

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРЕХФАЗНОМ ТРАНСФОРМАТОРЕ С УЧЕТОМ ТОПОЛОГИИ И ГИСТЕРЕЗИСНЫХ СВОЙСТВ МАГНИТОПРОВОДА**

С.Е.Зирка<sup>1</sup>, докт.техн.наук, Ю.И.Мороз<sup>2</sup>, канд.техн.наук, Е.Ю.Мороз<sup>3</sup>, А.Л.Тарчуткин<sup>4</sup>  
<sup>1,2,3</sup> – Днепропетровский национальный университет,  
пр. Гагарина, 72, Днепропетровск, 40010, Украина,  
<sup>4</sup> – Открытое акционерное общество «ВИТ»,  
Украина, Запорожье

*Предложены алгоритм определения параметров схемы замещения и модель пятистержневого трехфазного трансформатора, учитывающие гистерезисные и динамические свойства материала магнитопровода, а также магнитные потоки в немагнитной среде. Показана пригодность модели для анализа основных режимов работы трансформатора. Библ. 12, табл. 3, рис. 8.*

**Ключевые слова:** *пятистержневый трехфазный трансформатор, схема замещения, магнитопровод, гистерезис.*

**Введение.** Программные пакеты (например, САПР ТОН [5]), используемые для проектирования трансформаторов, обычно включают программу моделирования переходных процессов. Такая программа должна воспроизводить процессы, обусловленные различными изменениями режимов работы как собственно трансформатора, так и внешней электрической цепи (энергосистемы). К ним относятся первичное и повторные включения трансформатора, изменение и короткое замыкание (КЗ) нагрузки, работа генераторного трансформатора при несинхронном включении на сеть, несимметрия и провалы сетевого напряжения. Достоверность моделирования этих режимов в значительной мере определяется способностью модели воспроизводить гистерезисные (статические) и вихретоковые (динамические) свойства материала магнитной системы при произвольных и заранее неизвестных законах изменения индукции в различных элементах магнитопровода. Несмотря на многочисленные публикации, посвященные моделированию трансформаторов в переходных режимах (их обзоры даются в [10,11]), только в немногих работах предпринимались попытки корректного описания топологии и свойств материала сердечника при одновременном учете магнитных потоков, замыкающихся вне стали. Решение задачи в такой постановке (на примере однофазного трансформатора) было предложено в [2], где параметры схемы замещения были рассчитаны для случая, когда бросок тока включения трансформатора имеет место при его возбуждении со стороны обмотки высокого напряжения (ВН). Следует заметить, что при возбуждении трансформатора со стороны низкого напряжения (НН) использование подхода, описанного в [2], ведет к другим параметрам схемы замещения. Поэтому в настоящей работе метод [2] усовершенствуется с целью получения обратимой модели трансформатора, то есть модели, способной воспроизводить любые режимы работы трансформатора (включая броски токов включения) при его возбуждении как со стороны ВН, так и со стороны НН без изменения модельных параметров. Предлагаемый подход иллюстрируется расчетами сложных переходных процессов в трехфазном пятистержневом трансформаторе, где форма и амплитуда индукции в отдельных участках магнитной системы (МС) заранее не известны. В качестве примера рассматриваются переходные процессы в трансформаторе ТДЦ-667000/500 производства Запорожского трансформаторного завода.

**Математическая модель трансформатора.** Конструкция МС трансформатора и его основные размеры представлены на рис. 1 и в табл. 1. С целью перехода к схеме замещения на рис. 1 сделаны некоторые общепринятые упрощения [3]. Цилиндрические обмотки трансформатора считаются тонкими (линии НН и ВН), а их длина принята равной высоте окна. Магнитная цепь разбита на ферромагнитные и «воздушные» участки (ветви) с помощью распределенных узлов. Такие узлы показаны на рис. 1 жирными линиями, которые характеризуются бесконечной магнитной проницаемостью. Стрелками показаны условно-положительные направления магнитных потоков, используемых в расчетах.

При этом учтено, что потоки  $\Phi_{AB}$  и  $\Phi_{BC}$  в нижних и верхних торцевых ярмах, а также «воздушные» потоки  $\Phi_{0AB}$  и  $\Phi_{0BC}$ , параллельные этим ярмам, одинаковы в силу симметрии конструкции. Соответствующая схема замещения магнитной цепи приведена на рис. 2.

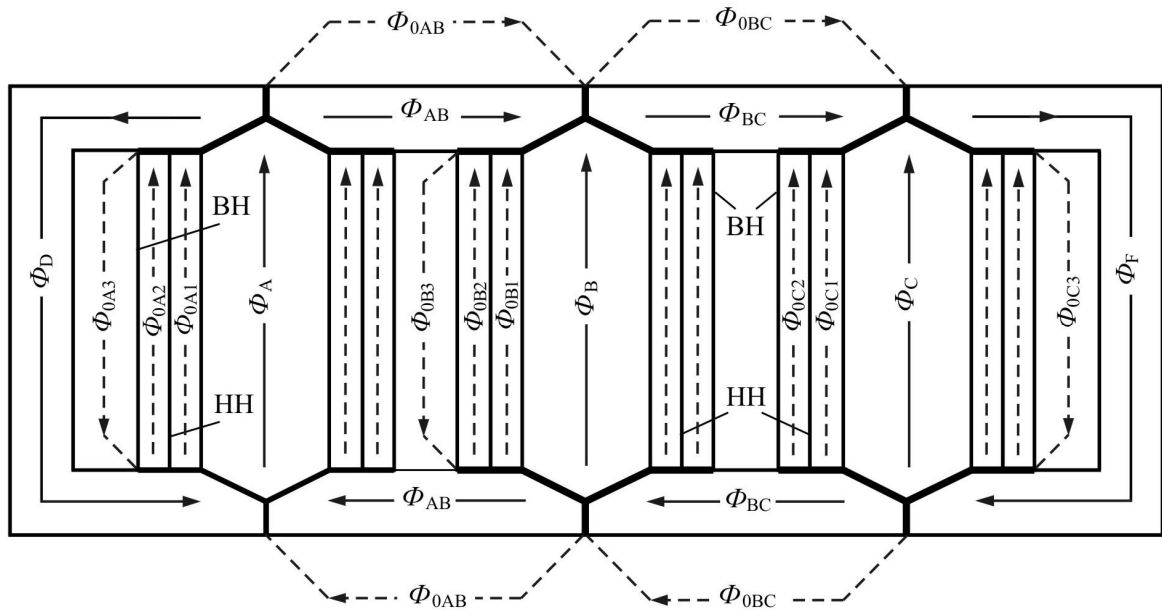


Рис. 1

Таблица 1

Параметр	Величина
Средняя длина магнитной линии в стержнях А, В и С $l_1$ , м	3.68
Средняя длина магнитной линии в боковых ярмах D и F $l_3$ , м	6.72
Средняя длина магнитной линии в торцевых ярмах $l_2$ , м	2.34
Высота окна $h$ , м	3.05
Высота обмотки НН $h_1$ , м	2.806
Высота обмотки ВН $h_2$ , м	2.701
Внутренний диаметр обмотки НН $d_{1вн}$ , м	1.358
Наружный диаметр обмотки НН $d_{1нар}$ , м	1.584
Внутренний диаметр обмотки ВН $d_{2вн}$ , м	1.774
Наружный диаметр обмотки ВН $d_{2нар}$ , м	2.080
Площадь поперечного сечения стержней А, В и С $S_1$ , м <sup>2</sup>	1.15231
Площадь поперечного сечения ярем D и F $S_3$ , м <sup>2</sup>	0.57579
Площадь поперечного сечения торцевых ярем $S_2$ , м <sup>2</sup>	0.61015

Пути магнитных потоков в ферромагнитных ветвях *условно* показаны на схеме семью магнитными сопротивлениями (элементами с заливкой), которые обозначены в соответствии с протекающими в них потоками:  $R_A, R_B, R_C$  – магнитные сопротивления стержней трансформатора;  $R_D$  и  $R_F$  – магнитные сопротивления боковых ярем;  $R_{AB}$  и  $R_{BC}$  – суммарные магнитные сопротивления торцевых ярем (учтены длины верхнего и нижнего ярем).

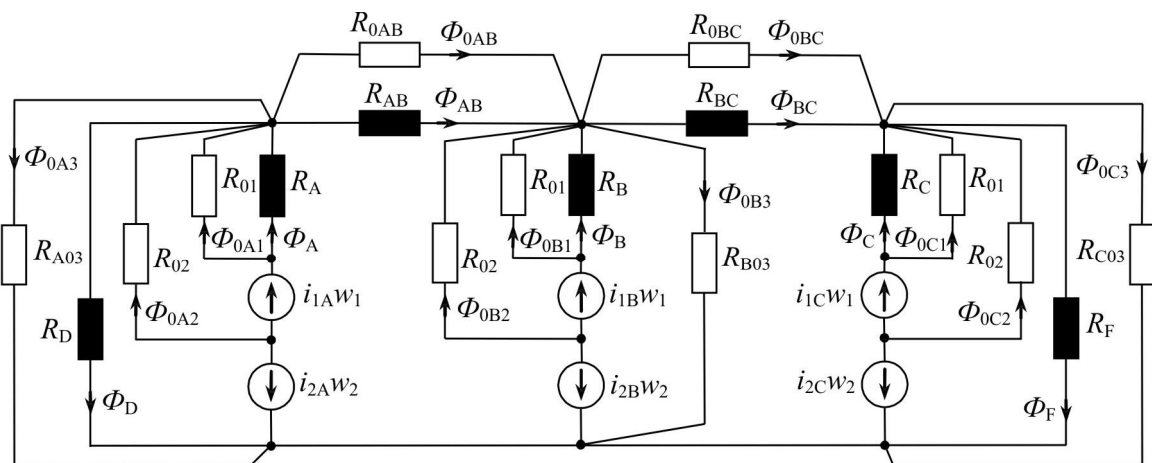


Рис. 2

Так как величины этих нелинейных сопротивлений изменяются во времени, расчет их значений приводит к неоправданно сложным алгоритмам [7]. Поэтому в данной модели ферромагнитные ветви МС описываются дифференциальными уравнениями [2], которые интегрируются совместно с другими уравнениями трансформатора и внешних цепей при пошаговом расчете переходного процесса.

Магнитные потоки в воздухе, обозначенные буквами  $\Phi$  на рис. 1 и 2, и одноименные *линейные* магнитные сопротивления на схеме рис. 2 содержат в индексах цифру 0, указывающую на магнитную проницаемость немагнитной среды,  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Это  $R_{01}$  – магнитное сопротивление канала между сердечником и обмоткой НН;  $R_{02}$  – магнитное сопротивление канала между обмотками НН и ВН;  $R_{0AB}=R_{0BC}=R_{04}$  – удвоенные магнитные сопротивления воздушных каналов, параллельных торцевым ярмам;  $R_{A03}=R_{C03}=R_{03}$  и  $R_{B03}$  – магнитные сопротивления воздушных каналов от ярма к ярму, характеризующие потоки вне обмоток. Магнитные потоки в стали характеризуются магнитной индукцией  $B=\Phi/S$  с соответствующими индексами. На схеме также показаны МДС  $i_1w_1$  и  $i_2w_2$  обмоток НН и ВН соответственно, определяемые их числами витков и токами (с индексами А, В и С).

Как и в [2], динамические свойства каждого участка магнитопровода описываются с использованием модели тонкого листа (МТЛ) [12], где напряженность магнитного поля на поверхности листа представляется суммой трех составляющих

$$H(t) = H_r(B) + \frac{d^2}{12\rho} \frac{dB}{dt} + g(B) \delta \left| \frac{dB}{dt} \right|^{0.5}. \quad (1)$$

Здесь  $B(t)$  – среднее значение магнитной индукции по сечению листа и ферромагнитной ветви в целом, поле  $H_r(B)$  рассчитывается с использованием статической модели гистерезиса, например, [1],  $d$  – толщина листа и  $\rho$  – удельное сопротивление его материала. Второе слагаемое в (1) называется классическим полем, а третье введено для учета добавочных («аномальных» [2]) потерь в стали. Параметр направления  $\delta$  в (1) полагается равным  $\pm 1$  для восходящей ( $dB/dt > 0$ ) и нисходящей ( $dB/dt < 0$ ) кривых намагничивания соответственно. Функция  $g(B)$  позволяет настроить форму динамической кривой намагничивания с учетом данных эксперимента. Для холоднокатаной электротехнической стали, рассматриваемой в настоящей статье ( $d=0.26$  мм,  $\rho=0.48 \cdot 10^{-6}$  Ом·м), эта функция может быть записана с использованием переменной  $B_\delta=B\delta$

$$g(B) = \begin{cases} 0.443(1 + 0.103B_\delta^2 + 0.165B_\delta^4), & \text{если } B_\delta < 0, \\ G_m(1 + 0.191B_\delta^2 + 0.049B_\delta^4), & \text{если } B_\delta \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Как показано в [2], модель (1)–(2) обеспечивает достаточную точность воспроизведения динамических петель гистерезиса в диапазоне частот до 200 Гц. В последующем моделировании будет использовано то обстоятельство, что при заданных  $H(t)$  и  $H_r(B)$  выражение (1) представляет собой квадратное уравнение относительно  $(dB/dt)^{1/2}$ .

Схема замещения цепи НН показана на рис. 3, где обмотки генератора соединены звездой и представлены источниками ЭДС  $e_{1A}, e_{1B}, e_{1C}$ , индуктивностями  $L_{L1}$  и активными сопротивлениями  $r_{L1}$ . Емкости  $C_1$  объединяют емкости вводов НН и ошиновки. Обмотки НН трансформатора соединены треугольником. Они характеризуются активными сопротивлениями  $r_1$  и источниками ЭДС:  $-d\Psi_{A1}/dt$ ,  $-d\Psi_{B1}/dt$ ,  $-d\Psi_{C1}/dt$ , где

$$\Psi_{A1} = w_1(B_A S_1 + \Phi_{0A1}); \quad \Psi_{B1} = w_1(B_B S_1 + \Phi_{0B1}); \quad \Psi_{C1} = w_1(B_C S_1 + \Phi_{0C1}).$$

Обмотки ВН соединены звездой с заземленной нулевой точкой. Схема замещения вторичной цепи (на примере фазы А) показана на рис. 4. Для фаз В и С схемы аналогичны. Обмотки ВН характеризуются активными сопротивлениями  $r_2$  и источниками ЭДС:  $-d\Psi_{A2}/dt$ ,  $-d\Psi_{B2}/dt$ ,  $-d\Psi_{C2}/dt$ , где

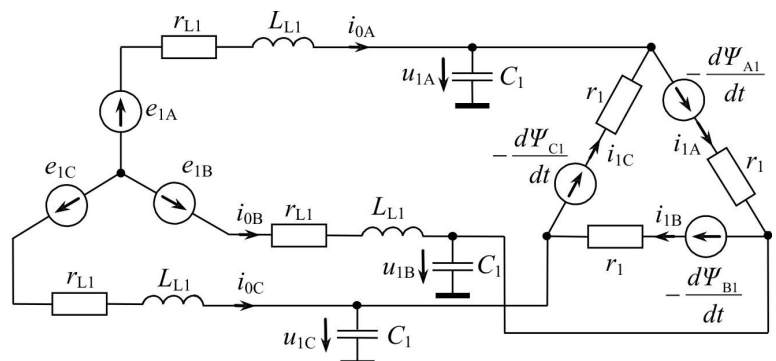


Рис. 3

$$\psi_{A2} = w_2(B_A S_1 + \Phi_{0A1} + \Phi_{0A2}); \quad \psi_{B2} = w_2(B_B S_1 + \Phi_{0B1} + \Phi_{0B2}); \quad \psi_{C2} = w_2(B_C S_1 + \Phi_{0C1} + \Phi_{0C2}).$$

Высоковольтная сеть представлена активными сопротивлениями  $r_{L2}$  и индуктивностями  $L_{L2}$ , а также ЭДС  $e_{2A}$ ,  $e_{2B}$  и  $e_{2C}$ . Емкости  $C_2$  учитывают емкости вводов и вторичной обмотки. Условные положительные направления токов и напряжений показаны на рис. 3 и 4 стрелками. Параметры цепей НН и ВН приведены в табл. 2.

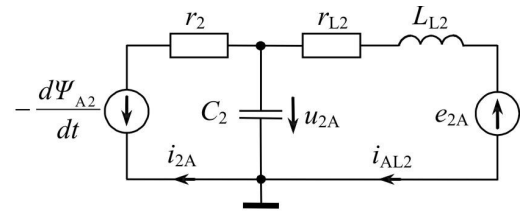


Рис. 4

Для определения 18 потоков, обозначенных на рис. 2, следует записать 3 узловых и 15 контурных уравнений. Для упрощения решения контуры магнитной цепи выбираются так, чтобы каждый ферромагнитный участок входил только в один контур, и этот контур содержал не более одной ферромагнитной ветви. Это позволит определять производные индукции в ферромагнитных участках путем решения независимых квадратных уравнений.

Таблица 2

Цепь НН		Цепь ВН	
$r_{L1}$ , Ом	0.0004	$r_{L2}$ , Ом	0.92
$r_1$ , Ом	0.00073667	$r_2$ , Ом	0.352
$L_{L1}$ , мГн / $X_{L1}$ , Ом	0.127324 / 0.04	$L_{L2}$ , мГн / $X_{L2}$ , Ом	31.831 / 10.
$C_1$ , пФ	6400	$C_2$ , пФ	1500
$E_{1A}, E_{1B}, E_{1C}$ , кВ	9.093	$E_{2A}, E_{2B}, E_{2C}$ , кВ	303.109
$w_1$	36	$w_2$	695

Уравнения магнитной цепи дополняются 18 «электрическими» уравнениями, составленными для первичной и вторичной цепей трансформатора (7 уравнений записываются по первому, а 11 – по второму закону Кирхгофа). Для сокращения записи опустим промежуточные выкладки и рассмотрим окончательный вариант уравнений трансформатора, приведенных к нормальной форме и записанных в порядке их вычисления на каждом шаге интегрирования.

Выберем в качестве переменных состояния следующие величины:  $B_A, B_B, B_C, B_D, B_F, B_{AB}, B_{BC}, \Phi_{0A1}, \Phi_{0B1}, \Phi_{0C1}, \Phi_{0A2}, \Phi_{0B2}, \Phi_{0C2}, i_{0A}, i_{0B}, u_{1A}, u_{1B}, u_{1C}, i_{AL2}, i_{BL2}, i_{CL2}, u_{2A}, u_{2B}, u_{2C}$  (их начальные значения должны быть заданы). Остальные переменные, обозначенные на схемах ( $\Phi_{0A3}, \Phi_{0B3}, \Phi_{0C3}, \Phi_{0AB}, \Phi_{0BC}, i_{0C}, i_{1A}, i_{1B}, i_{1C}, i_{2A}, i_{2B}, i_{2C}$ ), находятся на каждом шаге интегрирования с помощью алгебраических уравнений связи.

Вычисления на очередном шаге начинаются с определения магнитных потоков в воздушных каналах

$$\begin{bmatrix} \Phi_{0A3} \\ \Phi_{0B3} \\ \Phi_{0C3} \\ \Phi_{0AB} \\ \Phi_{0BC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -R_{0A3} & R_{0B3} & 0 & 2R_{0AB} & 0 \\ 0 & -R_{0B3} & R_{0C3} & 0 & 2R_{0BC} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \Phi_A + \Phi_{0A1} + \Phi_{0A2} - \Phi_D - \Phi_{AB} \\ \Phi_B + \Phi_{0B1} + \Phi_{0B2} - \Phi_{BC} + \Phi_{AB} \\ \Phi_C + \Phi_{0C1} + \Phi_{0C2} - \Phi_F + \Phi_{BC} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Токи в обмотках и ток фазы C генератора находятся затем как

$$i_{1k} = \frac{1}{w_1}(R_{01}\Phi_{0k1} - R_{02}\Phi_{0k2}), \quad i_{2k} = -\frac{1}{w_2}(R_{02}\Phi_{0k2} + R_{k03}\Phi_{0k3}), \quad k = A, B, C, \quad (4)$$

$$i_{0C} = -i_{0A} - i_{0B}. \quad (5)$$

Гистерезисные составляющие  $H_r$  напряженности поля для каждого из ферромагнитных участков находятся с помощью статической модели гистерезиса. После этого производные индукций в ферромагнитных участках определяются путем решения следующих квадратных уравнений:

$$\frac{d^2}{12\rho} \frac{dB_k}{dt} + g(B_k) \left| \frac{dB_k}{dt} \right|^{0.5} \delta_k - \left[ \frac{R_{01}}{l_1} \Phi_{0k1} - H_r(B_k) \right] = 0, \quad k = A, B, C, \quad (6)$$

$$\frac{d^2}{12\rho} \frac{dB_{AB}}{dt} + g(B_{AB}) \left| \frac{dB_{AB}}{dt} \right|^{0.5} \delta_{AB} - \left[ \frac{1}{2l_2} (R_{A03}\Phi_{0A3} - R_{B03}\Phi_{0B3}) - H_r(B_{AB}) \right] = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2}{12\rho} \frac{dB_{BC}}{dt} + g(B_{BC}) \left| \frac{dB_{BC}}{dt} \right|^{0.5} \delta_{BC} - \left[ \frac{1}{2l_2} (R_{B03} \Phi_{0B3} - R_{C03} \Phi_{0C3}) - H_r(B_{BC}) \right] = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d^2}{12\rho} \frac{dB_k}{dt} + g(B_k) \left| \frac{dB_k}{dt} \right|^{0.5} \delta_k - \left[ \frac{R_{j03}}{l_3} \Phi_{0j3} - H_r(B_k) \right] = 0, \quad k=D, F, \quad j=A, C. \quad (9)$$

Производные остальных переменных состояния вычисляются в следующем порядке:

$$\frac{d\Phi_{0k1}}{dt} = -\frac{1}{w_1} [i_{1k} r_1 + u_{1j} - u_{1k}] - S_1 \frac{dB_k}{dt}, \quad k=A, B, C, \quad j=B, C, A, \quad (10)$$

$$\frac{d\Phi_{0k2}}{dt} = \frac{1}{w_2} [i_{k2} r_2 + u_{k2}] - \frac{d\Phi_{0k1}}{dt} - S_1 \frac{dB_k}{dt}, \quad k=A, B, C, \quad (11)$$

$$\frac{du_{k2}}{dt} = \frac{1}{C_2} [i_{k2} - i_{kL2}], \quad \frac{di_{kL2}}{dt} = \frac{1}{L_{L2}} (-e_{k2} - i_{kL2} r_{L2} + u_{k2}), \quad k=A, B, C, \quad (12)$$

$$\frac{du_{1k}}{dt} = \frac{1}{C_1} (i_{0k} + i_{1j} - i_{1k}), \quad k=A, B, C, \quad j=C, A, B, \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{0A} \\ i_{0B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{L_{L1}} \begin{bmatrix} e_{A1} - e_{B1} - r_{L1}(i_{0A} - i_{0B}) + u_{1B} - u_{1A} \\ e_{A1} - e_{C1} - r_{L1}(i_{0A} - i_{0C}) + u_{1C} - u_{1A} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Индексы  $k$  и  $j$  в (9), (10) и (13) изменяются так, что при  $k=A, B$  и  $C, j=B, C$  и  $A$  соответственно. Таким образом, мы приходим к системе 24 обыкновенных дифференциальных уравнений (6)–(14), дополненных 11 алгебраическими уравнениями связи (3)–(5). В разработанной Фортран-программе эта система интегрируется с использованием библиотечной процедуры, реализующей метод Гира.

**Определение параметров схемы замещения МС.** Из пяти магнитных сопротивлений на рис. 2, характеризующих пути потоков вне стали (линейных «воздушных» сопротивлений  $R_{01}, R_{02}, R_{03}, R_{B03}$  и  $R_{04}$ ), только сопротивление  $R_{02}$  может считаться известным

$$R_{02} = w^2 / L_K. \quad (15)$$

Здесь  $L_K$  – индуктивность рассеяния пары обмоток НН и ВН, расположенных на одном стержне, а  $w$  – число витков в обмотке, к которой приводится значение  $L_K$ .

С точностью, достаточной для предстоящего моделирования, значение  $L_K$  можно оценить с использованием известной упрощенной формулы [3]

$$L_K = \frac{\mu_0 w^2 S_{12}}{h} = \frac{\mu_0 w^2 \pi (d_2^2 - d_1^2)}{4h}, \quad (16)$$

где  $h$  – высота окна сердечника,  $S_{12} = \pi (d_2^2 - d_1^2) / 4$  – сечение канала рассеяния,  $d_1$  и  $d_2$  – эквивалентные диаметры тонких обмоток НН и ВН, показанных на рис. 1.

Для реальной внутренней катушки с толщиной  $b_1 = (d_{1нар} - d_{1вн}) / 2$  эквивалентный диаметр  $d_1$ , используемый в (16), определяют обычно выражением [4]

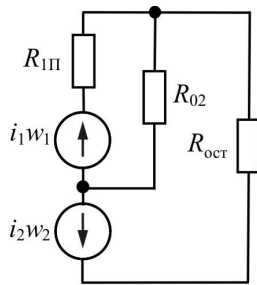
$$d_1 = d_{1нар} - 2b_1 / 3, \quad (17)$$

а для реальной обмотки ВН (наружной катушки с толщиной  $b_2 = (d_{2нар} - d_{2вн}) / 2$ ) считают, что  $d_2 = d_{2вн} + 2b_2 / 3$ .

Диаметр  $d_2 = d_{2вн} + 2b_2 / 3$  используется также для оценки индуктивности внешней обмотки при насыщенном стержне (такой режим рассматривается при расчете токов включения трансформатора со стороны ВН [4]). Если же включение трансформатора производится со стороны НН, то в качестве эквивалентного диаметра внутренней обмотки используют величину  $d_1 = d_{1нар} - 4b_1 / 3 = d_{1вн} + 2b_1 / 3$ , отличную от вычисленной по (17).

Для традиционных аналитических расчетов это противоречие не является существенным, так как различные режимы анализируются обычно с помощью разных схем замещения. Задачей же данной работы является построение обратимой модели, охватывающей все режимы, лежащие между ХХ и КЗ обеих обмоток. Это обеспечивается надлежащим выбором «воздушных» сопротивлений  $R_{01}, R_{03}$ ,

$R_{B03}$  и  $R_{04}$  (сопротивление  $R_{02}$  считается известным). С целью их расчета рассмотрим вначале любой уединенный стержень с парой обмоток (фазы  $A$ , фазы  $B$ , или  $C$ ), обозначив сопротивление остальной части магнитной цепи с насыщенной МС как  $R_{ост}$ . В этом случае мы можем использовать схему замещения магнитной цепи, показанную на рис. 5. В силу симметрии МС выражения для  $R_{ост}$  в фазах  $A$  и  $C$  будут одинаковыми ( $R_{остA}=R_{остC}$ ) и отличными от соответствующего выражения для фазы  $B$ :



$$R_{остA} = \frac{R_{3П} R_6}{R_{3П} + R_6}, \quad R_{остB} = \frac{R_{03B} R_5}{2R_{03B} + R_5}, \quad (18)$$

$$\text{где } R_5 = R_{4П} + \left( \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_{1П}} + \frac{1}{R_{3П}} \right)^{-1}, \quad R_6 = R_{4П} + \left( \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_{1П}} + \frac{1}{R_{03B}} + \frac{1}{R_5} \right)^{-1},$$

$$R_{1П} = \frac{R_{1S} R_{01}}{R_{1S} + R_{01}}, \quad R_{3П} = \frac{R_{3S} R_{03}}{R_{3S} + R_{03}}, \quad R_{4П} = \frac{R_{2S} R_{04}}{R_{2S} + R_{04}}; \quad (19)$$

Рис. 5

$R_{1S} = l_1 / (\mu_0 S_1)$ ,  $R_{3S} = l_3 / (\mu_0 S_3)$  и  $R_{2S} = 2l_2 / (\mu_0 S_2)$  – сопротивления центрального стержня, бокового яра и суммарное магнитное сопротивление верхнего и нижнего ярм в насыщенном состоянии.

В схеме рис. 5 неизвестными «воздушными» сопротивлениями останутся только  $R_{01}$  и  $R_{ост}$ . Для их расчета используем подход, предложенный в [6], то есть считаем, что бросок тока включения является настолько большим, что насыщенным оказываются как центральный стержень, так и боковые яра. Это соответствует допущению, что в данном режиме возбуждаемая обмотка может характеризоваться ее индуктивностью на воздухе ( $L_{ВН}^B$  или  $L_{НН}^B$ ) или магнитным сопротивлением ( $R_{ВН}^B = w_2^2 / L_{ВН}^B$  или  $R_{НН}^B = w_1^2 / L_{НН}^B$ ).

Для линейной (в режиме насыщения) схемы рис. 5 можно записать выражения входных сопротивлений магнитной цепи ( $R_{1вх}$  и  $R_{2вх}$ ) со стороны отдельно взятых источников МДС  $i_1 w_1$  и  $i_2 w_2$ . Для получения обратимой схемы замещения одновременно приравняем эти выражения значениям  $R_{НН}^B$  и  $R_{ВН}^B$ . В результате приходим к системе двух уравнений с двумя неизвестными  $R_{1П}$  и  $R_{ост}$

$$R_{1вх} = R_{1П} + \frac{R_{02} R_{ост}}{R_{02} + R_{ост}} = R_{НН}^B, \quad R_{2вх} = R_{ост} + \frac{R_{02} R_{1П}}{R_{02} + R_{1П}} = R_{ВН}^B. \quad (20)$$

Выражая из второго уравнения системы (20) сопротивление

$$R_{ост} = R_{ВН}^B - \frac{R_{02} R_{1П}}{R_{02} + R_{1П}} \quad (21)$$

и подставляя его в первое уравнение, получаем квадратное уравнение относительно  $R_{1П}$

$$R_{1П}^2 + R_{1П} \left( 2R_{02} - R_{НН}^B \right) + R_{02} \left( R_{02} - R_{НН}^B - R_{02} \frac{R_{ВН}^B}{R_{ВН}^B} \right) = 0. \quad (22)$$

Подставляя положительный корень уравнения (22) в (21), находим сопротивление  $R_{ост}$ . Подставляя значения  $R_{1П}$  в (19), определяем сопротивление  $R_{01}$ . Важно отметить, что коэффициенты уравнения (22) зависят только от трех величин:  $R_{02}$ ,  $R_{НН}^B$  и  $R_{ВН}^B$ . Таким образом, при заданных размерах реальных обмоток (при известных индуктивностях этих обмоток на воздухе) и заданном сечении стержня, сопротивление  $R_{01}$  определяется только величиной  $R_{02}$ , то есть индуктивностью рассеяния трансформатора. Это означает, что величина  $R_{01}$  не зависит от конфигурации МС, а рассмотренный метод расчета  $R_{01}$  применим для любых двухобмоточных трансформаторов.

Приравнявая каждое из выражений в (18) найденному значению  $R_{ост}$ , получаем систему двух уравнений с тремя неизвестными  $R_{03}$ ,  $R_{B03}$  и  $R_{04}$ . В силу избыточного количества неизвестных задача расчета их значений решалась вначале путем минимизации функции

$$F(\bar{x}) = (R_{ост} - R_{остA}(\bar{x}))^2 + (R_{ост} - R_{остB}(\bar{x}))^2, \quad (23)$$

где  $\bar{x} = [R_{03}, R_{B03}, R_{04}]$  – вектор варьируемых переменных.

В ходе минимизации функции (23), выполнявшейся из различных начальных значений вектора  $\bar{x}$ , изменялись только его компоненты  $R_{03}$  и  $R_{B03}$ , а величина  $R_{04}$  практически сохраняла свое зна-

чение. Это указывает на то, что для любого  $R_{04}$  может быть найдена пара значений  $R_{03}$  и  $R_{B03}$ , сводящая функцию (23) к нулю. Это подтверждается минимизацией функции (23) после исключения из вектора  $\bar{x}$  сопротивления  $R_{04}$ . Таким образом, сопротивление  $R_{04}$  входит в (18) в качестве параметра. Можно показать, что при фиксированном  $R_{04}$ , расчет сопротивлений  $R_{03}$  и  $R_{B03}$  сводится к решению кубического уравнения относительно переменной  $R_{3П}$ , определяемой по (19). Из-за сложности вывода этого уравнения, задачу удобнее решать путем минимизации функции (23), где  $\bar{x} = [R_{03}, R_{B03}]$ .

В принципе, для определения сопротивления  $R_{04}$  можно записать еще одно уравнение. В его качестве может служить выражение, учитывающее взаимную индуктивность на воздухе какой-либо пары катушек, находящихся на соседних стержнях. Следует учесть, однако, что существует три варианта пар таких катушек (НН-НН, ВН-ВН и НН-ВН), и каждый из них приведет к различным значениям  $R_{04}$ . В связи с этим перед выбором величины  $R_{04}$  целесообразно исследовать ее влияние на вид переходных процессов в трансформаторе в режимах, сопровождающихся насыщением МС.

Индуктивность рассеяния и соответствующее сопротивление воздушного канала между обмотками, рассчитанные по (16) и (15), равны в данном случае  $L_K=0.56848059$  мГн и  $R_{02}=2279761$  1/Гн. Значения индуктивностей первичной и вторичной обмоток на воздухе, рассчитанные с помощью алгоритма [8], равны  $L_{НН}^B=0.75196876637$  мГн и  $L_{ВН}^B=463.8289983$  мГн.

Дальнейшие расчеты проводились при различных значениях сопротивлений воздушных каналов, параллельных торцевым ярам. Величина сопротивления  $R_{0AB}=R_{0BC}=R_{04}$ , параллельного ярам, характеризовалась коэффициентом  $K=R_{04}/R_{2S}$ , где  $R_{2S}$  – сопротивление насыщенного яра. Вначале, по (22) и (19), определялось сопротивление воздушного канала между обмоткой НН и стержнем ( $R_{01}=4614212.2$  1/Гн). Затем путем минимизации функции (23) находились магнитные сопротивления  $R_{A03}=R_{C03}=R_{03}$  и  $R_{B03}$ .

**Таблица 3**

$K$	$R_{04}$ , 1/Гн	$R_{03}$ , 1/Гн	$R_{B03}$ , 1/Гн
1.0	6103787.0	91392.887	93193.020
0.2	1220757.4	96570.447	104633.75
0.04	244151.48	120164.87	182126.96

В табл. 3 приведены значения этих сопротивлений при трех значениях  $K$ .

**Особенности задания начального состояния МС.** Переходный процесс, возникающий при включении или изменении режима работы трансформатора, в значительной мере зависит от начального состояния МС, то есть от значений индукции в ее ветвях. При использовании моделей гистерезиса с памятью (МГСП) [1] вместе со значениями индукций требуется задавать предысторию намагничивания каждой ветви. Память МГСП можно, например, заполнить путем воспроизведения процедуры размагничивания материала. В этом случае моделирование переходного процесса начинается из состояния, соответствующего трансформатору с размагниченной МС. Если не приняты специальные меры, то процесс возбуждения «размагниченного» трансформатора характеризуется значительной несимметрией индукций в стержнях (рис. 6, а), а его выход на режим с симметричными индукциями может потребовать интегрирования уравнений модели на протяжении нескольких сотен периодов. Для уменьшения длительности этой стадии моделировалось включение трансформатора через добавочные сопротивления, которые выводились после установления симметричного режима (обычно через 20–30 периодов).

На следующей стадии расчета моделировались отключение и повторное включение трансформатора, процессы в генераторном трансформаторе при несинхронном подключении к сети, возникновение трехфазного КЗ. Без использования адекватной модели указать значения индукции в ферромагнитных участках МС практически невозможно. Например, остаточная индукция при отключении трансформатора зависит от предыдущего режима работы и вида нагрузки, момента отключения, наличия емкостей и других факторов. Использование модели гистерезиса обеспечивает «автотерминализацию» индукции в стержнях перед повторным включением, устраняя неопределенность состояния МС. Кроме того, модели, учитывающие гистерезис, сохраняют значения остаточных индукций в бестоковой паузе безотносительно к ее длительности.

При использовании моделей гистерезиса без памяти (МГБП), например, модели Джайлса-Аттертона [9] или модели [12] значения индукции в ветвях МС могут задаваться произвольно (единственным требованием является соблюдение баланса магнитных потоков в узлах МС). Вместе с более простым алгоритмом это определяет преимущество МГБП над МГСП. Следует отметить, что переход-

ные процессы, рассчитанные для данного трансформатора с использованием МГБП [12] и МГСП [1], практически совпадают (потери, рассчитанные с применением МГБП и МГСП, отличаются менее чем на 1%). Это указывает на то, что моделирование силовых трансформаторов может быть выполнено с использованием простой модели гистерезиса без памяти. Использование же МГСП может потребоваться при моделировании сложных намагничивающих напряжений (например, ШИМ), или в трансформаторах тока, где форма и положение частного цикла гистерезиса влияют на ошибку измерения.

**Двукратная коммутация трансформатора на сеть.** При  $t=0$  обмотки ВН генераторного трансформатора подключались к сети, а обмотки НН были отключены от генератора. После выхода трансформатора на симметричный режим (при  $t=700$  мс) подавалась команда на отключение. Обмотки ВН отключались от сети в моменты ближайших переходов соответствующих линейных токов через ноль. Через 3 периода после отключения трансформатор повторно коммутировался на сеть. На рис. 6 показано изменение индукции в стержнях (а), в торцевых (б) и боковых ярмах (в), а также изменение токов в обмотках ВН (д) и тока в треугольнике обмоток НН (е) при значении  $K=0.04$ . Как видно из рис. 6, при повторном включении все участки МС входят в насыщение (индукция всех участков превышает 2 Тл). Графики переходных процессов для всех остальных значений  $K$  из табл. 3 визуально неотличимы от показанных на рис. 6.

Несмотря на то, что обмотки НН отключены от генератора, они образуют замкнутый контур. Поэтому несимметрия индукций в стержнях при коммутации обмоток ВН на сеть приводит к несимметрии ЭДС, индуцируемых в обмотках НН, и вызывает в них броски тока, достигающие 30 кА (рис. 6, е). Амплитуды этих бросков, рассчитанные при крайних значениях коэффициента  $K$  из табл. 3 (0.04 и 1.0), отличаются не более чем на 0.1%. Для сравнения, при повторном включении трансформатора со стороны НН максимальные броски тока в обмотках НН достигают 16.9, 0.7 и 25.9 кА, а разница их величин при крайних значениях  $K$  не превышает 1%.

Таким образом, сопротивления  $R_{04}$  практически не влияют на переходные процессы в трансформаторе и могут быть исключены из схемы замещения. В то же время учет магнитных сопротивлений  $R_{03}$  и  $R_{B03}$  приводит к завышенным (более чем в три раза) значениям токов включения в обмотках ВН.

**Подключение трансформатора к сети в несинхронном режиме.** Генераторный трансформатор, работающий в симметричном режиме, подключался к сети ВН при  $t=500$  мс. Считалось, что напряжение ХХ трансформатора и ЭДС сети находились в противофазе, что соответствует самому неблагоприятному режиму включения. Расчеты проводились для двух крайних значений коэффициента  $K$ . Форма индукции в стержнях при  $K=0.04$  показана на рис. 7, а. На рис. 7, б представлены первичные токи трансформатора. Такое подключение трансформатора к сети сопровождается уменьшением амплитуды индукций в стержнях и насыщением всех ярем. Как и ранее, процессы в трансфор-

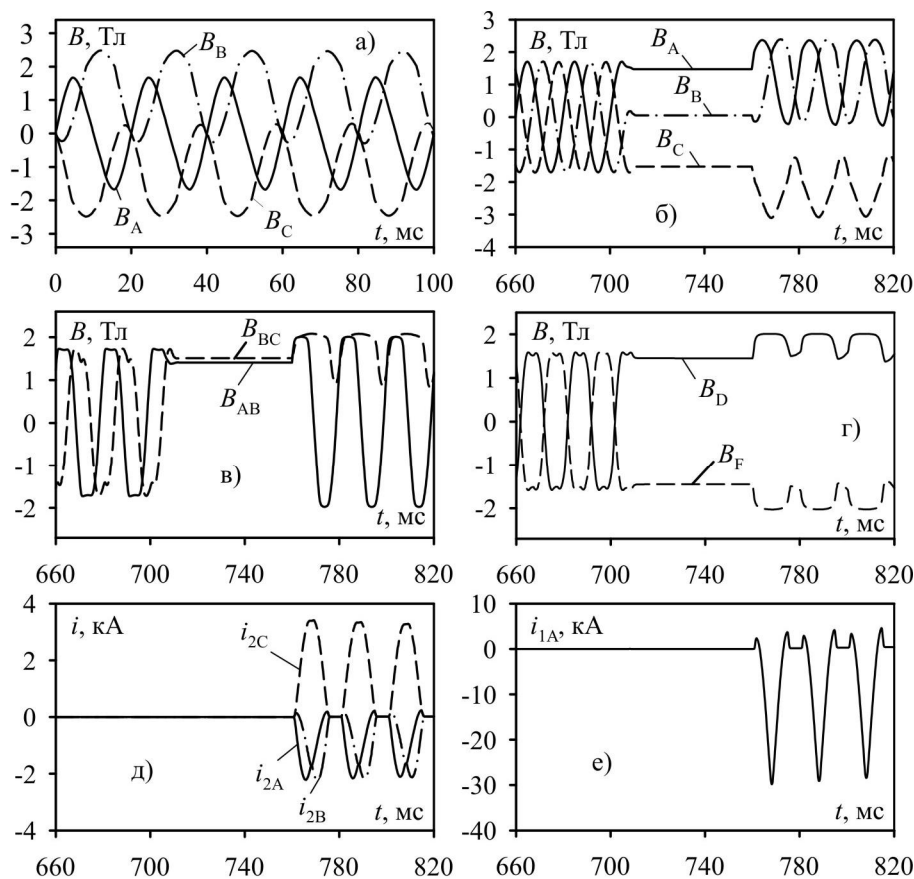


Рис. 6



маторе практически не зависят от значений магнитных сопротивлений  $R_{04}$  (отличие бросков тока в обмотках НН при разных  $K$  не превышает 0.1%).

**Режим трехфазного КЗ.** После работы трансформатора в номинальном режиме возникает трехфазное КЗ на стороне ВН. Так как КЗ происходит на некотором расстоянии от трансформатора, то сопротивления и индуктивности линии уменьшались вдвое, а ЭДС сети полагались равными нулю. Соответствующие переходные процессы в трансформаторе представлены на рис. 8, показывающем, что при выбранном моменте КЗ (конец 40-го периода) размах индукции в стержнях снижается почти вдвое (рис. 8, а), а в их составе появляются составляющие, медленно уменьшающиеся во времени. Индукция в торцевых ярмах (рис. 8, б) совершает небольшие колебания вокруг медленно убывающих значений. Индукция в боковых ярмах (рис. 8, в) резко падает. Ток фазы А генератора (рис. 8, г) является почти симметричным и имеет амплитуду 124 кА, то есть в семь раз превышает номинальное значение. Токи фаз В и С генератора совершают колебания вокруг убывающих по экспоненте составляющих и превышают номинальный в 13 раз. При достаточно длительной работе трансформатора в таком режиме токи и индукции в МС постепенно симметрируются. Как можно было ожидать, насыщения МС в данном режиме не происходит, то есть влиянием магнитных сопротивлений  $R_{04}$  можно пренебречь.

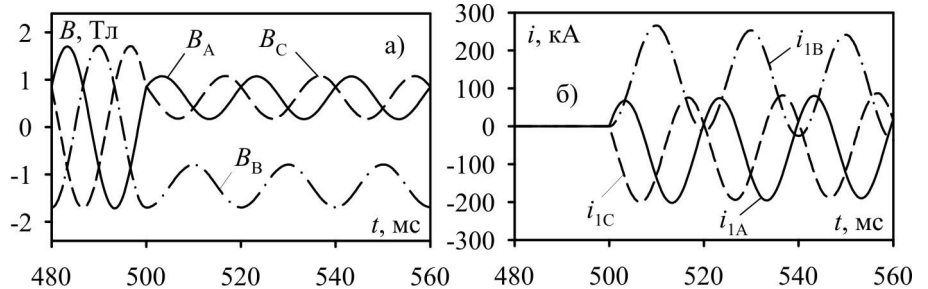


Рис. 7

2  
1  
0  
-1  
-2  
а)  
B, Тл  
B<sub>A</sub> B<sub>C</sub>  
t, мс  
480 500 520 540 560

2  
1  
0  
-1  
-2  
б)  
B, Тл  
B<sub>AB</sub>  
B<sub>BC</sub>  
t, мс  
780 800 820 840 860

2  
1  
0  
-1  
-2  
в)  
B, Тл  
B<sub>F</sub>  
B<sub>D</sub>  
t, мс  
780 800 820 840 860

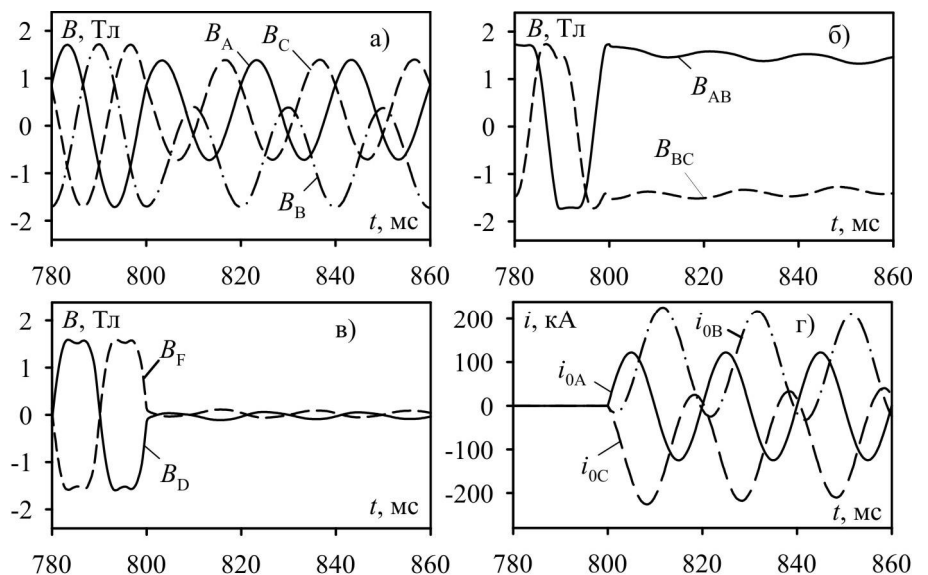


Рис. 8

### Заключение.

В работе предложен алгоритм построения обратимой схемы замещения и модели пятистержневого трехфазного трансформатора, учитывающей гистерезисные и динамические свойства материала магнитопровода. На примерах показана применимость модели для анализа всех основных режимов работы трансформатора без изменения параметров его схемы замещения.

Проведенные расчеты показывают, что сопротивления воздушных каналов, параллельных торцевым ярмам ( $R_{0AB}=R_{0BC}=R_{04}$ ), практически не влияют на броски тока, возникающие при включении трансформатора на ХХ и при его несинхронном подключении к сети (в этих режимах имеет место насыщение МС). Естественно, что значение  $R_{04}$  практически не оказывает влияния в номинальном режиме и при возникновении КЗ, когда насыщение МС не происходит. Поэтому в разработке метода расчета этого сопротивления нет необходимости, а величина  $R_{04}$  может быть выбрана произвольно (включая полное устранение  $R_{04}$  из схемы). Малое влияние  $R_{04}$  на токи включения можно объяснить тем, что при приближении торцевых ярем к насыщению потоки обмоток замыкаются через воздушные каналы, сопротивления которых ( $R_{03}$  и  $R_{B03}$ ) меньше, чем  $R_{04}$ , и на порядок меньше сопротивлений каналов, ограниченных обмотками.

В заключение заметим, что в описанной модели были использованы кривые намагничивания холоднокатанной стали, полученные на аппарате Эпштейна. Как отмечалось в [2], они близки к ха-

рактикам стали при її роботі в трансформаторах с сучасними способами шихтовки типу «step-lap». При менше досконалих схемах шихтовки ток и потери холостого хода трансформатора существенно зависят от конструкции зон стыков МС, а именно площади и длины немагнитного зазора, ориентации стали в зоне стыка, способа раскроя, технологии сборки. Все эти трудно учитываемые факторы требуют отдельного исследования.

1. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Алгоритмы моделирования гистерезиса в задачах магнетодинамики // Техн. електродинаміка. – 2002. – № 5. – С. 7–13.
2. Зирка С.Е., Мороз Ю.И., Мороз Е.Ю., Тарчуткин А.Л. Моделирование переходных процессов в трансформаторе с учетом гистерезисных свойств магнитопровода // Техн. електродинаміка. – 2010. – №2. – С. 11–20.
3. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. – М.: Энергия, 1981. – 392 с.
4. Лурье А.И. Процесс включения трансформатора на холостой ход и короткое замыкание // Электротехника. – 2008. – № 2. – С. 2–18.
5. Паук Ю.И., Дорогокупля В.А., Желонин В.А., Кравченко С.В., Лазарев В.И., Остренко М.В., Тарчуткин А.Л., Черноготский В.М. Программное обеспечение проектирования трансформаторов и реакторов // Электро. – 2009. – № 4. – С. 26–36.
6. Arturi C.M. Transient simulation of a three phase five limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1991. – Vol. 6. – № 1. – P. 196–207.
7. Chandrasena W., McLaren P.G., Annakkage U.D., Jayasinghe R.P. An improved low-frequency transformer model for use in GIC studies // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2004. – Vol.19. – № 2. – P. 643–651.
8. Fawzi T.H., Burke P.E. The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. – 1978. – Vol. PAS-97. – № 2. – P. 464–468.
9. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis // Journal of Applied Physics. – 1984. – Vol. 55. – P. 2115–2120.
10. Martinez J.A., Mork B.A. Transformer modeling for low- and mid-frequency transients – A review // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2005. – Vol. 20. – № 2. – P. 1625–1632.
11. Theocharis A.D., Miliadis-Argitis J., Zacharias Th. Three-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents effects // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2009. – Vol. 24. – № 3. – P. 1284–1294.
12. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J., Jiles D.C., Matsuo T. Generalization of the classical method for calculating dynamic hysteresis loops in grain-oriented electrical steels // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – № 9. – P. 2113–2126.

УДК 621.318.001.4

**Модельовання перехідних процесів у трифазному трансформаторі з врахуванням топології та гістерезисних властивостей магнітопроводу**

**С.Е.Зірка<sup>1</sup>**, докт.техн.наук, **Ю.І.Мороз<sup>2</sup>**, канд.техн.наук, **Е.Ю.Мороз<sup>3</sup>**, **А.Л.Тарчуткін<sup>4</sup>**,  
<sup>1,2,3</sup> – Дніпропетровський національний університет,

пр. Гагаріна, 72, Дніпропетровськ, 40010, Україна,

<sup>4</sup> – Відкрите акціонерне товариство «ВІТ»,  
Україна, Запоріжжя

*Запропоновано алгоритм визначення параметрів схеми заміщення і модель п'ятистріжневого трифазного трансформатора, що враховують гістерезисні та динамічні властивості матеріалу магнітопроводу, а також магнітні потоки у немагнітному середовищі. Показано придатність моделі для аналізу основних режимів роботи трансформатора. Бібл. 12, табл. 3, рис. 8.*

**Ключові слова:** п'ятистріжневий трифазний трансформатор, схеми заміщення, магнітопровід, гістерезис.

## The modeling of transient processes in three-phase transformer taking into account topology and hysteretic properties of the core

S.E.Zirka<sup>1</sup>, Yu.I.Moroz<sup>2</sup>, E.Yu.Moroz<sup>3</sup>, A.L.Tarchutkin<sup>4</sup>,  
<sup>1,2,3</sup> – Dnipropetrovskiy Natsionalnyi Universytet,  
Gagarina pr., 72, Dnipropetrovsk, 40010, Ukraine,  
<sup>4</sup> – Vidkryte Aktsionerne Tovarystvo “VIT”,  
Ukraine, Zaporizhzhia

*The algorithm for determining equivalent circuit parameters and a model of three-phase five-legged transformer are proposed. The model takes account the hysteretic and dynamic properties of the core material and reproduces magnetic fluxes in the nonmagnetic medium. The applicability of the model in studying main transformer regimes is shown. References 12, tables 3, figures 8.*

**Key words:** three-phase five-legged transformer, equivalent circuit, hysteretic, core material.

1. Zirka S.E., Moroz Yu.I. Algorithms of the hysteresis modeling in the magnetodynamic problems // Tekhnichna elektrodynamika. – 2002. – № 5. – P. 7–13. (Rus)
2. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Moroz E.Yu., Tarchutkin O.L. The modeling of transformer transients taking into account hysteresis properties of the core // Tekhnichna elektrodynamika. – 2010. – № 2. – P. 11–20. (Rus)
3. Leites L.V. Electromagnetic calculations of transformers and reactors. – Moskva: Energiia, 1981. – 392 p. (Rus)
4. Lurie A.I. Transformer energization under no-load and short-circuit events // Elektrotehnika. – 2008. – № 2. – P. 2–18. (Rus)
5. Pauk Yu.I., Dorogokuplia V.A., Zhelonin V.A., Kravchenko S.V., Lazarev V.I., Ostrenko M.V., Tarchutkin O.L., Chornogotskii V.M. The software for design of transformers and reactors // Electro. – 2009. – №4. – P. 26–36. (Rus)
6. Arturi C.M. Transient simulation of a three phase five limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1991. – Vol. 6. – № 1. – P. 196–207.
7. Chandrasena W., McLaren P.G., Annakkage U.D., Jayasinghe R.P. An improved low-frequency transformer model for use in GIC studies // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2004. – Vol.19. – № 2. – P. 643–651.
8. Fawzi T.H., Burke P.E. The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. – 1978. – Vol. PAS-97. – № 2. – P. 464–468.
9. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis // Journal of Applied Physics. – 1984. – Vol. 55. – P. 2115–2120.
10. Martinez J.A., Mork B.A. Transformer modeling for low- and mid-frequency transients – A review // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2005. – Vol. 20. – № 2. – P. 1625–1632.
11. Theocharis A.D., Miliadis-Argitis J., Zacharias Th. Three-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents effects // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2009. – Vol. 24. – № 3. – P. 1284–1294.
12. Zirka S.E., Moroz Yu.I., Marketos P., Moses A.J., Jiles D.C., Matsuo T. Generalization of the classical method for calculating dynamic hysteresis loops in grain-oriented electrical steels // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – № 9. – P. 2113–2126.

Надійшла 25.03.2011  
Received 25.03.2011