

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ СТІЙКОСТІ ТА ЯКОСТІ РЕГУЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПІДВІСУ В УМОВАХ ПАРАМЕТРИЧНИХ І КООРДИНАТНИХ ЗБУРЕНЬ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ УТОЧНЕНОЇ НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОМАГНІТУ І МЕТОДІВ МОДАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

В.І. Теряєв^{1*}, канд. техн. наук, **М.М. Желінський**^{1**}, канд. техн. наук,
Б.І. Приймак^{1***}, канд. техн. наук, **О.А. Зайченко**^{2****}, канд. техн. наук
¹ НТУ України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”,
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна.
E-mail: kpivvit@gmail.com; mykola.zhelinskiyi@gmail.com; b.i.pryymak@gmail.com.
² Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.
E-mail: tems@ukr.net.

Роботу присвячено актуальній проблемі – побудові удосконалених систем автоматичного керування (САК) положенням в системах електромагнітного підвісу (левітації). Отримано деталізовану нелінійну математичну модель електромагніту постійного струму, яка враховує його структурну нестійкість та односпрямованість тягового зусилля, а також залежність параметрів від робочого зазору. Постановка задачі синтезу сформульована у класі систем слідуючого та програмного керування. Синтезовано астатичний модальний регулятор положення і спостерігач стану, який здійснює оцінку невимірюваної швидкості для використання її як зворотній зв'язок. Шляхом математичного моделювання проведено дослідження синтезованої САК. Доведено, що використання модального керування забезпечує не лише стійкість електромагнітного підвісу, а й високі показники якості його статичних і динамічних режимів. Підтверджено, що в системі наявний астатизм 1-го порядку щодо завдання та збурення за зусиллям і 2-го порядку щодо збурення за положенням. Встановлено, що показники якості перехідних процесів, а також добротність за швидкістю і частота пропускання відповідають заданим у всьому робочому діапазоні зміни робочого зазору. Виявлено негативний вплив змінних параметрів об'єкта на якість керування в разі істотного збільшення або зменшення робочого зазору по відношенню до номінального значення. Загалом результати досліджень підтверджують високі показники якості функціонування синтезованої САК системи електромагнітної левітації. Бібл. 19, рис. 11, табл. 3.

Ключові слова: електромагніт постійного струму, електромагнітна левітація, нелінійна модель, структурна нестійкість, астатичне модальне керування, спостерігач стану, синтез, дослідження, моделювання.

Вступ. Електромагнітний підвіс (ЕМП), який є основою електромагнітної левітації, є перспективною технологією, що забезпечує утримання та переміщення об'єктів у просторі без механічного контакту з ними та опорною поверхнею. Принцип дії таких систем полягає у створенні магнітного поля, яке взаємодіє з магнітними або феромагнітними частинами підвішеного об'єкта і компенсує силу тяжіння, що дає змогу об'єкту перебувати в стані стійкої рівноваги або керованого руху в просторі.

ЕМП має ряд істотних переваг у порівнянні з традиційними методами підтримки та переміщення об'єктів у просторі: практична відсутність механічного тертя та зношування, демпфування вібрацій, безконтактне керування положенням об'єкта з підвищеною точністю. Ці властивості зумовлюють його досить широке застосування у різних сферах діяльності людини.

В даний час створена та продовжує розроблятися значна кількість транспортних і промислових систем, що використовують явища левітації. Найбільш відомими з них є системи високошвидкісного наземного транспорту на «магнітній подушці» з лінійним електроприводом, що забезпечують рух зі швидкістю 350 – 500 км/год без механічного контакту зі шляховою структурою. Одним із варіантів технічних рішень проекту вакуумного поїзда Hyperloop також є використання

© Теряєв В.І., Желінський М.М., Приймак Б.І., Зайченко О.А., 2025

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-8634-0895>; ** <https://orcid.org/0000-0003-4862-1802>;

*** <https://orcid.org/0000-0001-7680-8565>; **** <https://orcid.org/0000-0001-9311-3378>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

магнітного підвісу. Магнітне підвішування у промисловості знаходить застосування у безконтактних магнітних підшипниках, ультрацентрифугах, електромеханічних накопичувачах енергії, аеродинамічних трубах, пристроях віброзахисту особливо точних приладів, космічній техніці, тактильних датчиках. У медицині магнітну левітацію використовують у елементах конструкцій хірургічних операційних столів, кров'яних насосів, мікророботів. Знаходить вона застосування також у іграшках та розвагах (літаючий глобус, левітрон, цирковий реквізит) [1–3].

Тематика магнітного підвішування є актуальною і затребуваною, що підтверджується значною кількістю опублікованих наукових досліджень [1–13]. Але, незважаючи на очевидні переваги ЕМП, під час його реалізації виникають не вирішені проблеми, пов'язані з подоланням структурної нестійкості електромагніту постійного струму, нелінійністю його характеристик, високою чутливістю системи до параметричних та координатних збурень, впливу зовнішніх факторів, складністю синтезу управління без точної моделі, що відмічається в роботах [1–6, 8, 10, 14]. Авторами статті запропоновано новий підхід, який вирішує ці завдання на основі уточненої моделі силового електромагніту в поєднанні з удосконаленими алгоритмами управління, що підвищують запас стійкості магнітного підвісу і його якісні показники.

Забезпечення стійкості залишається одним із ключових завдань, що стоять перед розробниками та дослідниками в галузі систем ЕМП. Проблема стійкості обумовлена як фізичними обмеженнями, пов'язаними із теоремою Ірншоу, так і необхідністю управління динамікою об'єкта в умовах зовнішніх впливів з високою швидкістю обробки інформації для коригування магнітного поля.

У більшості сучасних систем ЕМП використовується активне керування, яке регулює силу магнітного поля за допомогою датчиків, що відстежують положення підвішеного об'єкта. Найбільш поширеним зараз є пропорційно-інтегрально-диференціальне (ПІД) управління ЕМП, яке формує керуючу дію залежно від відхилення регульованої координати (зазору) та швидкості її зміни [10, 14, 15].

Дана стаття присвячена аналізу фізичних основ електромагнітної левітації, а також обґрунтуванню застосування нових сучасних підходів до вирішення завдань стійкості та якості регулювання в системах ЕМП. Ця тема охоплює відразу кілька напрямів: електромеханічні системи, управління нелінійними об'єктами та сучасні методи синтезу керуючих впливів.

Метою дослідження є забезпечення стійкості та якості регулювання системи ЕМП за рахунок застосування уточненої моделі електромагніту у поєднанні з методами модального керування та спостереження стану за умов урахування структурної нестійкості та нелінійних властивостей керованого об'єкта.

Нелінійна математична модель об'єкта керування. Лінійну модель електромагніту постійного струму в системі магнітного підвішування наведено в [14, 16]. Але для розв'язання поставленої задачі синтезу та дослідження САК необхідно отримати деталізовану нелінійну модель об'єкта керування (ОК). Установка магнітної левітації, яка являється об'єктом керування, включає електромагніт постійного струму, до якоря якого прикріплений корисний вантаж, а також керований перетворювач постійної напруги, що живить обмотку електромагніту.

Спочатку виведемо нелінійні рівняння електромагніту, виходячи із припущень, що його магнітна система ненасичена, вихрові струми в магнітному колі відсутні, а потоками розсіювання можна знехтувати.

Схему електромагніту наведено на рис. 1. Прикладена до обмотки напруга U врівноважується падінням напруги на опорі обмотки та протиЕРС самоіндукції E_c згідно з виразом

$$U = rI + E_c = rI + w \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

де r – опір обмотки; I – струм обмотки; w – кількість витків обмотки; Φ – робочий магнітний потік.

Магнітний потік в робочому зазорі електромагніту дорівнює

$$\Phi = \frac{Iw}{R_\delta} = Iw \frac{\mu_o S_T}{2\delta}, \quad (2)$$

де Iw – намагнічувальна сила обмотки; $R_\delta = 2\delta/(\mu_o S_T)$ – магнітний опір двох робочих зазорів П-подібного електромагніту (рис. 1); δ – робочий зазор електромагніту; μ_o – абсолютна магнітна проникність вакууму; S_T – площа торця полюса магнітопроводу.

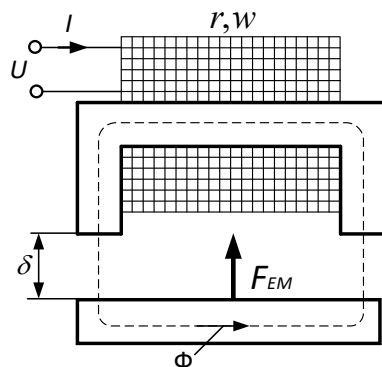


Рис. 1

Підставимо (2) в (1) та отримаємо рівняння балансу напруг в електричній частині, яке не залежить від магнітного потоку, а залежить від струму та зазору

$$U = rI + \frac{w\mu_o S_T}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{I}{\delta} \right). \quad (3)$$

Взявши похідну від (3), отримуємо нелінійне диференціальне рівняння струму якоря

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2\delta}{w^2\mu_o S_T} (-rI + U) + \frac{I}{\delta} v, \quad (4)$$

де $v = d\delta/dt$ – швидкість зміни зазору.

Для виведення рівнянь динаміки механічної частини ОК потрібно визначити силу тяги електромагніту. З цією метою скористаємося модифікованою формулою Максвелла, яка враховує зменшення тягового зусилля електромагніту внаслідок нерівномірного розподілу індукції в робочому зазорі

$$F_{EM} = k_n \frac{\Phi^2}{\mu_o S_T} = \frac{\Phi^2}{2\mu_o S_T}, \quad (5)$$

де F_{EM} – сила тяги електромагніту; k_n – поправочний коефіцієнт, що враховує наявність потоків випучування, неоднорідність поля в зазорі та насичення магнітопроводу. Для тягових електромагнітів значення k_n можуть лежати в діапазоні (0.9...0.5). В рівнянні (5) застосовано значення $k_n = 0,5$ з урахуванням значної величини робочого зазору електромагніту 15 мм, яке відповідає параметрам прототипу, прийнятого для дослідження (табл. 1).

Таблиця 1

Параметри електромагніту	Значення	Параметри електромагніту	Значення
Номинальний зазор, δ_n	0,015 м	Площа полюса, S_T	0,055 м ²
Номинальне зусилля, F_{EMn}	20·10 ³ Н	Кількість витків обмотки, w	310
Номинальна напруга, U_n	75 В	Опір обмотки, r	1 Ом
Номинальний струм, I_n	75 А	Напруга живлення ПН, $U_{ж}$	540 В
Номинальна потужність, P_n	5,6·10 ³ Вт		

Підставимо магнітний потік з рівняння (2) в рівняння (5). В результаті отримаємо залежність зусилля електромагніту від струму та зазору

$$F_{EM} = \frac{w^2\mu_o S_T}{8} \frac{I^2}{\delta^2}. \quad (6)$$

З рівняння (6) випливає, що зусилля електромагніту прямо пропорційне квадрату струму і зворотно пропорційне квадрату зазору. Звідси також видно, що у разі зменшення зазору за рахунок зміни магнітної провідності збільшується зусилля електромагніту. Саме це є фізичною причиною нестійкості електромагніту постійного струму. Ще одною особливістю електромагніту є те, що його зусилля не залежить від напрямку струму в обмотці і завжди притягальне.

Рівняння механічного руху якоря електромагніту ґрунтується на балансі всіх діючих сил згідно з другим законом Ньютона

$$-F_a = F_{EM} - F_{mg}, \quad (7)$$

де F_{mg} – сила тяжіння; $F_a = m \frac{d^2\delta}{dt^2}$ – динамічне зусилля електромагніту. Знак «-» перед F_a в (7) враховує ту обставину, що додатний приріст сили електромагніту викликає від'ємний приріст зазору

$$-m \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{w^2\mu_o S_T}{8} \frac{I^2}{\delta^2} - mg, \quad (8)$$

де $m = m_a + m_g$ – сумарна маса якоря та корисного навантаження; $g = 9.81$ м/с² – прискорення вільного падіння.

Рівняння (8) є нелінійним диференціальним рівнянням 2-го порядку, яке пов'язує зазор δ зі струмом I . Сила тяжіння F_{mg} в разі постійної маси об'єкта є сталою. Ця сила протидіє силі тяги електромагніту F_{EM} . Умовою руху об'єкта вгору є виконання нерівності $F_{EM} > F_{mg}$.

Напруга обмотки електромагніту формується транзисторним перетворювачем напруги (ПН) з широтно-імпульсною модуляцією. Враховуючи, що частота модуляції складає декілька кГц, в динаміці ПН можна розглядати як пропорційну ланку. У цьому разі напруга обмотки визначатиметься як

$$U = K_u u,$$

де u – керуюча величина, K_u – коефіцієнт передачі ПН.

Зробимо деяке термінологічне уточнення. Оскільки ярі електромагніту є частиною левітуючого тіла (ЛТ), то зазор між ярком і осердям можна трактувати як положення ЛТ відносно осердя. Тому терміни «зазор електромагніту» та «положення левітуючого тіла» у цій статті вважаються ідентичними.

Об'єднавши рівняння ПН з рівняннями (8) та (4), отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь ОК у формі Коші

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= v, \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{m} \left(\frac{w^2 \mu_0 S_T}{8} \frac{I^2}{\delta^2} - mg \right), \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{2\delta}{w^2 \mu_0 S_T} (-rI + K_u u) + \frac{I}{\delta} v, \end{aligned} \quad (9)$$

де змінними стану є зазор електромагніту δ , швидкість якоря v та струм обмотки I .

Система диференціальних рівнянь (9) є нелінійною. Перші два рівняння описують механічний рух, а третє – відображає електромагнітні процеси. З останнього рівняння можна записати вирази для індуктивності електромагніту L та його сталої часу T у вигляді

$$L(\delta) = \frac{w^2 \mu_0 S_T}{2\delta}, \quad T(\delta) = \frac{L(\delta)}{r}. \quad (10)$$

На рис. 2 зображено структурну схему об'єкту керування, яку побудовано за системою рівнянь (9) із врахуванням діючих на об'єкт збурень за зусиллям F_G і положенням δ_3 . Присутність у структурній схемі шести елементів множення та ділення говорить про суттєву складність нелінійного об'єкта. На структурній схемі рис. 2 наявні три зворотних зв'язки – за струмом, за швидкістю і за положенням, останній з яких додатний. Зворотний зв'язок за швидкістю відображає проти-ЕРС в обмотці електромагніту, яка виникає під час руху якоря. Наявність додатного зворотного зв'язку за положенням призводить до структурної нестійкості електромагніту.

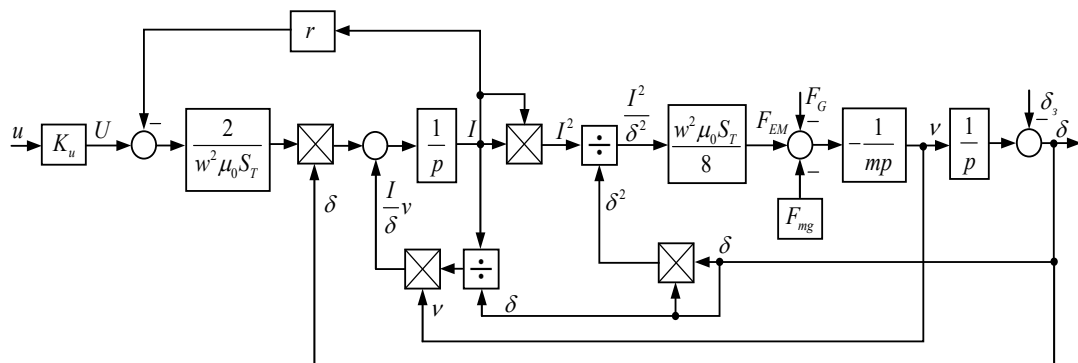


Рис. 2

Принцип роботи системи електромагнітної левітації [1–3, 11–14]. На рис. 3 показано функціональну схему САК, що включає керуючий пристрій КП, перетворювач напруги ПН та електромагніт постійного струму, ярі якого з корисним вантажем є левітуючим тілом.

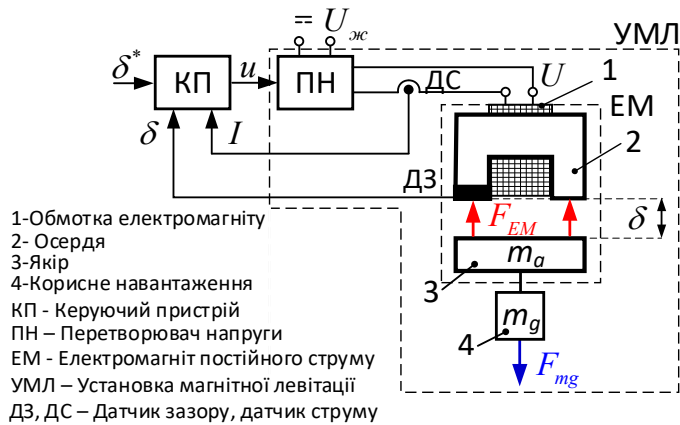


Рис. 3

досліджень як прототип було використано натурний зразок тягового електромагніту, розроблений, виготовлений і експериментально досліджений на кафедрі автоматизації електромеханічних систем та електроприводу КПП ім. Ігоря Сікорського, призначений для магнітного підвісу екіпажу високошвидкісного наземного транспорту масою 40 т з лінійним електроприводом. Параметри електромагніту наведено у табл. 1.

Отримання лінеаризованої моделі об'єкта керування. Щоб здійснити синтез алгоритму керування необхідно мати лінеаризований опис ОК у векторно-матричному вигляді

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \\ y = \mathbf{Cx}, \end{cases} \quad (11)$$

де u – вхід; y – вихід; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ – вектор стану; $\mathbf{A}$ – матриця стану; $\mathbf{B}$ – вектор входу; $\mathbf{C}$ – вектор-рядок виходу. Змінні стану – це фізичні величини $x_1 = \delta, x_2 = v, x_3 = I$, а вихід $y = \delta$.

Лінеаризуємо нелінійну модель об'єкта, скориставшись наявною у програмному пакеті MATLAB/Simulink функцією числової лінеаризації `linmod()`. Для цього відтворимо структурну схему, що зображено на рис. 2, в Simulink. Отриману схему моделі показано на рис. 4. Перед лінеаризацією у цій схемі початкові умови змінних стану та керуючу дію встановлюємо рівними власним номінальним значенням.

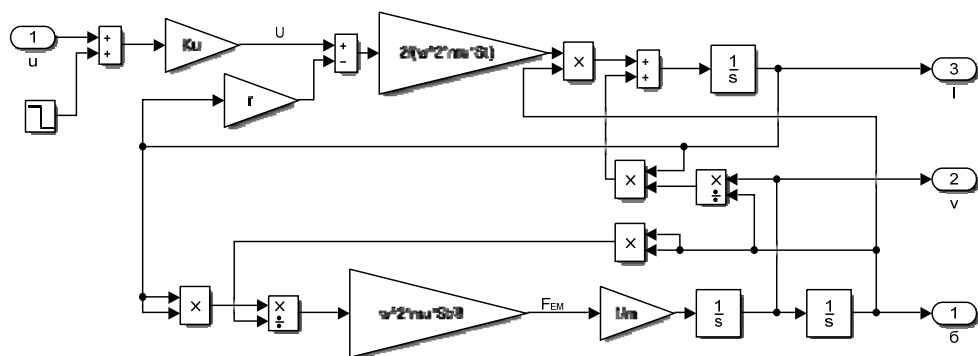


Рис. 4

В результаті отримаємо матриці рівнянь стану (11) лінеаризованого ОК

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1357 & 0 & 0.2715 \\ -1.807 & -5000 & -4.517 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2439 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0]. \quad (12)$$

Цим рівнянням стану відповідає передатна функція

$$W_o(p) = \frac{\delta(p)}{u(p)} = \frac{662.1}{p^3 + 4.517p^2 - 6130}. \quad (13)$$

Зауважимо, що у поліномі знаменника коефіцієнт при операторі p у 1-му степені дорівнює нулю, а вільний член від'ємний. Це характерна ознака структурної нестійкості об'єкта.

Для синтезу астатичного модального регулятора необхідно доповнити опис ОК рівнянням інтегратора у колі помилки системи керування $e = \delta^* - \delta$, де δ^* – сигнал завдання. В результаті отримаємо модель розширеного ОК 4-го порядку у вигляді рівнянь (11), де матриця стану, вектори входу і виходу дорівнюють

$$A_i = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B_i = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C_i = [C \ 0], \quad (14)$$

а вектор стану $x_i = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$, де $x_1 = \delta$, $x_2 = v$, $x_3 = I$, $x_4 = e$.

Постановка задачі синтезу системи автоматичного керування. Призначенням САК є відпрацювання як постійного, так і змінюваного завдання положення левітуючого об'єкта за наперед відомою або невідомою залежністю в умовах дії збурень. Тому проєктована САК може бути віднесена до класу систем програмного керування чи слідкуючих систем. Вимоги до САК сформулюємо у вигляді заданих показників якості керування у часовій та частотній областях, що відповідають робочому режиму високошвидкісного транспортного екіпажу з ЕМП (див. табл. 2).

Таблиця 2

Показники якості САК	Задані значення
Час регулювання t_p , с	≤ 0.1
Перерегулювання σ , %	≤ 1
Статичні помилки від дії збурень, мм	0
Добротність за швидкістю K_v , с ⁻¹	≥ 22
Частота пропускання ω_n , с ⁻¹	≥ 35
Робочий діапазон положень ЛТ, мм	8÷22

Синтез алгоритму керування положенням левітуючого тіла. Враховуючи вказані вимоги до проєктованої системи, а також структурну нестійкість та нелінійність ОК, під час побудови САК перспективно застосувати алгоритм астатичного модального керування [17, 18]. Щоб уможливити замикання зворотного зв'язку за невимірюваною координатою, доцільно використати спостерігач стану Люенбергера. Отже, здійснимо синтез астатичного модального регулятора і спостерігача стану САК.

Синтез астатичного модального регулятора. Основна ідея модального управління полягає у формуванні керуючого впливу так, щоб власні значення коренів системи знаходилися у потрібних точках комплексної площини. Це дає можливість точного налаштування статичних режимів і перехідних процесів.

Процедура синтезу астатичного модального регулятора стану включає наступні **4 кроки**.

Крок 1. Отримання опису розширеного ОК. Розширений об'єкт в просторі стану описується рівнянням (11), де матриця стану, вектори входу і виходу відповідають (14).

Крок 2. Перевірка керованості розширеного об'єкта. Знайдемо матрицю керованості $Q_c = [B_i : A_i B_i : A_i^2 B_i : A_i^3 B_i]$ та її ранг. Оскільки ранг Q_c дорівнює порядку розширеного ОК, то цей об'єкт повністю керований. Отже задача синтезу може бути успішно розв'язана.

Крок 3. Вибір бажаного характеристичного поліному замкнутої системи. Задля формування заданих показників якості використаємо біноміальний поліном $(p + \omega_0)^n$ для об'єкта 4-го порядку

$$H(p) = p^4 + 4\omega_0 p^3 + 6\omega_0^2 p^2 + 4\omega_0^3 p + \omega_0^4, \quad (15)$$

де ω_0 – характеристична частота, яка визначає швидкість системи. У системі з таким характеристичним поліномом буде аперіодичний перехідний процес, що задовольняє вимоги до САК.

Задля визначення характеристичної частоти ω_0 запишемо наступні нерівності [17]:

$$\omega_{01} \geq 7.8/t_p; \quad \omega_{02} \geq K_v/0.25; \quad \omega_{03} \geq \omega_n/0.44; \quad \omega_0 \geq \max(\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{03}). \quad (16)$$

Підставивши у нерівності (16) показники якості, які задані у вимогах до системи в табл. 2, отримаємо значення характеристичної частоти $\omega_0 = 90 \text{ с}^{-1}$.

Крок 4. Отримання коефіцієнтів астатичного модального регулятора. Алгоритм керування з використанням астатичного модального регулятора має вигляд

$$u = -K_1 I - K_2 v - K_3 \delta - K_4 \int e dt, \quad (17)$$

де $\mathbf{K} = [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4]$ – вектор-рядок коефіцієнтів регулятора. Числові значення коефіцієнтів регулятора дістанемо за допомогою функції **acker()** з програмного пакету MATLAB, яка ґрунтується на формулі Акермана [17].

Синтез спостерігача стану. Сигнал швидкості, необхідний для функціонування регулятора, зазвичай отримують шляхом диференціювання сигналу положення. Проте такий підхід часто супроводжується значними технічними труднощами внаслідок посилення завад та обмеження амплітуди похідної сигналу під час реального диференціювання. Альтернативне рішення полягає в оцінюванні швидкості за допомогою спостерігача стану Люєнберґера. Це дасть можливість використати в астатичному модальному регуляторі замість фактичної швидкості її оцінку.

Синтез спостерігача стану проведемо за наступні **4 кроки**.

Крок 1. Перевірка ОК на спостережуваність. Знайдемо матрицю спостережуваності $\mathbf{Q}_o = [\mathbf{C} \ \mathbf{C}\mathbf{A} \ \mathbf{C}\mathbf{A}^2]^T$ та її ранг. Позаяк ранг $\mathbf{Q}_o$ та порядок об'єкта однакові, то ОК повністю спостережуваний.

Крок 2. Запис математичної моделі спостерігача. Оскільки спостерігач стану відтворює динаміку лінеаризованого об'єкта (11), то його моделлю будуть рівняння

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u, \\ \hat{y} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}, \end{cases} \quad (18)$$

де $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{\delta}, \hat{v}, \hat{I})^T$ – вектор оцінок змінних стану об'єкта; $\hat{y} = \hat{\delta}$ – оцінка виходу об'єкта.

Крок 3. Опис замкненого спостерігача. Динаміка спостерігача зі зворотним зв'язком описується наступними векторно-матричними рівняннями:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}e_o, \\ \hat{y} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}, \end{cases} \quad (19)$$

де $\mathbf{L}$ – вектор коефіцієнтів зворотного зв'язку спостерігача; $e_o = y - \hat{y}$ – помилка оцінювання.

Крок 4. Вибір бажаного характеристичного поліному замкненого спостерігача. Як відомо, динамічні процеси в спостерігачі повинні відбуватися швидше, ніж у системі керування об'єктом. Зазвичай швидкодія спостерігача встановлюється у 2-4 рази вищою за швидкодію самої системи [19]. Отже, бажаним характеристичним поліномом спостерігача обираємо біноміальний поліном 3-го порядку $p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p + \omega_0^3$, в якому $\omega_0 = 360 \text{ c}^{-1}$.

Крок 5. Отримання коефіцієнтів зворотного зв'язку спостерігача. Вектор коефіцієнтів зворотного зв'язку $\mathbf{L}$ спостерігача розрахуємо за допомогою функції **acker()**, яка вже застосовувалася вище. На рис. 5. показано структурну схему синтезованого спостерігача стану.

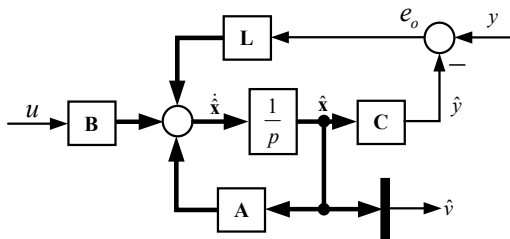


Рис. 5

Виходячи із вище викладеного матеріалу, побудовано структурну схему САК, яку зображено на рис. 6. Ця схема включає нелінійний ОК (рис. 2), астатичний модальний регулятор (17), де замість фактичної швидкості v використовується її оцінка $\hat{v}$, та спостерігач стану (19).

Дослідження синтезованої САК шляхом математичного моделювання. Задля дослідження статичних та динамічних характеристик САК в Simulink було складено модель у відповідності до структурної схеми, що зображена на рис. 6. Обмеження напруги електромагніту U під час моделювання здійснювалося на рівні $\pm 540 \text{ В}$. Дослідження полягало у виконанні дослідів Д1-Д5.

Д1 – пуск системи та функціонування у робочому діапазоні положень (рис. 7). У досліді виконується початкова стабілізація левітуючого тіла із відтворенням наступної практичної ситуації. Спочатку якір з вантажем механічно зафіксовано на відстані 1 мм від осердя. В момент часу $t=0$ фіксація знімається, і якір починає рух у вільному падінні. Водночас вводиться в дію САК, яка «влловлює» левітуюче тіло і стабілізує його положення на заданому номінальному рівні $\delta^* = 15 \text{ мм}$. Як видно із графіка, процес початкової стабілізації положення має аперіодичний характер.

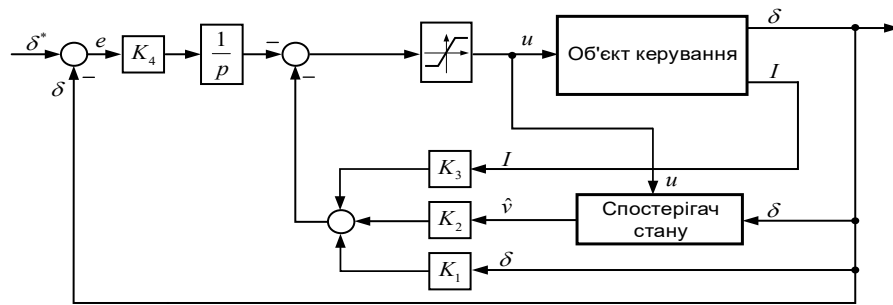


Рис. 6

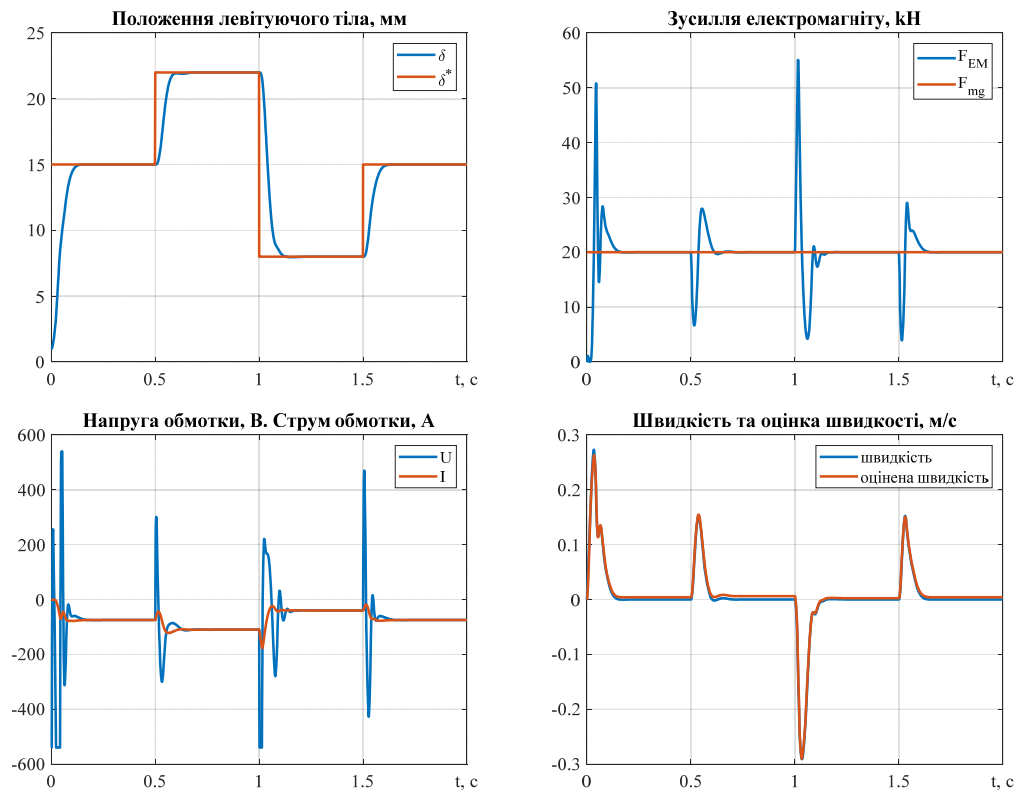


Рис. 7

В інтервалі $t \in [0.5, 1.5]$ с система відпрацьовує стрибкоподібні зміни завдання положення у межах $\delta^* = 15 \pm 7$ мм. Наведені на рис. 8 графіки підтверджують працездатність САК у робочому діапазоні положень 8 – 22 мм. При цьому в системі забезпечуються необхідні показники якості перехідних процесів: за кривою $\delta(t)$ бачимо, що перерегулювання $\sigma \approx 0.7\%$, а час регулювання $t_p \approx 0.096$ с. Рис. 7 також засвідчує високу якість оцінювання швидкості спостерігачем стану.

Д2 – компенсування системою збурень за положенням та зусиллям (рис. 8). В момент часу $t=0$ система перебуває в усталеному режимі, відпрацьовуючи завдання $\delta^* = 15$ мм. За $t=0.5$ с і $t=1$ с на об'єкт діє стрибкоподібне збурення за положенням $\delta_s(t)$, значення якого дорівнює відповідно +1 мм та -1 мм. Далі, в момент часу $t=1.5$ с відбувається накид зусилля $F_G(t)$ на рівні 50% від номіналу, а за $t=2$ с це зусилля скидається до нуля.

Із рис. 8 видно, що система компенсує збурення за положенням та зусиллям з нульовою статичною помилкою, тобто САК є астатичною. При цьому 1-й порядок астатизму системи щодо всіх зовнішніх дій забезпечується регулятором. А інтегральна ланка в об'єкті (рис. 2) збільшує порядок астатизму щодо збурення за положенням до 2-го. Динамічне відхилення керованої величини від завдання $\max|e(t)|$ у разі дії збурення за положенням не перевищує 1 мм, а за зусиллям – 0.5 мм.

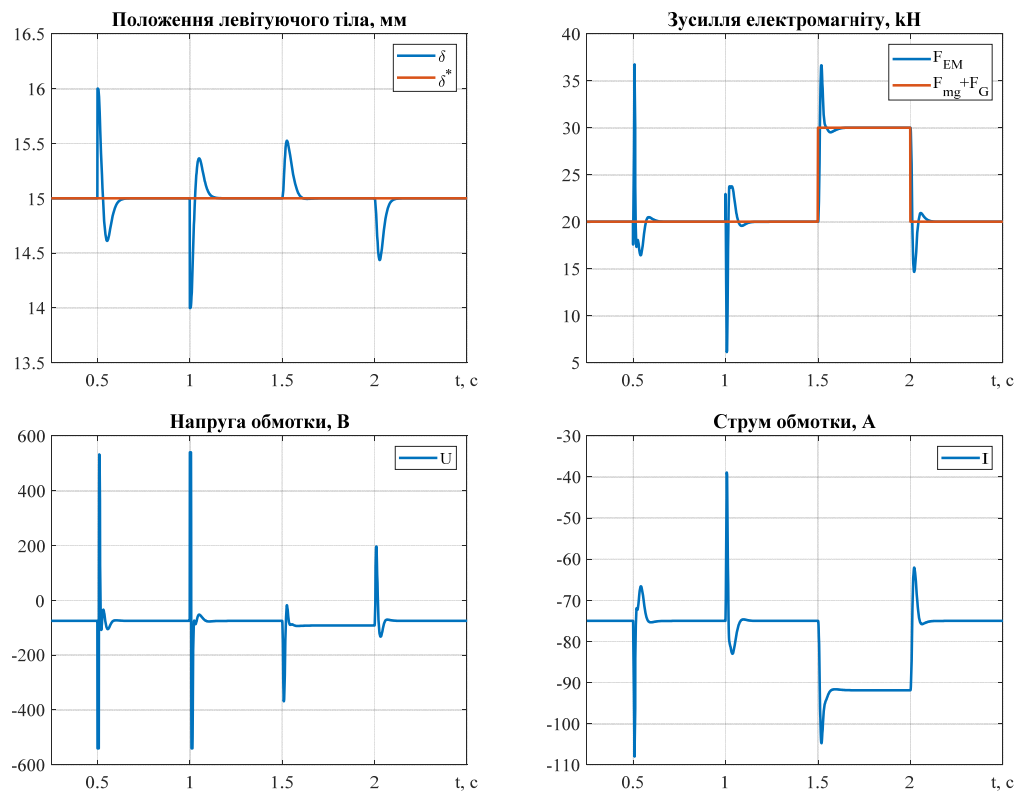


Рис. 8

ДЗ – реакція САК на лінійне завдання (рис. 9). При $t=0$ у системі існує усталений режим за $\delta^* = 10$ мм. На інтервалі $t \in [0.4, 1.6]$ с йде відпрацювання лінійно-наростаючого завдання $\delta^*(t) = 10 + vt$ зі швидкістю $v = 10$ мм/с, а за $t > 1.6$ с завдання стає постійним $\delta^* = 22$ мм.

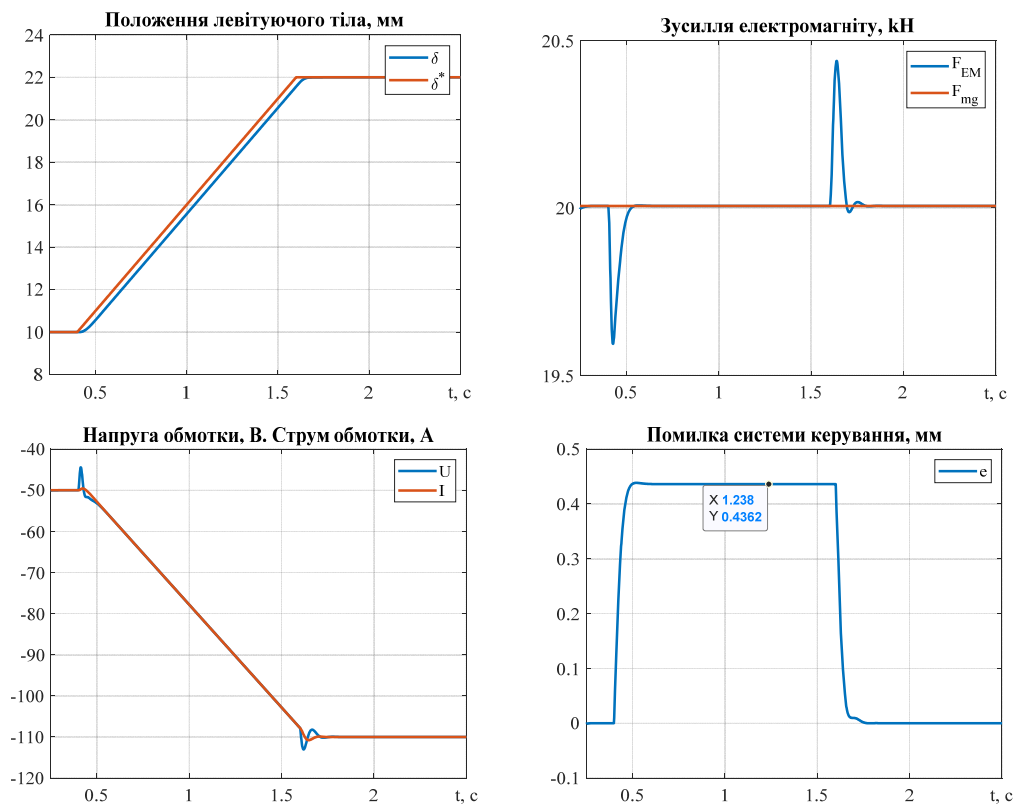


Рис. 9

Наведені графіки показують, що в кривій положення під час переходу від лінійного до постійного завдання будь-які коливання і перерегулювання відсутні. Віддалення якоря від осердя електромагніту супроводжується відповідним плавним зростанням модулів напруги та струму обмотки.

Згідно з рис. 9 усталене значення помилки $e_{ycm} = 0.43$ мм. Отже, добротність системи за швидкістю $K_v = v/e_{ycm} = 23$ с⁻¹.

Д4 – реакція САК на гармонічне завдання (рис. 10). В момент часу $t=0$ система перебуває в усталеному режимі за $\delta^* = 15$ мм. Починаючи з $t=0.4$ с, на САК подається гармонічне завдання $\delta^*(t) = 15 + a_\delta \sin(\omega t)$ з амплітудою $a_\delta = 1$ мм та частотою $\omega = 39$ с⁻¹.

Аналіз графіків показує, що за одиничної амплітуди гармонічного сигналу на вході системи, амплітуда на її виході в усталеному режимі сягає $a_y = 0.72$ мм. Оскільки $a_y/a_\delta > 0.707$, то САК має частоту пропускання $\omega_n > 39$ с⁻¹.

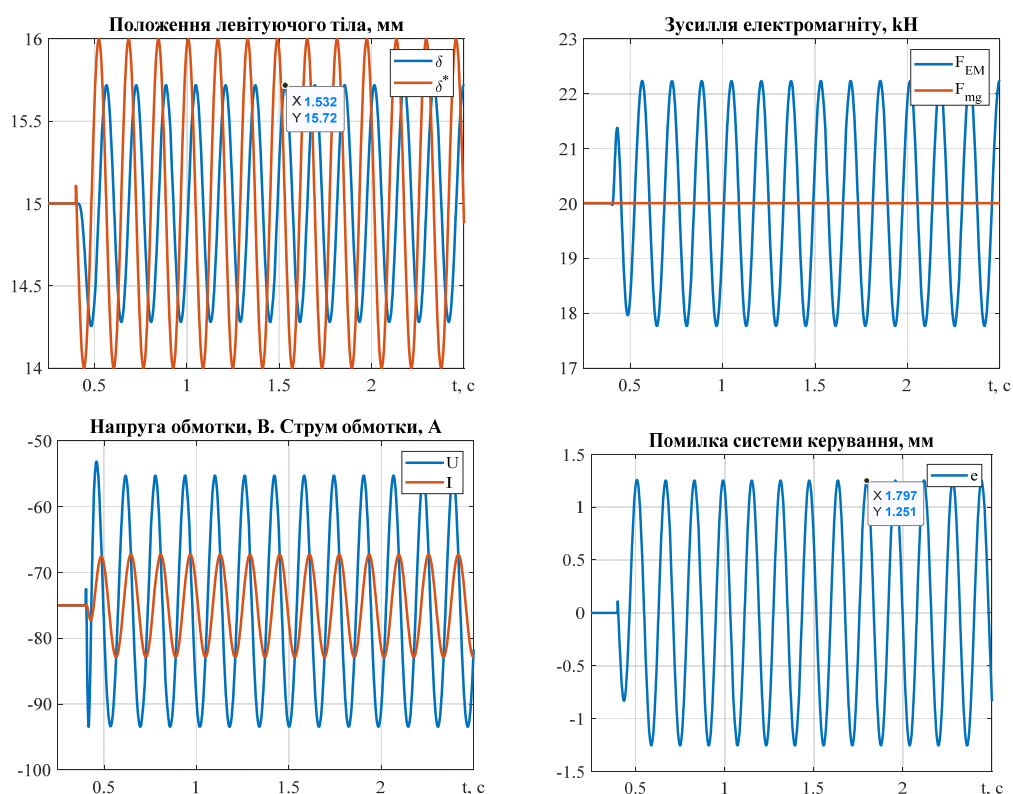


Рис. 10

Д5 – вплив на якість керування змінних параметрів ОК (рис. 11). В момент часу $t=0$ система перебуває в усталеному режимі, відпрацьовуючи завдання $\delta^* = 10$ мм. Починаючи з $t=0.5$ с відбувається послідовне зменшення завдання положення до значень $\delta^* = 5$ мм, 4 мм, 3 мм, 2.5 мм.

Із наведених на рис. 11 графіків видно, що зі зменшенням завдання в САК з'являються коливання, які поступово зростають аж до втрати стійкості системи за $\delta^* = 2.5$ мм. Таке погіршення якості керування пояснюється тим, що, згідно з (10), індуктивність обмотки $L(\delta)$ та стала часу $T(\delta)$ знаходяться в обернено-пропорційній залежності від положення δ . За $\delta = 2.5$ мм дані параметри збільшуються в $15/2.5 = 6$ разів відносно своїх номінальних значень, і САК стає нестійкою. Дане явище має і експериментальне підтвердження.

Додаткова перевірка реакції системи на серію координатних збурень по зазору, які можуть виникати в процесі руху транспортного засобу, показала, що задля збереження стійкості системи ЕМП амплітуда цих збурень не повинна перевищувати 3 мм.

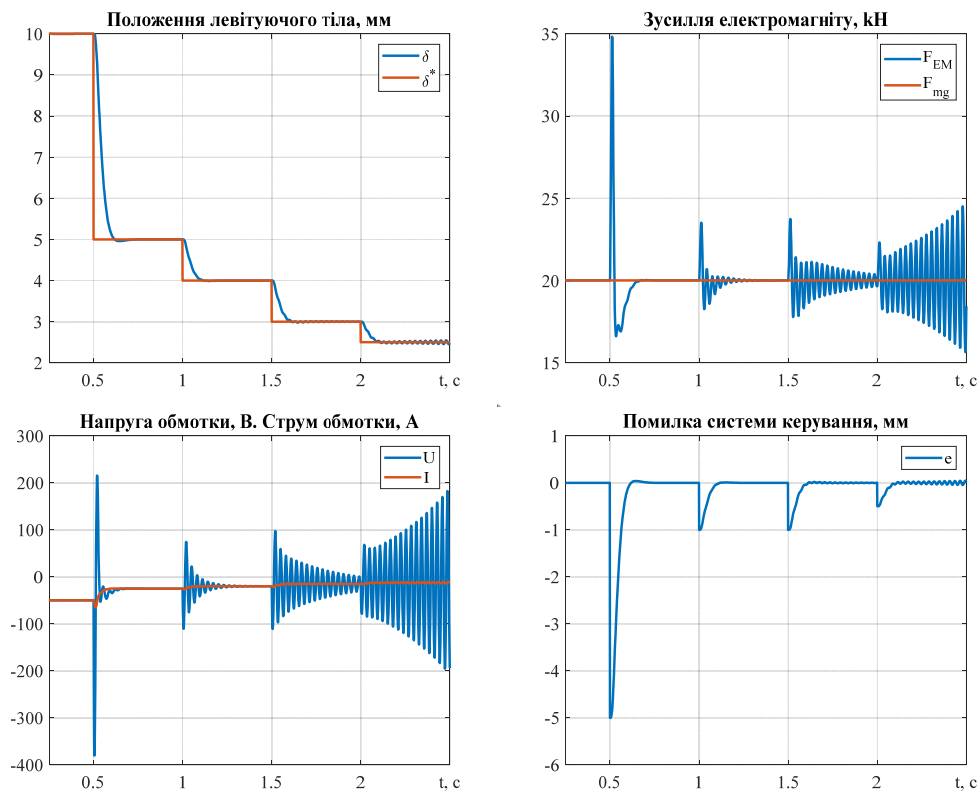


Рис. 11

За результатами дослідження впливу зміни робочого зазору можна зробити висновок, що у разі істотного відхилення левітуючого об'єкту від номінального положення, зміни індуктивності обмотки та сталої часу електромагніту можуть значно погіршити якість керування та призвести до нестійкості САК. Вирішення цієї проблеми можливе у разі застосування методів адаптивного керування.

Задля зручності порівняння показників якості керування, які були задані під час постановки задачі синтезу, та показників, які отримані у синтезованій системі, зведемо їх у табл. 3.

Таблиця 3

Показники якості САК	Задані значення	Отримані значення
Час регулювання t_p , с	≤ 0.1	0.096
Перерегулювання σ , %	≤ 1	0.7
Статичні помилки від дії збурень, мм	0	0
Добротність за швидкістю K_v , с^{-1}	≥ 22	23
Частота пропускання ω_n , с^{-1}	≥ 35	39
Робочий діапазон положень ЛТ, мм	8÷22	8÷22

Таким чином, виходячи із наведених у порівняльній табл. 3 даних, можна зробити висновок, що синтезована САК установки магнітної левітації з астатичним модальним регулятором та спостерігачем стану за своїми показниками якості повністю задовольняє вихідні вимоги до неї.

Висновки.

1. ЕМП є високоефективною і перспективною технологією, що забезпечує управління положенням об'єктів у просторі без механічного контакту. Однак для успішного застосування цієї технології необхідний високий ступінь стійкості та якості регулювання системи, що потребує комплексного підходу до вирішення завдань управління. Тому вдосконалення алгоритмів керування відіграє ключову роль у подальшому розвитку систем електромагнітної левітації.

2. Отримано деталізовану нелінійну математичну модель системи електромагнітного підвішування, яка включає електромагніт постійного струму із прикріпленням до його якоря корисним вантажем, перетворювач напруги, що живить електромагніт, астатичний модальний регулятор, а також зворотні зв'язки за струмом, зазором та оціненою швидкістю. Відмінною рисою цієї моделі є врахування таких характерних особливостей ОК, як структурна нестійкість електромагніта, односпрямованість утворюваного ним зусилля, а також залежність параметрів від регульованих координат.

3. Зроблено постановку задачі синтезу САК у класі програмних та слідкуючих систем керування, що, на відміну від типових для аналогічних застосувань систем стабілізації, передбачає забезпечення необхідної якості керування не лише в номінальному положенні, а й у всьому робочому діапазоні положень левітуючого тіла.

4. Виходячи із заданих показників якості керування у часовій та частотній областях, було синтезовано астатичний модальний регулятор положення левітуючого тіла та спостерігач стану, який визначає оцінку невимірюваної швидкості задля використання її у зворотному зв'язку регулятора. Сполучення модального регулятора і спостерігача стану забезпечило високу якість статичних і динамічних режимів системи електромагнітного підвішування.

5. На основі проведених досліджень синтезованої САК шляхом математичного моделювання встановлено наступне:

- процес початкової стабілізації положення левітуючого тіла, що перебуває у стані вільного падіння, має аперіодичний характер;
- в усталених режимах система відпрацьовує завдання та компенсує збурення за зусиллям без статичної помилки, а збурення за положенням – без статичної та швидкісної помилок;
- у перехідних процесах відпрацювання стрибкоподібного завдання САК має такі показники якості: час регулювання $t_p < 0.1$ с, перегулювання $\sigma < 1\%$;
- у перехідних процесах компенсування стрибкоподібних збурень максимальна динамічна помилка САК від збурення за положенням не перевищує 1 мм, а за зусиллям – 0.5 мм;
- показник точності системи у разі лінійного завдання – добротність за швидкістю: $K_v = 23$ с⁻¹, а частотний показник якості – частота пропускання: $\omega_n > 39$ с⁻¹;
- задані статичні та динамічні показники якості функціонування САК забезпечуються у робочому діапазоні положень левітуючого об'єкта, який знаходиться в межах 8 – 22 мм.

6. Результати дослідження динамічних режимів системи ЕМП підтверджують, що використання уточненої моделі електромагніту дає змогу врахувати реальні ефекти від керуючих та збурювальних впливів, а також суттєво підвищити точність і якість регулювання зазору у робочому діапазоні його змін.

7. Модальне управління забезпечує високу якість регулювання без ускладнення технічної реалізації системи ЕМП.

8. Перспективами подальших досліджень у галузі систем ЕМП є застосування комбінованого, адаптивного та робастного керування, спостерігачів стану, нечіткої логіки та ін.

Роботу виконано в рамках державної науково-дослідної роботи “База-П10” «Розробити принципи побудови спеціалізованих систем керування перетворювачами напруги, струму та частоти для підвищення енергоефективності електротехнологічних установок».

1. Han H.-S., Kim D.-S. Magnetic Levitation: Maglev Technology and Applications. Springer Tracts on Transportation and Traffic. Dordrecht: Springer Netherlands, 2016. 247 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-017-7524-3>.
2. Livingston J.D. Rising Force: The Magic of Magnetic Levitation. Cumberland: Harvard University Press, 2011. 288 p. DOI: <https://doi.org/10.4159/harvard.9780674061095>.
3. Sangster A.J. Fundamentals of Electromagnetic Levitation: Engineering sustainability through efficiency. London: The Institution of Engineering and Technology, 2012. 248 p. DOI: <https://doi.org/10.1049/PBCS024E>.
4. Sinha P.K. Electromagnetic suspension: dynamics and control. London, U.K: Peter Peregrinus Ltd, 1987. 304 p.
5. Charara A., De Miras J., Caron B. Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 1996. Vol. 4. No 5. Pp. 513-523. DOI: <https://doi.org/10.1109/87.531918>.
6. Hurley W.G., Wolfle W.H. Electromagnetic design of a magnetic suspension system. *IEEE Transactions on Education*. May 1997. Vol. 40. No 2. Pp. 124-130. DOI: <https://doi.org/10.1109/13.572325>.
7. Oliveira V.A., Costa E.F., Vargas J.B. Digital implementation of a magnetic suspension control system for laboratory experiments. *IEEE Transactions on Education*. Nov 1999. Vol. 42. No 4. Pp. 315-322. DOI: <https://doi.org/10.1109/13.804538>.
8. El Hajjaji A., Ouladsine M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. Aug 2001. Vol. 48. No 4. Pp.831-838. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.937416>.

9. Motakabber S.M.A., Alam A.Z., Kamal K.I.B. Modelling and Control of a Magnetic Levitation System. *Asian journal of electrical and electronic engineering*. 2024. Vol. 4. No 1. Pp. 9-16. DOI: <https://doi.org/10.69955/ajoeec.2024.v4i1.55>.
10. Теряев В.І. Стабілізація системи електромагнітного підвішування з використанням акселерометра. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2014. Вип. № 4/2014 (28). С. 71-78.
11. Теряев В.І. Система стабілізації положення та активного віброзахисту об'єкта у просторі на основі електромагнітного підвісу. Патент 120636 України, 2017.
12. Теряев В.І. Двоканальна система високоточного керування положенням об'єкта у просторі та його активного віброзахисту на основі електромагнітного підвісу. Патент 121576 України, 2017.
13. Shiao Y.S. Design and Implementation of a Controller for a Magnetic Levitation System. *Proc. Natl. Sci. Counc.* 2001. Issue 11. No 2. Pp. 88-94.
14. Теряев В.І., Бурлака О.П. Математична модель виконавчого електромагніту для систем магнітного підвішування. Електромеханічні та енергетичні системи, методи моделювання та оптимізації. *Зб. наук. пр. XI Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених і спеціалістів*. Кременчук, Україна, 9-11 квітня, 2013. С. 264-265.
15. Karabacak Y. Application of PID and self-tuning fuzzy PID control methods in the control of non-linear magnetic levitation system. *Journal of Innovative Engintring and Natural Science*. 2024. Vol. 4. No 2. Pp. 514-529. DOI: <https://doi.org/10.61112/jiens.1420710>.
16. Попович Н.Г., Теряев В.І. Математическая модель электромагнита системы электромагнитного подвеса. *Изв. вузов Электромеханика*. 1983. № 10. С. 116-117.
17. Приймак Б.І. Теорія автоматичного керування. Лінійні системи. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 310 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/55419> (дата звернення 01.03.2025)
18. Толочко О.І., Рижков О.М. Синтез та аналіз системи модального керування крановим механізмом поступального руху з врахуванням роботи підйимального механізму. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 4. С. 131-134. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.131>.
19. Ладанюк А.П., Луцька Н.М., Кишенько В.Д., Власенко Л.О., Івашук В.В. Методи сучасної теорії управління: підручник. Київ: Видавництво Ліра-К, 2018. 368 с.

IMPROVING THE STABILITY AND QUALITY OF ELECTROMAGNETIC SUSPENSION IN THE CONDITIONS OF PARAMETRIC AND COORDINATE DISTURBANCES BASED ON THE USE OF A REFINED NONLINEAR MODEL OF THE ELECTROMAGNET AND MODAL CONTROL METHODS

V.I. Teriaiev¹, M.M. Zhelinskiy¹, B.I. Pryymak¹, O.A. Zaichenko²

¹National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Beresteiskiy Ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine.

E-mail: kpivit@gmail.com; mykola.zhelinskiy@gmail.com; b.i.pryymak@gmail.com.

²Institute of Electrodynamics NAS of Ukraine,

Beresteiskiy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: tems@ukr.net.

The work is devoted to an actual problem – the construction of improved systems automatic control (SAC) for the position of electromagnetic levitation systems. A detailed nonlinear mathematical model of a DC electromagnet is obtained, taking into account its structural instability and the unidirectionality of the force, as well as the dependence of the parameters on the working gap. The synthesis problem is formulated in the class of supervisory and software control systems. An astatic modal position controller and a state observer are synthesized to estimate the unmeasured velocity for use in the controller feedback. The synthesized automatic control system is studied by mathematical modeling. It is shown that the process of initial stabilization of the position of a free-falling levitating body is aperiodic. It is confirmed that the system has a 1st order astatism with respect to task and force disturbances and a 2nd order astatism with respect to position disturbances. It is established that the quality indicators of transient processes, as well as the quality factor in terms of speed and frequency of transmission, correspond to those set over the entire operating range of the working gap change. The negative influence of the variable parameters of the object on the quality of the control in the case of a significant increase or decrease of the working gap in relation to the nominal value is revealed. In general, the research results confirm the high quality of the indicators of the functioning of the synthesized automatic control system of the magnetic levitation system. References 19, figures 11, table 3.

Keywords: DC electromagnet, magnetic levitation, nonlinear model, structural instability, astatic modal control, state observer, synthesis, research, modeling.

1. Han H.-S., Kim D.-S. Magnetic Levitation: Maglev Technology and Applications. Springer Tracts on Transportation and Traffic. Dordrecht: Springer Netherlands, 2016. 247 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-017-7524-3>.
2. Livingston J.D. Rising Force: The Magic of Magnetic Levitation. Cumberland: Harvard University Press, 2011. 288 p. DOI: <https://doi.org/10.4159/harvard.9780674061095>.
3. Sangster A.J. Fundamentals of Electromagnetic Levitation: Engineering sustainability through efficiency. London: The Institution of Engineering and Technology, 2012. 248 p. DOI: <https://doi.org/10.1049/PBCS024E>.
4. Sinha P.K. Electromagnetic suspension: dynamics and control. London, U.K: Peter Peregrinus Ltd, 1987. 304 p.
5. Charara A., De Miras J., Caron B. Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 1996. Vol. 4. No 5. Pp. 513-523. DOI: <https://doi.org/10.1109/87.531918>.
6. Hurley W.G., Wolfle W.H. Electromagnetic design of a magnetic suspension system. *IEEE Transactions on Education*. May 1997. Vol. 40. No 2. Pp. 124-130. DOI: <https://doi.org/10.1109/13.572325>.
7. Oliveira V.A., Costa E.F., Vargas J.B. Digital implementation of a magnetic suspension control system for laboratory experiments. *IEEE Transactions on Education*. Nov 1999. Vol. 42. No 4. Pp. 315-322. DOI: <https://doi.org/10.1109/13.804538>.
8. El Hajjaji A., Ouladsine M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. Aug 2001. Vol. 48. No 4. Pp.831-838. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.937416>.
9. Motakabber S.M.A., Alam A.Z., Kamal K.I.B. Modelling and Control of a Magnetic Levitation System. *Asian journal of electrical and electronic engineering*. 2024. Vol. 4. No 1. Pp. 9-16. DOI: <https://doi.org/10.69955/ajoece.2024.v4i1.55>.
10. Teriaiev V.I. Stabilization of the electromagnetic suspension system using an accelerometer. *Elektromekhanichni i energozberigaiuchi systemy*. 2014. No 4/2014 (28). Pp. 71-78. (Ukr)
11. Teriaiev V.I. Position stabilization system and active vibration protection of an object in space based on an electromagnetic suspension. Patent UA No 120636, 2017.(Ukr)
12. Teriaiev V.I. Two-channel system of high-precision control of the position of the object in space and its active vibration protection based on an electromagnetic suspension. Patent UA No 121576, 2017. (Ukr)
13. Shiao Y.S. Design and Implementation of a Controller for a Magnetic Levitation System. *Proc. Natl. Sci. Counc.* 2001. Issue 11. No 2. Pp. 88-94.
14. Teriaiev V.I., Burlaka O.P. Mathematical model of an executive electromagnet for magnetic suspension systems. Electromechanical and energy systems, methods of modeling and optimization. *Zbirnyk naukovykh prats. XI International scientific and technical conference of young scientists and specialist*, Kremenchuk, Ukraine, 9-11 April 2013. Pp. 264-265. (Ukr)
15. Karabacak Y. Application of PID and self-tuning fuzzy PID control methods in the control of non-linear magnetic levitation system. *Journal of Innovative Engintring and Natural Science*. 2024. Vol. 4. No 2. Pp. 514-529. DOI: <https://doi.org/10.61112/jiens.1420710>.
16. Popovych N.G., Teriaiev V.I. Mathematical model of the electromagnet of the electromagnetic suspension system. *Izvestiia VUZov. Elektromekhanika*. 1983. No 10. Pp. 116-117. (Rus)
17. Prymak B.I. Theory of automatic control. Linear systems. Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2023. 310 p. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/55419/> (accessed at 01.09.2024). (Ukr)
18. Tolochko O.I., Ryzhkov O.M. Synthesis and analysis of the modal control system of the crane mechanism of progressive movement taking into account the operation of the lifting mechanism. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 4. Pp. 131-134. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.131>. (Ukr)
19. Ladaniuk A.P., Lutska N.M., Kishenko V.D., Vlasenko L.O., Ivashchuk V.V. Methods of modern control theory: a textbook. Kyiv: Vydavnytstvo Lira-K, 2018. 368 p. (Ukr)

Надійшла 17.04.2025
Остаточний варіант 18.06.2025