УДК 621.31

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГИ

Н.А.Костин[1], докт.техн.наук, **А.В.Петров**[2],
[1,2] – **Днепропетровский нац. ун-т железнодорожного транспорта имени академика В.Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепропетровск, 49010, Украина.**

Изложены способы определения составляющих полной мощности в системах электрической тяги. Используя метод корреляционных функций, предложен новый подход к определению этих составляющих. Выполнены численные расчеты активной, неактивной и полной мощностей, а также коэффициента неактивной мощности тремя методами. Приведена также оценка отношения непроизводительных потерь активной электроэнергии, обусловленной перетеканием реактивной мощности в тяговой сети, к потребляемой. Установлено, что этот показатель может превышать величину 10%. Библ. 10, табл. 1, рис. 3.

Ключевые слова: неактивная мощность, система электрической тяги, метод корреляционных функций.

Введение. В основе анализа электроэнергетических процессов в системах электрической тяги лежит задача приборного измерения или аналитического определения составляющих полной мощности. Разработанные относительно недавно электронные микропроцессорные счетчики с большой точностью измеряют различные характеристики мощности и энергии. Однако они работают практически без ошибок только в установившихся режимах, только при синусоидальных напряжениях и токах и только в симметричных системах. В других случаях, т.е. в других системах, какими и являются системы электрической тяги постоянного и переменного тока, существующие, особенно индукционные, счетчики электроэнергии могут измерять адекватно только активную мощность, все остальные энергетические характеристики оцениваются с существенными погрешностями [3,4]. Существенно эти погрешности возрастают, если напряжения и токи являются резкоизменяющимися величинами и, более того, представляют собой случайные процессы, что характерно для электрических тяговых сетей. Поэтому результаты расчетов технологических потерь электроэнергии в устройствах электроснабжения по методике [6], которые базируются на показаниях электросчетчиков, являются очень неточными.

В связи с изложенным выше наиболее правильный путь оценки составляющих полной мощности и их потерь – расчетный − на основе экспериментально полученных в реальных эксплуатационных условиях регистрограмм и осциллограмм изменения во времени напряжений $u(t)$ и токов $i(t)$ в устройствах (тяговых подстанциях, тяговых сетях, электроподвижном составе) систем электрической тяги. При этом, если $u(t)$ и $i(t)$ являются несинусоидальными, но периодическими, то для определения составляющих полной мощности применим классический Фурье-анализ. Однако реально временные зависимости токов и напряжений на входе и выходе тяговых подстанций и их фидеров, а также в электроподвижном составе являются реализациями соответствующих случайных процессов, применение к которым классического спектрального анализа неправомерно [1]. Вероятно, в этом случае для определения энергетических характеристик целесообразно использование аппарата теории случайных процессов.

Поэтому в данной работе для решения поставленной задачи рассматриваются три метода: метод «дискретной электротехники», метод дискретного преобразования Фурье и метод корреляционных функций.

Сущность и теоретические предпосылки методов. Метод «дискретной электротехники», в котором реализованы идеи точечного исчисления академика АН УССР Г.Е.Пухова [7], заключается в следующем. Каждую реализацию длительностью T (чаще всего суточную) заданных случайных функций напряжения $u(t)$ и соответствующую ей реализацию тока $i(t)$ или мгновенной мощности $p(t)$ дискретизируют с интервалом времени Δt, выбранным в соответствии с теоремой Котельнико-

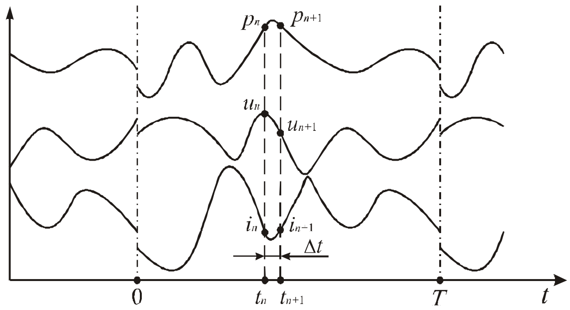

Рис. 1

ва [2] (рис. 1): $t_1, t_2, ..., t_n, ..., t_N$; $t_{n+1} = t_n + \Delta t$; $N = \dfrac{T}{\Delta t}$, где N – общее количество точек временного квантования за время $[0,\ T]$.

В результате имеем дискретные значения напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$:

$$u(t_1) = u_1,\ u(t_2) = u_2,\ ...,\ u(t_n) = u_n,\ ...,\ u(t_N) = u_N;$$

$$i(t_1) = i_1,\quad i(t_2) = i_2,\ ...,\quad i(t_n) = i_n,\ ...,\quad i(t_N) = i_N.$$

Тогда мгновенная мощность в произвольный момент времени t_n будет равна

$$p(t_n) = p_n = u(t_n)\, i(t_n) = u_n i_n, \tag{1}$$

а активная мощность

$$P = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} p_n = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} u_n i_n. \tag{2}$$

Действующие значения напряжения и тока определятся как

$$U = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} u_n^2}, \qquad I = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} i_n^2}. \tag{3, 4}$$

Полная мощность $S = UI$. (5)

Неактивная мощность по Фризе $Q_\Phi = \sqrt{S^2 - P^2}$. (6)

Коэффициент неактивной мощности $\mathrm{tg}\varphi = Q_\Phi / P$. (7)

Условием использования метода дискретного преобразования Фурье для определения мощностей есть такая длительность T реализаций $u(t)$ и $i(t)$, при которой успевают проявиться все наиболее существенные для практики их свойства (например, среднеквадратические значения). Тогда каждую такую реализацию $u(t)$ и $i(t)$ можно рассматривать как детерминированную несинусоидальную функцию (обозначим ее как $f(t)$) не на интервале $[0,\ T]$, а продолженную периодически за пределы вышеуказанного интервала, т.е. необходимо преобразовать непериодическую функцию в периодическую с произвольным периодом T (рис. 2), для которой справедливым является разложение в ряд Фурье [10]. Однако функция $f(t)$ несинусоидальная и поэтому применение известного прямого интегрального преобразования Фурье

$$F(j\omega) = \int_0^\infty f(t)\cdot e^{-j\omega t}dt = F(\omega)\cdot e^{j\psi(\omega)}$$

для спектрального анализа реализации этой случайной функции практически затруднительно, а поэтому необходимо использовать дискретное преобразование Фурье. Для этого дискретизируем произвольную реализацию функции $f(t)$ на интервалы времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ (рис. 2) также по теореме Котельникова [2]. На рис. 2: N – общее количество интервалов дискретизации; $n = 1,\ 2,\ ...,\ N$; тогда $\Delta t = T/N$.

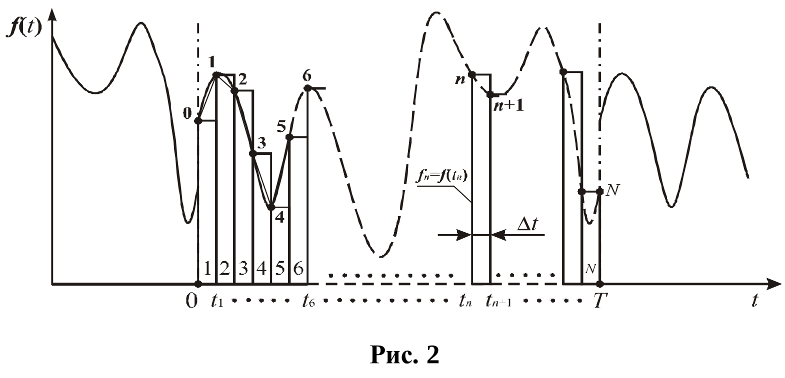

Рис. 2

В результате дискретизации получаем последовательность δ-импульсов, умноженных на значение $f(n\Delta t)$ функции $f(t)$ в момент взятия отсчетов

$$f_\partial(n\Delta t) = \sum_{n=1}^{N} f(n\Delta t)\delta(t - n\Delta t),$$

или, переходя к безразмерным интервалам дискретизации,

$$f_\partial(n)=\sum_{n=1}^{N} f(n)\delta\left(\frac{t}{\Delta t}-n\right). \tag{8}$$

Подставим это выражение в формулу спектральной плотности «n»-го прямоугольного импульса $F(j\omega_k)=\int_{t_n}^{t_{n+1}} f_\partial(n)e^{-j\omega_k t}dt$ и получим

$$f(j\omega_k)=\int_{t_n}^{t_{n+1}}\sum_{n=1}^{N} f(n)\delta\left(\frac{t}{\Delta t}-n\right)e^{-j\omega_k t}dt. \tag{9}$$

Изменяя порядок интегрирования и сложения, а также учитывая «фильтрующее» свойство δ-функции и то, что дискретная круговая частота $\omega_k=2\pi k/T$, а $t_n=n\Delta t$, представим (9) в виде

$$F(j\omega_k)=\sum_{n=1}^{N} f(n)\int_{t_n}^{t_{n+1}}\delta\left(\frac{t}{\Delta t}-n\right)e^{-j\frac{2\pi}{T}kt}dt=-\frac{T}{j2\pi k}\sum_{n=1}^{N} f(n)\left[e^{-j\frac{2\pi}{T}k(n+1)\Delta t}-e^{-j\frac{2\pi}{T}kn\Delta t}\right]=F(\omega_k)e^{-j\psi(\omega_k)}. \tag{10}$$

Тогда амплитуда $A_m^{(k)}$ k-й гармоники искомого ряда Фурье функции $f(t)$ с числом гармоник m $f(t)=\sum_{k=1}^{m}A_m^{(k)}\sin\left(k\omega t+\psi^{(k)}\right)$ определится по формуле

$$A_m^{(k)}=2F(\omega_k)/T, \tag{11}$$

а начальная фаза $\psi^{(k)}$ – в соответствии с (10).

В дальнейшем (после указанного разложения в тригонометрический ряд каждой реализации случайных функций $u(t)$ и $i(t)$) определение активной мощности выполняется по известному выражению теоретической электротехники

$$P=\sum_{k=1}^{m}U^{(k)}I^{(k)}\cos\varphi^{(k)}, \tag{12}$$

а полной S и неактивной $Q_Ф$ мощностей – соответственно по формулам (5) и (6), где U и I – действующие значения несинусоидальных напряжения и тока, которые определяются по известным выражениям теории цепей несинусоидального тока:

$$U=\sqrt{\sum_{k=0}^{n}U^{(k)2}},\qquad I=\sqrt{\sum_{k=0}^{n}I^{(k)2}}. \tag{13}$$

Метод корреляционных функций, идея которого приведена в [9], основывается на известных из теории стационарных процессов понятиях авто- и взаимнокорреляционных функций [8].

Согласно этой теории, автокорреляционную функцию $K_U(\tau)$ напряжения $u(t)$, как стационарного эргодического случайного процесса, можно записать как математическое ожидание скалярного произведения центрированной случайной функции $\overset{o}{U}(t)$ и ее сдвинутой на интервал корреляции τ копии $\overset{o}{U}(t+\tau)$:

$$K_U(\tau)=M\left[\overset{o}{U}(t)\overset{o}{U}(t+\tau)\right]=M\left\{\left[U(t)-m_U\right]\left[U(t+\tau)-m_U\right]\right\}, \qquad 14)$$

где m_U – математическое ожидание стационарной случайной функции напряжения $U(t)$ (величина постоянная).

Аналогично, автокорреляционная функция $K_I(\tau)$ случайной функции тока $\overset{o}{I}(t)$ запишется как

$$K_I(\tau)=M\left[\overset{o}{I}(t)\overset{o}{I}(t+\tau)\right]=M\left\{\left[I(t)-m_I\right]\left[I(t+\tau)-m_I\right]\right\}, \tag{15}$$

где m_I – математическое ожидание стационарной случайной функции тока $I(t)$ (величина постоянная).

Для стационарных случайных процессов в очень широких условиях доказывается [8, с. 374], что несмещенной оценкой математического ожидания $M\left[X(t)\right]$ любой стационарной функции $X(t)$ является ее среднее значение по времени $\bar{x}$ реализации длительностью T этой функции $X(t)$, т.е.

$$M\left[X(t)\right] = m_X = \bar{x} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt. \tag{16}$$

Тогда, согласно (16), выражения (14) и (15) для корреляционных функций можно записать в виде

$$K_U(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T\left[U(t)-m_U\right]\left[U(t+\tau)-m_U\right]dt = \frac{1}{T}\int_0^T U(t)U(t+\tau)dt - \frac{1}{T}\int_0^T U(t)m_U dt - \frac{1}{T}\int_0^T U(t+\tau)m_U dt + m_U{}^2, \tag{17}$$

$$K_I(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T I(t)I(t+\tau)dt - \frac{1}{T}\int_0^T I(t)m_I dt - \frac{1}{T}\int_0^T I(t+\tau)m_I dt + m_I{}^2. \tag{18}$$

Автокорреляционная функция определяет закономерность, свойственную только одному процессу ($u(t)$ или $i(t)$), и используется при нахождении действующих значений величин. Действительно, при $\tau = 0$ выражения (17) и (18) принимают вид

$$K_U\big|_{\tau=0} = \frac{1}{T}\int_0^T U^2(t)dt - m_U{}^2 = U^2 - m_U{}^2, \qquad K_I\big|_{\tau=0} = \frac{1}{T}\int_0^T I^2(t)dt - m_I{}^2 = I^2 - m_I{}^2, \tag{19,20}$$

где U и I – действующие значения соответственно напряжения и тока, найденные по временным реализациям продолжительностью T.

Учитывая (19) и (20), полная мощность определится через автокорреляционные функции

$$S = UI = \sqrt{\left[K_U\big|_{\tau=0} + m_U{}^2\right]\left[K_I\big|_{\tau=0} + m_I{}^2\right]}. \tag{21}$$

Если в выражении (14) сдвинутую копию напряжения $\overset{o}{U}(t+\tau)$ заменить сдвинутой копией тока $\overset{o}{I}(t+\tau)$, получим взаимную корреляционную функцию напряжения с током:

$$K_{UI}(\tau) = M\left[\overset{o}{U}(t)\overset{o}{I}(t+\tau)\right] = M\left\{\left[U(t)-m_U\right]\left[I(t+\tau)-m_I\right]\right\} =$$
$$= \frac{1}{T}\int_0^T U(t)I(t+\tau)dt - \frac{1}{T}\int_0^T U(t)m_I dt - \frac{1}{T}\int_0^T I(t+\tau)m_U dt + \frac{1}{T}\int_0^T m_U m_I dt. \tag{22}$$

Аналогично, если в выражении (15) сдвинутую копию тока $\overset{o}{I}(t+\tau)$ заменить сдвинутой на интервал корреляции τ копией напряжения $\overset{o}{U}(t+\tau)$, получим взаимную корреляционную функцию тока с напряжением

$$K_{IU}(\tau) = M\left[\overset{o}{I}(t)\overset{o}{U}(t+\tau)\right]. \tag{23}$$

При временном сдвиге, равном нулю $(\tau = 0)$, формулы (22) и (23) определяют энергию взаимодействия процессов напряжения и тока, выражающуюся взаимными корреляционными функциями:

$$K_{UI}\big|_{\tau=0} = \frac{1}{T}\int_0^T U(t)I(t)dt - m_U m_I, \qquad K_{IU}\big|_{\tau=0} = \frac{1}{T}\int_0^T I(t)U(t)dt - m_I m_U. \tag{24,25}$$

В то же время известно, что, согласно теоретической электротехнике, активная мощность P определяется как среднее значение мгновенной мощности $p(t) = u(t)i(t)$ за интервал $[0,\ T]$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T U(t)I(t)dt. \tag{26}$$

Из сравнения выражений (24) и (25) с формулой (26) приходим к выводу, что активная мощность P определяется через взаимную корреляционную функцию напряжения с током $K_{UI}(\tau)$ или тока с напряжением $K_{IU}(\tau)$ при временном сдвиге $\tau = 0$ как

$$P = K_{UI}\big|_{\tau=0} + m_U m_I \,. \tag{27}$$

Тогда неактивная мощность по Фризе, согласно формуле (6), запишется в виде

$$Q_\Phi = \sqrt{\left[K_U\big|_{\tau=0} + m_U^2\right]\left[K_I\big|_{\tau=0} + m^2{}_I\right] - \left[K_{UI}\big|_{\tau=0} + m_U m_I\right]^2} =$$
$$= \sqrt{\left[D_U + m^2{}_U\right]\left[D_I + m^2{}_I\right] - \left[K_{UI}\big|_{\tau=0} + m_U m_I\right]^2}\,, \tag{28}$$

а коэффициент неактивной мощности определится выражением:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\sqrt{\left[D_U + m^2{}_U\right]\left[D_I + m^2{}_I\right] - \left[K_{UI}\big|_{\tau=0} + m_U m_I\right]^2}}{K_{UI}\big|_{\tau=0} + m_U m_I}\,, \tag{29}$$

где D_U и D_I – дисперсии стационарных процессов соответственно напряжения и тока.

Выражения (14)–(29) справедливы как для постоянных, так и переменных напряжений и токов и поэтому являются универсальными.

Как следует из (28), с увеличением дисперсии напряжения и тока возрастает потребляемая неактивная мощность по Фризе, а, следовательно, возрастают и непроизводительные потери электроэнергии.

Пользуясь приведенными «мощностными» понятиями корреляционных функций и выражениями в работе [5], запишем также формулы для мгновенных мощностей − активной, неактивной и общей мгновенной

$$p_a(t) = \frac{P}{U^2}u^2(t) = \frac{K_{UI}\big|_{\tau=0} + m_U m_I}{K_U\big|_{\tau=0} + m_U{}^2}u^2(t)\,; \qquad q(t) = p(t) - p_a(t) = u(t)i(t) - \frac{K_{UI}\big|_{\tau=0} + m_U m_I}{K_U\big|_{\tau=0} + m_U{}^2}u^2(t), \tag{30,31}$$

$$p(t) = p_a(t) + q(t) = u(t)i(t)\,. \tag{32}$$

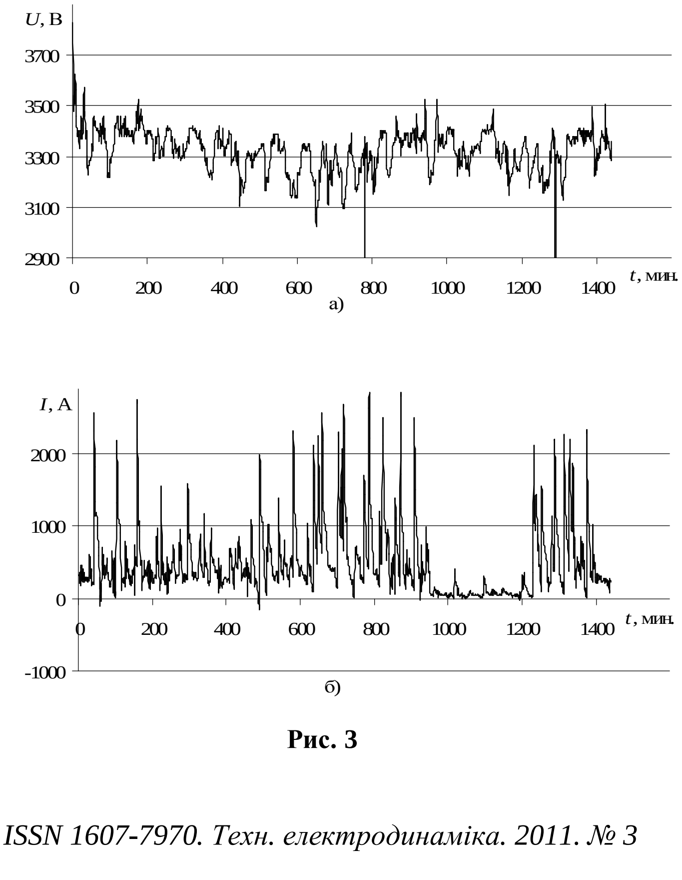

Рис. 3

Результаты и анализ численных расчетов. Для оценки и сравнения значений составляющих полной мощности, рассчитанных всеми тремя методами, в течение суток была произведена синхронная запись временных значений огибающих выпрямленных тока и напряжения фидера одной из действующих тяговых подстанций постоянного тока Приднепровской железной дороги (рис. 3). Для записи кривой напряжения $U(t)$ использовали ампервольтметр самопишущий переносный типа Н339, магнитоэлектрической системы с выпрямителем и классом точности 1,5. Прибор подключали параллельно к выходным зажимам делителя напряжения ($40/1$), включенного параллельно к шинам «+» и «–» тяговой подстанции. Регистрацию кривой тока $I(t)$ производили прибором того же типа, который подключали параллельно к шунту 3000 А/75 мВ исследуемого фидера. Скорость записи – 100…300 мм/час.

Результаты расчетов активной, неактивной по Фризе, полной мощности и коэффициента неактивной мощности приведены в таблице.

	Метод			Экспериментальные значения
	«дискретной электротехники»	дискретного преобразования Фурье (первые 40 гармоник)	корреляционых функций	
P , МВт	1,613	1,612	1,613	1,644
Q_{Φ} , Мвар	1,590	1,588	1,590	1,620
S , МВА	2,265	2,263	2,265	2,309
$\mathrm{tg}\varphi$	0,986	0,985	0,986	0,971

Выводы.

1. Точность всех трех методов определения составляющих полной мощности примерно одинакова. Погрешность составила 2 % при сравнении расчетных показателей с реально полученными в ходе проведения экспериментальных исследований.

2. Предложенный метод корреляционных функций можно использовать при расчете составляющих полной мощности и оценке других энергетических показателей в системах электрической тяги в случае, если напряжения и токи в них будут представлять случайные эргодические процессы.

3. Неактивная мощность по Фризе численно представляет большую величину в сравнении с полной мощностью, передаваемой электроподвижному составу, вследствие чего в тяговой сети будут также большими непроизводительные потери активной энергии. Расчеты показывают, что, например, для тяговых сетей ряда участков электроснабжения Приднепровской железной дороги отношение непроизводительных потерь активной электроэнергии к потребляемой составляет от 6,62 до 9,93%.

1. *Винер Н.* Новые главы кибернетики. Управление и связь в животном и машине. – М.: Сов. радио, 1963. – 63 с.

Viner N. New chapters of cybernetics. Management and communication in animal and machine. – Moskva: Sovetskoe radio, 1963. – 63 p. (Rus.)

2. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Сов. радио, 1977. – 608 с.

Gonorovskii I.S. Circuits and signals of radio engineering. – Moskva: Sovetskoe radio, 1977. – 608 p. (Rus.)

3. *Давыдов Б.И.* Об измерении потерь в контактной сети // Вестник ВНИИЖТа. – Москва, 2007. – №1. – С. 42–44.

Davidov B.I. About measuring losses in trolley line // Vestnik VNIIZhT. – Moskva, 2007. – №1. – P. 42–44. (Rus.)

4. *Денисюк С.П., Кравцов О.В.* Оцінка точності вимірювання складових електроенергії в системах з перетворювачами електроенергії // Техн. електродинаміка. Тем. вип. “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2008. – Ч. 1. – С. 61–66.

Denysiuk S.P., Kravtsov O.V. Accuracy rating of measuring components of electric energy in systems with electric energy transducer // Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk “Problemy suchasnoi elektrotekhniky”. – 2008. – Vol. 1. – P. 61–66. (Ukr.)

5. *Костин Н.А, Саблин О.И.* Коэффициент мощности электроподвижного состава постоянного тока // Електротехніка і електромеханіка. – 2005. – № 1. – С. 97–100.

Kostin N.A., Sablin O.I. Power factor of electric rolling stock of direct current // Elektrotekhnika i elektromekhanika. – 2005. – № 1. – P. 97–100. (Rus)

6. *Методика розрахунку* технологічних втрат в пристроях електропостачання. ЦЕ 0007. Затв.: Наказ Укрзалізниці № 342 від 28.08.2003. – Київ, 2003. – 37 с.

Design procedure process losses in arrangements of power supply. CE 0007. Zatverdzheno: Nakaz Ukrzaliznytsi № 342, 28.08.2003. – Kyiv, 2003. – 37 p. (Ukr.)

7. *Пухов Г.Е.* Введение в теорию метода точек // Труды Таганрогского радиотехнического института. – Таганрог, 1954. – Т. 2. – 152 с.

Pukhov G.E. Introduction in theory method of points // Trudy Taganrogskogo radiotekhnicheskogo instituta. – Taganrog, 1954. – Vol. 2. – 152 p. (Rus)

8. *Свешников А.А*. Прикладные методы теории случайных функций. – М.: Наука, 1968. – 463 с.
Sveshnikov A. A. Applied methods of theory of random numbers. – Moskva: Nauka, 1968. – 463 p. (Rus.)
9. *Тонкаль В.Е., Новосельцев А.В., Денисюк С.П., Жуйков В.Я., Стрелков М.П., Яценко Ю.А.* Баланс энергии в электрических цепях. – К.: Наук. думка, 1992. – 312 с.
Tonkal V.E., Novoseltsev A.V., Denisiuk S.P., Zhuikov V.Ya., Strelkov M.P., Yatsenko Yu.A. Energy balance in electric circuits. – Kyiv: Naukova dumka, 1992. – 312 p. (Rus.)
10. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Москва: Наука, 1966. – Т.3. – 656 с.
Fikhtengolts G.M. Course of differential and integral calculus. – Moskva: Nauka, 1966. – Vol.3. – 656 p. (Rus.)

УДК 621.31
М.О.Костін[1], докт.техн.наук**, А.В.Петров**[2]**,**
**[1,2] – Дніпропетровський нац. ун-т залізничного транспорту ім. академіка В.Лазаряна,
вул. Лазаряна, 2, Дніпропетровськ, 49010, Україна.**

Методи визначення складових повної потужності в системах електричної тяги
Викладено способи визначення складових повної потужності в системах електричної тяги. Використовуючи метод кореляційних функцій, запропоновано новий підхід до визначення цих складових. Виконано чисельні розрахунки активної, неактивної та повної потужностей, а також коефіцієнта неактивної потужності трьома методами. Представлено оцінку відношення непродуктивних втрат активної електроенергії, обумовленої перетіканням реактивної потужності в тяговій мережі, до споживаної. Встановлено, що цей показник може перевищувати величину 10%. Бібл. 10, табл. 1, рис. 3.
Ключові слова: неактивна потужність, система електричної тяги, метод кореляційних функцій.

N.A.Kostin[1]**, A.V.Petrov**[2]**,**
**[1,2] – Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V.Lazarian,
V.Lazarian str., 2, Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine.**

Methods of definition of components of total power in systems of electric propulsion
Ways of definition of components of total power in systems of electric propulsion are stated. Using the method of correlation functions, the new approach to determination of these constituents is offered. The numeral calculations of active, inactive and total power are executed, and also coefficient of inactive power has been calculated by three methods. The estimation of relation of non-productive losses of active electric power to the reactive power conditioned flowing in a hauling network, to consumed is resulted also. It is set that this index can exceed 10%. References 10, tables 1, figures 3.
Key words: inactive power, electric propulsion system, method of correlation functions.

Надійшла 16.09.2010
Received 16.09.2010