

СТІЙКІСТЬ ЗАМКНЕНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ШИРОТНО-ІМПУЛЬСНОЇ МОДУЛЯЦІЇ ПІД ЧАС ВРАХУВАННЯ ФАКТОРУ ПУЛЬСАЦІЙ

В.Я. Жуйков^{1*}, докт. техн. наук, Є.В. Вербицький^{1**}, докт. техн. наук,
О.О. Абакумова^{1***}, канд. філос. наук, А. Блінов^{2****}, канд. техн. наук,

¹ Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»,
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна, e-mail: verbytskyi.ievgen@gmail.com.

² Таллінський технічний університет,
Ehitajate tee 5, 19086, Таллінн, Естонія.

Переважає більшість систем електроживлення малої та середньої потужності базується на імпульсних перетворювачах з використанням широтно-імпульсної модуляції, що забезпечує гнучке регулювання параметрів електроенергії, що особливо важливо в системах з відновлюваними джерелами енергії. За синтезу систем керування на основі широтно-імпульсної модуляції необхідно враховувати рівень пульсації вихідної напруги, яка суттєво впливає на стійкість та, відповідно, на значення коефіцієнту підсилення. Вплив пульсації на стійкість описується на основі фактора пульсації, що враховує складову, яка передує моменту комутації. У статті запропоновано також враховувати складову, що слідує після моменту комутації. На прикладі асинхронної широтно-імпульсної модуляції отримано передавальну характеристику замкненої системи з урахуванням запропонованого фактора пульсації після комутації та проаналізовано область стійкості замкненої системи. Бібл. 12, рис. 2.

Ключові слова: стійкість, фактор пульсацій, коефіцієнт підсилення, асинхронна система, імпульс керування.

Вступ.

Переважає більшість систем електроживлення малої та середньої потужності базується на імпульсних перетворювачах з використанням широтно-імпульсної модуляції (ШІМ), що забезпечує гнучке регулювання параметрів електроенергії, що особливо важливо в системах з відновлюваними джерелами енергії [1], де параметри первинного джерела енергії коливаються в широких межах. Задля вирішення задачі регулювання та стабілізації вихідної напруги перетворювача часто достатньо визначити передавальну функцію та значення коефіцієнту підсилення «у малому» в ланцюгу зворотного зв'язку, для якого забезпечується стійка роботи системи. При цьому варто враховувати рівень пульсації вихідної напруги, яка суттєво впливає на стійкість та, відповідно, на значення коефіцієнту підсилення.

Задля зменшення впливу пульсацій на стабільність і стійкість пропонується використання таких підходів як: встановлення фільтрів у колі зворотного зв'язку [2], застосування фільтрів на вході перетворювача [3] або використання предикта керування [4]. Перелічені підходи підвищують стійкість системи, однак питання впливу пульсацій на значення коефіцієнту підсилення залишається осторонь.

Інший підхід, який забезпечує роботу системи з достатньо високим коефіцієнтом підсилення, полягає у застосуванні ковзного режиму роботи [5] та використанні багатоконтурної системи [6] із застосуванням методу Ляпунова. Однак врахування пульсацій на коефіцієнт підсилення також не пояснюється.

Ще один підхід, який враховує нелінійність системи, полягає в аналізі поведінки системи з використанням ШІМ та методу гармонічного балансу [7], однак і в цьому випадку вплив пульсацій на еквівалентний коефіцієнт підсилення не враховується.

Параметри пульсації вихідної напруги в [8] пропонується використовувати як сигнали керування, що дає змогу покращити перехідний процес, однак й за такого підходу відсутня явна залежність коефіцієнта підсилення від пульсацій.

© Жуйков В.Я., Вербицький Є.В., Абакумова О.О., Блінов А., 2023
ORCID ID: * <https://orcid.org/0000-0002-3338-2426>; ** <https://orcid.org/0000-0001-7275-5152>;
*** <https://orcid.org/0000-0002-5467-2473>; **** <https://orcid.org/0000-0001-8577-4897>

Докладний аналіз стійкості DC-DC перетворювачів та визначення точок біфуркації проведено в роботі [9], але вплив пульсацій безпосередньо на коефіцієнт підсилення залишився поза увагою.

Відмітимо, що для всіх перетворювачів з будь-якою ШІМ загальним є наявність моменту комутації та пульсацій напруги, форма якої до моменту комутації та після різна. Введення у 1963 році в теорію аналізу стійкості системи з ШІМ такого параметру як фактор пульсацій F [10], який визначається як

$$F^{-1} = \left(1 - \frac{du_y / dt}{du_{оп} / dt} \right),$$

де u_y – сигнал керування; $u_{оп}$ – сигнал опорної або розгортуючої напруги, дало змогу враховувати швидкість зміни пульсацій до моменту комутації. В подальшому цей параметр використовувався в багатьох роботах, зокрема в [11] для аналізу систем з двосторонньою модуляцією та в [12] для визначення гармонічного складу напруги та впливу на загальний коефіцієнт пульсацій.

Зауважимо, що загальна пульсація складається не лише зі складової, що передуює моменту комутації, але й зі складової, що слідує після моменту комутації. Тому врахування обох складових на коефіцієнт підсилення, а також визначення з врахуванням цих складових передавальної функції, є актуальною задачею, вирішення якої дасть змогу уточнити область стійкості перетворювачів з ШІМ «у малому». Тому **метою досліджень** є вдосконалення математичної моделі імпульсної замкненої системи керування, що враховує вплив складової пульсації, яка слідує після моменту комутації, на коефіцієнт підсилення та аналіз стійкості замкненої системи на основі отриманої моделі.

2. Передавальні функції з врахуванням пульсацій. У системах з ШІМ використовують два принципово різні підходи: асинхронна ШІМ, за якої змінюється частота сигналу керування, та синхронна ШІМ, за якої частота слідування імпульсів залишається постійною, а тривалість імпульсів змінюється.

Задля спрощення отримання залежності передавальних функцій від впливу пульсацій приймемо наступні умови: всі величини нормовані; безрозмірні; розгортка лінійна з кутом нахилу 45° .

Тоді для асинхронної ШІМ дискретна частота $\omega[n]$, де n – номер інтервалу, визначається через першу різницю $\Delta\gamma[n]$ фазового кута $\gamma[n]$; $\gamma = \tau / T$, τ – тривалість імпульсу керування, що записується як

$$\omega[n] = \Delta\gamma[n] = \gamma[n+1] - \gamma[n].$$

Переходячи до сум рядів зліва та справа, отримуємо

$$\sum_{n=0}^{N-1} \omega[n] = \sum_{n=0}^{N-1} [\Delta\gamma[n]].$$

Застосувавши z -перетворення, знайдемо $\frac{\omega[n]}{z-1} = \gamma[z]$, що дає змогу записати передавальну функцію ланки перетворювача з асинхронною ШІМ без врахування пульсацій у вигляді функції

$$\omega[z] = \frac{1}{z-1},$$

яка є передавальною функцією ідеальної інтегруючої ланки.

Якщо врахувати зміни тривалості $\gamma[n]$ та $\gamma[n+1]$ у момент комутації в залежності від пульсацій за умови лінійної зміни пульсацій, то

$$\omega[n] = \Delta\gamma[n] = \gamma[n+1] - \gamma[n] + \gamma[n+1] \frac{du_+}{d\gamma} + \gamma[n] \frac{du_-}{d\gamma},$$

де u_+ та u_- – сигнали керування до (зліва) та після (справа) моменту комутації.

Враховуючи, що похідна від розгортуючого сигналу u_p за прийнятих умов і зліва, і справа дорівнює 1, та застосувавши z -перетворення, отримуємо для передавальної функції $W_-[z]$ перетворювача з асинхронною ШІМ і врахуванням пульсацій наступний вираз

$$W_-[z] = \frac{F_+}{(z-1)(z - \frac{F_+}{F})}, \quad (1)$$

що вказує на те, що врахування пульсації змінює вид передавальної функції, яка суттєво відрізняється від її ідеального вигляду [10], причому F є фактором пульсацій [10, 11], який визначається за значенням похідної зліва, а F_+ – фактором пульсацій за значенням похідної справа, а саме

$$F^{-1} = \left[1 - \frac{du_- / d\gamma}{du_p / d\gamma} \right]; \quad (2)$$

$$F_+^{-1} = \left[1 + \frac{du_+ / d\gamma}{du_p / d\gamma} \right]. \quad (3)$$

Для синхронної ШІМ різниця між сигналами керування визначається відхиленням $\delta u[n]$ сигналу керування, тобто

$$\delta u[n] = \gamma[n+1] - \gamma[n] + \gamma[n+1] \frac{du_+}{d\gamma} + \gamma[n] \frac{du_-}{d\gamma},$$

та відповідна передавальна функція $W_C[z]$ має вигляд

$$W_C[z] = \frac{F_+}{\left(z - \frac{F_+}{F} \right)}. \quad (4)$$

Формули (1) та (4) визначають передавальні функції перетворювачів з ШІМ з врахуванням похідних пульсацій зліва та справа від моменту комутації у випадку однієї комутації на періоді.

3. Стійкість понижувального перетворювача з синхронною ШІМ. Розглянемо врахування фактора пульсацій F_+ , який визначається справа від моменту комутації, на прикладі понижувального перетворювача з L -фільтром, спрощену принципову схему силової частини якого показано на рис. 1.

Якщо вважати, що еквівалентні опори транзистора VT , діода VD та дроселя L значно менші резистора R , тож ними можемо знехтувати та прийняти $E=1$ (у відносних одиницях), і, враховуючи прийняті вище умови, то напруга u у відносних одиницях на навантаженні R на інтервалі замкненого стану транзистора тривалістю γT і розімкненого стану тривалістю $(1-\gamma)T$, де T – період роботи перетворювача, описуватиметься формулами:

– на інтервалі γT

$$u((n+\gamma)T) = u(nT) \cdot e^{-\gamma T/\tau} + (1 - e^{-\gamma T/\tau}), \quad (5)$$

де n – номер періоду роботи перетворювача, $\tau = L/R$;

– на інтервалі $(1-\gamma)T$

$$u((n+1)T) = u((n+\gamma)T) \cdot e^{-(1-\gamma)T/\tau}. \quad (6)$$

Підставивши напругу $u((n+\gamma)T)$ з формули (5) у формулу (6), отримаємо наступне різницеве рівняння:

$$u((n+1)T) = u(nT) \cdot e^{-T/\tau} + (e^{-(1-\gamma)T/\tau} - e^{-T/\tau}). \quad (7)$$

В усталеному режимі маємо

$$u(nT) = u((n+1)T). \quad (8)$$

З умови (8) та виразу (7) знаходимо

$$u((n+\gamma)T) = \frac{(1 - e^{-\gamma T/\tau})}{(1 - e^{-T/\tau})}. \quad (9)$$

Тоді вирази для $u(nT)$ та $u((n+1)T)$ матимуть вигляд

$$u((n+1)T) = u(nT) = \frac{(e^{\gamma T/\tau} - 1)}{(e^{T/\tau} - 1)}. \quad (10)$$

Тепер визначимо фактори пульсацій F та F_+ (вирази (2) та (3)).

Варто відзначити, що значення факторів пульсацій за умови розгляду лінійної моделі є інваріантними відносно вибору початку координат, тому будемо розглядати визначення факторів

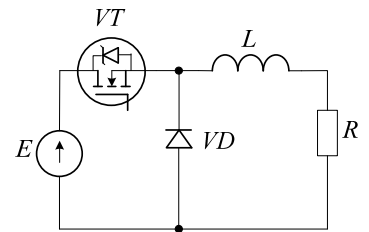


Рис. 1

пульсацій відносно точки γ .

Тоді фактори пульсацій F та F_+ матимуть вигляд

$$F = \frac{1 - e^{-T/\tau}}{1 - e^{-T/\tau} - (T/\tau) \cdot e^{-\gamma T/\tau}}; \quad (11)$$

$$F_+ = \frac{1 - e^{-T/\tau}}{1 - e^{-T/\tau} + (T/\tau) \cdot e^{-\gamma T/\tau}}. \quad (12)$$

Для дослідження стійкості знайдемо передавальну функцію перетворювача зі зворотнім зв'язком за відхиленням з пропорційним регулятором з коефіцієнтом підсилення K .

Передавальна функція широтно-імпульсного регулятора $W_C[z]$ визначається за формулою (4).

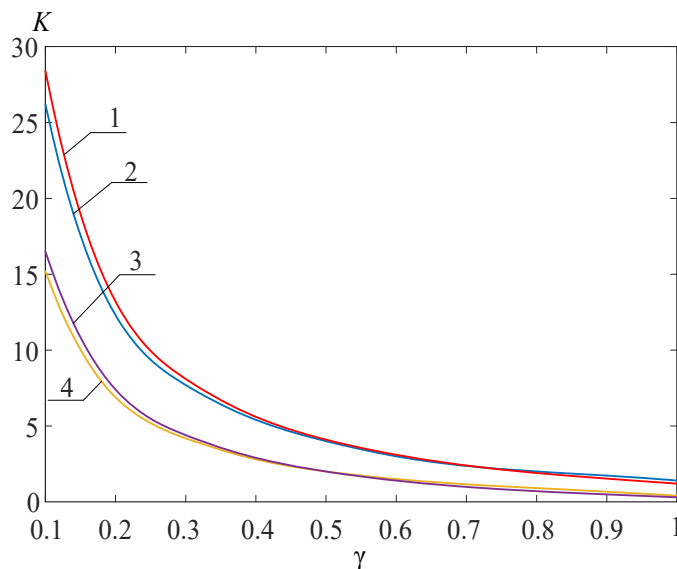
Передавальна функція $W_H[z]$ силової частини перетворювача

$$W_H[z] = \frac{z}{(z-1)} \cdot \frac{(e^{\gamma T/\tau} - 1)}{(z \cdot e^{T/\tau} - 1)}.$$

Передавальна функція $W(z)$ системи матиме вигляд

$$W(z) = \frac{K \cdot W_H(z) W_C(z)}{1 + K \cdot W_H(z) W_C(z)} = \dots = \frac{z \cdot K \cdot F_+ \cdot e^{-T/\tau} (e^{\gamma T/\tau} - 1)}{z^3 - z^2 \left(1 + \frac{F_+}{F} + e^{-T/\tau}\right) + z \cdot e^{-T/\tau} \left[1 + \frac{F_+}{F} + K \cdot F_+ (-1 + e^{\gamma T/\tau})\right] + \frac{F_+}{F} (1 - e^{-T/\tau})}.$$

Дослідимо розташування коренів знаменника. Для сталої системи корені мають знаходитися всередині кола радіуса 1. Розрахуємо максимальний еквівалентний коефіцієнт підсилення системи, за якого забезпечується стійкість системи, для різних значень γ за умови врахування фактора пульсацій F_+ , а також нехтуючи ним.



- | | |
|--|--|
| <u>1</u> $T/\tau = 0.2$, з врахуванням фактора пульсації F_+ | <u>2</u> $T/\tau = 0.1$, з врахуванням фактора пульсації F_+ |
| <u>3</u> $T/\tau = 0.2$, без врахування фактора пульсації F_+ | <u>4</u> $T/\tau = 0.1$, без врахування фактора пульсації F_+ |

Рис. 2

Графіки залежності значення модуля граничного еквівалентного коефіцієнта підсилення наведено на рис. 2. Бачимо суттєву різницю, яка виражається врахуванням похідної пульсацій вихідної напруги справа.

Таким чином можемо констатувати, що врахування фактора пульсації як зліва, так і справа, дає змогу збільшити значення максимально можливого коефіцієнта підсилення приблизно у 2 рази в порівнянні з випадком врахування лише фактора пульсації зліва і, таким чином, зменшити помилку замкненої системи.

Висновки.

У статті вдосконалено математичну модель імпульсної замкненої системи на основі фактора пульсації, що дало можливість врахувати вплив пульсації сигналу керування не тільки до моменту комутації імпульсного елемента, але й після нього.

Аналіз області стійкості замкненої системи на основі розробленої математичної моделі для понижувального перетворювача з асинхронною ШІМ підтвердив суттєве розширення області стійкості, що дає змогу збільшити коефіцієнт підсилення пропорційної ланки майже в 2 рази.

1. Raghavendra K.V.G., Zeb K., Muthusamy A., Krishna T.N.V., Kumar S.V.S.V.P., Kim D.-HKim., M.-S., Cho H.-G., Kim H.-J. A Comprehensive Review of DC–DC Converter Topologies and Modulation Strategies with Recent Advances in Solar Photovoltaic Systems. *Electronics*. 2020. Vol. 9. No 1. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics9010031>.
2. Saini D.K., Reattit A., Kazimierzczuk M.K. Average Current-Mode Control of Buck DC-DC Converter With Reduced Control Voltage Ripple. 42nd Annual Conference of the *IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2016)*, Florence, Italy, 23-26 October 2016. Pp. 3270-3275. DOI: <https://doi.org/10.1109/IECON.2016.7793204>.
3. Goswami R., Wang S., Solodovnik E., Karimi K.J. Differential Mode Active EMI Filter Design for a Boost Power Factor Correction AC/DC Converter. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*. 2019. Vol. 7. No 1. Pp. 576-590. DOI: <https://doi.org/10.1109/JESTPE.2018.2839734>.
4. Akter M.P., Mekhilef S., Tan N.M.L., Akagi H. Stability and Performance Investigations of Model Predictive Controlled Active-Front-End (AFE) Rectifiers for Energy Storage Systems. *Journal of Power Electronics*. 2015. Vol. 15. No 1. Pp. 202-215. DOI: <https://doi.org/10.6113/JPE.2015.15.1.202>.
5. Kannabiran K., Alagarsamy S. Unified control of DC-DC buck converter using dynamic adaptive controller for battery operated devices. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*. 2016. No 81. Pp. 35-46. DOI: <https://doi.org/10.17533/udea.redin.n81a04>.
6. Gill J., You S., Lee Y., Kim W. Super Twisting-Based Nonlinear Gain Sliding Mode Controller for Position Control of Permanent-Magnet Synchronous Motors. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 142060-142070. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3121127>.
7. Eisinger A., Fedele G., Frascino D. Kepler's equation and limit cycles in a class of PWM feedback control systems. *Nonlinear Dynamics*. 2010. Vol. 62. No 1-2. Pp. 215-227. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11071-010-9712-8>.
8. Sha J., Xu D., Chen Y., Xu J., Williams B.W. A Peak-Capacitor-Current Pulse-Train-Controlled Buck Converter With Fast Transient Response and a Wide Load Range. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2016. Vol. 63. No 3. Pp. 11528-11538. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2015.2494851>.
9. Wu H. Stability Analysis and Control of DC-DC Converters using Nonlinear Methodologies. UK: School of Electrical and Electronic Engineering, Newcastle University, 2016. 171 p. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/153780662.pdf> (accessed at 30.05.2023)
10. Bjaresten N. The Statik Converter as a High-Speed Power Amplifier. *Direct Current*. 1963. Vol. 6. Pp. 154-165.
11. Shcherbak Y., Ivakina K., Panchenko V. Factor Pulsations Automatic Regulation With Two-way Pulse Width Modulation. *Zbirnyk naukovuh prats Ukrainskoho derzhavnogo universytetu zaliznychnoho transportu*. 2015. Vol. 153. Pp. 113-120. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.153.2015.64336>.
12. Panchenko V.V., Maslii A.S., Pomazan D.P., Buriakovskiy S.G. Determination of Pulsation Factors of the System of Suppression of Interfering Harmonics of a Semiconductor Converter. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2018. No 4. Pp. 24-28. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2018.4.04>.

STABILITY OF POWER SUPPLY CLOSED-LOOP SYSTEMS WITH PULSE-WIDTH MODULATION AND CONSIDERATION OF THE PULSATION FACTOR

V.Y. Zhuikov¹, I.V. Verbytskyi¹, O.O. Abakumova¹, A. Blinov²

¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Beresteiskyi Ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine, e-mail: verbytskyi.ievgen@gmail.com.

²Tallinn University of Technology, Ehitajate tee 5, 19086, Tallinn, Estonia.

The vast majority of low- and medium power supply systems are based on pulse converters using pulse-width modulation, which provides flexible regulation of electricity parameters, which is especially important in systems with renewable energy sources. When synthesizing control systems based on pulse-width modulation, it is necessary to take into account the level of pulsation of the output voltage, which significantly affects stability and, accordingly, the value of the control system gain. The effect of pulsation on stability is described on the basis of the pulsation factor, which takes into account the component that precedes the switching moment. The paper suggests also taking into account the component that follows the moment of switching. Using the example of asynchronous pulse-width modulation, the transfer function of the closed loop system was obtained taking into account the proposed pulsation factor after switching, and the region of stability of the closed system was analyzed. References 12, figures 2.

Key words: stability, pulsation factor, gain, asynchronous system, pulse control.

Надійшла 08.06.2023