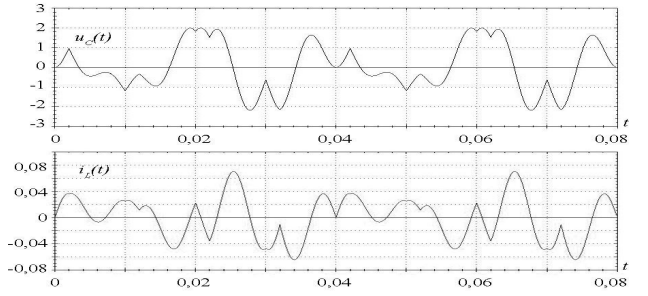
**a**



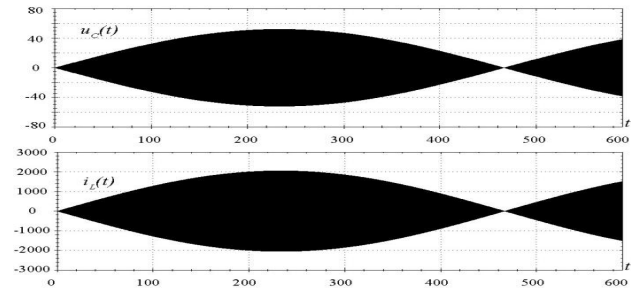
**a**



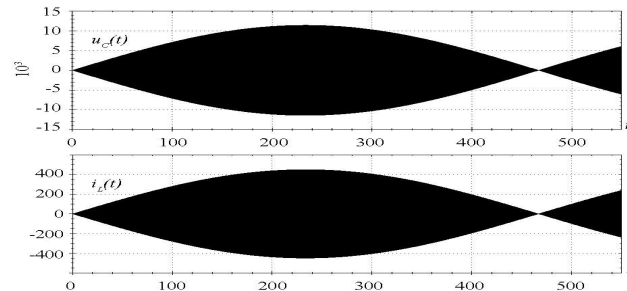
**b**



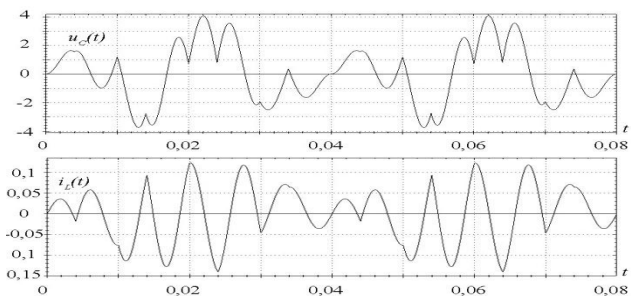
**b**



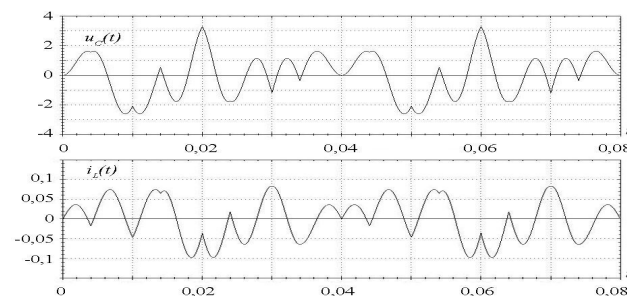
**b**



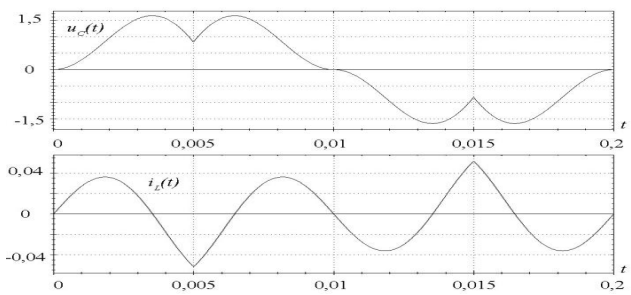
**b**



**z**

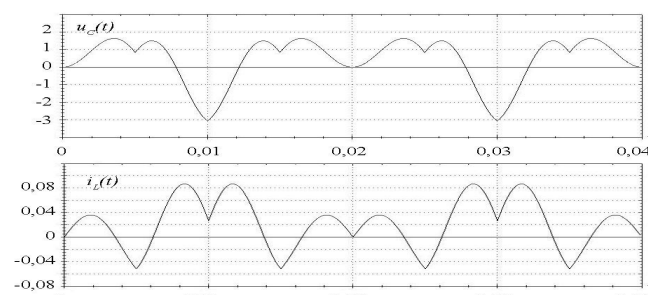


**z**



**d**

**Рис. 2**



**d**

**Рис. 3**

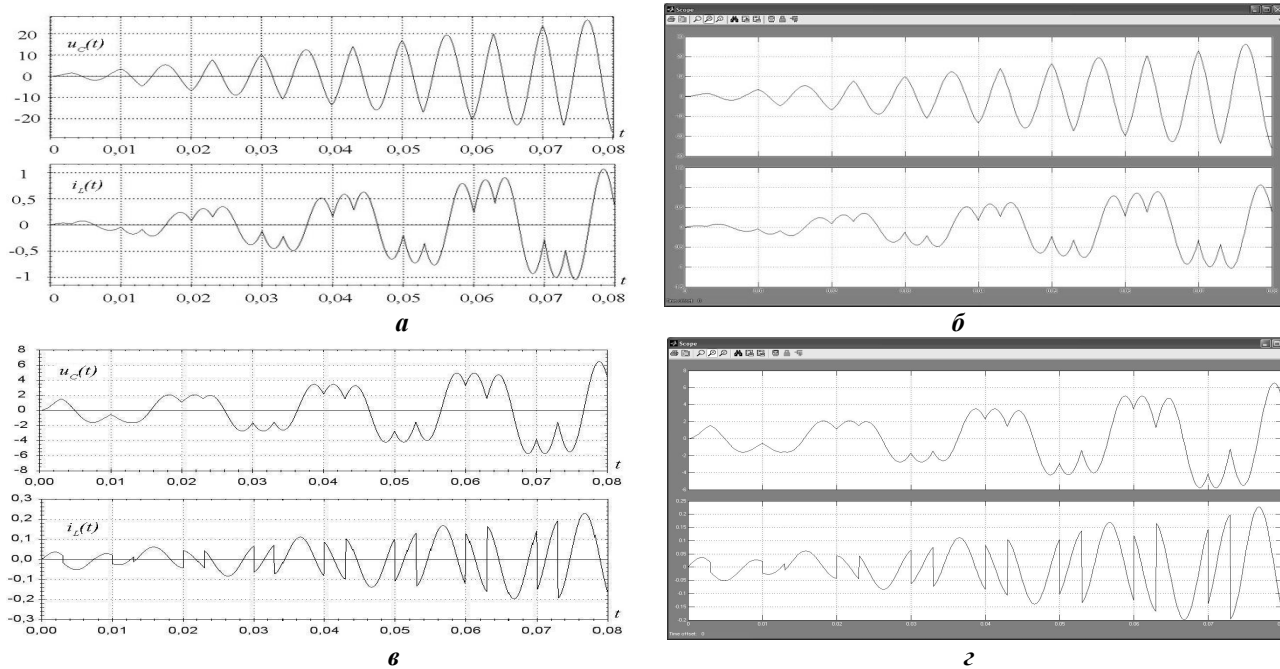


Рис. 4

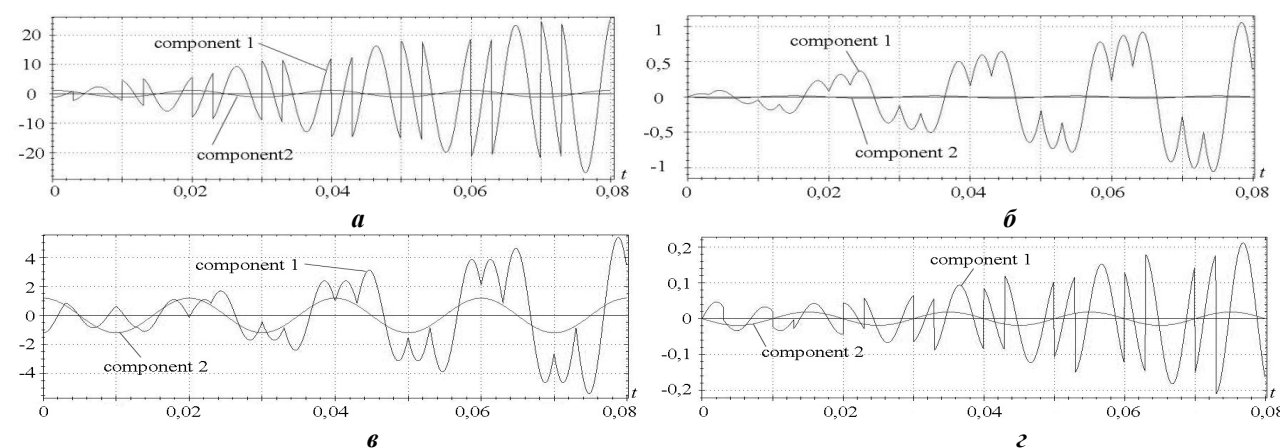


Рис. 5

Як бачимо, другий доданок як у співвідношенні (1), так і у співвідношенні (2), не зазнає розгойдування, у той час як перший доданок істотно зростає.

Рис. 6 демонструє графіки залежності  $abs[C_{1n} \cdot \cos pt + C_{2n} \cdot \sin pt]$  від кількості перемикачів для різних співвідношень між  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  при реверсуванні ємності  $C$ , а рис. 7 – при реверсуванні індуктивності  $L$ . Як видно з графіків, обвідну лінію, що проходить через максимальні значення  $abs[C_{1n} \cdot \cos(pt) + C_{2n} \cdot \sin(pt)]$ , можна описати параболою. При цьому в певні моменти часу має місце мінімум  $abs[C_{1n} \cdot \cos(pt) + C_{2n} \cdot \sin(pt)]$ , що інколи прямує до нуля.

На рис. 8 зображено залежності  $abs[C_{1n} \cdot \cos(pt)]$  та  $abs[C_{2n} \cdot \sin(pt)]$  для кожного з досліджуваних випадків несиметричного керування реверсуванням (рис. 8,  $a - 0,001-0,009$ ;  $б - 0,002-0,008$ ;  $в - 0,003-0,007$ ;  $г - 0,004-0,006$ ;  $д - 0,005-0,005$  відповідно), а на рис. 9 – аналогічні залежності для реверсування індуктивності  $L$  (рис. 9,  $a - 0,001-0,009$ ;  $б - 0,002-0,008$ ;  $в - 0,003-0,007$ ;  $г - 0,004-0,006$ ;  $д - 0,005-0,005$  відповідно).

З графіків видно, що у певні моменти часу для співвідношень інтервалів перемикачів  $0,002-0,008$ ;  $0,004-0,006$ ;  $0,005-0,005$  лише одна із складових впливає на процеси у колі. Для проміжків часу  $0,001-0,009$  внесок однієї із складових значно перевищує внесок іншої, а при співвідношенні між інтервалами  $0,003-0,007$  лише в парних перемикачях фігурує одна із складових, а у непарних – обидві складові вносять сумірні внески в результат обчислень.

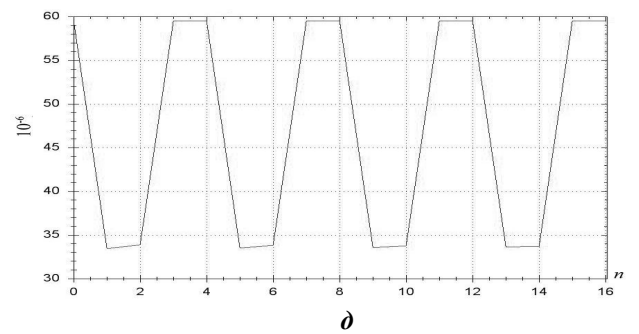
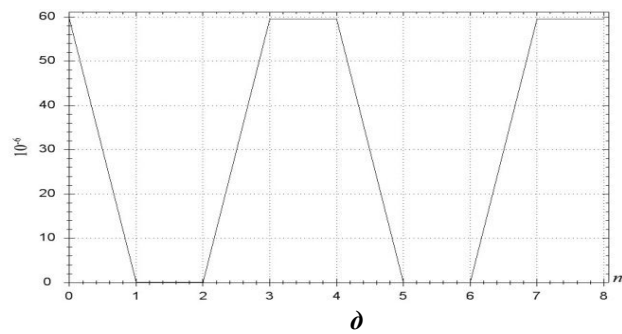
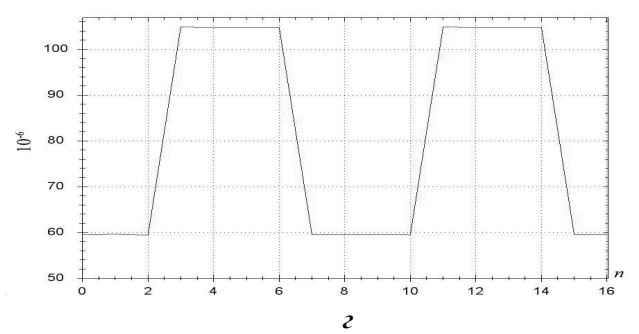
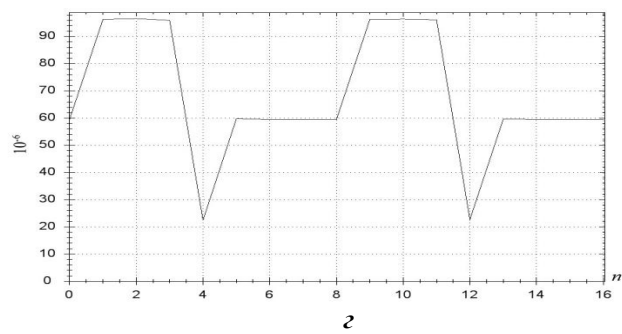
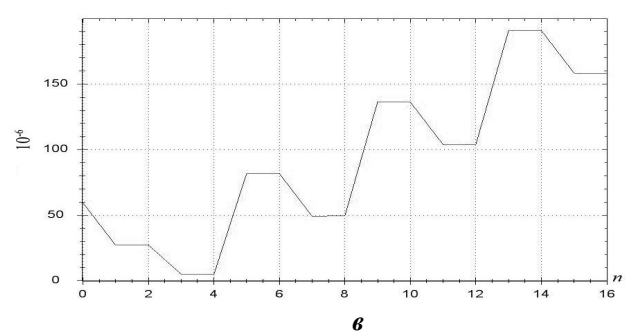
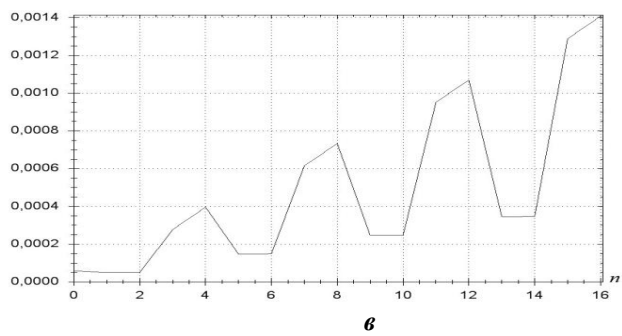
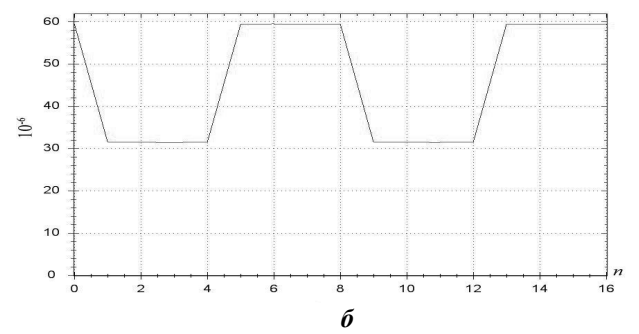
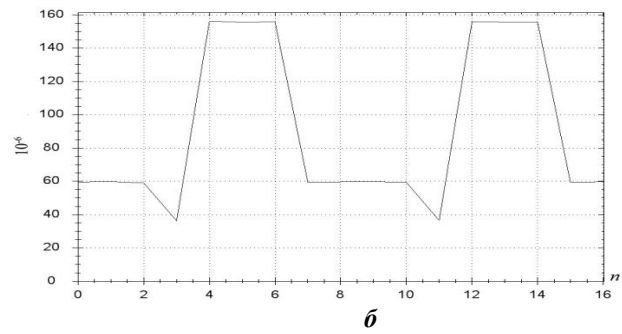
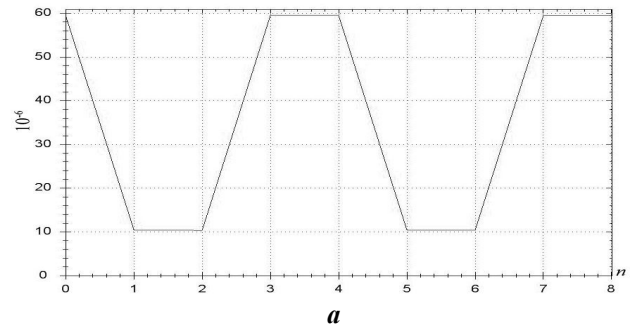
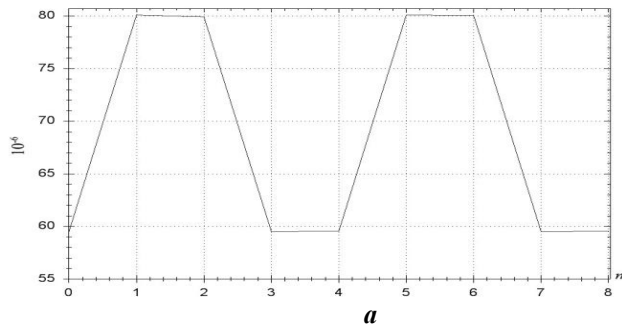


Рис. 6

Рис. 7

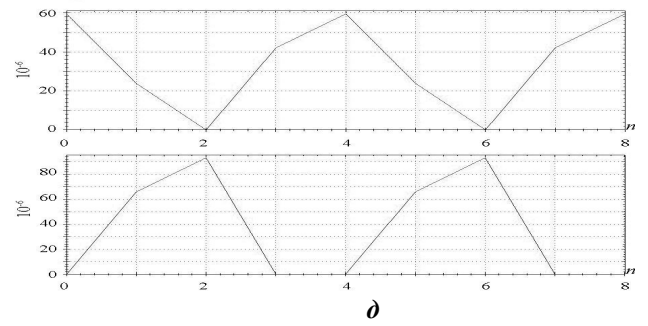
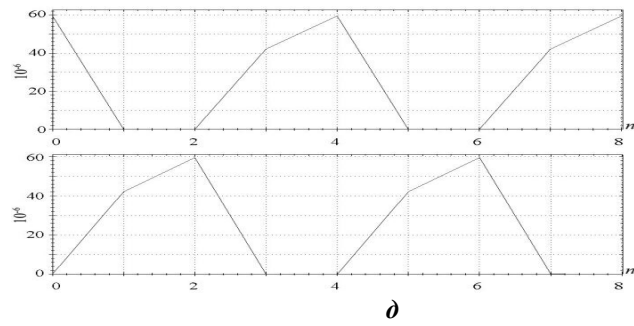
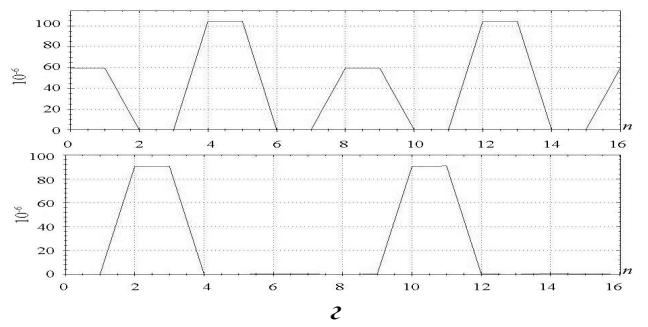
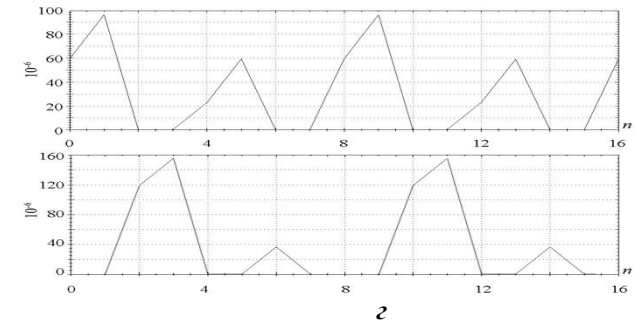
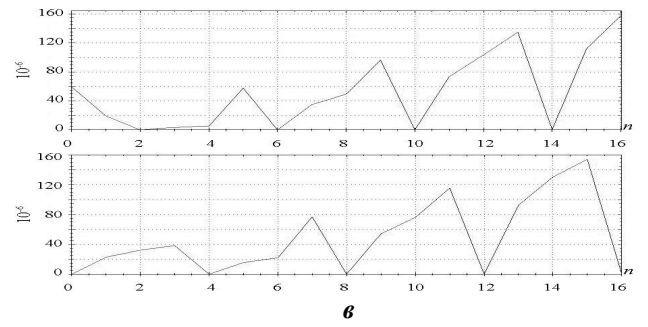
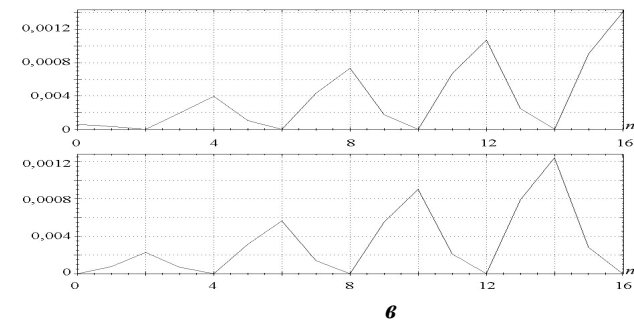
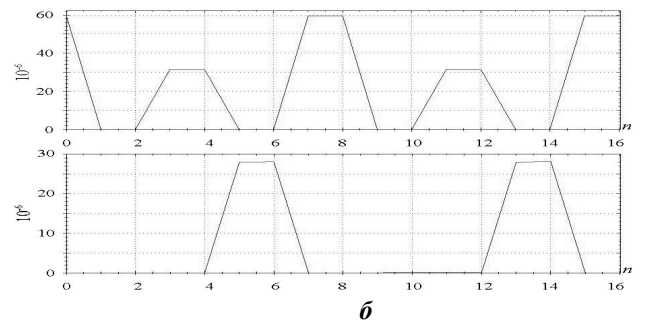
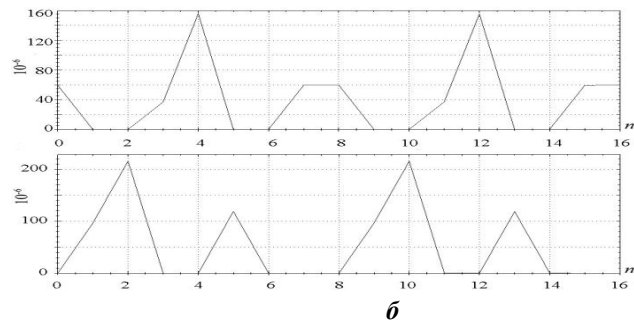
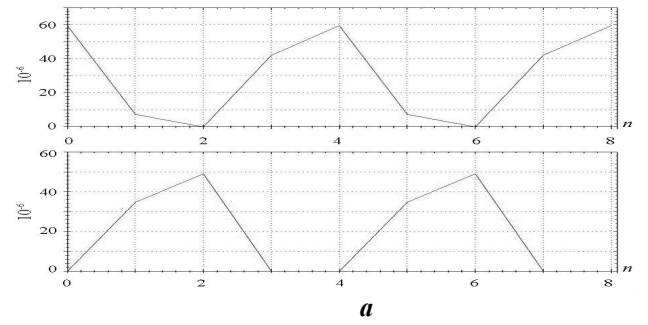
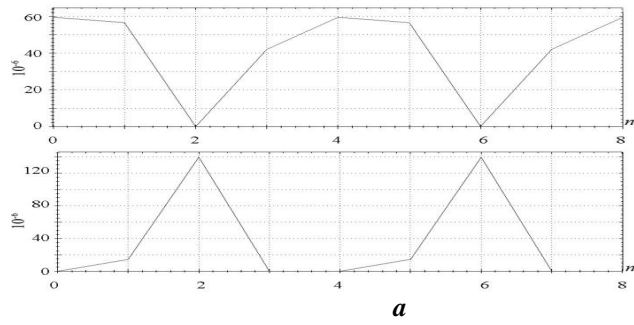


Рис. 8

Рис. 9

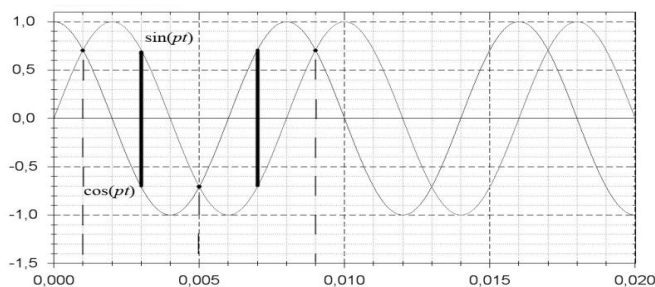


Рис. 10

Оскільки сталі інтегрування  $C_{1n}$  та  $C_{2n}$  у співвідношеннях (1) і (2) множаться на  $\sin pt$  та  $\cos pt$ , проаналізуємо графіки їхніх залежностей від часу (рис. 10). Як бачимо, криві  $\sin pt$  та  $\cos pt$  перетинаються у точках, яким відповідають значення часу 0,001, 0,005 та 0,009, а найбільша відстань між цими кривими буде у точках 0,003 та 0,007. При цьому у моменти часу 0,002, 0,004, 0,006 та 0,008 с одна з кривих проходить через нуль. Тобто можна простежити таку залежність: значення часу, при якому відстань між кривими

$\sin pt$  та  $\cos pt$  дорівнює нулю, відповідає режиму з мінімальною кількістю перемикань, необхідною для досягнення усталеного режиму, а значення часу, при якому відстань між кривими  $\sin pt$  та  $\cos pt$  максимальна – режимам з найбільшою кількістю перемикань до досягнення аналогічного режиму.

Таким чином, при несиметричному керуванні процесом реверсування реактивних елементів кількість перемикань, необхідних для досягнення усталеного режиму, суттєво залежить від співвідношень між  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$ . Має місце дзеркальна симетрія між процесами, де тривалості інтервалів між перемиканнями  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  дзеркально симетричні у досліджуваному колі. Вільна складова має вирішальний вплив на процес досягнення усталеного режиму. Спостерігається пряма залежність між кількістю реверсувань, яку необхідно зробити для досягнення усталеного режиму, та співвідношеннями значень між  $\sin pt$  та  $\cos pt$ .

1. Шидловская Н.А. Процессы в RLC-цепи синусоидального напряжения с управляемым реверсированием емкости // Техн. электродинамика. – 2011. – №1. – С. 3–11.

Shidlovskaya N.A. The processes in sin voltage RLC-circuit with controlled reversing of capacity // Tekhnichna elektrodynamika. – 2011. – №1. – P. 3–11. (Rus.)

2. Шидловская Н.А. Исследование RLC-цепи синусоидального напряжения с управляемым реверсированием индуктивного элемента // Техн. электродинамика. – 2011. – №2. – С. 3–10.

Shidlovskaya N.A. The research of the sin voltage RLC-circuit with controlled reversing of inductive element // Tekhnichna elektrodynamika. – 2011. – №2. – P. 3–10. (Rus.)

УДК 621.3.011.74.005

Н.А.Шидловская<sup>1</sup>, чл.-корр. НАН Украины, С.С.Фастова<sup>2</sup>,

<sup>1</sup> – Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина,

<sup>2</sup> – Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", пр. Победы, 37, Киев-57, 03056, Украина.

#### Об особенностях несимметричного управления реверсированием реактивных элементов в RLC-цепи

Исследованы процессы, которые возникают в RLC-цепи, питаемой от источника синусоидального напряжения при несимметричном реверсировании ее реактивного элемента. Обнаружено, что при определенных значениях интервалов времени между переключениями процессы в цепи уравниваются достаточно долго по сравнению с другими исследованными режимами. Проведен численный эксперимент в пакете MATLAB, подтверждающий аналитические расчеты. Проанализированы причины, которые могли вызвать именно такой характер протекания процесса в исследуемой системе. Библ. 2, табл. 1, рис. 10.

**Ключевые слова:** RLC-цепь, реверсирование, реактивный элемент.

N.A.Shydlovskaya<sup>1</sup>, S.S.Fastova<sup>2</sup>,

<sup>1</sup> – Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine, Peremogy, 56, Kiev-57, 03680, Ukraine,

<sup>2</sup> – National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnical Institute", Peremogy, 37, Kiev-57, 03056, Ukraine.

#### Peculiarities of asymmetrical control of reactive components reversal in an RLC-circuit

The processes occurring in an RLC-circuit powered by a sinusoidal voltage source under asymmetric reversal of its reactive element have been investigated. It has been found that processes in a circuit are balancing for a rather long time in comparison with other investigated modes at certain values of time intervals between switching. The carried out numerical experiment in the MATLAB package confirms analytical calculations. The reasons that could generate such process behavior in the system under investigation have been studied. References. 2, table 1, figures 10.

**Keywords:** RLC-circuit, reversal, reactive component.

Надійшла 17.01.2011

Received 17.01.2011