

УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПРОМЕЖУТКЕ МЕЖДУ ПРОВОДЯЩИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

М.А.Щерба¹, А.Д.Подольцев², докт.техн.наук,

¹ – НТУ Украины «Киевский политехнический институт»,

ул. Политехническая, 37, Киев-56, 03056, Украина,

² – Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы 56, Киев-57, 03680, Украина.

Разработана математическая модель для численного анализа возмущения внешнего низкочастотного электрического поля (ЭП) в диэлектрическом промежутке между двумя близко расположенными вдоль поля проводящими включениями, расстояние между которыми меньше их размеров. Показано, что с уменьшением промежутка между поверхностями таких включений напряженность электрического поля в нем возрастает по закону степенной функции. Также показано, что при неизменных размерах проводящих включений в направлении поля степень усиления поля в диэлектрическом промежутке повышается с уменьшением расстояния между ними и увеличением кривизны их поверхностей. Проведенные расчеты подтвердили, что при сближении цилиндрических, сферических и эллипсоидальных включений степень усиления поля между последними будет наибольшей, а между первыми – наименьшей. Библ. 8, рис. 5.

Ключевые слова: электрическое поле, поверхностный заряд, диэлектрическая среда, проводящие включения, напряженность, напряженный объем.

Введение. В работах [5,7,8] исследовалось распределение ЭП в диэлектрической среде между двумя проводящими сферическими микровключениями, которые располагались вдоль поля E_0 на расстояниях меньших, чем их диаметры. В полимерном диэлектрике между такими близко расположенными включениями наблюдалось значительное усиление поля по сравнению с ЭП возле таких же включений, но расположенных на расстояниях, гораздо больших их размеров. С уменьшением расстояния l между поверхностями включений максимальная величина напряженности поля E_{max} в диэлектрическом промежутке между ними непрерывно возрастала. В то же время в указанных статьях не были выявлены механизмы усиления ЭП, а также количественная зависимость поля от геометрических характеристик включений.

Известно, что вследствие влияния внешнего ЭП на проводящее сферическое включение на его поверхности происходит перераспределение свободных зарядов таким образом, чтобы создаваемое ими внутреннее поле компенсировало внешнее поле [1–3]. При этом на наиболее удаленных вдоль поля локальных участках поверхности включений будут наводиться разноименные заряды, но суммарный заряд включения будет оставаться равным нулю.

При наличии двух расположенных вдоль ЭП проводящих включений с выпуклыми поверхностями на близлежащих поверхностях также будут наводиться разноименные заряды, плотность которых может зависеть от расстояния между включениями и кривизны их поверхности. В то же время, уменьшение такого расстояния должно вызывать уменьшение разности потенциалов между проводящими включениями, что не позволяет однозначно утверждать о непрерывном усилении ЭП в промежутке между ними.

Поэтому целью данной работы является исследование характера изменения поверхностной плотности зарядов на двух проводящих включениях, близко расположенных вдоль поля, и величины напряженности поля в диэлектрическом зазоре между ними в зависимости от величины зазора и геометрических характеристик включений.

Постановка задачи. Задача формулировалась в электростатической постановке с возможностью ее дальнейшего обобщения на квазиэлектростатический случай. Внешнее электрическое поле принималось постоянным и однородным, а воздействие магнитного поля не учитывалось. Поэтому использовались равенства, которые в отсутствие изменений ЭП во времени и без учета магнитного поля, согласно общей системе уравнений Максвелла [1–3], можно записать в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (1,2)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{D} – векторы напряженности и индукции (смещения) ЭП, а ρ – объемная плотность свободных электрических зарядов.

Принимая, что диэлектрическая среда является однородной, изотропной и поляризуемой, вектор смещения можно определить как

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \alpha \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + k_e) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \quad (3)$$

где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, α – коэффициент пропорциональности между векторами \mathbf{P} и \mathbf{E} , $k_e = \alpha/\varepsilon_0$ – коэффициент электрической восприимчивости среды, ε – относительное значение диэлектрической проницаемости среды.

Согласно уравнению (1) ЭП является безвихревым и поэтому можно ввести скалярный электрический потенциал φ , определяемый как

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi. \quad (4)$$

После подстановки (3) и (4) в (2) получим расчетное уравнение Пуассона, устанавливающее связь между скалярным потенциалом и свободным объемным зарядом,

$$-\text{div}(\varepsilon_0 \varepsilon \text{ grad } \varphi) = \rho. \quad (5)$$

При наличии в диэлектрической среде совокупности близко расположенных проводящих микровключений с различной кривизной их поверхности аналитическое решение задачи о распределении зарядов на близко расположенных локальных поверхностях связано с большими вычислительными трудностями. Поэтому расчет изменения плотности зарядов на поверхностях включений и ЭП между ними проводился с применением метода конечных элементов, реализованного в пакете прикладных программ Comsol Multiphysics [8]. Рассматриваемые объекты выбирались осесимметричными, что позволило использовать осесимметричную двухмерную модель, которая отображает все особенности исследуемых процессов и упрощает решение задачи.

Для такой модели в пакете программ Comsol Multiphysics используется равенство (5) в цилиндрических координатах, умноженное на координату r , во избежание неопределенностей в точках $r=0$. В окончательном виде расчетное уравнение при условии отсутствия объемных зарядов представляется в виде

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}^T \left(r \varepsilon_0 \varepsilon \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{bmatrix} \right) = 0, \quad (6)$$

где r и z – цилиндрические координаты.

Расчетная область данной задачи с указанием граничных условий показана на рис. 1. При расчете поля система из двух проводящих сферических включений с расстоянием l между их поверхностями в силу существующих симметрий заменялась одиночным сферическим включением, находящимся на расстоянии $l/2$ от заземленной плоской проводящей поверхности. Согласно методу отображений [1,3] такая конфигурация эквивалентна двум сферическим включениям, расположенным на расстоянии l друг от друга.

В качестве граничного условия на поверхности проводящего включения задавалось равенство нулю полного заряда

$$\oint \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dl = 0, \quad (7)$$

где \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности.

В пакете программ Comsol Multiphysics расчетная область разбивается на совокупность конечных элементов, для каждого из которых параметры системы могут приниматься постоянными. Точность вычислений напрямую зависит от количества элементов. За счет уменьшения в два раза размеров расчетной области появляется возможность уменьшить размеры элементов наносимой сетки, соответственно увеличив их количество и точность расчетов при неизменных вычислительных ресурсах.

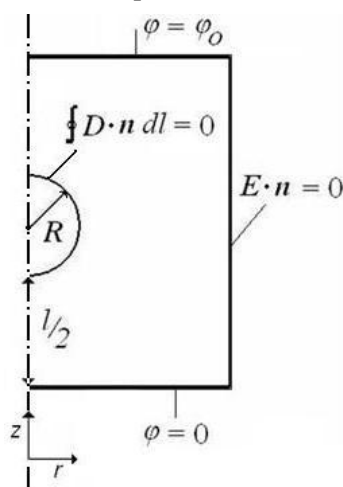


Рис. 1

Анализ результатов.

Влияние расстояния между включениями. Поскольку при уменьшении расстояния между проводящими включениями, ориентированными вдоль поля, будет

изменяться плотность зарядов на близлежащих выпуклых поверхностях и разность потенциалов между включениями, то необходимо исследовать совокупное влияние этих механизмов на изменение напряженности ЭП в диэлектрической среде.

Если при малых расстояниях между включениями пренебречь кривизной их поверхностей и не учитывать изменения на них плотности зарядов, то можно предположить, что при уменьшении расстояния l между ними максимальная напряженность ЭП в диэлектрическом промежутке будет оставаться неизменной, поскольку разность потенциалов будет уменьшаться пропорционально l .

В то же время, численные эксперименты показывают, что с уменьшением промежутка l напряженность поля E непрерывно возрастает по закону степенной функции от l . Теоретически при стремлении величины l к нулю напряженность E может возрасти до бесконечности, но практически она будет возрастать до критического значения $E_{кр.пр.}$, зависящего от электрической прочности среды промежутка. При $E > E_{кр.пр.}$ в нем произойдет полный или частичный электрический пробой.

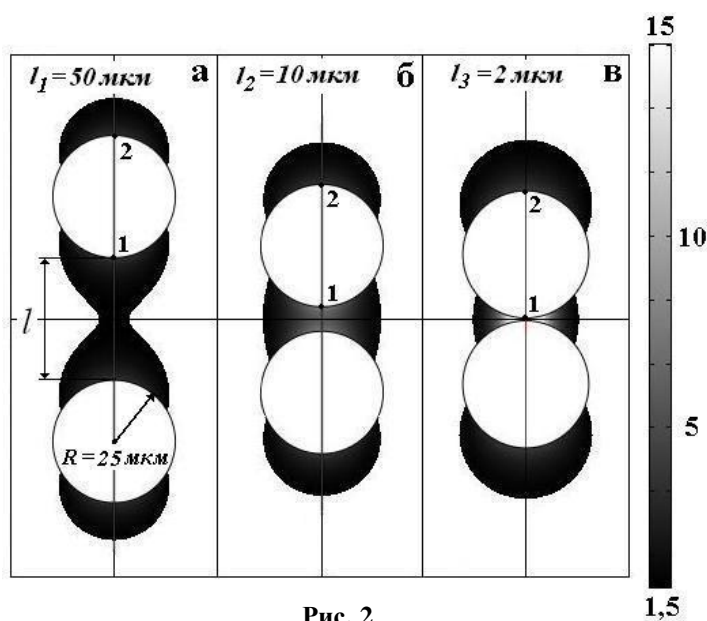


Рис. 2

На рис. 2 показано полученное расчетным путем распределение E/E_0 (E_0 – внешнее ЭП в однородном диэлектрике) в полиэтиленовой изоляции для случая двух сферических водных включений диаметром 50 мкм каждое. Тонированные области соответствуют областям, в которых напряженность E в n раз больше начальной E_0 , где n изменяется от 1,5 до 15, как показано на шкале, приведенной на рисунке справа.

Суммарная тонированная область соответствует величине напряженного объема V_n , в котором значение E превышает заданное критическое значение $E_{кр}$ [5–7]. Напряженный объем является важной характеристикой электрической деградации изоляции [4–7]. Так, если высокие уровни локальной напряженности E отражают опасность быстрого пробоя некоторой области изоляции, то увеличение областей V_n определяет

повышение вероятности локальных электрических пробоев изоляции при длительной ее эксплуатации. Напряженность ЭП в области V_n может быть меньше $E_{кр}$, но все равно увеличение V_n уменьшает ресурс изоляции [4–7].

На рис. 2 тонированные области соответствуют областям V_n , для которых $E_{кр} = 1,5 E_0$. Расчет напряженности ЭП выполнялся в точках 1 и 2 диэлектрической среды, находящихся непосредственно у поверхности водного включения. Из рис. 2 видно, что при уменьшении расстояния l между поверхностями включений, значение E_{max} превышает значение E_0 более, чем на порядок. При наименьших анализируемых значениях l получено, что величина $E_{max} \approx 15 E_0$.

В работе проводились также расчеты поверхностной плотности заряда $\sigma = D \cdot n$ на поверхности сферического проводящего включения, расположенного вблизи плоской заземленной поверхности неограниченных размеров, и разности потенциалов между ней и включением. Распределение зарядов по поверхности указанного включения показано на рис. 3. Максимумы кривых, приведенных на рис. 3, соответствуют точкам поверхности с максимальной напряженностью ЭП, показанным на рис. 2. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют значениям l , равным 50, 10 и 2 мкм.

Из графиков на рис. 3 видно, что уменьшение расстояния приводит к увеличению плотности заряда на локальной поверхности возле точки 1, показанной на рис. 2. На локальной поверхности возле точки 2, также показанной на рис. 2, плотность заряда остается практически неизменной.

Оценка напряженности поля E в диэлектрическом промежутке длиной l между поверхностью проводящего включения и заземленной поверхностью, между которыми имеется разность потенциалов $\Delta\phi$, определяется соотношением $E \sim \Delta\phi / l$ [1,3]. При отсутствии проводящих включений и других возмущений ЭП в диэлектрической среде будет однородным, а его эквипотенциальные линии будут взаимно параллельными и перпендикулярными к векторам напряженности E_0 . Наличие в среде возмущений отображается искривлением эквипотенциальных линий и силовых векторов поля. На

рис. 4, а, б и в показано распределение эквипотенциальных линий в диэлектрической среде для расстояний $l/2$, равных соответственно 25, 5 и 1 мкм от поверхности проводящего включения до заземленной поверхности.

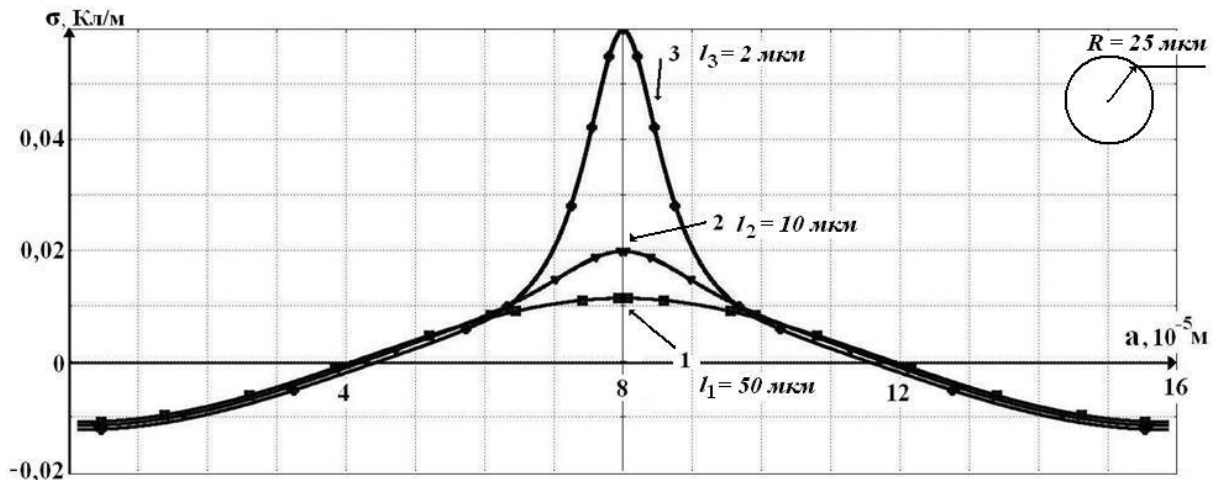


Рис. 3

Проведенный численный эксперимент показал, что с уменьшением l происходит уменьшение $\Delta\varphi$, однако не пропорционально l . Так, при $l < 2R$, чем меньше становится толщина диэлектрического промежутка l , тем медленнее уменьшается в нем разность потенциалов $\Delta\varphi$ (по сравнению с l), вызывая все более быстрое усиление ЭП, что продемонстрировано на рис. 4, г.

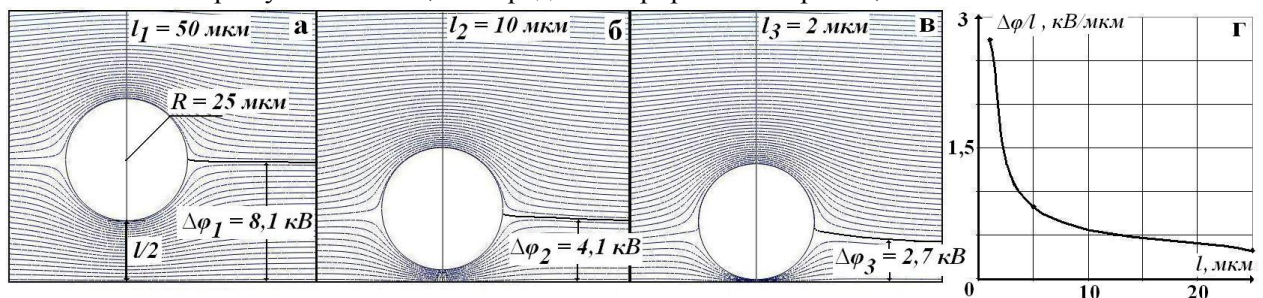


Рис. 4

Влияние кривизны поверхности. В работе также проводился анализ влияния геометрических характеристик проводящих включений – кривизны их поверхности – на усиление ЭП в диэлектрическом промежутке между ними. Выполнялся расчет напряженности E в диэлектрической среде возле двух проводящих включений цилиндрической, сферической и эллипсоидальной форм (рис. 5, а, б и в). Протяженности всех включений вдоль поля E задавались одинаковыми, равными 50 мкм. Расчет подтвердил, что в первом случае возникает наименьшее усиление ЭП, а в третьем – наибольшее. Указанную закономерность можно объяснить тем, что при одинаковых величинах наведенных зарядов их плотность увеличивается на близко расположенных поверхностях, имеющих большую кривизну.

В то же время величины напряженных объемов в диэлектрической среде возле двух включений разных форм, приведенных на рис. 5, а, б и в, наоборот, соотносятся как $V_{n1} > V_{n2} > V_{n3}$, что, в первую очередь, связано с разными объемами самих включений: $V_1 > V_2 > V_3$.

На рис. 5, г и д кривые 1, 2 и 3 отображают изменение максимальных напряженностей E_{max} и разности потенциалов между включениями $\Delta\varphi$ при изменении толщины диэлектрических промежутков между двумя цилиндрическими, сферическими и эллипсоидальными проводящими включениями, соответственно (рис. 5, а, б, в). Анализ этих кривых показывает, что с уменьшением толщины промежутка l от 5 до 1 мкм между всеми включениями напряженность E_{max} в нем увеличивается, хотя разность потенциалов $\Delta\varphi$ – уменьшается. Но наибольшее и наиболее быстрое увеличение E_{max} также, как и наибольшее и наиболее быстрое уменьшение $\Delta\varphi$ происходит в промежутке между эллипсоидальными включениями, имеющими наибольшую кривизну поверхности вдоль ЭП.

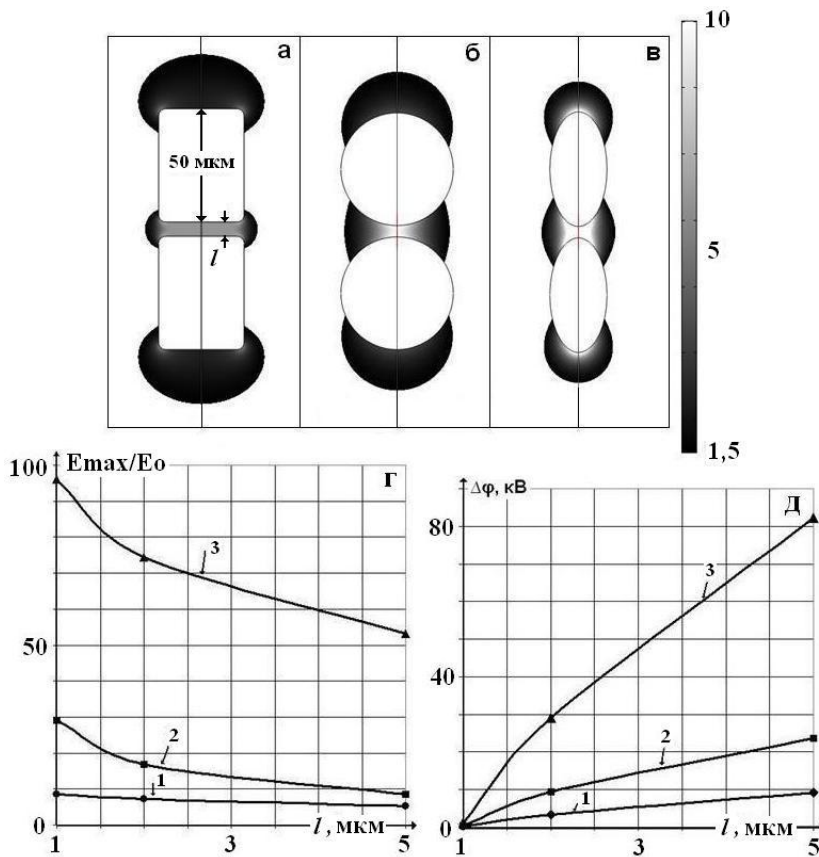


Рис. 5

ны плотность зарядов, а отсюда и величина поля, возрастают.

3. Из проведенных расчетов следует, что с уменьшением расстояния между поверхностями проводящих включений уменьшение разности потенциалов между ними происходит тем медленнее, чем меньше это расстояние, а также больше кривизна выпуклых поверхностей и размеры включений в направлении электрического поля.

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. Т.3. – СПб.: Питер, 2003. – 377 с.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1980. – 560 с.

3. Никольский В.В. Теория электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1964. – 384 с.

4. Техніка і електрофізика високих напруг / За ред. В.О.Бржезицького та В.М.Михайлова. – Харків: Торнадо, 2005. – 930 с.

5. Шидловский А.К., Щерба А.А., Золотарев В.М., Перетятко Ю.В. Анализ микронеоднородности электрического поля как фактора повышения интенсивности пороговых электрофизических процессов в полимерной изоляции высоковольтных кабелей и самонесущих изолированных проводов // Техн. електродинаміка. – 2008. – №4. – С. 3–14.

6. Щерба М.А. Закономерности изменения локального напряженного объема диэлектрика при изменении расстояния между проводящими микровключениями разных конфигураций // Доповіді за матер. МНТК "Сучасні проблеми електроенергетехніки та автоматики". – Київ: Політехніка, 2010. – С. 254–257.

7. Щерба А.А., Щерба М.А. Моделирование и анализ электрического поля в диэлектрической среде, возбужденного проводящими микровключениями разных размеров и конфигураций // Техн. електродинаміка. – 2009. – № 6. – С. 3–9.

8. Comsol Multiphysics 3.5. User's Guide and introduction. – Comsol, Inc. – www.comsol.com

Авторы статьи выражают благодарность профессору Васецкому Ю.М., который обратил внимание на необходимость проведения дополнительных исследований по влиянию геометрических характеристик включения на степень усиления электрического поля в диэлектрическом промежутке между проводящими включениями.

Выводы. 1. Показано, что при уменьшении толщины диэлектрического промежутка между двумя близко расположенными проводящими сферическими включениями происходит увеличение плотности поверхностных зарядов на их близлежащих поверхностях, что приводит к увеличению электрического поля по закону степенной функции.

2. Увеличение плотности заряда на близлежащих поверхностях проводящих включений и электрического поля в диэлектрическом промежутке между ними зависит как от расстояния между включениями, так и от их кривизны. Причем с увеличением кривизны

Посилення електричного поля у діелектричному проміжку між провідними включеннямиМ.А.Щерба¹, О.Д.Подольцев², докт.техн.наук¹ – НТУУ «Київський політехнічний інститут»,
вул. Політехнічна, 37, Київ-56, 03056, Україна,² – Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

Розроблено математичну модель для чисельного аналізу збурення низькочастотного електричного поля (ЕП) в діелектричному проміжку між двома близько розташованими вздовж поля провідними включеннями, відстань між якими менша за їхні розміри. Показано, що зі зменшенням проміжку між поверхнями таких включень напруженість електричного поля у ньому зростає за законом степеневі функції. Також показано, що за незмінних розмірів провідних включень у напрямку поля ступінь посилення поля в діелектричному проміжку зростає із зменшенням відстані між ними і збільшенням кривизни їхніх поверхонь. Проведені розрахунки підтвердили, що при зближенні циліндричних, сферичних та еліпсоїдальних включень ступінь посилення поля між останніми буде найбільшим, а між першими – найменшим. Бібл. 8, рис. 5.

Ключові слова: електричне поле, поверхневий заряд, діелектричне середовище, провідні включення, напруженість, напружений об'єм.

The electric field intensification in dielectric space between conducting inclusionsМ.А.Shcherba¹, A.D.Podoltsev²¹ – NTUU «Kyiv Polytechnic Institute»,
Politekhnicna, 37, Kyiv-56, 03056, Ukraine,² – Institute of Electrodynamics NAS Ukraine,
Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

The mathematic model for numerical analysis of external low frequency electric field (EF) disturbance in the dielectric gap between two closely located conducting inclusions, which are placed along the field on a distance less than its sizes, is developed. It is shown that at decreasing of gap between surfaces such inclusions the field intensity inside this gap increases according to the law of power function. Also it is revealed that for fixed sizes conducting inclusions, which located in the line of field, the degree of field intensity in a dielectric gap raises at decreasing of distance between them and with increasing its surfaces curvature. The performed calculations corroborated that at approaching of cylindrical, spherical and ellipsoidal inclusions the degree of field intensity between the last-named is largest, and between the first-named is lowest. References 8, figures 5.

Key words: electric field, surface charge, dielectric medium, conducting inclusions, intensity, tensed volume.

1. Demirchian K.S., Neiman L.R., Korovkin N.V., Chechurin V.L. Theoretical grounds of electrical engineering. Vol. 3. – Sankt Peterburg: Piter, 2003. – 377 p. (Rus.)

2. Landau L.D., Lifshits E.M. Electrodynamics of continuum. – Moskva: Nauka, 1980. – 560 p. (Rus.)

3. Nikolskii V.V. Electromagnetic field theory. – Moskva: Vysshaya shkola, 1964. – 384 p. (Rus.)

4. *Technique and electrophysics of high voltage* / Za redaktsieiu V.O.Brzhhezickogo ta V.M.Mikhailova. – Kharkiv: Tornado, 2005. – 930 p. (Ukr.)

5. Shidlovskii A.K., Shcherba A.A., Zolotarev V.M., Peretiatio Yu.V. Analysis of electric field microinhomogeneity as a factor of threshold electrophysical processes intensity increasing in polymeric insulation of high voltage cables and self-bearing insulated wires // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2008. – №4. – P. 3–14. (Rus.)

6. Shcherba M.A. Laws of local tensed volume changing in dielectric with distance changing between conducting microinclusions of different configurations. // *Dopovidi za materialamy ISTC "Suchasni problemy elektroenergotekhniki ta avtomatyky"*. – Kyiv: Politekhnik, 2010. – Pp. 254 – 257. (Rus.)

7. Shcherba A.A., Shcherba M.A. Modeling and analysis of electric field in dielectric medium, disturbed by conducting microinclusions of different sizes and forms // *Tekhnichna elektrodynamika*. – 2009. – № 6. – С. 3–9.

8. *Comsol Multiphysics 3.5. User's Guide and introduction*. – Comsol, Inc. – www.comsol.com

Надійшла 28.04.2011

Received 28.04.2011