

**ЗМЕНШЕННЯ ВПЛИВУ ВІДХИЛЕНЬ ПАРАМЕТРІВ  
ГЕНЕРАТОРІВ У ПРЕЦИЗІЙНИХ КВАДРАТУРНИХ МОСТАХ**

П.І. Борщов<sup>1\*</sup>, канд. техн. наук, О.Л. Ламеко<sup>2\*\*</sup>, канд.техн.наук, В.Г. Мельник<sup>1\*\*\*</sup>, докт. техн. наук

<sup>1</sup> Інститут електродинаміки НАН України,  
Берестейський пр., 56, Київ, 03057, Україна.

<sup>2</sup> ДП "Науково-виробничий центр "Енергоімпульс" Інституту електродинаміки НАН України",  
Берестейський пр., 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: [pavbor2010@gmail.com](mailto:pavbor2010@gmail.com)

Статтю присвячено вирішенню проблеми визначення метрологічних характеристик еталонів електричної ємності на промисловій частоті. Відмічена перспективність вимірювань з застосуванням квадратурного моста змінного струму для визначення параметрів імпедансу еталонів електричної ємності на промисловій частоті шляхом порівняння з параметрами еталонів активного опору. Показано перевагу застосування при цьому індикатора нерівноваги моста з високим вхідним опором, що полягає у можливості зменшення впливу вищих гармонік напруг живлення. Проведено аналіз відомого методу порівняння імпедансу еталонів зі зменшенням похибок, обумовлених відхиленням параметрів генераторів квадратурного моста від розрахункових. Показано, що відомий метод забезпечує достатню компенсацію таких похибок лише за малих значеннях цих відхилень та в малому діапазоні різниць порівнюваних імпедансів. Відомий метод удосконалено шляхом використання ітераційного алгоритму під час обробки результатів вимірювальних перетворень для визначення дійсного відхилення відношення імпедансів порівнюваних еталонів від номінального значення. Наведено математичні вирази для розрахунку вимірюваної величини. Проведено розрахунки складових похибки визначення вимірюваної величини для різних значень відхилень напруг генераторів. Обчислення проводилися для двох варіантів реалізації варіації напруги генератора: мультиплікативної варіації амплітуди напруги та адитивної варіації фази напруги. Розроблений варіант методу вимірювання дає змогу знизити вказані похибки до необхідних рівнів за мале число кроків ітерації – в переважній більшості випадків достатньо двох кроків. Його застосування дає можливість отримати високі метрологічні характеристики квадратурних мостів змінного струму для порівняння імпедансів еталонів ємності і активного опору в широкому діапазоні порівнюваних величин і за досить великих різницях напруги генераторів, що дає змогу спростити апаратуру приладів. Бібл. 18, рис. 1, табл. 1.

**Ключові слова:** імпеданс, адмітанс, імітанс, еталон, квадратурний міст, зменшення похибок, ітераційний метод.

**Вступ.** Забезпечення надійного функціонування складових частин електрообладнання енергетичних об'єктів (силових та вимірювальних трансформаторів, вводів, реакторів, конденсаторів) вимагає достовірного визначення параметрів активних опорів, ємності, індуктивності, тангенсів фазового кута та кута втрат їх елементів з точністю, що визначається вимогами нормативних документів [1]. Значний обсяг вимірювань виконується на промисловій частоті 50 Гц. Високі метрологічні характеристики вимагаються від вимірювачів параметрів високовольтної ізоляції – ємності і тангенсу кута діелектричних втрат. В Україні останнім часом були розроблені і широко застосовуються автоматичні вимірювачі електричних характеристик ізоляції і ізоляційних рідин [2, 3], що характеризуються високою чутливістю і низькими похибками вимірювання, зокрема, адитивна складова похибки вимірювання тангенсу кута втрат не перевищує  $1...2 \cdot 10^{-4}$ .

Повірка та калібрування засобів вимірювальної техніки проводиться науковими метрологічними центрами, метрологічними центрами, повірочними та калібрувальними лабораторіями (в Україні – Укрметртестстандарт та інші профільні організації). Державна повірочна схема засобів вимірювання ємності і тангенсу кута втрат в Україні регламентується нормативним

документом [4] і має декілька рівнів: державний еталон, вторинні еталони, робочі еталони 1-3 розрядів, робочі засоби вимірювань. При цьому похибка засобу вимірювання більш високого рівня, як правило, повинна бути у 2-3 рази нижчою за похибку вимірювання засобу нижчого рівня. Згідно з [4], державний еталон ємності і тангенса кута втрат забезпечує відтворення параметрів тільки на частоті 1000 Гц, при цьому забезпечуються такі значення розширеної невизначеності вимірювань:

- по електричній ємності –  $4,8 \cdot 10^{-6}$ ;
- по тангенсу кута втрат – від  $6,2 \cdot 10^{-6}$  до  $3 \cdot 10^{-4}$ .

Значення тангенсу кута втрат, отримане в результаті вимірювань на частоті 1000 Гц, неможливо безпосередньо прийняти для частоти 50 Гц, оскільки вплив паразитного активного опору, який включається паралельно з ємністю, суттєво зростає у разі зниження частоти. Тому вторинні еталони ємності і тангенсу кута втрат, вимоги до параметрів яких на частотах 40 – 1000 Гц сформульовано в [4], повинні обов'язково проходити калібрування на промисловій частоті. Проте, на сьогодні в Україні відсутня необхідна для цього метрологічна апаратура. Це приводить до необхідності проведення калібрування відповідного метрологічного устаткування в інших країнах, що пов'язано з високою вартістю робіт, складнощами митного оформлення задля тимчасового ввезення і вивозу устаткування, а також з ризиками, пов'язаними з транспортуванням.

**Шлях вирішення проблеми.** Вирішення вказаної проблеми можливе шляхом застосування квадратурного моста змінного струму, в якому реактивний опір ємності, що калібрується, порівнюються з активним опором еталону, який повинен мати відому квадратурну (ємнісну) складову на частоті, на якій проводиться калібрування. Перспективним шляхом може стати використання існуючих еталонів активного опору, наприклад, типу P4016 [5]. Для високоомних еталонів активних опорів найбільш суттєво на частотну характеристику впливає паразитна ємність, що паралельна до їхнього опору. Тангенс фазового кута такого еталону збільшується пропорційно збільшенню частоти. Характер його частотної залежності можна визначити вимірюванням параметрів його комплексного опору на частотах в діапазоні 1000 Гц – 10 кГц за допомогою існуючих прецизійних мостів змінного струму, наприклад, високоімпедансного моста 5100 [6]. Аналіз результатів вимірювань на вказаних частотах дозволить визначити параметри еквівалентної електричної схеми реального зразка еталона. Після цього можна визначити розрахунковим шляхом дійсне значення тангенсу фазового кута еталону активного опору для частоти 50 Гц.

Для порівняння параметрів еталону електричної ємності з параметрами еталону активного опору на промисловій частоті необхідно створити квадратурний міст-компаратор змінного струму, який забезпечить такі метрологічні параметри:

- середньоквадратичне відхилення відносної похибки порівняння по основному параметру (ємність-активний опір) не більше  $3 \cdot 10^{-6}$ ;
- середньоквадратичне відхилення абсолютної похибки порівняння по допоміжному параметру (тангенс кута втрат – тангенс фазового кута) не більше  $3 \cdot 10^{-6}$ .

Після визначення параметрів еталону ємності одного номінального значення цей еталон можна прийняти як опорний. Визначити параметри еталонів ємності інших номінальних значень можна за допомогою звичайного моста змінного струму з порівнянням величин одного виду.

Порівняння квадратурних параметрів імпедансів застосовувалося до недавнього часу переважно для прецизійних вимірювань з метою відтворення співвідношень активного і ємнісного опорів. Провідні метрологічні лабораторії світу використовують трансформаторні квадратурні мости, на базі яких побудовані первинні еталони ємності і електричного опору [7–11]. Однак точність таких приладів на низьких частотах обмежена можливостями використовуваних трансформаторних подільників.

У метрологічних лабораторіях розвинених країн останнім часом набули розвитку роботи, спрямовані на створення квадратурних мостів для порівняння імпедансів на базі цифрових багатофазних генераторів. Відомі квадратурні мости з генераторами, в яких використовують синтезатори на основі масиву Джозефсона [12]. Таке рішення забезпечує високі метрологічні параметри, але воно є занадто дорогим. Сучасні тенденції побудови прецизійних генераторів синусоїдальних напруг передбачають застосування цифрових методів синтезу ступінчатих напруг з використанням або дискретних формувачів, або ЦАП з перемиканням керуючих кодів [13, 14]. При цьому у синтезованих напругах з'являються вищі гармонічні складові, номери і рівні яких залежать від кількості ступенів, які застосовуються для апроксимації синусоїди. Наприклад, при використанні 32 сходинок апроксимації в сигналі присутні: гармоніка номер 31 з відносним рівнем 1/31, гармоніка

33 рівня  $1/33$  і далі з номерами  $32n \pm 1$ . Використання таких генераторів у квадратурних мостах змінного струму, у яких в одне плече включено активний опір, а в інше – конденсатор, призводить до того, що у змінному струмі через конденсатор рівень вищих гармонік є набагато вищим, ніж у струмі через активний опір.

Тому у разі застосування мосту з порівнянням струмів через об'єкти рівень вищих гармонік у цих струмах буде суттєво відрізнятися. Це матиме негативні наслідки:

- по-перше, суттєво зростають вимоги до підсилювача струму нерівноваги стосовно його динамічного діапазону, оскільки можливе насичення підсилювача, відповідно, поява нелінійних спотворень сигналу, що може мати наслідком недопустимо великі похибки вимірювань,
- по-друге, в процесі синхронного детектування вищі гармоніки зміщуються в низькочастотну зону і впливають на постійну складову вихідного сигналу детектора, що також призводить до похибок вимірювання.

В роботах [15, 16] вказано переваги застосування мостових кіл з детектором сигналу нерівноваги, що має високий вхідний опір, тобто з індикатором напруги нерівноваги моста. Відносний рівень вищих гармонік у напрузі нерівноваги практично такий же, як і в напругах генераторів, тому їх нескладно буде придушити відомими методами фільтрації сигналів. У вказаних роботах наведені структури квадратурних мостів змінного струму, в яких використовуються два генератори – генератор напруги з постійною амплітудою і фазою і регульований генератор квадратурної напруги з можливістю регулювання рівня амплітуди. Опорні постійні напруги, з яких формуються ступінчасті вихідні напруги генераторів, можна отримати з одного джерела стабільної напруги. Стабільність їхнього співвідношення забезпечити нескладно. Однак реальні параметри вузлів формування ступінчатих напруг цих генераторів відрізняються від розрахункових значень, що має наслідком відхилення амплітуд і фаз напруг генераторів між собою та від номінальних (розрахункових) значень. Задля забезпечення низького рівня таких відхилень використовують досить складні схеми і технології виготовлення квадратурних генераторів. При цьому все одно залишаються достатньо великі похибки вимірювань, які потрібно зменшувати. Ефективність існуючих методів, запропонована в [15, 16], є недостатньою.

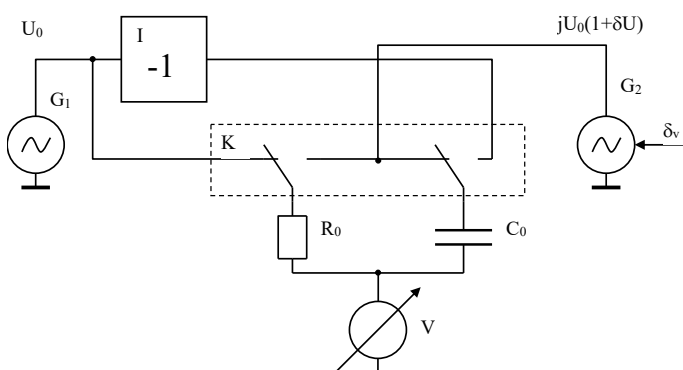
**Мета роботи:** аналіз похибок вимірювання параметрів імпедансів, обумовлених відхиленням параметрів генераторів у квадратурних мостах змінного струму, від розрахункових значень, а також розробка алгоритмічного методу зниження вказаних похибок до рівня, необхідного для забезпечення прецизійних вимірювань параметрів еталонів ємності і активного опору на промислових частотах.

Як вказувалося вище, квадратурний міст повинен забезпечити порівняння параметрів еталону ємності одного номінального значення з параметрами еталону активного опору. Під час його побудови доцільно вибрати опорний еталон з середнім значенням ємності (не вище 3000 пФ), що має на частоті 50 Гц досить високий імпеданс (більше 1 МОм). При цьому немає необхідності в забезпеченні чотирьохпарного підключення еталонів [17], оскільки імпеданси з'єднувальних кабелів є нехтовно малими у порівнянні з імпедансами еталонів. На практиці опір з'єднувального кабелю не перевищує 0,1 Ом, тоді для вказаних еталонів відношення імпедансів кабелів і еталона не перевищить 0,1 ppm, тобто впливом опорів кабелів можна знехтувати.

**Аналіз відомого методу вимірювання.** В роботі [15] описано принципи побудови і структури прецизійних квадратурних мостів змінного струму. У цих пристроях реалізовано варіаційний метод вимірювання параметрів імпедансів, що базується на аналізах реакцій вимірювального кола на детерміновані зміни параметрів кола, зокрема, напруг генераторів. Потрібно відмітити, що такий метод може бути застосований переважно для прецизійних вимірювань в

лабораторних умовах, оскільки для виконання вказаних етапів потрібен час, протягом якого параметри об'єктів вимірювання і вимірювального тракту не повинні суттєво змінюватись.

На рисунку показано функціональну схему квадратурного моста, що призначений для порівняння параметрів еталонів з високими імпедансами [15]. Міст має у своєму складі два квадратурних генератори напруг  $G1$  і  $G2$ , фази вихідних сигналів яких зсунуті



на  $90^\circ$ , а також інвертор, який може повертати на  $180^\circ$  фазу напруги генератора  $G1$ . Еталони  $C_0$  і  $R_0$ , параметри яких порівнюються, підключаються за допомогою комутатора  $K$  до виходів генераторів за певним алгоритмом. Сигнал нерівноваги моста вимірюється за допомогою векторного вольтметра  $V$ .

Для аналізу поведінки моста на основній гармоніці скористаємося методом комплексних амплітуд. Позначимо вектор напруги генератора  $G1$  як  $U_0$  (вектор з нульовою фазою). Припустимо, що напруга генератора  $G2$  формується з похибкою  $\dot{\delta}_U$ , тобто становить  $jU_0(1 + \dot{\delta}_U)$ . В загальному випадку  $\dot{\delta}_U$  – комплексна величина, що враховує амплітудну і фазову похибки формування напруги.

Вимірювання виконують за три етапи.

1. Комутатор підключає еталони наступним чином: до виходу генератора  $G1$  підключається еталон опору  $R_0$  (його імпеданс позначено як  $Z_R$ , адмітанс – як  $Y_R$ ), а до виходу генератора  $G2$  – еталон  $C_0$  (імпеданс якого позначений  $Z_C$ , адмітанс – як  $Y_C$ ). Вимірюють векторним вольтметром  $V$  комплексну напругу нерівноваги моста  $\dot{U}_{N1}$  – визначають її синфазну і квадратурну складові. Вхідний адмітанс вольтметра позначено як  $Y_V$ .

2. Конфігурація вимірювального кола зберігається, але здійснюється варіація напруги генератора  $G2$ , тобто вона змінюється на значення  $\dot{\delta}_V$  і стає рівною  $jU_0(1 + \dot{\delta}_U + \dot{\delta}_V)$ . Варіація може виконуватися шляхом зміни амплітуди або фази напруги цього генератора. Вимірюють складові напруги нерівноваги  $\dot{U}_{N2}$ .

3. Змінюється порядок підключення еталонів до генераторів. Еталон  $C_0$  підключається до виходу інвертора напруги генератора  $G1$ , тобто до нього підключається напруга  $-U_0$ , а еталон  $R_0$  – до виходу генератора  $G2$  з напругою  $jU_0(1 + \dot{\delta}_U)$ . Вимірюють складові напруги нерівноваги  $\dot{U}_{N3}$ .

Система рівнянь, що описує результати вимірювань, має вигляд

$$\begin{aligned}\dot{U}_{N1} &= \frac{U_0}{Y_\Sigma} (Y_R + j(1 + \dot{\delta}_U) \cdot Y_C), \\ \dot{U}_{N2} &= \frac{U_0}{Y_\Sigma} (Y_R + j(1 + \dot{\delta}_U + \dot{\delta}_V) \cdot Y_C), \\ \dot{U}_{N3} &= \frac{U_0}{Y_\Sigma} (-Y_C + j(1 + \dot{\delta}_U) \cdot Y_R),\end{aligned}\tag{1}$$

де  $Y_\Sigma = Y_R + Y_C + Y_V$  – сума адмітансів гілок мостового кола і вольтметра.

Вимірюваною величиною є відносне відхилення адмітансів (або імпедансів) еталонів

$$\dot{\delta}_Z = \frac{jY_R}{Y_C} - 1 = \frac{jZ_C}{Z_R} - 1.\tag{2}$$

Точне рішення системи (1) відносно  $\dot{\delta}_Z$  має вигляд

$$\dot{\delta}_Z = \frac{\dot{\delta}_V}{2 + \dot{\delta}_U} \cdot \frac{j\dot{U}_{N3} - \dot{U}_{N1}}{\dot{U}_{N2} - \dot{U}_{N1}}.\tag{3}$$

Тобто результат вимірювання відносного відхилення порівнюваних імпедансів залежить від похибки відношення напруг генераторів  $\dot{\delta}_U$ , вплив цієї величини зменшується тільки в 2 рази.

Відзначимо, що у разі застосування виразу (3) на результат вимірювання не впливають похибки векторного вольтметра, оскільки адитивна похибка компенсується при обчисленні різниць результатів в чисельнику і знаменнику, а мультиплікативна похибка (в тому числі і фазова) – при обчисленні відношення різниць результатів.

Приведений в роботі [15] вираз

$$\dot{\delta}_Z = \frac{\dot{\delta}_V}{2} \frac{j\dot{U}_{N3} - \dot{U}_{N1}}{\dot{U}_{N2} - \dot{U}_{N1}}\tag{4}$$

отримано з використанням припущення, що  $\dot{\delta}_U$  є нехтовно малим у порівнянні з двійкою. Це припущення справедливе за таких умов: мостове коло достатньо точно врівноважене, відносне відхилення напруг генераторів мале, і вимірюється тільки невелика остаточно напруга нерівноваги. Однак у загальному випадку вказані умови можуть не виконуватися. Наприклад, якщо мостове коло врівноважене по основному параметру з похибкою 1%, відносне відхилення амплітуд напруг

генераторів також складає 1%, то похибка визначення  $\delta_z$  складе 0,005, а результуюча похибка вимірювання  $Z_C$  становитиме  $5 \cdot 10^{-5}$ , що не відповідає сформульованим вище вимогам до точності вимірювань.

Необхідно також вказати, що наведений аналіз не враховує похибки інвертування, які нескладно знизити до нехтовно малих значень при застосуванні цифрових методів генерації напруги, та випадкові варіації даних під час вимірювання, належний рівень яких забезпечується заходами стабілізації параметрів вимірювального каналу.

#### Розробка вдосконаленого методу вимірювання.

Удосконалення відомого методу вимірювання полягає в тому, що в алгоритм обробки результатів вимірювань після виконання вимірювальних перетворень апаратурою квадратурного моста додаються операції визначення відносних значень ( $\delta_U$ ) різниці напруг генераторів та операції визначення  $\delta_z$  з урахуванням  $\delta_U$ . Ці величини є взаємопов'язаними. Зменшення впливу відхилень напруг генераторів від розрахункових значень досягається застосуванням ітераційного алгоритму обчислень.

Розглянемо обґрунтування нового методу вимірювання.

Знайдемо точне рішення системи рівнянь (1) відносно відхилення відношення напруг генераторів  $\delta_U$

$$\delta_U = \frac{\delta_V \cdot j\dot{U}_{N3} + \dot{U}_{N1}}{2 + \delta_z \cdot \dot{U}_{N2} - \dot{U}_{M1}}. \quad (5)$$

Тепер маємо систему двох рівнянь (3), (5) з двома комплексними невідомими  $\delta_U$  і  $\delta_z$ . Представимо вирази (3) і (5) з використанням дійсних (синфазних) і уявних (квадратурних) складових комплексних величин

$$\delta_z = \frac{\text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U)) + \text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_U) + j \cdot (\text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U)) - \text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_U))}{(2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U))^2 + \text{Im}^2(\dot{\delta}_U)} \rightarrow$$

$$\frac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 + j \cdot (A_1 \cdot B_2 - B_1 \cdot A_2)}{A_1^2 + B_1^2}, \quad (6)$$

де  $A_1 = \text{Re}(\dot{U}_{N2}) - \text{Re}(\dot{U}_{M1})$ ,  $B_1 = \text{Im}(\dot{U}_{N2}) - \text{Im}(\dot{U}_{M1})$ ,  $A_2 = -\text{Im}(\dot{U}_{N3}) - \text{Re}(\dot{U}_{M1})$ ,  $B_2 = \text{Re}(\dot{U}_{N3}) - \text{Im}(\dot{U}_{M1})$ .

$$\delta_U = \frac{\text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_z)) + \text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_z) + j \cdot (\text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_z)) - \text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_z))}{(2 + \text{Re}(\dot{\delta}_z))^2 + \text{Im}^2(\dot{\delta}_z)} \rightarrow$$

$$\frac{A_1 \cdot A_3 + B_1 \cdot B_3 + j \cdot (A_1 \cdot B_3 - B_1 \cdot A_3)}{A_1^2 + B_1^2}, \quad (7)$$

де  $A_3 = -\text{Im}(\dot{U}_{N3}) + \text{Re}(\dot{U}_{M1})$ ,  $B_3 = \text{Re}(\dot{U}_{N3}) + \text{Im}(\dot{U}_{M1})$ .

З (6) отримуємо вирази для визначення складових  $\delta_z$

$$\text{Re}(\dot{\delta}_z) = \frac{(\text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U)) + \text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_U)) \cdot (A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2) -}{((2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U))^2 + \text{Im}^2(\dot{\delta}_U)) \cdot}$$

$$\frac{-(\text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U)) - \text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_U)) \cdot (A_1 \cdot B_2 - B_1 \cdot A_2)}{(A_1^2 + B_1^2)}, \quad (8)$$

$$\text{Im}(\dot{\delta}_z) = \frac{(\text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U)) + \text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_U)) \cdot (A_1 \cdot B_2 - B_1 \cdot A_2) +}{((2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U))^2 + \text{Im}^2(\dot{\delta}_U)) \cdot}$$

$$\frac{+(\text{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \text{Re}(\dot{\delta}_U)) - \text{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot \text{Im}(\dot{\delta}_U)) \cdot (A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2)}{(A_1^2 + B_1^2)}.$$

Аналогічно з (7) отримуємо вирази для визначення складових  $\delta_U$

$$\operatorname{Re}(\dot{\delta}_U) = \frac{(\operatorname{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \operatorname{Re}(\dot{\delta}_Z)) + \operatorname{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot \operatorname{Im}(\dot{\delta}_Z)) \cdot (A_1 \cdot A_3 + B_1 \cdot B_3) -}{((2 + \operatorname{Re}(\dot{\delta}_Z))^2 + \operatorname{Im}^2(\dot{\delta}_Z)^2)} \rightarrow$$

$$\frac{-\operatorname{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \operatorname{Re}(\dot{\delta}_Z)) - \operatorname{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot \operatorname{Im}(\dot{\delta}_Z)) \cdot (A_1 \cdot B_3 - B_1 \cdot A_3)}{\cdot (A_1^2 + B_1^2)} \quad (10)$$

$$\operatorname{Im}(\dot{\delta}_U) = \frac{(\operatorname{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \operatorname{Re}(\dot{\delta}_Z)) + \operatorname{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot \operatorname{Im}(\dot{\delta}_Z)) \cdot (A_1 \cdot B_3 - B_1 \cdot A_3) +}{((2 + \operatorname{Re}(\dot{\delta}_Z))^2 + \operatorname{Im}^2(\dot{\delta}_Z)^2)} \rightarrow$$

$$\frac{+(A_1 \cdot A_3 + B_1 \cdot B_3) \cdot (\operatorname{Im}(\dot{\delta}_V) \cdot (2 + \operatorname{Re}(\dot{\delta}_Z)) - \operatorname{Re}(\dot{\delta}_V) \cdot \operatorname{Im}(\dot{\delta}_Z))}{\cdot (A_1^2 + B_1^2)} \quad (11)$$

Аналітичне рішення системи (8)–(11) в явному вигляді задля визначення складових  $\dot{\delta}_Z$  є громіздким і незручним для практичного застосування. Під час побудови вимірювальних пристроїв з мікропроцесорами запропоновано застосовувати числовий ітераційний алгоритм рішення даної системи [18].

Завдання полягає у вирішенні двох пар рівнянь (8, 9) і (10, 11), які відображають взаємну залежність  $\dot{\delta}_Z$  та  $\dot{\delta}_U$ . Тому можна використати можливість почергового обчислення значень вказаних величин кількома кроками, при цьому на кожному наступному кроці похибка визначення кожної з величин зменшується. Для цього потрібно виконати наступну послідовність операцій.

На першому ітераційному кроці з (8), (9) знаходять перші наближені значення складових  $\dot{\delta}_{Z1}$  за умови  $\operatorname{Re}(\dot{\delta}_U) = 0$ ,  $\operatorname{Im}(\dot{\delta}_U) = 0$ . Знайдені значення підставляють у (10) і (11) і знаходять перші наближені значення складових  $\dot{\delta}_{U1}$ . Другий крок ітерації – підставляють складові  $\dot{\delta}_{U1}$  у вирази (8), (9) і знаходять другі наближені значення складових  $\dot{\delta}_{Z2}$ . Ітераційні кроки повторюють доти, доки різниця між значеннями складових  $\dot{\delta}_Z$ , отриманих на поточному і попередньому кроках, не стане менше встановленого рівня.

Як показують дослідження, розроблений метод вимірювання є ефективним за умови, що відхилення відношення напруг генераторів є суттєво меншим за одиницю, крім того, вимірюване відхилення параметрів еталонів не перевищує 1 %.

Були проведені розрахунки складових похибки визначення величини  $\dot{\delta}_Z$  для різних значень  $\dot{\delta}_U$  і  $\dot{\delta}_Z$  на різних кроках ітерації. Обчислення проводилися для двох варіантів реалізації варіації напруги генератора G2:

1. Мультиплікативна варіація амплітуди напруги. Таку варіацію нескладно забезпечити у мостах, що містять індуктивні подільники напруги з тісним індуктивним зв'язком. Вказана варіація виконується шляхом комутації спеціально виконаної обмотки послідовно з плечем моста, в якому діє напруга генератора G2. Приклад:  $\dot{\delta}_V = 0,01$ .

2. Варіація шляхом зміни фази напруги. Її реалізація дуже проста при застосуванні генератора квазисинусоїдальної ступінчастої напруги і виконується шляхом зсуву у часі значень керуючих кодів ЦАП, наприклад, на один такт. Отримуємо  $\dot{\delta}_V = e^{j \cdot 2\pi/n} - 1$ , де  $n$  – кількість ступеней апроксимації синусоїди.

В таблиці представлені значення складових похибки визначення величини  $\dot{\delta}_Z$  для різних значень  $\dot{\delta}_U$  і  $\dot{\delta}_Z$  на різних кроках ітерації. У комірках таблиці першим вказано значення похибки, другим (через косу риску) – різниця між обчисленими значеннями на поточному і попередньому кроках. Стовпчики, позначені цифрами від 0 до 3, відповідають крокам ітерації. Крок «0» - похибка обчислення складових  $\dot{\delta}_Z$  без застосування ітерацій, тобто за виразом (3). Результати обчислень для двох вказаних варіантів реалізації варіації напруги генератора G2 практично не відрізняються.

У рядках 1-5 таблиці наведено дані для «чистої» ємності  $C_0$ , у якої тангенс кута втрат дорівнює нулю. У перших трьох рядках розглянуто випадок відсутності квадратурної складової відхилення відношення напруг генераторів  $\dot{\delta}_U$  від номінального значення. Якщо прийняти, що допустиме значення різниці між значеннями складових  $\dot{\delta}_Z$ , отриманих на поточному і попередньому кроках, складає  $10^{-6}$ , то з рядків 1-3 таблиці видно, що за відносних відхиленнях  $\dot{\delta}_U$  і  $\dot{\delta}_Z$  на 10%

потрібно виконати 3 кроки ітерації, а за відхиленні  $\delta_U$  на 1% і менше достатньо двох кроків. Для даного випадку квадратурна складова похибки відсутня.

У рядках 4 і 5 наведено дані для «чистої» ємності  $C_0$ , але присутня квадратурна складова відхилення відношення напруг генераторів  $\delta_U$ . У цьому випадку з'являється квадратурна складова похибки вимірювання  $\delta_Z$ . Різниці між значеннями складових  $\delta_Z$ , отриманих на поточному і попередньому кроках, за відхиленні  $\delta_Z$  на 10% складають менше  $10^{-6}$  після виконання третього кроку ітерації, а за відхиленні на 1% і менше – після другого кроку.

№	$\delta_Z$	$\delta_U$	Складова похибки $\delta_Z$ , розрахована на різних кроках ітерації/ різниця між значеннями на поточному і попередньому кроках							
			синфазна				квадратурна			
			0	1	2	3	0	1	2	3
1	0,1	0,1	$5 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-5}/$ $5 \cdot 10^{-3}$	$2,6 \cdot 10^{-8}/$ $1,1 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-11}/$ $2,6 \cdot 10^{-8}$	0	0	0	0
2	0,01	0,01	$5 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-9}/$ $5 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-14}/$ $1,2 \cdot 10^{-9}$	-	0	0	0	-
3	0,002	0,01	$1 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-11}/$ $1 \cdot 10^{-5}$	0/ $5 \cdot 10^{-11}$	-	0	0	0	-
4	0,1	0,1+ 0,05j	$5 \cdot 10^{-3}$	$8,8 \cdot 10^{-6}/$ $5 \cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-9}/$ $8,8 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-11}/$ $8,1 \cdot 10^{-9}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-5}/$ $2,5 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-8}/$ $1,1 \cdot 10^{-5}$	$8,9 \cdot 10^{-11}/$ $3,5 \cdot 10^{-8}$
5	0,01	0,01+ 0,01j	$5 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-11}/$ $5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-14}/$ $1,2 \cdot 10^{-11}$	-	$5 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-9}/$ $5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-14}/$ $2,5 \cdot 10^{-9}$	-
6	0,1+ 0,001j	0,1+ 0,05j	$5 \cdot 10^{-3}$	$8,5 \cdot 10^{-6}/$ $5 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-9}/$ $8,5 \cdot 10^{-6}$	$2,2 \cdot 10^{-11}/$ $7 \cdot 10^{-9}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-5}/$ $2,6 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-8}/$ $1,1 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-11}/$ $3,5 \cdot 10^{-8}$
7	0,01+ 0,0001j	0,01+ 0,01j	$5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-11}/$ $5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-14}/$ $4 \cdot 10^{-11}$	-	$5 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-9}/$ $5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-14}/$ $2,5 \cdot 10^{-9}$	-

Рядки 6 і 7 стосуються випадку, коли ємність  $C_0$  має тангенси кута діелектричних втрат відповідно 0,1% і 0,01%. Необхідна кількість кроків ітерації в цьому випадку така ж, як і в попередньому.

#### Висновок.

Розроблений метод вимірювання з використанням ітераційного алгоритму обробки результатів вимірювальних перетворень в квадратурних мостах змінного струму забезпечує зниження похибок порівняння параметрів імпедансу еталонів та дає змогу отримати кінцевий результат вимірювань з необхідним рівнем похибки за мале число кроків ітерації – в переважній більшості випадків достатньо двох кроків. Застосування методу дозволяє отримати високі метрологічні характеристики за досить великих відхиленнях відношення напруг генераторів моста, що дає змогу зменшити апаратні витрати при реалізації квадратурних мостів змінного струму для порівняння еталонів ємності і активного опору.

*Роботу виконано за рахунок бюджетної теми "Розширення функціональних можливостей та підвищення метрологічних характеристик засобів вимірювання в системах моніторингу і діагностування в електроенергетиці" (шифр – "ПАРАМЕТР-Д"), КПКВК 6541030.*

1. Норми випробування електрообладнання. СОУ-Н ЕЕ 20.302:2020. Міністерство енергетики та захисту довкілля України. ПАТ Національна енергетична компанія Укренерго, 2020. 238 с.

2. Мосты переменного тока высоковольтные автоматические СА7100. Руководство по эксплуатации. Киев: ООО Олтест, 2020. 132 с. URL: <https://oltest.com.ua/wp-content/uploads/2021/08/10-KE-CA7100-ua.pdf> (дата доступу 05.08.2023).

3. Тангенс 3М. Автоматическая установка для измерения тангенса угла диэлектрических потерь изоляционного масла. Характеристики. ООО Харьковэнергоприбо. URL: <https://kep.ua/ru-ru/tan-delta-tester/tangens-3m#spec> (дата доступу 05.08.2023).

4. Державна повірочна схема для засобів вимірювань електричної ємності і тангенсу кута втрат. ДСТУ 4064-2001 Метрологія. Київ: Держстандарт України, 2002. 11 с.

5. Західприлад. Каталог виробів. Міра опору P4016. Технічні характеристики. URL: <https://zapadpribor.com/ua/r4016/> (дата доступу 05.08.2023).



6. Velichko O., Shevkun S., Dombrovskiy M., Dovhan V. Interlaboratory comparisons of calibration results for electrical capacity measures and inductance measures. *Measurements infrastructure*. 2022. Vol. 4. Pp. 1-5. DOI: [https://doi.org/10.33955/v4\[2022\]-021](https://doi.org/10.33955/v4[2022]-021).
7. Inglis A.D., Wood B.M., Cote M., Young R.B., Early M.D. Direct determination of capacitance standards using a quadrature bridge and a pair of quantized Hall resistors. *Conference Digest Conference on Precision Electromagnetic Measurements*. Ottawa, ON, Canada, 16-21 June 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEM.2002.1034812>.
8. Nakamura Y., Nakanishi M., Sakamoto Y., Endo T. Development and uncertainty estimation of bridges for the link between capacitance and the QHR at 1 kHz., Conference on *Precision Electromagnetic Measurements CPEM 2000*. Sydney, NSW, Australia, 14-19 May 2000. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEM.2000.851060>.
9. Chua S.W., Kibble B.P., Hartland A. Comparison of Capacitance with AC Quantized Hall Resistance. Conference on *Precision Electromagnetic Measurements*. Washington DC, USA, 06 August 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEM.1998.699981>.
10. Lan J., Zhang Z., Li Z., He Q., Zhao J. A digital compensation bridge for R-C comparisons. *Metrologia*. 2012. Vol. 49. Pp. 266-272. DOI: <https://doi.org/10.1088/0026-1394/49/3/266>.
11. Schurr J., Bürkel V., Kibble B.P. Realizing the farad from two ac quantum Hall resistances. *Metrologia*. 2009. Vol. 46. Pp. 619-628. DOI: <https://doi.org/10.1088/0026-1394/46/6/003>.
12. Bauer S., Behr R., Hagen T., Kieler O., Lee J., Palafox L., Schurr J. A novel two-terminal-pair pulse-driven Josephson impedance bridge linking a 10 nF capacitance standard to the quantized Hall resistance. *Metrologia*. 2017. Vol. 54. Pp. 152-160. DOI: <https://doi.org/10.1088/1681-7575/aa5ba8>.
13. Trinchera B., Callegaro L., D'Elia V. Quadrature Bridge for R-C Comparisons based on Polyphase Digital Synthesis. *IEEE Instrumentation & Measurement Technology Conference*. IMTC 2007. Warsaw, Poland, 01-03 May 2007. DOI: <https://doi.org/10.1109/IMTC.2007.379013>.
14. Raouf M., Helmy A., Kim K.-T., Kim M.-S. Measurement of capacitance and resistance using two perfectly synchronized voltage sources. *Measurement*. 2015. Vol. 60. Pp. 174-177. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2014.10.011>.
15. Surdu M.N., Lameko A.L., Karpov I.V., Kinard J., Koffman A. Theoretical basic of variational quadrature AC bridges. *Measurement Techniques*. 2006. No 10. Pp. 58-64. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11018-006-0234-1>.
16. Surdu M., Lameko, A., Surdu D., Kursin S. Wide frequency range quadrature bridge comparator. 16th International Congress of *Metrology*. Paris, France. October 2013. DOI: <https://doi.org/10.1051/metrology/201311014>.
17. Kibble B.P., Rayner G.H. Coaxial A.C. bridges. Bristol: Pdam Hilder Ltd., 1984. 203 p.
18. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 720 с.

## REDUCTION OF THE INFLUENCE OF DEVIATIONS OF GENERATOR PARAMETERS IN PRECISION QUADRATURE BRIDGES

P.I. Borchshov<sup>1</sup>, O.L. Lameko<sup>2</sup>, V.G. Melnyk<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>Institute of electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, Beresteiskiy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

<sup>2</sup>State factory "Scientific and Production Center" "Energoimpuls" of Institute of electrodynamics National Academy Sciences of Ukraine,

Beresteiskiy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: [pavbor2010@gmail.com](mailto:pavbor2010@gmail.com).

*The article is devoted to solving the problem of attestation of electric capacity standards at industrial frequency. The expediency of using a quadrature bridge of alternating current to determine the parameters of standards of electric capacity at industrial frequency by comparison with the parameters of standards of active resistance was noted. The advantage of using a bridge imbalance indicator with high input impedance is shown, which consists in the possibility of reducing the influence of higher harmonics of the supply voltages. An analysis of the well-known method of reducing of measurement errors caused by the deviation of the generator parameters from the calculated ones was carried out. It is shown that the known method does not provide sufficient compensation for the influence of these errors when the deviations of the generator parameters increase, as well as when the deviations of the bridge from the balance state increase. An iterative algorithm for calculating the measured deviation of the impedance ratio of the compared standards from the nominal value is proposed. Mathematical expressions for calculating the measured quantity are given. Calculations of the components of the measurement error for different values of generator voltage deviations were carried out. Calculations were performed for two variants of generator voltage variation implementation:*



*multiplicative voltage amplitude variation and additive voltage phase variation. The developed iterative correction method allows to reduce the specified errors to the required levels in a small number of iteration steps - in the vast majority of cases, two steps are enough. The application of the method allows obtaining high metrological characteristics with rather large deviations of the voltage ratio of bridge generators, which makes it possible to reduce hardware costs when implementing quadrature alternating current bridges for comparing capacitance and active resistance standards.* References 15, figure 1, table 1.

**Keywords:** impedance, admittance, immittance, standard, quadrature bridge, error reducing, iterative method.

1. Norms of electrical equipment testing. SOU-H EE 20.302:2020. Ministry of Energy and Environmental Protection of Ukraine. PAT Matsionalna energetychna kompania Ukrenergo, 2020. 238 p. (Ukr)
2. Mosty peremennogo toka vysokovoltnye avtomaticheskije SA7100. Rukovodstvo po ekspluatatsii. Kyiv: OOO Oltest, 2020. 132 p. URL: <https://oltest.com.ua/wp-content/uploads/2021/08/10-KE-CA7100-ua.pdf> (accessed at 05.08.2023). (Rus)
3. Tangens 3M. Avtomaticheskaja ustanovka dlja izmerenja tangensa ugla dielektricheskikh poter izolatsionnogo masla. Kharakteristiki. OOO Kharkovenergopribor. URL: <https://kep.ua/ru-ru/tan-delta-tester/tangens-3m#spec> (accessed at 05.08.2023). (Rus)
4. State verification schedule for means of measuring of the electrical capacitance and dissipation factor. State Standard of Ukraine 4064-2001: Metrology. Kyiv: Derzhstandart Ukraine, 2002. 11 p. (Ukr)
5. Zakhidprylad. Kataloh vyrobiv. Mira oporu R4016. Tekhnichni kharakterystyky. URL: <https://zapadpribor.com.ua/r4016/> (accessed at 05.08.2023). (Ukr)
6. Velichko O., Shevkun S., Dombrovskiy M., Dovhan V. Interlaboratory comparisons of calibration results for electrical capacity measures and inductance measures. *Measurements infrastructure*. 2022. Vol. 4. Pp. 1-5. DOI: [https://doi.org/10.33955/v4\[2022\]-021](https://doi.org/10.33955/v4[2022]-021).
7. Inglis A.D., Wood B.M., Cote M., Young R.B., Early M.D. Direct determination of capacitance standards using a quadrature bridge and a pair of quantized Hall resistors. *Conference Digest Conference on Precision Electromagnetic Measurements*. Ottawa, ON, Canada, 16-21 June 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEM.2002.1034812>.
8. Nakamura Y., Nakanishi M., Sakamoto Y., Endo T. Development and uncertainty estimation of bridges for the link between capacitance and the QHR at 1 kHz., Conference on *Precision Electromagnetic Measurements CPEM 2000*. Sydney, NSW, Australia, 14-19 May 2000. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEM.2000.851060>.
9. Chua S.W., Kibble B.P., Hartland A. Comparison of Capacitance with AC Quantized Hall Resistance. Conference on *Precision Electromagnetic Measurements*. Washington DC, USA, 06 August 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEM.1998.699981>.
10. Lan J., Zhang Z., Li Z., He Q., Zhao J. A digital compensation bridge for R-C comparisons. *Metrologia*. 2012. Vol. 49. Pp. 266-272. DOI: <https://doi.org/10.1088/0026-1394/49/3/266>.
11. Schurr J., Bürkel V., Kibble B.P. Realizing the farad from two ac quantum Hall resistances. *Metrologia*. 2009. Vol. 46. Pp. 619-628. DOI: <https://doi.org/10.1088/0026-1394/46/6/003>.
12. Bauer S., Behr R., Hagen T., Kieler O., Lee J., Palafox L., Schurr J. A novel two-terminal-pair pulse-driven Josephson impedance bridge linking a 10 nF capacitance standard to the quantized Hall resistance. *Metrologia*. 2017. Vol. 54. Pp. 152-160. DOI: <https://doi.org/10.1088/1681-7575/aa5ba8>.
13. Trinchera B., Callegaro L., D'Elia V. Quadrature Bridge for R-C Comparisons based on Polyphase Digital Synthesis. *IEEE Instrumentation & Measurement Technology Conference*. IMTC 2007. Warsaw, Poland, 01-03 May 2007. DOI: <https://doi.org/10.1109/IMTC.2007.379013>.
14. Raouf M., Helmy A., Kim K.-T., Kim M.-S. Measurement of capacitance and resistance using two perfectly synchronized voltage sources. *Measurement*. 2015. Vol. 60. Pp. 174-177. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2014.10.011>.
15. Surdu M.N., Lameko A.L., Karpov I.V., Kinard J., Koffman A. Theoretical basic of variational quadrature AC bridges. *Measurement Techniques*. 2006. No 10. Pp. 58-64. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11018-006-0234-1>.
16. Surdu M., Lameko, A., Surdu D., Kursin S. Wide frequency range quadrature bridge comparator. 16th International Congress of *Metrology*. Paris, France. October 2013. DOI: <https://doi.org/10.1051/metrology/201311014>.
17. Kibble B.P., Rayner G.H. Coaxial A.C. bridges. Bristol: Pdam Hilder Ltd., 1984. 203 p.
18. Bronshtein I.N., Semendiaiev K.A. Spravochnik po matematike dlja inzhenerov i uchashchikhsia vtusov. Moskva: Nauka, 1981. 720 p.

Надійшла 07.08.2023  
Остаточний варіант 17.12.2023