

АНАЛІЗ ПОНИЖУВАЛЬНО-ПІДВИЩУВАЛЬНИХ НЕІНВЕРТУЮЧИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДА УСЕРЕДНЕННЯ

Ю.В. Руденко*, докт. техн. наук
 Інститут електродинаміки НАН України,
 пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: rudenko@ied.org.ua.

Досліджено процеси у понижувально-підвищувальних неінвертуючих перетворювачах постійної напруги за елементарною топологією та за топологією Luo з позитивним виходом (PO Luo converter). З використанням метода усереднення на основі теорем Лагранжа розроблено аналітичні моделі та вирази для розрахунку і аналізу середніх, пульсаційних складових процесів у перетворювачах, включаючи пульсації вихідної напруги в режимах безперервної та переривчастої провідності у всьому діапазоні комутації. Розроблені аналітичні моделі дають змогу уточнити та спростити розрахунок процесів у перетворювачах відносно існуючих методів розрахунку. Визначено аналітичні умови, які дають змогу прогнозувати ступінь зменшення пульсацій вихідної напруги у PO Luo перетворювачі у порівнянні з базовою схемою. Отримано аналітичну та графічну залежності граничних значень параметрів PO Luo перетворювача у повному діапазоні комутації між режимами CCM та DCM, що дає можливість обґрунтовано обирати його параметри на стадії проектування. Результати імітаційного моделювання процесів у такому перетворювачі підтвердили коректність отриманих аналітичних співвідношень. Розбіжність результатів розрахунку процесів згідно отриманих аналітичних моделей та імітаційного моделювання не перевищує 1 %. Бібл. 12, рис. 6, табл. 3.

Ключові слова: понижувально-підвищувальний перетворювач, перетворювач Luo з позитивним виходом (PO Luo converter), пульсації вихідної напруги, метод усереднення в просторі станів.

Напівпровідникові перетворювачі постійної напруги широко використовуються в джерелах живлення сучасного електротехнічного та електротехнологічного обладнання. Структура одного з найпростіших базових перетворювачів – інвертуючого перетворювача (рис. 1, а) або понижувально-підвищувального інвертуючого перетворювача (ПІ) – buck-boost inverting converter – є достатньо популярною у разі живлення електротехнічних пристроїв різного призначення з огляду на можливість регулювання вихідної напруги як нижче, так і вище вхідної напруги. Проте недоліком такої структури є інвертування вихідної напруги відносно вхідної, що обмежує сферу його використання. Огляд відомих структур перетворювачів постійної напруги [1–3] свідчить, що за рахунок певних змін схему базового ПІ можна привести до структури без інвертування вихідної напруги. Якщо в схемі ПІ (рис. 1, а) конденсатор $C1$ та діод $VD1$ поміняти місцями, отримана структура перетворювача (рис. 1, б) буде зберігати функцію регулювання вихідної напруги вище та нижче вхідної, тобто buck-boost технологію перетворення, проте без інвертування вихідної. За принципом роботи дана структура (рис. 1, б) є схемою найпростішого понижувально-підвищувального неінвертуючого перетворювача (НПІ). Однак, якщо в базовій схемі ПІ фільтрація вихідної напруги (виділення постійної складової за рахунок вихідного конденсатора $C1$) реалізується без проблем, то в схемі НПІ (рис. 1, б) функція фільтрації вихідної напруги відсутня, і потрібним є введення додаткової фільтруючої ланки. Схему понижувально-підвищувального неінвертуючого перетворювача з покращеною фільтрацією (НПІФ) за рахунок додаткового LC-фільтра показано на рис. 1, в. В технічній літературі ця структура згадується під назвою Luo перетворювач з позитивним виходом (Positive output Luo converter – PO Luo converter) [1, 4, 5] або Zeta перетворювач [6–8]. В подальшому дослідженні будемо дотримуватися назви PO Luo перетворювач. Незважаючи на велику

© Руденко Ю.В., 2026

* ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1852-215X>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

кількість методів та підходів дослідження перетворювачів постійної напруги [4–9], невисвітленими залишаються питання стосовно простих та зручних аналітичних моделей та співвідношень для розрахунку середніх та пульсаційних складових струмів та напруг на елементах перетворювачів, особливо пульсації вихідної напруги, в режимах безперервної та переривчастої провідності. Крім того, недостатньо висвітленим у технічній літературі є порівняльний кількісний аналіз властивостей понижувально-підвищувальних перетворювачів постійної напруги стосовно пульсації вихідної напруги. Аналіз та розрахунок традиційними методами процесів у напівпровідникових перетворювачах для визначення їхніх постійних і пульсаційних складових вимагає розв’язання диференціальних рівнянь, причому у більшості випадків рівнянь високих порядків. Під час використання існуючих методів розрахунку це призводить до значної кількості обчислювальних операцій та проміжних перетворень з використанням числових та матричних методів і часто дає результат у рекурентному вигляді. За їхнього використання жодним чином неможливо без додаткового розрахунку та обробки великих масивів інформації визначити поведінку характеристик перетворювача в діапазонах комутації та в інших діапазонах змінення внутрішніх параметрів, наприклад, визначити екстремуми характеристик та інш. До того ж, відомі методи не дають прямої відповіді під час зворотного аналізу параметрів перетворювача, коли необхідно розраховувати допустимі внутрішні параметри елементів за заданих зовнішніх характеристиках перетворювача.

Значно спростити розрахунок процесів в таких перетворювачах у порівнянні з існуючими методами та вдосконалити аналіз їхніх властивостей надає змогу метод усереднення в просторі станів на основі теорем Лагранжа [10], який дає можливість отримати аналітичні розрахункові моделі та співвідношення. Ці моделі дають змогу не тільки широкого узагальнення властивостей та характеристик процесів. Головне – вони дають можливість застосування методів математичного аналізу цих характеристик та одночасно забезпечують простоту використання без застосування громіздких проміжних обчислень, включаючи використання комп’ютерних засобів. **Тому метою** роботи є розробка математичних моделей задля визначення основних параметрів понижувально-підвищувальних неінвертуючих перетворювачів постійної напруги з використанням метода усереднення [10] та їхній порівняльний аналіз.

Задля порівняння характеристик перетворювачів рис. 1 розглянемо процеси у понижувально-підвищувальному неінвертуючому перетворювачі за схемою рис. 1, б, враховуючи, що процеси з урахуванням режимів роботи базової інвертуючої схеми рис. 1, а докладно висвітлено у роботі [11]. Під час аналізу даної структури рис. 1, б, як і наступної рис. 1, в, припускаємо, що силові перемикаючі елементи (керований ключ $S1$ і діод $VD1$) є ідеальними ключами, час їхнього перемикання дорівнює нулю; активні опори обмоток індукторів $L1$, $L2$ і внутрішній опір джерела електроживлення $U_{вх}$ дорівнюють нулю.

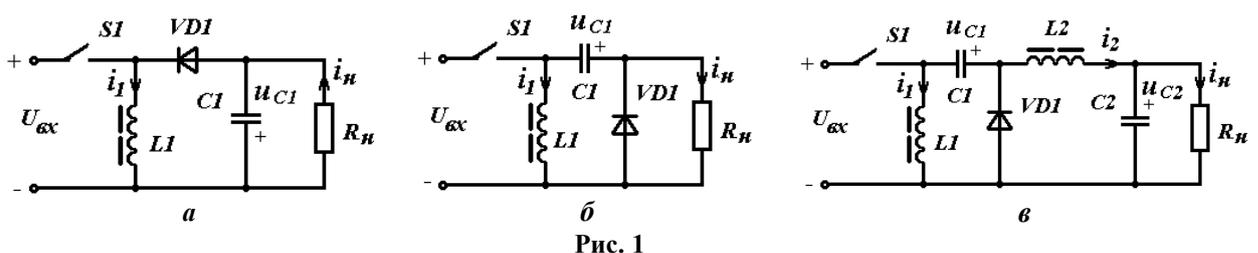


Рис. 1

У режимі безперервної провідності (CCM – continuous conduction mode) еквівалентні схеми заміщення перетворювача рис. 1, б на інтервалах роботи зображено на рис. 2, а, б – для інтервалів накопичення та віддачі енергії індуктором $L1$ відповідно.

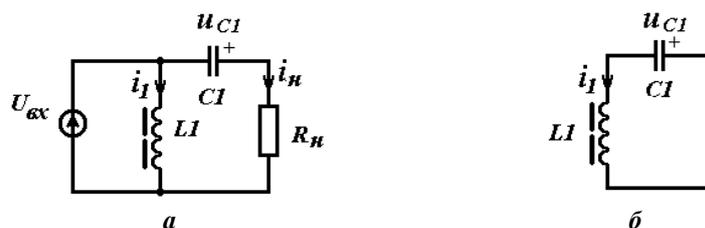


Рис. 2

Диференціальні рівняння, що описують процеси в схемах заміщення перетворювача рис. 1, б на відповідних інтервалах роботи, мають вигляд

$$\text{інтервал накопичення} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{di_1}{dt} = -u_{C1} + R_n C1 \frac{du_{C1}}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{інтервал віддачі} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = u_{C1} \\ i_1 = C1 \frac{du_{C1}}{dt} \end{cases}. \quad (2)$$

Використовуючи метод усереднення на основі теорем Лагранжа [10–12], перейдемо від отриманих диференціальних рівнянь (1), (2) до системи алгебраїчних рівнянь відносно приростів незалежних функцій на інтервалах комутації та їхніх середніх значень

$$\begin{cases} L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} = U_{\text{вх}}, \\ U_{\text{вх}} = -U_{C1} + R_n C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T_n}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T - T_n} = U_{C1}, \\ I_1 = I_{C1}^{(2)} = C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T - T_n}, \end{cases} \quad (3)$$

де ΔI_1 , ΔU_{C1} – приріст струму індуктора $L1$ та напруги на конденсаторі $C1$ на інтервалах комутації; I_1 – середній струм індуктора на періоді комутації T ; $I_{C1}^{(2)}$ – середній струм конденсатора на інтервалі віддачі енергії; U_{C1} – середня напруга конденсатора на періоді комутації; T_n – тривалість інтервалу накопичення.

Перетворимо систему (3) у рівняння з відносними змінними. Для цього перепишемо всі члени системи відносно величини вихідної напруги U_n та величини вихідного струму I_n . Введемо також наступні позначення: $\gamma = T_n/T$ – відносна тривалість інтервалу накопичення енергії – відкритого стану керованого ключа (відносна тривалість комутації); $\tau_1^* = L1/R_n T$ – відносна постійна часу контуру з елементами $L1$ і R_n ; $\tau_{C1}^* = C1 R_n / T$ – відносна постійна часу контуру з елементами $C1$ і R_n . Позначимо також відносні змінні: приросту струму індуктора $\Delta I_1^* = \Delta I_1 / I_n$, середнього струму індуктора $I_1^* = I_1 / I_n$, приросту напруги конденсатора $\Delta U_{C1}^* = \Delta U_{C1} / U_n$, середньої напруги на конденсаторі $U_{C1}^* = U_{C1} / U_n$, відношення вхідної та вихідної напруги $U_{II}^* = U_{\text{вх}} / U_n$. У такому разі система в базисі відносних змінних матиме вигляд

$$\begin{cases} \tau_1^* \frac{\Delta I_1^*}{\gamma} = U_{II}^*, \\ \tau_{C1}^* \frac{\Delta U_{C1}^*}{\gamma} = U_{II}^* + U_{C1}^*, \\ \tau_1^* \frac{\Delta I_1^*}{1 - \gamma} = U_{C1}^*, \\ I_1^* = \frac{\tau_{C1}^* \Delta U_{C1}^*}{(1 - \gamma)}. \end{cases} \quad (4)$$

Розв'язуючи отриману систему алгебраїчних рівнянь (4), запишемо параметри процесів у понижувально-підвищувальному неінвертуючому перетворювачі для режиму ССМ

$$\Delta I_1^* = \Delta I_1 / I_H = (1 - \gamma) / \tau_1^*, \quad I_1^* = I_1 / I_H = 1 / (1 - \gamma), \quad \Delta U_{C1}^* = \Delta U_{C1} / U_H = 1 / \tau_{C1}^*,$$

$$U_{C1}^* = U_{C1} / U_H = 1, \quad U_H^* = U_{вх} / U_H = (1 - \gamma) / \gamma. \quad (5)$$

Запишемо отримані результати (5) в абсолютних величинах, враховуючи, що прирости на періоді комутації струму індуктора та напруги на конденсаторі дорівнюють пульсації цих величин

$$\Delta I_1 = \gamma U_{вх} / (\tau_1^* R_H), \quad I_1 = \gamma U_{вх} / ((1 - \gamma)^2 R_H), \quad \Delta U_{C1} = \gamma U_{вх} / ((1 - \gamma) \tau_{C1}^*), \quad U_{C1} = \gamma U_{вх} / (1 - \gamma). \quad (6)$$

Запишемо величину середньої напруги на навантаженні

$$U_H = \gamma U_{вх} / (1 - \gamma), \quad (7)$$

а величини пульсації вихідної напруги відповідно

$$U_{pH} = U_{вх} / (1 - \gamma). \quad (8)$$

В такому разі коефіцієнт пульсації вихідної напруги перетворювача по схемі рис. 1, б розраховується згідно виразу

$$K_{pH} = U_{pH} / U_H = 1 / \gamma. \quad (9)$$

Система математичних співвідношень (4)–(6), (9) являє собою математичну модель елементарного неінвертуючого понижувально-підвищувального перетворювача рис. 1, б, яка описує параметри процесів у ньому. З виразу (9) випливає, що у всьому діапазоні комутації коефіцієнт пульсації вихідної напруги понижувально-підвищувального неінвертуючого перетворювача рис. 1, б завжди сягає величин більше ніж 100% незалежно від параметрів реактивних елементів, що є неприйнятним для його використання у більшості застосувань. Проте, ця топологія перетворювача є стартовою для подальшого удосконалення процесів.

Дослідимо процеси у перетворювачі по схемі рис. 1, в (РО Luo перетворювачі), яка набуває такої конфігурації у разі використання додаткового вихідного L2C2-фільтра в схемі рис. 1, б. Еквівалентні схеми заміщення даного РО Luo перетворювача на інтервалах роботи зображено на рис. 3. Режиму безперервної провідності (CCM – continuous conduction mode) відповідає схема рис. 3, а (інтервал накопичення енергії) та схема рис. 3, б (інтервал віддачі енергії). Режиму переривчастої провідності (DCM – discontinuous conduction mode) відповідають схеми рис. 3, а, рис. 3, б та рис. 3, в (інтервал відсікання енергії, коли всі перемикаючі елементи закриті).

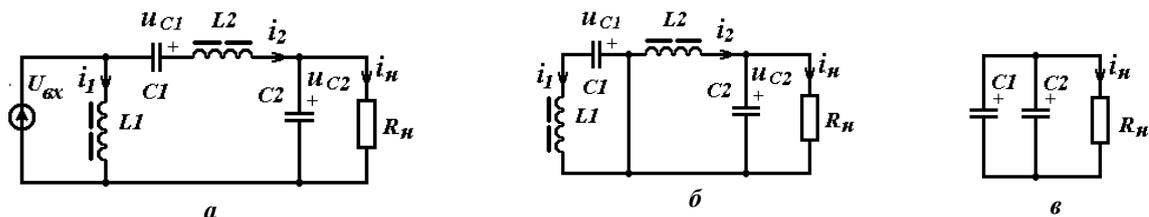


Рис. 3

Діаграми процесів у РО Luo перетворювачі зображено на рис. 4 та відповідають вказаним режимам: ССМ (рис. 4, а) та DCM (рис. 4, б).

На діаграмах показано часові залежності струмів індукторів i_1 , i_2 , струму вихідного конденсатора i_{C2} та напруги на вихідному конденсаторі u_{C2} , а також струму діода i_{VD1} . На діаграмах позначено: T_H – тривалість інтервалу накопичення енергії в індукторі; T_e – тривалість інтервалу віддачі енергії; $T_{вс}$ – тривалість інтервалу відсікання енергії; S_C , S_D – позначення задля визначення ампер-секундних площ струмів вихідного конденсатора у розрахунку пульсацій вихідної напруги перетворювача у відповідних режимах ССМ, DCM.

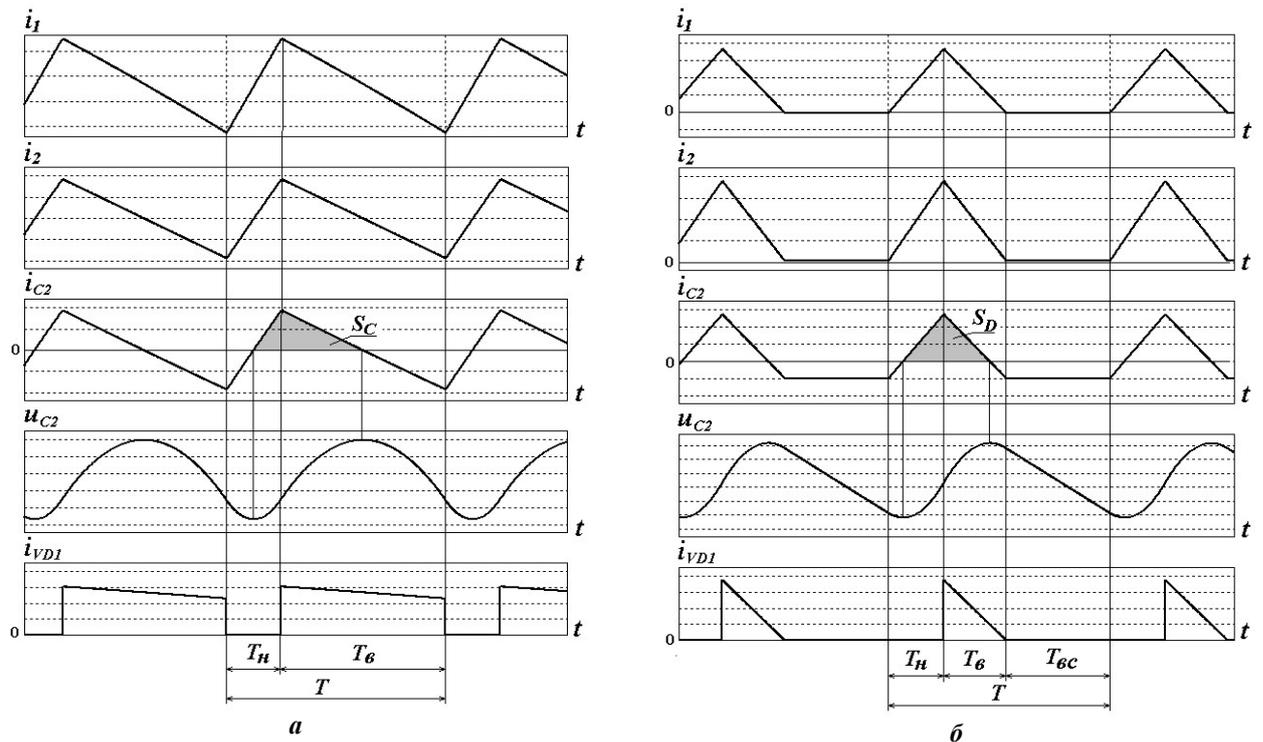


Рис. 4

Запишемо відповідно до еквівалентних схем заміщення системи диференціальних рівнянь, що описують процеси в перетворювачі на інтервалах накопичення та віддачі енергії індуктором в режимі ССМ

$$\left\{ \begin{array}{l} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{di_1}{dt} + u_{C1} = L2 \frac{di_2}{dt} + u_{C2}, \\ C1 \frac{du_{C1}}{dt} = i_2, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} L1 \frac{di_1}{dt} = u_{C1}, \\ L2 \frac{di_2}{dt} = u_{C2}, \\ C1 \frac{du_{C1}}{dt} = i_1. \end{array} \right. \quad (10)$$

Перейдемо до системи алгебраїчних рівнянь відносно приростів незалежних функцій на інтервалах комутації та їхніх середніх значень, використовуючи метод усереднення на основі теорем Лагранжа до отриманих диференціальних рівнянь (10)

$$\left\{ \begin{array}{l} L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} + U_{C1} = L2 \frac{\Delta I_2}{T_n} + U_{C2}, \\ C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T_n} = I_2, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T - T_n} = U_{C1}, \\ L2 \frac{\Delta I_2}{T - T_n} = U_{C2}, \\ C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T - T_n} = I_1, \end{array} \right. \quad (11)$$

де $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta U_{C1}$ – прирости струмів індукторів $L1, L2$ та напруги на конденсаторі $C1$ на інтервалах комутації, I_1, I_2 – середні струми індукторів на періоді комутації T ; U_{C1}, U_{C2} – середні напруги на конденсаторах $C1, C2$ на періоді комутації.

В результаті розв’язання даної системи алгебраїчних рівнянь з урахуванням співвідношення $I_2 = U_{\text{вх}}/R_n$ та раніше прийнятих позначень запишемо наступні вирази в базисі відносних змінних для параметрів процесів у РО Luo перетворювачі в режимі ССМ:

$$\Delta I_1^* = \Delta I_1/I_n = (1-\gamma)/\tau_1^*, I_1^* = I_1/I_n = \gamma/(1-\gamma), \Delta I_2^* = \Delta I_2/I_n = (1-\gamma)/\tau_2^*, I_2^* = I_2/I_n = 1, \quad (12)$$

$$\Delta U_{C1}^* = \Delta U_{C1}/U_{C2} = \gamma/\tau_{C1}^*, U_{C1}^* = U_{C1}/U_{C2} = 1, U_{\text{вх}}/U_n = (1-\gamma)/\gamma,$$

де $\tau_2^* = L2/R_n T$.

У базисі абсолютних значень отримані вирази для параметрів процесів виглядають наступним чином:

$$\Delta I_1 = \gamma U_{\text{вх}}/(\tau_1^* R_n), \quad I_1 = \gamma^2 U_{\text{вх}}/((1-\gamma)^2 R_n), \quad \Delta I_2 = \gamma U_{\text{вх}}/(\tau_2^* R_n), \quad I_2 = \gamma U_{\text{вх}}/((1-\gamma) R_n), \quad (13)$$

$$\Delta U_{C1} = \gamma U_{\text{вх}}/((1-\gamma)\tau_{C1}^*), \quad U_{C1} = \gamma U_{\text{вх}}/(1-\gamma), \quad U_n = U_{C2} = \gamma U_{\text{вх}}/(1-\gamma).$$

Отримані співвідношення (12), (13) є математичною моделлю перетворювача за схемою рис. 1, в, які дають змогу перейти до розрахунку пульсації вихідної напруги у режимі ССМ. Пульсацію вихідної напруги $U_{pn} = U_{pC2}$ визначимо, використовуючи ампер-секундну площу струму i_{C2} заряду конденсатора $C2$ на ділянці напівперіоду комутації перетворювача (рис. 4, а, площа фігури S_C помічена сірим кольором та обмежена функцією струму i_{C2}). У такому разі пульсація напруги конденсатора $C2$ та вихідна напруга визначаються таким чином:

$$U_{pC2} = \frac{1}{C2} \int_0^{T/2} i_{C2} dt = \frac{S_C}{C2}, \quad \text{де } S_C = \frac{\Delta I_2 T}{8}.$$

Тому, використовуючи формулу для визначення приросту струму ΔI_2 з виразів (13), отримаємо співвідношення для розрахунку пульсації вихідної напруги РО Luo перетворювача у режимі ССМ

$$U_{pn} = \frac{\gamma T^2 U_{\text{вх}}}{8L2C2}. \quad (14)$$

Коефіцієнт пульсації вихідної напруги запишемо у наступному вигляді:

$$K_{pn} = \frac{U_{pn}}{U_n} = \frac{(1-\gamma)^2}{8L2C2}. \quad (15)$$

Розглянемо залежність параметрів РО Luo перетворювача, що визначає границю між режимами ССМ та DCM. Умовою існування режиму ССМ є перевищення середнім значенням струму I_{VD} діода $VD1$ на інтервалі віддачі енергії половини величини його приросту ΔI_{VD} на цьому інтервалі. Враховуючи те, що середній струм діода $VD1$ на зазначеному інтервалі дорівнює сумі середніх струмів індукторів I_1 та I_2 , а приріст струму діода дорівнює сумі приростів струмів індукторів ΔI_1 та ΔI_2 , запишемо вираз для граничного стану між ССМ та DCM

$$I_1 + I_2 = \frac{\Delta I_1 + \Delta I_2}{2}.$$

Підставляючи у даний вираз значення параметрів з формул (13), отримаємо в кінцевому варіанті функціональну залежність граничної величини відносної постійної часу τ_{eb}^* РО Luo перетворювача у діапазоні комутації γ , зменшення якої призводить до появи режиму DCM

$$\tau_{eb}^* = \frac{L_e}{R_n T} = \frac{(1-\gamma)^2}{2}, \quad \text{де } L_e = \frac{L1L2}{L1+L2}. \quad (16)$$

Розглянемо процеси РО Luo перетворювача у режимі DCM. Під час аналізу замінимо конденсатори $C1, C2$ відповідними джерелами постійної напруги U_{C1} та U_{C2} , припускаючи, що пульсації напруги на цих конденсаторах є нехтувано малими в порівнянні з їхніми середніми

значеннями. Це припущення є необхідним задля спрощення застосування метода усереднення для аналізу через неоднаковість приростів напруги на конденсаторах на інтервалах комутації для заміни їх однією незалежною змінною на періоді комутації (рис. 4, б). Застосований у даному аналізі метод усереднення на основі теорем Лагранжа доступний для процесів з однаковими приростами функцій та їхніми середніми значеннями на інтервалах. Тому, необхідну величину пульсації вихідної напруги, що дорівнює пульсації напруги на вихідному конденсаторі C_2 , знайдемо застосовуючи визначення ампер-секундної площі струму вихідного конденсатора.

Диференціальні рівняння, що описують процеси у РО Люо перетворювачі у режимі DCM, виглядають наступним чином:

$$\text{інтервал накопичення} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{di_1}{dt} + U_{C1} = L2 \frac{di_2}{dt} + U_{C2}, \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{інтервал віддачі} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{C1}, \\ L2 \frac{di_2}{dt} = U_{C2}. \end{cases} \quad (18)$$

Застосовуючи метод усереднення на основі теорем Лагранжа до отриманих диференціальних рівнянь (17) та (18), отримаємо систему алгебраїчних рівнянь, доповнюючи її співвідношенням про середній струм навантаження, що дорівнює середньому струму діода $VD1$ на інтервалі віддачі тривалістю T_g . Це робить систему алгебраїчних рівнянь повною для отримання єдиного розв'язку

$$\begin{cases} L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} + U_{C1} = L2 \frac{\Delta I_2}{T_n} + U_{C2}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T_g} = U_{C1}, \\ L2 \frac{\Delta I_2}{T_g} = U_{C2}, \\ \frac{(\Delta I_1 + \Delta I_2) T_g}{2T} = \frac{U_{C2}}{R_n}. \end{cases} \quad (19)$$

Розв'язком системи (19) є наступні вирази, які дають змогу розрахувати пульсаційні та середні складові процесів у РО Люо перетворювачі у режимі DCM у відносному та абсолютному вимірах відповідно

$$\Delta I_1^* = \Delta I_1 / I_n = \sqrt{2\tau_e^* / \tau_1^*}, \quad \Delta I_2^* = \Delta I_2 / I_n = \sqrt{2\tau_e^* / \tau_2^*}, \quad U_{\text{вх}} / U_{C1} = U_{\text{вх}} / U_{C2} = \sqrt{2\tau_e^*} / \gamma, \quad (20)$$

$$\Delta I_1 = \gamma U_{\text{вх}} / (\tau_1^* R_n), \quad \Delta I_2 = \gamma U_{\text{вх}} / (\tau_2^* R_n), \quad U_{C1} = U_{C2} = \gamma U_{\text{вх}} / \sqrt{2\tau_e^*}, \quad T_g = T \sqrt{2\tau_e^*}. \quad (21)$$

Пульсацію вихідної напруги перетворювача РО Люо визначимо, враховуючи ампер-секундну площу струму конденсатора C_2 за його позитивних значеннях (фігура з площею S_D , що обмежується струмом i_{C2} , відмічена сірим кольором рис. 4, б)

$$S_D = \frac{(\Delta I_2 - \Delta I_n)(T_n - T_1 + T_2)}{2}, \quad \text{де } T_1 = \frac{I_n T_n}{\Delta I_2}, \quad T_2 = \frac{(\Delta I_2 - I_n) T_g}{\Delta I_2}.$$

Використовуючи знайдені в (21) співвідношення, розрахуємо остаточно величину пульсації вихідної напруги перетворювача РО Люо в режимі DCM

$$U_{pH} = \frac{1}{C2} \int_{T_1}^{T_2} i_{C2} dt = \frac{S_D}{C2}$$

або у завершеному вигляді

$$U_{pH} = \frac{U_{вх} T^2 \gamma}{2L2C2} \left(1 - \frac{\tau_2^*}{\sqrt{2\tau_2^*}} \right)^2 \sqrt{2\tau_2^*} \quad (22)$$

та коефіцієнт пульсації вихідної напруги

$$K_{pH} = \frac{U_{pH}}{U_H} = \frac{T^2 \sqrt{\tau_2^*} \tau_e^*}{L2C2} \left(1 - \frac{\tau_2^*}{\sqrt{2\tau_2^*}} \right)^2. \quad (23)$$

Отримані співвідношення (20) – (23) є математичною моделлю перетворювача РО Luo в режимі DCM.

Таким чином, з використанням методу усереднення на основі теорем Лагранжа отримано прості математичні моделі (аналітичні співвідношення) для розрахунку пульсаційних та середніх значень струмів та напруги перетворювача РО Luo в режимах безперервної та переривчастої провідності. Це надає можливість розрахувати графічні залежності величини пульсації та коефіцієнта пульсації вихідної напруги перетворювача РО Luo в діапазоні комутації для вказаних режимів (рис. 5 а та 5, б відповідно). Вказані залежності розраховані для значень $U_{вх} = 300$ В, $L1 = 2$ мГн, $L2 = 2$ мГн, $C1 = 10$ мкФ, $C2 = 50$ мкФ, $T = 50$ мкс. Точками «1» та «2» на рис. 5, а, б виділено граничні значення відносної тривалості інтервалу накопичення енергії γ_b , що відповідають переходу між режимами ССМ та DCM у відповідності до співвідношення (16): $\gamma_b(\langle 1 \rangle) = 0,553$ за $\tau_2^* = 0,2$, $\gamma_b(\langle 2 \rangle) = 0,225$ – за $\tau_2^* = 0,6$. Достовірність результатів розрахунків підтверджено за допомогою імітаційного моделювання процесів у перетворювачі в указаних режимах з використанням пакету PSim. В табл. 1 наведено результати розрахунку за розробленими аналітичними співвідношеннями (АМ) і за допомогою імітаційного моделювання (ІМ) для декількох значень γ в діапазоні комутації при значенні $\tau_2^* = 0,2$.

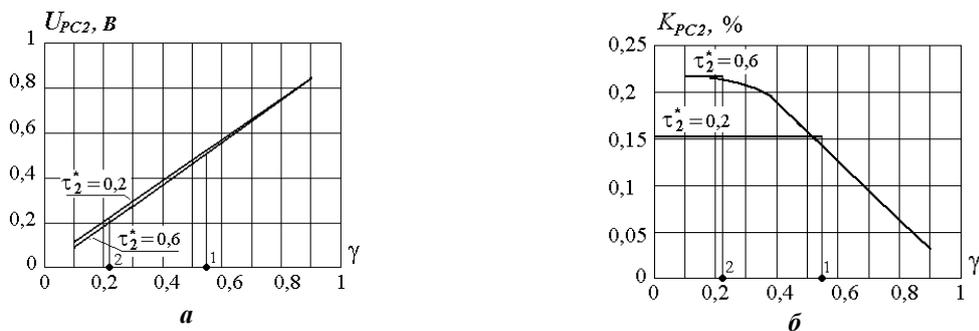


Рис. 5

Таблиця 1

| γ | 0,1 | | 0,3 | | 0,5 | | 0,7 | | 0,9 | |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|-------|-------|
| | АМ | ІМ | АМ | ІМ | АМ | ІМ | АМ | ІМ | АМ | ІМ |
| U_{pC2} , В | 0,111 | 0,11 | 0,33 | 0,33 | 0,554 | 0,493 | 0,656 | 0,658 | 0,845 | 0,847 |
| U_{C2} , В | 67,082 | 67,078 | 201,25 | 201,27 | 335,41 | 335,65 | 700,0 | 700,64 | 2700 | 2702 |
| K_{pC2} , % | 0,154 | 0,153 | 0,154 | 0,153 | 0,154 | 0,142 | 0,093 | 0,093 | 0,031 | 0,031 |

Розбіжність результатів розрахунків за двома вказаними способами в режимі ССМ не перевищує 1% за винятком області поблизу граничних значень γ стосовно залежностей для коефіцієнтів пульсації вихідної напруги, де вона вище та обумовлена прийнятими припущеннями під час розробки математичної моделі перетворювача в режимі DCM. Проте, ця розбіжність поблизу границі між режимами є не суттєвою на фоні доволі низьких значень коефіцієнтів пульсації на рівні

менше 0,5 %, не суперечить основним тенденціям їх змінення та стосується лише вказаного параметра. Решта параметрів процесів розраховується за розробленими співвідношеннями з розбіжністю також не більше 1% в порівнянні з імітаційним моделюванням.

В табл. 2 подано результати розрахунку для декількох з режимів, досліджених під час виконання роботи. В режимі ССМ використовувалося значення $R_H = 10$ Ом, в режимі DCM – $R_H = 100$ Ом за вказаної вище решті значень індуктивностей та ємностей елементів, вхідної напруги та періоду комутації перетворювача.

Таблиця 2

| Параметр | АМ | ІМ | Відносна різниця, % | |
|----------|--------------------|--------|---------------------|-----|
| ССМ | $\Delta I_1, A$ | 1,875 | 1,86 | 0,8 |
| | $\Delta I_2, A$ | 1,875 | 1,86 | 0,8 |
| | $\Delta U_{c1}, B$ | 12,5 | 12,46 | 0,3 |
| | I_1, A | 3,33 | 3,35 | 0,6 |
| | I_2, A | 10 | 10 | 0 |
| | U_{c1}, B | 100 | 99,7 | 0,3 |
| | U_{c2}, B | 100 | 99,7 | 0,3 |
| DCM | $\Delta I_1, A$ | 1,875 | 1,86 | 0,8 |
| | $\Delta I_2, A$ | 1,875 | 1,86 | 0,8 |
| | U_{c1}, B | 118,58 | 118,58 | 0 |
| | U_{c2}, B | 118,58 | 118,58 | 0 |
| | $T_s, мкс$ | 31,62 | 31,3 | 1,0 |

Проаналізуємо процеси у перетворювачі РО Luo та дослідимо ефект зменшення пульсацій вихідної напруги в цьому пристрої у порівнянні з базовою схемою рис. 1, а за рахунок фільтра $L2C2$ за однакових $L1C1$. Для цього розглянемо співвідношення величини пульсації вихідної напруги та її коефіцієнта пульсації R_p з урахуванням розроблених аналітичних співвідношень в режимі ССМ. Згідно результатів роботи [11] величина пульсації вихідної напруги у базовій схемі інвертуючого перетворювача дорівнює

$$U_{pC1}^{bb} = \frac{\gamma^2 U_{вх} T}{(1-\gamma) C1^{bb} R_H}, \text{ де } C1^{bb} \text{ – ємність вихідного конденсатора.}$$

Використовуючи вираз (14) для пульсації вихідної напруги РО Luo перетворювача, запишемо співвідношення R_p

$$R_p = \frac{U_{pC1}^{bb}}{U_{pC2}^{po}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \cdot \frac{8L2C2}{C1^{bb} R_H T},$$

де U_{pC2}^{po} – величина пульсації вихідної напруги РО Luo перетворювача.

Вважаючи, що величини ємностей вихідних конденсаторів у перетворювачах дорівнюють одна одній $C1^{bb} = C2$, запишемо остаточне співвідношення

$$R_p = \gamma(1-\gamma)^{-1} \cdot 8\tau_2^*. \quad (24)$$

Слід додати, що отриманий вираз (24) має такий самий вигляд і для співвідношення коефіцієнтів пульсацій вихідної напруги.

Графічне зображення даних залежностей R_p подано на рис. 6, а за різних значень τ_2^* .

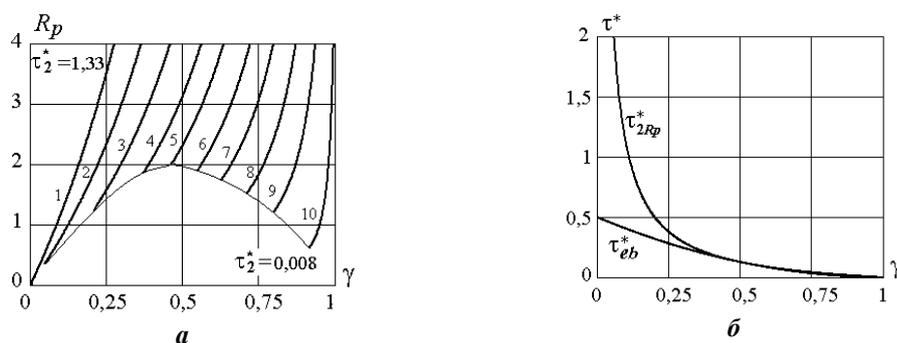


Рис. 6

Відповідність величин постійної часу τ_2^* до номеру графіків вказана в табл. 3.

У табл. 3 подано також граничні величини відносної тривалості комутації γ_b між режимами ССМ і DCM, а також величини співвідношення R_p в граничних точках γ_b для відповідної величини τ_2^* . На рис. 6, б показано графічну залежність $\tau_{2Rp}^* = (1-\gamma)/(8\gamma)$, яка відповідає значенням τ_2^* , коли

співвідношення R_p дорівнює одиниці, та графік граничних значень τ_{eb}^* в діапазоні комутації γ між режимами CCM та DCM.

Таблиця 3

| Номер графіка | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| R_u | 30 | 45 | 66,7 | 100 | 135 | 200 | 300 | 500 | 1000 | 5000 |
| γ_b | - | 0,06 | 0,22 | 0,37 | 0,46 | 0,55 | 0,63 | 0,71 | 0,8 | 0,91 |
| τ_2^* | 1,33 | 0,89 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,13 | 0,08 | 0,04 | 0,008 |
| R_{pb} | - | 0,43 | 1,4 | 1,86 | 1,98 | 1,97 | 1,85 | 1,62 | 1,28 | 0,65 |

Аналіз залежностей рис. 6, а показує, що в схемі PO Luo перетворювача за рахунок додаткової ланки $L2C2$ фільтра зменшується величина пульсації вихідної напруги у порівнянні з базовою схемою інвертуючого перетворювача в десятки разів в діапазоні від $\tau_2^* = 0,04$ до $\tau_2^* = 0,6$ в режимі CCM за однакових величинах вихідних ємностей $C1^{bb} = C2$. Розрахунки показали, що в режимі DCM співвідношення вихідних пульсацій напруги у вказаних перетворювачах дорівнює одиниці.

Таким чином проілюстровано, що заміна місцями елементів $C1$, $VD1$ у базовій buck-boost топології III та введення додаткового фільтра $L2C2$ за однакових величинах вихідних ємностей $C1^{bb} = C2$ призводить до суттєвих змін у властивостях перетворювача у разі збереження характеру регулювальної характеристики, яка відображає buck-boost технологію перетворення:

- відсутності інвертування вихідної напруги;
- зменшення пульсацій вихідної напруги в десятки разів в широкому діапазоні значень $L2$ в режимі CCM.

Висновки.

1. Розроблено нові математичні моделі для розрахунку неінвертуючих понижувально-підвищувальних перетворювачів постійної напруги за елементарною топологією та за топологією PO Luo в режимах безперервної та переривчастої провідності, які сприяють спрощенню розрахунків перетворювачів відносно існуючих методів розрахунку та дають можливість реалізувати необхідні вихідні параметри перетворювачів за заданих обмеженнях на величини пульсацій на реактивних елементах.

Отримано аналітичну та графічну залежності граничних значень параметрів PO Luo перетворювача у повному діапазоні комутації між режимами CCM та DCM, що дає можливість обґрунтовано обирати його параметри на стадії проектування.

З огляду на відсутність подібних результатів у відомих сучасних наукових працях, отримані в даній роботі аналітичні співвідношення та моделі обумовлюють їхню наукову новизну та практичну цінність.

2. Продемонстровано вплив змінення топології перетворювача на основі buck-boost технології перетворення від базового інвертуючого до неінвертуючого типу з покращеною фільтрацією вихідної напруги (PO Luo перетворювача) на його властивості. Дана топологія PO Luo перетворювача сприяє більшому застосуванню перетворювачів з buck-boost технологією в задачах, коли інвертування вихідної напруги є небажаним або зайвим.

Розраховано діапазон зменшення пульсацій вихідної напруги PO Luo перетворювача відносно базової топології при збереженні рівності величин ємностей вихідних конденсаторів. Отриманий результат порівняння пульсацій вихідної напруги перетворювачів є корисним під час їхнього проектування завдяки можливості кількісного прогнозування впливу вихідного фільтра на величину пульсацій.

Роботу виконано за держбюджетною темою "Розвиток теорії та принципів побудови енергоєфективних високочастотних напівпровідникових перетворювачів модульної структури для потужних систем живлення електротехнологічного обладнання з нестационарним навантаженням" (Джерело-4), державний реєстраційний номер роботи 0124U00039. КПКВК 6541030.

1. Luo F.L., Ye H. Power Electronics. Advanced Conversion Technologies, Second Edition. Taylor & Francis, 2020. 707 p.
2. Siddharthan N., Balasubramanian B. Performance evaluation of SEPIC, Luo and ZETA converter. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2019. Vol. 10. No 1. Pp. 374-380. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v10.i1.pp374-380>.
3. Forouzesh M., Siwakoti Y.P., Gorji S.A., Blaabjerg F., Lehman B. Step-up DC–DC converters: a comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2017. Vol. 32. No 12. Pp. 9143-9178. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2017.2652318>.
4. Ibrahim A. Performance evaluation of PI controller for positive output Luo converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System*. 2020. Vol. 11. No 4. Pp. 1816-1825. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v11.i4.pp1816-1825>.
5. Bright S.J.V., Ramkumar S., Anand H. Positive output elementary Luo converter for fixed-frequency ZVS operation. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*. 2017. Vol. 65. No 2. Pp. 255-262. DOI: <https://doi.org/10.1515/bpasts-2017-0029>.
6. Banaei M.R., Bonab H.A.F. A High Efficiency Nonisolated Buck–Boost Converter Based on ZETA Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020. Vol. 67. No 3. Pp. 1991-1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2019.2902785>.
7. Bindi M., Corti F., Grasso F., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M.C. Failure Prevention in DC–DC Converters: Theoretical Approach and Experimental Application on a Zeta Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2023. Vol. 70. No 1. Pp. 930-939. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2022.3153827>.
8. Oommen S., Ballaji A., Ankaiah B., Ananda M.H. Zeta Converter Simulation for Continuous Current Mode Operation. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. 2019. Vol. 10. No 1. Pp. 243-248. DOI: <https://doi.org/10.34218/IJARET.10.1.2019.024>.
9. Жуйков В.Я., Денисюк С.П., Мельничук Г.В. Моделивання систем з перетворювачами електроенергії з циклічно-змінюваними параметрами. Київ: Наш формат, 2018. 165 с.
10. Руденко Ю.В. Способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 3. С. 42-48. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.042>.
11. Руденко Ю.В., Мартинов Д.В. Розрахунок інвертуючого перетворювача постійної напруги з урахуванням режимів роботи методом усереднення. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. 2025. Вип. 70. С. 58-69. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.70.058>.
12. Руденко Ю.В. Розрахунок перетворювачів постійної напруги в режимах переривчастої провідності з використанням метода усереднення на основі теорем Лагранжа. *Технічна електродинаміка*. 2023. № 4. С. 19-25. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.19>.

ANALYSIS OF NON-INVERTING DC VOLTAGE BUCK-BOOST CONVERTERS USING THE AVERAGING METHOD

Yu.V. Rudenko

**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.**

E-mail: rudenko@ied.org.ua.

The processes in non-inverting DC-DC buck-boost converters were investigated: using the elementary topology and the positive output Luo topology (PO Luo converter). Using the averaging method based on Lagrange theorems, analytical models and expressions have been developed for calculating and analyzing the average, pulsating components of processes in converters, including output voltage pulsations in continuous and discontinuous conduction modes across the entire switching range. The developed analytical models allow us to refine and simplify the calculation of processes in converters relative to existing calculation methods. Analytical conditions have been developed that allow predicting the degree of reduction in output voltage ripple in the PO Luo converter compared to the base circuit. Analytical and graphical dependence on the limiting values of the parameters of PO Luo converter in full commutation range between CCM and DCM modes was obtained, which makes it possible to reasonably choose its parameters at the design stage. The results of simulation modeling of processes in the PO Luo converter confirmed the correctness of the developed analytical relationships. The discrepancy between the results of process calculations according to the developed analytical models and simulation modeling does not exceed 1%. References 12, figures 6, tables 3.

Key words: buck-boost converter, positive output Luo converter (PO Luo converter), output voltage ripple, state space averaging method.

1. Luo F.L., Ye H. Power Electronics. Advanced Conversion Technologies, Second Edition. Taylor & Francis, 2020. 707 p.
2. Siddharthan N., Balasubramanian B. Performance evaluation of SEPIC, Luo and ZETA converter. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2019. Vol. 10. No 1. Pp. 374-380. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v10.i1.pp374-380>.
3. Forouzesh M., Siwakoti Y.P., Gorji S.A., Blaabjerg F., Lehman B. Step-up DC–DC converters: a comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2017. Vol. 32. No 12. Pp. 9143-9178. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2017.2652318>.
4. Ibrahim A. Performance evaluation of PI controller for positive output Luo converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System*. 2020. Vol. 11. No 4. Pp. 1816-1825. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v11.i4.pp1816-1825>.
5. Bright S.J.V., Ramkumar S., Anand H. Positive output elementary Luo converter for fixed-frequency ZVS operation. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*. 2017. Vol. 65. No 2. Pp. 255-262. DOI: <https://doi.org/10.1515/bpasts-2017-0029>.
6. Banaei M.R., Bonab H.A.F. A High Efficiency Nonisolated Buck–Boost Converter Based on ZETA Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020. Vol. 67. No 3. Pp. 1991-1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2019.2902785>.
7. Bindi M., Corti F., Grasso F., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M.C. Failure Prevention in DC–DC Converters: Theoretical Approach and Experimental Application on a Zeta Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2023. Vol. 70. No 1. Pp. 930-939. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2022.3153827>.
8. Oommen S., Ballaji A., Ankaiah B., Ananda M.H. Zeta Converter Simulation for Continuous Current Mode Operation. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. 2019. Vol 10. No 1. Pp. 243-248. DOI: <https://doi.org/10.34218/IJARET.10.1.2019.024>.
9. Zhuikov V.Ya., Denisyuk S.P., Melnichuk G.V. Modeling of systems with power converters with cyclically changing parameters. Kyiv: Nash Format, 2018. 165 p. (Ukr)
10. Rudenko Yu.V. Mode of averaging of pulse DC converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 3. Pp. 42-48. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.042>. (Rus)
11. Rudenko Yu.V., Martynov D.V. Calculation of the buck-boost dc converter taking into account the operation modes by averaging method. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2025. Vyp. 70. Pp. 58-64. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.70.058>. (Ukr)
12. Rudenko Yu.V. Calculation of DC converters in discontinuous conduction mode using the averaging method based on Lagrange theorem. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2023. No 4. Pp. 19-25. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.19>. (Ukr)

Надійшла 02.07.2025
 Прийнята 23.10.2025