

ВРАХУВАННЯ В СЛАБКОВ'ЯЗАНІЙ КОЛО-ПОЛЬОВІЙ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ВИТІСНЕННЯ НАВЕДЕНОГО СТРУМУ В КОЛІ РОТОРА

І.В. Головань*, канд. техн. наук, **О.М. Попович****, докт. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейській, 56, Київ, 03057, Україна,
e-mail: golovan_77@ukr.net; popovich1955@ukr.net.

Розроблено ітераційно-параметричний метод розв'язку рівнянь слабков'язаної коло-польової моделі асинхронного двигуна (АД), який враховує ефект витіснення струму в роторі. Метод полягає в ітераційному розв'язанні рівнянь колової та польової математичної моделі шляхом уточнення параметрів заступної схеми АД за результатами польового аналізу та в ітераційному коригуванні розрахункового електромагнітного моменту задля врахування ефекту витіснення струму, отриманого на основі еквівалентних струмів у струмопровідних частинах ротора. Запропонований підхід дає змогу підвищити достовірність результатів моделювання електромагнітних процесів у АД в пускових режимах. Проведено верифікацію методу шляхом моделювання пускових режимів роботи АД з короткозамкненим ротором та АД з масивними феромагнітними елементами магнітопроводу, що дозволило оцінити вплив врахування ефекту витіснення струму за величиною уточнюючого моменту, яким і корегується розрахунковий електромагнітний момент колової моделі. Дослідження обґрунтувало необхідність адаптації сітки кінцевих елементів задля забезпечення точності розрахунків, коли ефект витіснення струму значно впливає на результати. Бібл. 26, табл. 1, рис. 4.

Ключові слова: асинхронний двигун, ефект витіснення струму, метод, слабков'язана коло-польова модель.

Задля ефективності систем електромеханічного перетворення енергії потрібно застосовувати технічні рішення, які адаптовано до умов експлуатації. Це досягається застосуванням спеціалізованих конструкцій і оптимізацією їхніх конструктивних параметрів. Велика кількість механізмів потребує асинхронного електроприводу із адаптацією до інтенсивних динамічних режимів: пусків, реверсів з великими частотою або моментами інерції чи опору. У таких випадках застосовують асинхронні двигуни (АД) з частотозалежними параметрами ротора, зокрема серійну модифікацію АД – з підвищеним пусковим моментом завдяки ефекту витіснення струму з глибоких пазів ротора, а також АД з масивними феромагнітними елементами магнітопроводу (МФЕМ) ротора. Прикладами таких АД за використання спеціалізованих конструктивних схем є потужні швидкісні машини приводу компресора, турбонасосу, нагнітачів і т.п. [1].

Ефективне оптимальне проектування АД вимагає наявності адекватного математичного забезпечення, яке враховує особливості робочих режимів і процесів. Для глибокопазових АД та АД з МФЕМ ротора це передбачає одночасне врахування насичення та ефекту витіснення струму в роторі. Найбільшу точність розрахунків можна досягти, застосовуючи польові методи аналізу, коли відомі параметри робочих режимів: струми, ковзання [2]. Проте, зазвичай ці параметри невідомі заздалегідь, тому для їхнього визначення використовують розрахунки динамічних режимів за допомогою коло-польових моделей [3, 4]. Однак такий аналіз є надто тривалим для задач проектування, які вимагають великої кількості розрахунків.

Колові методи аналізу процесів у АД [5], які спираються на рівняння електричної і механічної рівноваги, а також на методики розрахунку параметрів заступної схеми (електромагнітні параметри АД) є суттєво більш швидкісними. Але їхня точність обмежена точністю методик розрахунку електромагнітних параметрів. Існуючі методики розрахунку номінальних параметрів [6–8] є достатньо ефективними для стандартних умов завдяки застосуванню напрацьованих емпіричних

© Головань І.В., Попович О.М., 2025

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-5250-6981>; ** <https://orcid.org/0000-0002-9238-5782>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

уточнюючих залежностей. Застосування таких підходів за конструктивних чи режимних змін потребує додаткових обсягів фізичних експериментів. Щоб отримати більш точні розрахункові методики аналізу режимів, наприклад, глибокопазових АД, ускладнюють заступну схему АД, що супроводжується ускладненням методик визначення величини електромагнітних параметрів [9–12].

Об'єднання переваг польових методів за точністю і колових методів за швидкодією можна досягти застосуванням параметризації польових моделей [13]. При цьому, задля визначення параметрів заступної схеми за результатами польового аналізу визначаються втрати і струми у короткозамкненій обмотці ротора, потокозчеплення статора [14]. Інформація про електромагнітні параметри забезпечує визначення величини параметрів робочих режимів коловими методами з високою швидкодією. Висока точність методу (похибка в межах 1% у номінальних режимах) дещо знижується із збільшенням частоти струму ротора у пускових режимах (похибка збільшується до 5% за слабких проявах витіснення струму). Це має місце внаслідок проблем зведення розподіленого по перетину стрижня струму ротора до еквівалентного струму на його поверхні. Поверхневий ефект змінює фазу струму із глибиною пазу і ускладнює визначення його інтегральної зведеної величини. Збільшення ступеня витіснення струму у глибокопазових АД та АД з МФЕМ ротора обмежує можливість їх дослідження за даною методикою [15].

Для цілей оптимізаційного параметричного синтезу АД інноваційних конструкцій у [16] представлено підхід до їх математичного моделювання, що ґрунтується на використанні слабкозв'язаної [17] коло-польової (СЗ КП) математичної моделі (ММ) АД. На відміну від ММ [13], реалізація якої вимагає наявності заздалегідь підготовлених табличних залежностей параметрів заступної схеми в функції режимних параметрів, особливістю даної моделі є визначення режимних параметрів (комплексні значення струмів, ковзання) та параметрів заступної схеми шляхом послідовного розв'язку рівнянь колової і польової математичної моделі (КПММ) відповідно. На відміну від КПММ, яка використовується для дослідження динамічних режимів роботи, де поточні значення невідомих функцій (миттєві значення струмів та ЕРС) визначаються на кожному кроці за часом (сильнозв'язана ММ), у ММ [15] невідомі функції (режимні параметри та параметри заступної схеми) визначаються за результатами почергового розв'язку системи рівнянь колової та польової моделі та її параметризації з суттєво більшою дискретністю, що багаторазово підвищує швидкодію алгоритмів дослідження і проектування.

Для АД з частотозалежними параметрами характерним є ефект витіснення струму в струмопроводах ротора. Тому представлення такої машини класичною ММ з двоконтурною заступною схемою, як у [13], не відповідатиме наявним фізичним процесам в ній і, як наслідок, знижуватиметься точність отриманих результатів розрахунку режиму роботи.

Метою даної роботи є розробка та верифікація методу врахування за слабкозв'язаною коло-польовою моделлю ефекту витіснення струму в роторному колі АД з короткозамкненим ротором та АД з МФЕМ.

Отримання слабкозв'язаної коло-польової моделі із врахуванням витіснення струму в струмопроводах ротора потребує зведення розподілених струмів ротора до еквівалентного струму на його поверхні задля більш точного визначення величини електромагнітних параметрів за результатами польового аналізу. Таке зведення, на відміну від інтегрування струмів у пази [13], потребує залучення додаткової інформації за результатами польового аналізу.

У випадку відсутності ефекту витіснення струму інтегральна величина струму в пази ротора (яка визначає втрати) відповідає еквівалентному струму на поверхні пази, що впливає на величину електромагнітного моменту. У цьому разі процеси електромеханічного перетворення енергії в асинхронному двигуні достатньо точно описуються за допомогою заступної схеми з однією віткою контуру ротора. Це підтверджується високою точністю результатів досліджень, виконаних за параметризованою польовою моделлю [18].

Проте у разі наявності ефекту витіснення струму змінюється його розподіл у глибину пази ротора, що впливає на результат взаємодії струмів ротора і магнітного поля. Тому під час визначення електромагнітного моменту за допомогою заступної схеми з однією віткою контуру ротора і параметрами, які визначено за результатами польового аналізу [13] із інтегруванням струмів у пази ротора, виникає похибка, яка зумовлена неврахуванням впливу розподілу струмів на глибині пази. При цьому розрахований момент виявляється завищеним порівняно із значеннями за каталогом. Крім того слід зазначити, що порушується відповідність між втратами у роторі та електромагнітною потужністю [19].

За колових методів аналізу ця проблема вирішується шляхом розподілу пази на шари, введенням паралельних віток у контурі ротора з урахуванням взаємної індуктивності між ними, а також використання ускладнених заступних схем асинхронного двигуна [9–12, 20]. Точність таких моделей залежить від точності визначення електромагнітних параметрів ускладнених схем, що є нетривіальною задачею через припущення, зроблені у вихідних умовах методів визначення цих параметрів. Це, у свою чергу, знижує адекватність таких колових моделей.

В той же час для параметризації польових моделей АД є можливість отримання інформації про інтегральну силову дію струмів ротора, а саме електромагнітного моменту, який визначається через електромагнітну силу за результатами польового аналізу [4, 21]. Втрати у роторі за моделлю двоконтурної заступної схеми, які відповідають цьому моменту [19], будуть меншими, ніж втрати, визначені за польовим аналізом безпосередньо інтегруванням за площею пазів. Різниця цих втрат є цінною інформацією для параметризації польових моделей АД з частотозалежними параметрами ротора. Аналогічно до визначення втрат, можна розглядати відповідну зміну електромагнітного моменту, обумовлену цим же ефектом.

За слабкозв'язаною коло-польовою математичною моделлю ця зміна електромагнітного моменту відповідає різниці між моментом, визначеним коловим аналізом (із електромагнітними параметрами за [13]) через еквівалентні струми у провіднику, винесеному в повітряний проміжок, та моментом, обчисленим через електромагнітну силу польовим аналізом. Наявність інформації про зміну розрахункових втрат і моменту, зумовлених врахуванням ефекту витіснення струму, дає можливість використовувати заступну схему АД із однією віткою контуру ротора в СЗ КП моделі АД з частотозалежними параметрами ротора.

В [16] представлена СЗ КП модель АД без врахування ефекту витіснення струмів в колі ротора. Система еквівалентних рівнянь СЗ КП моделі АД відносно системи електромагнітних параметрів x_{1n}, x_m, r'_2, x'_2 , часового комплексу струму статора \dot{I}_s та ковзання s має вигляд

$$\begin{cases} par = f_1(\dot{I}_s, s) \\ |\dot{I}_s| = f_2(par, s), \\ s = f_3(par, |\dot{I}_s|) \end{cases} \quad (1)$$

де $par = x_{1n}, x_m, r'_2, x'_2$; x_{1n} – індуктивний опір розсіювання пазових частин обмотки статора.

Задля розв'язку систем рівнянь такої ММ застосовується метод послідовних наближень [22]. Він дає змогу визначити із заданою похибкою змінні (1) систем рівнянь польової та колової ММ АД за умови забезпечення збіжності ітераційного процесу.

Ітераційний процес досягнення збіжності розв'язку рівнянь колової ММ АД та рівнянь польової ММ АД можна вважати закінченим, як тільки будуть виконані нерівності

$$\left| par_n - par_{n-1} \right| / par_{n-1} < \varepsilon_{par}; \quad \left| |\dot{I}_s|_n - |\dot{I}_s|_{n-1} \right| / |\dot{I}_s|_{n-1} < \varepsilon_i, \quad \left| s_n - s_{n-1} \right| / s_{n-1} < \varepsilon_s, \quad (2)$$

де $\varepsilon_{par}, \varepsilon_i, \varepsilon_s$ – відносна величина різниці між значеннями на поточному та попередньому кроках ітерації наближення до шуканих значень: електромагнітних параметрів, часового комплексу струму статора та ковзання рівнянь колової та польової ММ АД (похибка розв'язку рівнянь); n – номер наближення до шуканих значень електромагнітних параметрів чи часового комплексу струму статора рівнянь колової та польової ММ АД.

Треба зазначити, що співвідношення (1) записано відносно часових комплексів струмів АД, які використовуються під час польового аналізу відносно часових комплексів характеристик поля (задача «квазістатика»). Але розв'язок колової задачі із такими змінними в умовах нелінійності електромагнітних параметрів потребує ітераційних процедур і часто стає нездійсненним внаслідок проблем збіжності ітераційного розрахунку. Таких проблем можна позбутися застосуванням колової моделі динаміки за розрахунку режиму роботи до усталеного стану [23] задля визначення величин часових комплексів (1). В роботі [24] застосована колова модель АД для системи імітаційного моделювання з урахуванням несиметрії і нелінійності у системі MATLAB. У випадку симетрії АД застосуємо наступний вираз з визначення моменту:

$$M_{em} = \sum_{i=1}^V i_{si} p M_{ik} \left(i_r^R \sin \delta_i - i_r^I \cos \delta_i \right), \quad (3)$$

де i_{si} – миттєве значення струму i -ї фази статора, i_r^R, i_r^I – проєкції результуючих просторових комплексів струмів ротора; δ_i – кутове положення вісі i -ї фази статора в координатах основної гармоніки; M_{ik} – максимальна взаємна індуктивність за основним полем між i -ю фазою статора та k -им контуром ротора ($1 \leq k \leq z_2$, де z_2 – кількість зубців ротора); p – кількість пар полюсів; V – кількість фаз статора.

За відсутності витіснення струму і у разі визначення параметрів за [14] величина такого моменту буде дорівнювати моменту, який можна розрахувати через втрати в роторі [19]

$$M_e = P_{rot} / (s \cdot \omega_0 / p), \quad (4)$$

де P_{rot} – повна потужність електричних втрат в роторі; ω_0 – кутова швидкість поля. Втрати від подовжніх струмів в роторі на одиницю довжини визначаються за польового аналізу безпосередньо інтегруванням квадрату густини наведених струмів за площею поперечного перерізу струмопровідної частини, поділених на електропровідність.

У разі визначення втрат за польовим аналізом розрахунок електромагнітного моменту за (4) є справедливим у випадку рівномірного розподілу наведеного струму в стрижнях ротора. У випадку його витіснення момент може бути коректно розрахований за результатами аналізу електромагнітного поля шляхом інтегрування векторного добутку радіус-вектора \vec{r} і вектора сили (яка є добутком густини струму \vec{J} на магнітне поле \vec{B}) по всій електропровідній області S , [20]

$$M_{jb} = \int_S \vec{r} \times \vec{J} \cdot \vec{B} dS. \quad (5)$$

Різниця між моментом, визначеним за еквівалентними струмами (3), і моментом, розрахованим за результатами аналізу електромагнітного поля (5), відповідає різниці вказаних розрахункових моментів, за урахування витіснення струму

$$M_{\partial.с} = M_{em} - M_{jb}. \quad (6)$$

Рівняння механічної рівноваги при дослідженні АД з ефектом витіснення струму буде мати вигляд

$$d\omega_r / dt = (M_{em} - M_n - M_{\partial} - M_{mex} - M_{\partial.с}) / J, \quad (7)$$

де M_n – гальмівний момент навантажувального механізму; M_{∂} – гальмівний момент, спричинений впливом наведених струмів ротора від вищих гармонік магнітного поля; M_{mex} – гальмівний момент, спричинений механічним тертям ротора; J – момент інерції зведених до ротора рухомих частин приводу.

Задля визначення ККД корисна механічна потужність на валу АД за наявності ефекту витіснення струму розраховується з урахуванням віднімання від електромагнітного моменту, визначеного за (3), величини моменту, обумовленого ефектом витіснення струму

$$P_2 = (M_{em} - M_{\partial.с}) \omega_r - P_{mx} - P_{\partial}, \quad (8)$$

де P_{mx} – механічні втрати; P_{∂} – додаткові втрати за вищими гармоніками магнітного поля.

Додатковий уточнюючий момент витіснення струму $M_{\partial.с}$ розраховується на кожному кроці послідовного розв'язку систем рівнянь колової і польової ММ. Ітераційний процес досягнення збіжності розв'язку рівнянь колової ММ АД та рівнянь польової ММ АД можна вважати закінченим, як тільки будуть виконані як нерівності (2), так і

$$\left| M_{(\partial.с)n} - M_{(\partial.с)n-1} \right| / M_{(\partial.с)n-1} < \varepsilon M_{\partial.с}, \quad (9)$$

де $\varepsilon M_{\partial.с}$ – відносна величина різниці між двома сусідніми значеннями наближень до шуканого

значення уточнюючого моменту, обумовленого ефектом витіснення струму.

Закономірності зміни уточнюючого моменту, обумовленого ефектом витіснення струму, дослідимо на прикладі серійного АД з короткозамкненим ротором та АД з МФЕМ. Методологія дослідження режиму роботи за СЗ КП моделлю АД з урахуванням уточнюючого моменту, обумовленого ефектом витіснення струму, є наступною: 1) для поточних значень конструктивних і

режимних параметрів виконується польовий аналіз із визначенням моменту M_{jb} , потокозчеплення, інтегральних величин втрат і струмів у роторі; 2) відповідно до [16] виконується параметризація польової моделі АД; 3) покроково розв'язуються рівняння електричної і механічної рівноваги, визначаються електромагнітні параметри, M_{em} та інші режимні параметри; 4) перевірка нерівностей (2) та (9); 5) виконується наступна ітерація; 6) ітераційний розв'язок рівнянь колової та польової моделі АД припиняється у разі виконання нерівностей (2) та (9).

За результатами чисельного дослідження режимів роботи серійного АД 4A80A4Y3 було встановлено, що уточнюючий момент, який обумовлений ефектом витіснення струму ротора, практично відсутній за малих ковзань (ефект витіснення струмів відсутній). По мірі зростання ковзання ротора спостерігається відповідно і зростання різниці моментів за еквівалентними струмами (3) і за результатами аналізу електромагнітного поля (5). На рис. 1 можна бачити, що збіжність розв'язку рівнянь колової ММ АД та рівнянь польової ММ АД в пусковому режимі з виконанням умов (2) та (9) було досягнуто приблизно за 8 ітерацій. За значення $M_{\partial.в}$ 0.32 Н·м значення розрахункового електромагнітного моменту знижується до 15.1 Н·м (таблиця). Таким чином врахування $M_{\partial.в}$ наближає розрахункове значення електромагнітного моменту до каталогового, яке становить 14.8 Н·м.

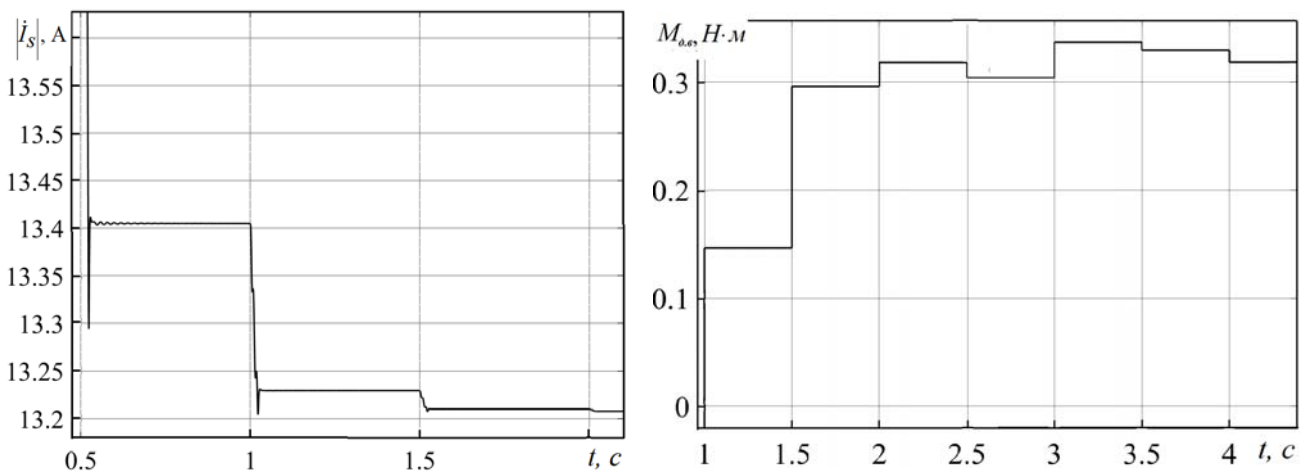


Рис. 1

Слід зауважити, що точність визначення величини $M_{\partial.в}$ залежить від точності визначення електромагнітного моменту M_{jb} , що пов'язано з високою чутливістю польової моделі до щільності та розподілу скінчених елементів.

Параметри пускового режиму	АД з КЗК (4A80A4Y3)		АД з МФЕМ (АО2-81-2)	
	дані за каталогом	дані за чисельним експериментом	дані фізичного експерименту	дані за чисельного експерименту
$M_{\partial.в}$, Н·м (% від M_{em})	-	0.32 (2)	-	36(14)
M_n , Н·м	14.8	15.1	177	220
$ i_s $, А	13.7	13.5	353	380

З метою підвищення точності визначення величини $M_{\partial.в}$ подрібнювалась сітка скінчених елементів, але нерівномірно: задля зменшення витрат машинної пам'яті засобами системи Comsol Multiphysics здійснювалась адаптація сітки під час обчислень шляхом автоматичної зміни щільності скінчених елементів у тих зонах моделі, де спостерігалися великі градієнти величин електромагнітних характеристик. Відсутність зміни величини значення M_{jb} спостерігалася за три етапи розрахунку на адаптованій сітці.

На рис. 2. можна спостерігати отриману у середовищі Comsol Multiphysics картину адаптованої сітки скінченних елементів для пускового режиму АД 4A80A4Y3 з щільністю сітки польової моделі “Number of degrees of freedom solved for: 520916”.

Як відомо, ефект витіснення струмів у порівнянні з серійною машиною значно більший у АД з МФЕМ.

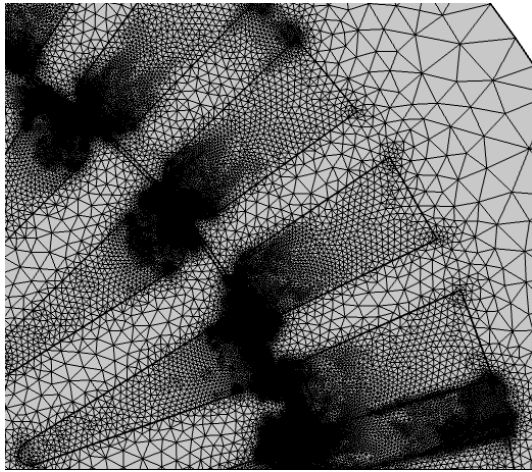


Рис. 2

Як приклад для реалізації чисельного дослідження було вибрано АД із зубчатим масивним феромагнітним ротором і мідними коротко замикаючими кільцями на базі серійної машини АО2-81-2. Геометрія зубцевої зони – $z_2=24$, $h_n \times b_n=42 \times 4$ мм. Геометричні розміри кільця $b_n \times h_n=35 \times 25$ мм. Матеріал масивного ротора сталь Ст3 з електричною провідністю $\gamma = 5e^6$ S/m. Пусковий момент M_n за фізичним експериментом становить $M_n=177$ Н·м, значення пускового струму статора $|i_s|=353A$ [25].

На рис. 3 наведений процес збіжності за струмом статора та моменту, обумовленого ефектом витіснення струму.

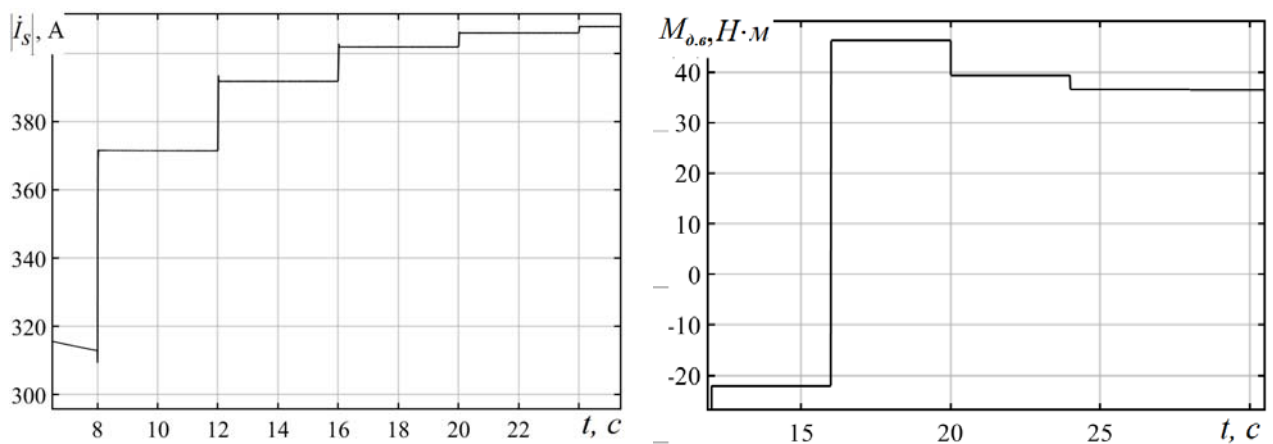


Рис. 3

На рис. 4. можна спостерігати картину адаптованої сітки скінченних елементів для пускового режиму даного АД з щільністю сітки польової моделі “Number of degrees of freedom solved for: 589446”.

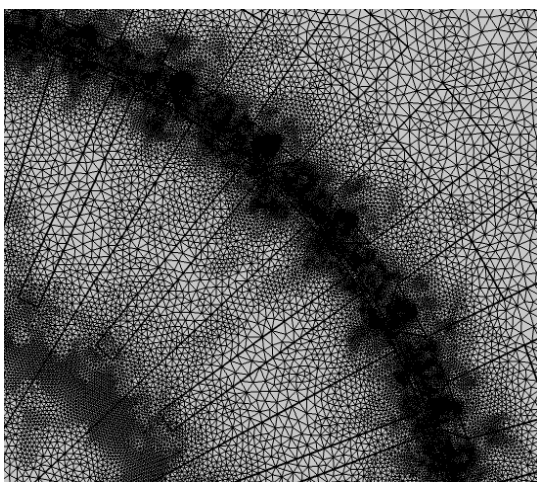


Рис. 4

Уточнюючий момент, що обумовлений ефектом витіснення струму $M_{d.e}$, становить близько 36 Н·м (таблиця). Збіжність розв'язку рівнянь колової та польової ММ АД в пусковому режимі досягнуто приблизно за 6 ітерацій. Результуючий момент двигуна M_n за результатами чисельного експерименту з урахуванням $M_{d.e}$, M_σ [26] становить 220 Н·м. Різниця моментів у 43 Н·м пов'язана як з наближеним визначенням моменту за результатами фізичного експерименту, так і з не врахуванням в польовому аналізі вищих просторових гармонічних складових намагнічуючої сили [14].

Висновки. У роботі розроблено ітераційно-параметричний метод розв'язку рівнянь СЗ КП моделі АД, який враховує ефект витіснення струму в роторі. Метод полягає в ітераційному розв'язанні рівнянь колової та польової математичної моделі шляхом уточнення параметрів заступної схеми АД та в ітераційному коригуванні розрахункового електромагнітного моменту за коловою моделлю задля врахування ефекту витіснення струму.

Застосування розроблених засобів уточненого аналізу параметрів робочих режимів АД в умовах прояву ефекту витіснення струму у роторі забезпечує наближення розрахункових даних до експериментальних, що підтверджується результатами моделювання АД з КЗ ротором і МФЕМ.

За реалізації такого підходу є потреба в ущільненні сітки скінченних елементів, що призводить до значного збільшення часу розрахунку кожної точки квазістатичного режиму роботи АД. Так, за Number of degrees of freedom solved for: 113606 розв'язок задачі з розрахунку пускового режиму АД з масивним феромагнітним ротором на комп'ютері з процесором Reizen 5 тривав близько 20 хв реального часу, що відповідало 6 ітераціям та 24 с модельного часу. За Number of degrees of freedom solved for: 589446 розв'язок даної задачі, але вже з урахування ефекту витіснення наведених струмів, тривав близько 240 хв реального часу. Тому, наприклад, у разі реалізації оптимізаційного параметричного синтезу АД такий підхід до врахування ефекту витіснення наведених струмів рекомендується під час уточнення отриманих результатів синтезу, що передбачатиме проведення обмеженої кількості додаткових розрахунків.

Роботу виконано за держбюджетною темою «Наукові засади та засоби комплексного проектного синтезу інтегрованих асинхронних машин систем генерування, накопичення і використання енергії відновлюваних джерел підвищеної ефективності» (шифр «АСЕЛМА-В»), державний реєстраційний номер 0123U100710, КПКВК 6541030.

1. Pyrhonen J., Nerg J., Kurronen P., Lauber U. High-Speed High-Output Solid-Rotor Induction-Motor Technology for Gas Compression. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2010. Vol. 57. No 1. Pp. 272-280. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2021595>.
2. Bastos J.P.A., Sadowski N. Electromagnetic Modeling by Finite Element Method. Marcel Dekker: New York, NY, USA, 2003. 510 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780203911174>.
3. Vassent E., Meunier G., Foggia A. Simulation of induction machines using complex magnetodynamic finite element method coupled with the circuit equations. *IEEE Transactions on Magnetics*. 1991. Vol. 27. No 5. Pp. 4246-4249. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.105039>.
4. Васьковський Ю.М. Польовий аналіз електричних машин. К.: НТУУ "КПІ", 2007. 192 с.
5. Pyrhonen J., Jokinen T., Hrabovcova V.P. Design of Rotating Electrical Machines. John Wiley & Sons: Hoboken, 2014. 616 p.
6. Carlos A.C. Wengerkievicz, Ricardo de A. Elias, Nelson J. Batistela, Nelson Sadowski, Patrick Kuo-Peng. Estimation of Three-Phase Induction Motor Equivalent Circuit Parameters from Manufacturer Catalog Data. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*. 2017. Vol. 16. No 1. DOI: <https://doi.org/10.1590/2179-10742017v16i1873>.
7. Копылов И.П., Клоков Б.К., Морозкин В.П., Токарев Б.Ф. Проектирование электрических машин. М.: Юрайт, 2011. 767 с.
8. Ali W.H., Abood S.J., Sadiku M.N.O. Fundamentals of Electric Machines, CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2019. 410 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780429290619>.
9. Levy W., Landy C.F., McCulloch M.D. An accurate model for the simulation of the deep bar effect in induction motors. *Transactions of the South African Institute of Electrical Engineers*. 1990. Vol. 81. No 1. Pp. 38-44.
10. Deleanu S., Ng G., Iordache M., Galan N., Stănculescu M., Cazacu E. Operation analysis of a three-phase induction motor with deep rotor bars and variable parameters. International Conference and Exposition on *Electrical And Power Engineering (EPE)*, Iasi, Romania, 20-22 October 2022. Pp. 161-166. DOI: <https://doi.org/10.1109/EPE56121.2022.9959822>.
11. Rahimpour E., Rashtchi V., Pesaran M. Parameter identification of deep-bar induction motors using genetic algorithm. *Electrical Engineering*. 2007. Vol. 89. Pp. 547-552. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00202-006-0039-x>.
12. Staszak J. Solid-Rotor Induction Motor Modeling Based on Circuit Model Utilizing Fractional-Order Derivatives. *Energies*. 2022. Vol. 15(17). Pp. 1-16. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15176371>.
13. Попович О.М., Головань І.В. Уточнення аналізу режимів роботи асинхронних двигунів у складі електромеханотронних систем еквівалентуванням їх польових моделей коловими. *Технічна електродинаміка*. 2014. № 5. С. 113-115.
14. Попович О.М., Головань І.В. Визначення параметрів заступної схеми асинхронного двигуна та їх нелінійних залежностей за результатами польового аналізу. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2012. Вип. 31. С. 38-48.

15. Popovych O.M., Golovan I.V. Study of starting regimes of induction motors using equivalent parameters of quasi-3d field model. *Технічна електродинаміка*. 2019. № 1. С. 34-37. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2019.01.034>.
16. Golovan I., Popovych O. Circuits-Field Approach to Mathematical Modeling of Induction Motors for the Purposes of Optimal Design. IEEE 5th International Conference on *Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 27-30 September 2023. Pp. 1-4. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES61502.2023.10402409>.
17. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Мультифизическое моделирование в электротехнике. К.: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2015. 305 с.
18. Golovan I.V. The parametrization method of generalized induction motor using the field analysis for design. *Технічна електродинаміка*. 2019. № 5. С. 49-53. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2019.05.049>.
19. Вольдек А.И. Электрические машины. Учебник для студентов высш. техн. учебн. заведений. Л.: Энергия, 1978. 832 с.
20. Repo A.-K., Niemenmaa A., Arkkio A. Estimating circuit models for a deep-bar induction motor using time harmonic finite element analysis. International Conference in *Electrical Machines*, Crete, Greece, September 2006. No 614. Pp. 105-112.
21. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. Т. 1. М.: Издательство МЭИ, 2004. 656с.
22. Задачин В.М., Конюшенко І.Г. Чисельні методи : навчальний посібник. Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. 180 с.
23. Malyar V.S., Namola O.Ye., Maday V.S. Modelling of dynamic modes of an induction electric drive at periodic load. *Electrical engineering & electromechanics*. 2020. No 3. Pp. 9-14. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2020.3.02>.
24. Попович О.М. Математична модель для дослідження режимів асинхронних машин електромеханотронних систем. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2010. Вип. 25. С. 89-97.
25. Лищенко А.И., Лесник В.А., Фаренюк А.П., Дружинин О.Б. Экспериментальное исследование рабочих и пусковых характеристик асинхронных двигателей с массивным ферромагнитным ротором. Препринт-436. Киев: ИЭД АН УССР, 1985. 31с.
26. Головань І.В. Визначення втрат, обумовлених вищими гармоніками електромагнітного поля в асинхронному двигуні. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2016. Вип. 44. С.82-88.

CONSIDERATION OF THE INDUCED CURRENT DISPLACEMENT IN THE ROTOR CIRCUIT IN A WEAKLY COUPLED CIRCUIT-FIELD MODEL OF AN INDUCTION MOTOR

I.V. Golovan, O.M. Popovych

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,

Beresteiskiy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine,

e-mail: popovich1955@ukr.net; golovan_77@ukr.net.

The paper presents an iterative-parametric method for solving the equations of a weakly coupled circuit-field model of an induction motor (IM), which takes into account the effect of current displacement in the rotor. The method involves iterative solving of the equations of the circuit and field mathematical models by refining the parameters of the IM's equivalent circuit and iteratively adjusting the calculated electromagnetic torque to account for the current displacement effect, based on equivalent currents in the conductive parts of the rotor. This approach enhances the accuracy of modeling electromagnetic processes in IMs during start-up modes. The method was verified through the simulation of start-up modes for IMs with a squirrel-cage rotor and IMs with massive ferromagnetic elements in the magnetic core, allowing for the evaluation of the impact of current displacement on the correction torque, which is used to adjust the calculated electromagnetic torque of the circuit model. The study also justified the need for adapting the finite element mesh to ensure calculation accuracy when the current displacement effect significantly influences the results. References 26, table 1, figures 4.

Key words: induction motor, current displacement effect, method, weakly coupled circuit-field model.

1. Pyrhonen J., Nerg J., Kurrnen P., Lauber U. High-Speed High-Output Solid-Rotor Induction-Motor Technology for Gas Compression. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2010. Vol. 57. No 1. Pp. 272-280. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2021595>.
2. Bastos J.P.A., Sadowski N. Electromagnetic Modeling by Finite Element Method. Marcel Dekker: New York, NY, USA, 2003. 510 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780203911174>.
3. Vassent E., Meunier G., Foggia A. Simulation of induction machines using complex magnetodynamic finite element method coupled with the circuit equations. *IEEE Transactions on Magnetics*. 1991. Vol. 27. No 5. Pp. 4246-4249. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.105039>

4. Vaskovsky Yu.M. Field Analysis of Electric Machines. Kyiv: NTUU KPI, 2007. 192 p.(Ukr)
5. Pyrhonen J., Jokinen T., Hrabovcova V.P. Design of Rotating Electrical Machines. John Wiley & Sons: Hoboken, 2014. 616 p.
6. Carlos A.C. Wengerkievicz, Ricardo de A. Elias, Nelson J. Batistela, Nelson Sadowski, Patrick Kuo-Peng. Estimation of Three-Phase Induction Motor Equivalent Circuit Parameters from Manufacturer Catalog Data. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*. 2017. Vol. 16. No 1. DOI: <https://doi.org/10.1590/2179-10742017v16i1873>.
7. Kopylov I.P., Klokov B.K., Moroxkin V.P., Tokarev B.F. Design of Electric Machines. Moskva: Yurait, 2011. 767 p. (Rus)
8. Ali W.H., Abood S.J., Sadiku M.N.O. Fundamentals of Electric Machines, CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2019. 410 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780429290619>.
9. Levy W., Landy C.F., McCulloch M.D. An accurate model for the simulation of the deep bar effect in induction motors. *Transactions of the South African Institute of Electrical Engineers*. 1990. Vol. 81. No 1. Pp. 38-44.
10. Deleanu S., Ng G., Iordache M., Galan N., Stănculescu M., Cazacu E. Operation analysis of a three-phase induction motor with deep rotor bars and variable parameters. International Conference and Exposition on *Electrical And Power Engineering (EPE)*, Iasi, Romania, 20-22 October 2022. Pp. 161-166. DOI: <https://doi.org/10.1109/EPE56121.2022.9959822>.
11. Rahimpour E., Rashtchi V., Pesaran M. Parameter identification of deep-bar induction motors using genetic algorithm. *Electrical Engineering*. 2007. Vol. 89. Pp. 547-552. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00202-006-0039-x>.
12. Staszak J. Solid-Rotor Induction Motor Modeling Based on Circuit Model Utilizing Fractional-Order Derivatives. *Energies*. 2022. Vol. 15(17). Pp. 1-16. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15176371>.
13. Popovych, O.M., Holovan, I.V. Refinement of the analysis of operating modes of induction motors in electromechatronic systems by equivalenting their field models with circuit models. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2014. No 5. Pp. 113-115. (Ukr)
14. Popovych, O.M., Holovan, I.V. Determination of the parameters of the induction motor equivalent circuit and their nonlinear dependencies based on field analysis results. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2012. Vyp. 31. Pp. 38-48. (Ukr)
15. Popovych O.M., Golovan I.V. Study of starting regimes of induction motors using equivalent parameters of quasi-3d field model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2019. No 1. Pp. 34-37. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2019.01.034>.
16. Golovan I., Popovych O. Circuits-Field Approach to Mathematical Modeling of Induction Motors for the Purposes of Optimal Design. IEEE 5th International Conference on *Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 27-30 September 2023. Pp. 1-4. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES61502.2023.10402409>.
17. Podoltsev A.D., Kucheriavaia I.N. *Multiphysical Modeling in Electrical Engineering. Monograph*. Kyiv: Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2015. 305 p. (Rus)
18. Holovan I.V. The parametrization method of generalized induction motor using the field analysis for design. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2019. No 5. Pp. 49-53. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2019.05.049>.
19. Voldek A.I. Electric Machines. Textbook for Students of Higher Technical Educational Institutions. Leningrad: Energiia, 1978. 832 p. (Rus)
20. Repo A.-K., Niemenmaa A., Arkkio A. Estimating circuit models for a deep-bar induction motor using time harmonic finite element analysis. International Conference in *Electrical Machines*, Crete, Greece, September 2006. No 614. Pp. 105-112.
21. Ivanov-Smolensky A.V. Electric Machines. Vol. 1: Textbook for Universities. Moskva: MEI Publishing House, 2004. 656 p. (Rus)
22. Zadachyn V.M., Koniushenko I.H. *Numerical Methods: Textbook*. Kharkiv: S. Kuznets KhNEU Publishing, 2014. 180 p. (Ukr)
23. Malyar V.S., Hamola O.Ye., Maday V.S. Modelling of dynamic modes of an induction electric drive at periodic load. *Electrical engineering & electromechanics*. 2020. No 3. Pp. 9-14. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2020.3.02>.
24. Popovych, O.M. Mathematical Model for the Study of Operating Modes of Induction Machines in Electromechatronic Systems. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2010. Vyp. 25. Pp. 89-97. (Ukr)
25. Lishchenko A.I., Lesnyk V.A., Farenjuk A.P., Druzhynin O.B. Experimental Study of Operating and Starting Characteristics of Induction Motors with a Massive Ferromagnetic Rotor. Preprint-436. Kyiv: Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of the Ukrainian SSR, 1985. 31 p. (Rus)
26. Holovan I.V. Determination of Losses Caused by Higher Harmonics of the Electromagnetic Field in an Induction Motor. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2016. Vyp. 44. Pp. 82-88. (Ukr)

Надійшла 28.10.2024
Остаточний варіант 27.12.2024