

АНАЛІТИЧНА НЕЛІНІЙНО-ІМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ ЕКВІВАЛЕНТНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ОПОРУ ШАРУ МЕТАЛЕВИХ ГРАНУЛ**Н.А. Шидловська***, чл.-кор. НАН України, **С.М. Захарченко****, докт. техн. наук

Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: shydlovska@ied.org.ua, snzakhar@ukr.net

В результаті оброблення даних експериментів створено аналітичну безперервну нелінійно-імовірнісну модель еквівалентного електричного опору шару металевих гранул в робочій рідині. Вона описується чотирма рівняннями: модифікованого розподілу Гауса та залежностями від миттєвих значень розрядного струму у шарі металевих гранул математичного сподівання, дисперсії і коефіцієнта корекції діапазону його еквівалентного електричного опору. Виходячи з вигляду отриманих у ході експериментів залежностей та фізики процесів, які при цьому відбуваються, розглянуто дві основні групи аналітичних функцій, які апроксимують отримані залежності. Описано критерії та методик пошуку оптимальних значень їхніх коефіцієнтів. Досліджено адекватність апроксимації кожної з трьох отриманих залежностей кількома аналітичними функціями, оптимальні значення коефіцієнтів яких знайдено за описаною методикою. Проведено порівняння аналітичних функцій, що апроксимують залежність математичного сподівання еквівалентного електричного опору шару металевих гранул від миттєвих значень розрядного струму в ньому, з відомими нелінійними моделями опору такого середовища. Бібл. 30, рис. 3, таблиць 3.

Ключові слова: розподіл опору, нелінійно-імовірнісна модель, розрядний струм, іскроерозійна обробка, шар металевих гранул

Вступ. Іскро- та плазмоерозійна обробка шарів металевих гранул (ШМГ) в робочих рідинах є основою чотирьох основних груп технологічних процесів. До першої відноситься виробництво мікродисперсних порошків металів і сплавів із спеціальними властивостями: тугоплавких і жароміцних [1], з магнітною [2] і температурною [3] пам'яттю форми, з аморфною [4] та аморфно-кристалічною структурою [5], з гігантським магніторезистивним ефектом [6], магнітом'яких [7], воденьсорбуючих, надтвердих [8], корозійно стійких [9] та ін. [10–12]. До другої – іскрове плазмове або електророзрядне спікання під тиском мікророзмірних порошків металів і сплавів в композитах, кераміках та інших гетерогенних середовищах [13]. До третьої – виробництво гідроксидів, утворюючих коагулянт металів (*Al* та *Fe*) для очищення [14, 15] і знезараження [16] природних вод та промислових скидів. До четвертої – виробництво стійких до седиментації нанодисперсних гідрозолей біологічно активних металів (*Ag*, *Cu*, *Zn*, *Fe*, *Mg*, *Mn*, *Mo*, *Co*) [17] для застосування у рослинництві [18] і тваринництві [19].

Для розрахунку параметрів і оптимізації режимів цих процесів дуже важливим є моделювання перехідних електромагнітних процесів у розрядно-імпульсних системах (РІС), навантаженням яких є розрядні камери, що містять ШМГ, занурені у робочі рідини. Найскладнішим елементом моделей таких систем є моделі електричних параметрів ШМГ.

Еволюція моделей електричних параметрів ШМГ відбувалася наступним чином. На її першому етапі електричні параметри ШМГ представлялися виключно активним опором, величина якого не змінювалася, принаймні протягом тривалості одного розрядного імпульсу. Звісно, навіть на ранніх етапах створення таких моделей було відомо, що миттєві значення еквівалентного електричного опору (ЕЕО) ШМГ змінюються протягом тривалості розрядних імпульсів, але на той час математичні описи цих залежностей у відкритих публікаціях не зустрічалися. Для опису ЕЕО використовувалися усереднені протягом тривалості τ синхронних імпульсів струму в ШМГ $i(t)$ та

напруги на ньому $u(t)$ значення: $\bar{R} = \int_0^{\tau} u(t) \cdot i(t) dt / \int_0^{\tau} i^2(t) dt$ [1]. Також використовувалися інші форми

представлення середнього значення ЕЕО ШМГ: $\bar{R}_1 = (1/\tau) \cdot \int_0^{\tau} (u(t)/i(t)) dt$, $\bar{R}_2 = \int_0^{\tau} u(t) dt / \int_0^{\tau} i(t) dt$ [20, 21].

Створення аналітичних моделей залежностей середніх протягом розрядного імпульсу значень ЕЕО ШМГ від амплітуд імпульсів напруги на них, струму в них або початкових умов на реактивних елементах вихідного кола РІС для конкретних технологічних процесів дозволило значно підвищити точність розрахунків не лише енергетичних, а і динамічних параметрів розрядних імпульсів у разі зміни початкових умов на реактивних елементах вихідних кіл РІС в широких межах [22].

На другому етапі еволюції з'явилися так звані нелінійні моделі опору, в яких аналітично описувалися залежності від розрядного струму або прикладеної напруги миттєвих значень активної складової ЕЕО ШМГ [20, 21, 23]. Подальший розвиток нелінійних моделей призвів до урахування різних значень опору на передньому і задньому фронтах імпульсів розрядних струмів за одних і тих самих значень струму шляхом зміни значень коефіцієнтів аналітичних функцій для різних фронтів імпульсів [24, 25]. Аналітичні моделі, які описують залежності цих коефіцієнтів від амплітудних значень імпульсів розрядних струмів, прикладеної напруги або початкових умов на реактивних елементах розрядного контуру РІС, дозволили значно розширити межі застосування нелінійних моделей [25]. В моделі, описаній у [24], додатково було враховано зміну мінімального та максимального значень ЕЕО ШМГ для різних імпульсів розрядного струму.

В [26] показано, що ЕЕО ШМГ має не тільки активну складову. Було запропоновано схему заміщення мінімального структурного елемента ШМГ в робочій рідині, яка крім нелінійної активної складової включала ще індуктивність і ємність, та розраховано залежності електричних параметрів її елементів від їхніх розмірів, еквівалентної частоти розрядних імпульсів і електрофізичних параметрів матеріалів компонентів. Було показано в яких режимах в залежності від значень тривалості і струму розрядних імпульсів, розмірів і електрофізичних параметрів металевих гранул реактивними елементами схеми заміщення можна знехтувати. Урахування реактивних елементів схеми заміщення дало змогу значно підвищити точність розрахунку перехідних процесів у вихідному контурі РІС з такою моделлю навантаження, особливо в умовах великих значень розрядного струму. Використання цих моделей дозволило здійснити розрахунки не тільки енергетичних, а і динамічних параметрів розрядних імпульсів у разі варіації значень реактивних елементів вихідного кола РІС і початкових умов на них в широких межах [25].

Принциповим недоліком нелінійних моделей є неможливість коректного опису багатомодальних залежностей, в яких одним і тим самим значенням аргументу в різні моменти часу ставляться у відповідність різні значення функції, як це відбувається з залежностями опору ШМГ від розрядного струму або напруги. На третьому етапі еволюції було розроблено так звані параметричні моделі, які описують залежність опору від часу і не мають зазначеного вище недоліку [27].

Крім того, що ЕЕО ШМГ залежить від струму та часу його протікання, він також стохастично змінюється як в межах одного імпульсу, так і від імпульсу до імпульсу. Це відбувається внаслідок одночасного та послідовного у часі утворення, розвитку і згасання великої кількості плазмових каналів між поверхнями сусідніх металевих гранул в їхньому шарі під час підведення до них імпульсу електричної енергії [25]. Такі процеси можуть бути описані лише імовірнісними моделями, які було розроблено на четвертому етапі еволюції. В [28] показано, що за фіксованих початкових умов на реактивних елементах розрядного контуру РІС отриманий в ході експериментів розподіл середніх за час розрядного імпульсу значень ЕЕО ШМГ може бути описано теоретичним розподілом Гауса з імовірністю помилки другого роду всього 0,06. Також досліджено залежність від початкових умов на реактивних елементах РІС основних параметрів розподілу Гауса середнього за час імпульсу ЕЕО ШМГ – математичного сподівання і дисперсії.

В роботах [29] без наведення результатів експериментів як постулат приймалося, що розподіл середніх протягом тривалості одного імпульсу значень опору ШМГ від імпульсу до імпульсу розрядного струму є рівномірним. Використання імовірнісних моделей середнього за час протікання розрядного струму опору ШМГ дає змогу розраховувати розподіли ймовірностей параметрів імпульсів лише у момент його завершення, а також енергію імпульсу, напругу на робочому конденсаторі та

струм у індуктивних елементах схеми заміщення розрядного контуру генератора з іскро- та плазмоерозійним навантаженням у момент закінчення імпульсу [29].

Розрахунок розподілів миттєвих значень напруг і струмів у схемі заміщення протягом всього перехідного процесу можливий у разі використання нелінійно-імовірнісних або параметрично-імовірнісних моделей миттєвих значень опору ШМГ. В [30] на основі даних експериментів розроблено дискретну нелінійно-імовірнісну модель миттєвих значень ЕЕО ШМГ для одинадцяти точок як на передньому, так і задньому фронтах імпульсів розрядного струму. Там же наведено стратегію і алгоритми побудови безперервних аналітичних нелінійно-імовірнісних моделей миттєвих значень опору ШМГ за його дискретними моделями. Поява таких моделей знаменувала не тільки наступний етап їхньої еволюції, але і змінила парадигму уявлень щодо ЕЕО ШМГ. Раніше до уваги бралися залежності лише математичного сподівання миттєвих значень ЕЕО ШМГ. Після її появи стало зрозуміло, що нелінійні та параметричні моделі – це лише окремі випадки нелінійно-імовірнісних та параметрично-імовірнісних моделей, і у загальному випадку необхідно враховувати залежності ще як мінімум одного параметра – дисперсії миттєвих значень ЕЕО ШМГ, а також інших, необхідних для повного відтворення теоретичних законів розподілів.

Метою роботи є створення безперервних аналітичних нелінійно-імовірнісних моделей ЕЕО ШМГ алюмінію у воді за його дискретною моделлю, знаходження оптимальних значень їхніх коефіцієнтів та порівняння адекватності аналітичних моделей.

Методика створення безперервних аналітичних моделей. Вхідними даними для побудови безперервних аналітичних нелінійно-імовірнісних моделей ЕЕО ШМГ є наведена в [30] його дискретна нелінійно-імовірнісна модель, де доведено, що для кожного миттєвого значення розрядного струму отриманий в ході експериментів розподіл значень ЕЕО ШМГ R_j у межах від R_{\min} до R_{\max} з малою похибкою може бути описано теоретичним модифікованим розподілом Гауса

$$f(R) = \frac{k}{\sqrt{2\pi D[R]}} \exp\left[\frac{(R - M[R])^2}{-2D[R]}\right], \quad (1)$$

де $k = (100\% \cdot \sqrt{2\pi D[R]}) / \left(\int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \exp\left[\frac{(R - M[R])^2}{-2D[R]}\right] dR \right)$ – коефіцієнт корекції діапазону; $M[R] = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_j$ –

математичне сподівання розподілу опору; $D[R] = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (R_j - M[R])^2$ – його дисперсія.

У відповідності до стратегій та алгоритмів їхньої побудови, детально викладених у [30], на першому етапі побудови безперервних аналітичних нелінійно-імовірнісних моделей ЕЕО ШМГ потрібно знайти аналітичні функції, які адекватно описують дискретні залежності коефіцієнтів (1) від миттєвих значень розрядного струму на передніх і задніх фронтах його імпульсів.

На наступному етапі необхідно знайти оптимальні значення коефіцієнтів цих функцій. В процесі їхнього пошуку авторами використовувалися 5 параметрів нев'язки апроксимацій [23]. Їхні мінімальні значення служили критеріями пошуку оптимальних значень коефіцієнтів апроксимуючих функцій. Як показали результати пошуку, якщо аналітична функція забезпечує гарний збіг з вхідними дискретними даними, то за всіма розглянутими критеріями отримуються приблизно однакові значення коефіцієнтів функції і параметрів її нев'язки. Якщо ж запропонована функція не забезпечує задовільний збіг з дискретними вхідними даними, то в усіх випадках значення параметрів нев'язки будуть занадто високими, а значення коефіцієнтів апроксимуючої функції можуть суттєво відрізнятись в залежності від критерію їхнього пошуку. Але це вже немає суттєвого значення, оскільки така функція не може бути прийнятою.

Тому далі наведені результати отримано лише за одним критерієм – мінімуму середнього значення модулів відносних відхилень значень апроксимуючої функції y_a від дискретно заданих вхідних даних y_e для усіх їх N точок: $|\delta| = \frac{100\%}{N} \sum_{j=1}^N |y_{aj} - y_{ej}| / |y_{ej}|$. Під час пошуку оптимальних

значень коефіцієнтів апроксимуючих функцій використовувався модуль «Пошук рішення» Excel 2003 з налаштуваннями областей допустимих значень коефіцієнтів.

Результати та обговорення. Залежність математичного сподівання ЕЕО ШМГ від миттєвих значень розрядного струму, який протікає в ньому, є не тільки однією з основних складових його аналітичної нелінійно-імовірнісної моделі за законом розподілу (1), а і її окремим випадком –

нелінійною моделлю [30]. Згідно з наведеними у [23] результатами, найкращі апроксимації залежності усередненого за 30-ю миттєвими значеннями ЕЕО ШМГ від розрядного струму, який протікає у ньому, демонстрували функції на основі степеневі з показником степеня (-1) та експоненціальної. Тому для ефективної апроксимації залежностей математичного сподівання ЕЕО ШМГ від миттєвих значень імпульсів розрядного струму на їхніх передніх (ПФ) і задніх фронтах (ЗФ) в першу чергу були використані функції саме з цих груп (табл. 1). Оптимальні за критерієм мінімуму середнього значення модулів відносних відхилень дискретних і апроксимованих даних $|\delta|$ значення коефіцієнтів $a_0 \dots a_2$ цих функцій та значення параметра нев'язки апроксимацій $|\delta|$ окремо для ПФ і ЗФ імпульсів розрядного струму також наведено у табл. 1.

Таблиця 1

№ Ф-ї	Функція	Фронт струму	Значення коефіцієнтів			Нев'язка $ \delta $, %
			a_0	a_1	a_2	
1	$M[R] = a_2(a_0 + a_1 i ^{-1}) / (a_0 + a_1 i ^{-1} + a_2)$	ПФ	0,3957	118,0089	20,2669	14,2567
		ЗФ	0,1925	192,6946	154,0286	1,2802
2	$M[R] = a_0 + a_1 i ^{-1}$	ПФ	0,4280	86,3117	–	16,8616
		ЗФ	0,1985	188,0930	–	2,0452
3	$M[R] = a_1 i ^{-1}$	ПФ	–	148,340	–	51,1764
		ЗФ	–	249,230	–	19,6226
4	$M[R] = a_0 + a_1 \exp(- i /a_2)$	ПФ	0,5490	8,9576	32,3189	24,4797
		ЗФ	0,5120	18,5581	40,7911	18,9210

Як видно з табл. 1, найкращий збіг дискретних і апроксимованих значень ЕЕО ШМГ демонструє функція під номером 1. Фізичний зміст її коефіцієнтів та заступну електричну схему ЕЕО ШМГ, складену за нею, детально описано у [23]. Тут лише зазначимо, що за фізичним змістом у формулі № 1 табл. 1 коефіцієнт a_0 – активна складова опору ШМГ, включена послідовно з джерелом електрорушійної сили, направленої назустріч струму (проти-ЕРС), яка моделюється коефіцієнтом a_1 . Коефіцієнтом a_2 моделюється лінеаризована активна складова ЕЕО робочої рідини, підключеного у заступній схемі паралельно ланцюгу $a_0 - a_1$.

Спрощення заступної схеми усуненням з неї ЕЕО робочої рідини призводить до трансформації формули № 1 у формулу №2 табл. 1. Як бачимо, це незначно погіршує якість апроксимації, і така формула також може бути використана для апроксимації. Подальше спрощення заступної схеми виключенням з неї опору, який моделюється a_0 , призводить до формули № 3, яка є математичною моделлю її еквівалентного опору. Значення параметрів нев'язки у разі використання формули № 3 занадто великі, щоб рекомендувати її в якості апроксимуючої функції.

Функція № 4 табл. 1 на основі експоненціальної [21] у даному конкретному випадку демонструє кращий збіг, ніж функція № 3, але набагато гірший, ніж функції № 1 та № 2 і не може бути рекомендована для апроксимації залежності, що розглядається. Таким чином отримані результати повністю узгоджуються з результатами, опублікованими у [23].

Дискретно задану за даними [30] залежність математичного сподівання ЕЕО ШМГ від розрядного струму на передніх фронтах його імпульсів показано на рис. 1 трикутниками з вершиною вгорі, а на задніх – з вершиною вниз. Їхні аналітичні апроксимації формулою № 1 з табл. 1 представлено суцільними кривими, підписаними ПФ для передніх фронтів імпульсів струму і ЗФ – для задніх.

Другою важливою складовою аналітичної нелінійно-імовірнісної моделі ЕЕО ШМГ за законом розподілу (1) є залежність його дисперсії від струму у навантаженні. Аналітичні функції, які апроксимують цю дискретно задану у [30] залежність, знайдені за критерієм мінімуму $|\delta|$ значення їхніх коефіцієнтів та значення параметру нев'язки $|\delta|$ наведено у табл. 2. Під час розгляду можливих варіантів функцій для апроксимації цієї залежності спершу було перевірено гіпотезу щодо можливості апроксимації залежностей математичного сподівання ЕЕО ШМГ та його дисперсії від

розрядного струму в ньому однією функцією з різними значеннями коефіцієнтів. Функція №1 табл. 2 така ж сама, що і функція № 1 табл. 1. Як видно із значень параметру нев'язки, для цієї функції (табл. 2) гіпотеза виявилася хибною, і застосування функції № 1 для ефективної апроксимації залежності дисперсії ЕЕО ШМГ від розрядного струму в цьому випадку неможливе.

Оскільки у формулі дисперсії використовуються квадрати значень ЕЕО ШМГ, а залежність від розрядного струму його математичного сподівання добре описується функціями на основі степеневі з показником степеня (-1), то логічно припустити, що залежність його дисперсії від струму буде добре апроксимована функціями на основі степеневі з показником степеня (-2). Функція № 2 табл. 2 якраз відноситься до цієї групи функцій і демонструє найменше значення параметру нев'язки $|\delta|$ з усіх розглянутих функцій.

Таблиця 2

№ Ф-ї	Функція	Фронт струму	Значення коефіцієнтів			Нев'язка $ \delta $, %
			a_0	a_1	a_2	
1	$D[R] = a_2(a_0 + a_1 i ^{-1}) / (a_0 + a_1 i ^{-1} + a_2)$	ПФ	0	22,0461	7,182E-4	71,3741
		ЗФ	0	2,0612	19,9789	47,6866
2	$D[R] = a_2(a_0 + a_1i^{-2}) / (a_0 + a_1i^{-2} + a_2)$	ПФ	3,504E-5	425,4928	3,4815	14,3091
		ЗФ	0	1242,0003	65649,41	16,4283
3	$D[R] = a_0 + a_1/i^2$	ПФ	1E-4	384,0032	–	21,4509
		ЗФ	0	1242	–	16,4272
4	$D[R] = a_1/i^2$	ПФ	–	428,40	–	22,3311
		ЗФ	–	1242	–	16,4272
5	$D[R] = a_0 + a_1 \exp(- i /a_2)$	ПФ	6,8387E-4	3,2402	16,7082	51,8025
		ЗФ	2,7027E-3	14,7492	21,2612	43,8789
6	$D[R] = a_0 + a_1 \exp(-i^2/a_2)$	ПФ	7E-4	999,9652	24,0967	62,4825
		ЗФ	2,2937E-3	999,9987	32,5222	54,5535

Функції № 2 та № 3 табл. 2 є спрощеннями функції № 2 і також демонструють непоганий збіг апроксимації з дискретно заданими даними на задніх фронтах розрядних імпульсів, але суттєво його погіршують на передніх фронтах. Функції на основі експоненціальної, до яких значення розрядного струму входять як у першій (№ 5), так і у другій (№ 6) степені, не забезпечують якісної апроксимації розглянутої залежності на жодному з фронтів імпульсів розрядного струму.

Таблиця 3

№ Ф-ї	Функція	Фронт струму	Значення коефіцієнтів			Нев'язка $ \delta $, %
			a_0	a_1	a_2	
1	$k = a_0 + a_1 i + a_2i^2$	ПФ	0	5,4247	0	12,2664
		ЗФ	4,3444	3,0186	5,3391E-4	7,6125
2	$k = a_1 i $	ПФ	–	5,4247	–	12,2664
		ЗФ	–	3,2329	–	8,3524
3	$k = a_2i^2$	ПФ	–	–	9,2042E-3	45,8930
		ЗФ	–	–	4,6316 E-3	48,0818
4	$k = a_0 i + a_1 \exp(i /a_2)$	ПФ	5,4236	5,5317E-5	50,7147	9,9170
		ЗФ	3,2247	9,3380E-6	50,6015	6,8719

Таким чином, найкращу апроксимацію дискретно заданої за результатами [30] залежності дисперсії ЕЕО ШМГ від розрядного струму у ньому з усіх розглянутих функцій забезпечує функція №2 табл. 2. На рис. 2 дискретно задані значення цієї залежності позначено трикутниками з вершиною вгору для передніх фронтів розрядних імпульсів, а трикутниками з вершиною вниз – для задніх. Їхні аналітичні апроксимації формулою № 2 з табл. 2 представлено суцільними кривими, підписаними ПФ для передніх фронтів імпульсів струму, і ЗФ – для задніх.

Третьою і останньою складовою аналітичної нелінійно-імовірнісної моделі ЕЕО ШМГ, створеною за законом розподілу (1), є залежність його коефіцієнта корекції діапазону k від струму, що протікає у навантаженні. У табл. 3 представлено функції, які апроксимують цю залежність,

значення їхніх коефіцієнтів, знайдені за критерієм мінімуму $|\delta|$, та значення параметру нев'язки $|\delta|$. На рис. 3 дискретно задані значення цієї залежності [30] позначено трикутниками з вершиною вгору для передніх фронтів розрядних імпульсів, а трикутниками з вершиною вниз – для задніх.

Виходячи з вигляду залежності рис. 3 оцінювалася якість її апроксимації степеневими функціями з показниками степеня 1 (№ 2 у табл. 3) і 2 (№ 1 і № 3), а також функцією на основі експоненціальної (№ 4). Найкращий збіг дискретно заданих даних та їхніх апроксимацій у даному випадку демонструє функція № 4, яка є суперпозицією лінійної та експоненціальної функцій. Проста лінійна функція (№ 2) демонструє дещо гіршу якість апроксимації. Суперпозиція лінійної та квадратичної функцій (№ 1) трохи покращує якість апроксимації порівняно з функцією (№ 2) на задніх фронтах розрядних імпульсів. Квадратична функція (№ 3) демонструє найгіршу якість апроксимації і не може бути рекомендована у даному випадку. Суцільними кривими на рис. 3 представлено аналітичні апроксимації дискретно заданої залежності $k(i)$ [30] функцією № 4 табл. 3, підписані ПФ для передніх фронтів розрядних імпульсів і ЗФ – для задніх.

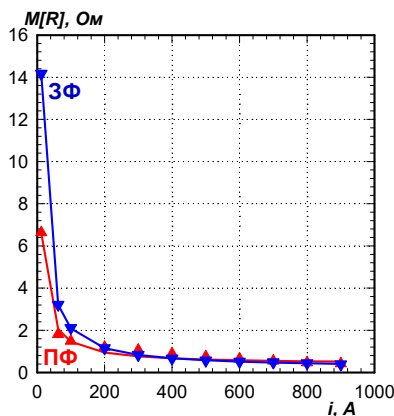


Рис. 1

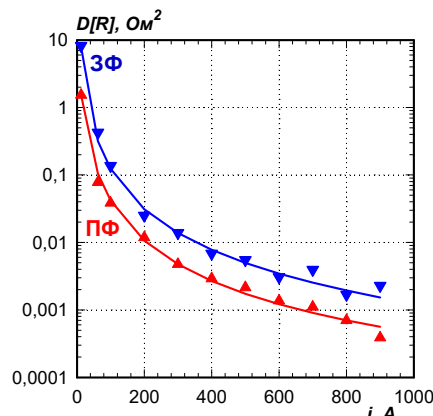


Рис. 2

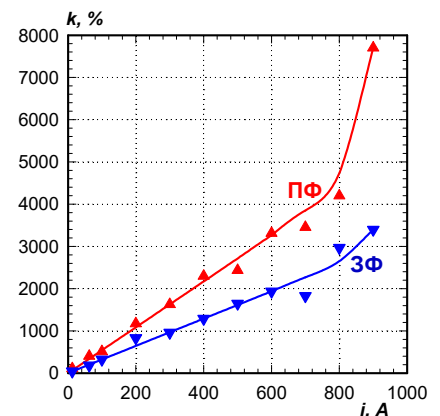


Рис. 3

Висновки. 1. Вперше створено аналітичну безперервну нелінійно-імовірнісну модель ЕЕО ШМГ на основі модифікованого розподілу Гауса. Вона формалізована системою рівнянь, що складається з модифікованого розподілу Гауса і трьох аналітичних функцій, які описують залежності від миттєвих значень розрядного струму у ШМГ математичного сподівання, дисперсії і коефіцієнта корекції діапазону його ЕЕО.

2. Доведено, що серед всіх розглянутих функцій залежність математичного сподівання ЕЕО ШМГ від миттєвих значень розрядного струму, який протікає в ньому, найкраще описується функцією на основі степеневі з показником степеня (-1) (№ 1 у табл. 1), що повністю узгоджується з розробленими раніше нелінійними моделями ЕЕО ШМГ.

3. Залежність дисперсії ЕЕО ШМГ від струму у ньому найкраще серед усіх розглянутих функцій апроксимується функцією на основі степеневі з показником степеня (-2) (№ 2 у табл. 2).

4. Найкращу апроксимацію дискретно заданої залежності коефіцієнта корекції діапазону серед усіх розглянутих функцій забезпечує функція № 4 у табл. 3, яка є суперпозицією лінійної та експоненціальної функцій.

5. За критерієм найменшого середнього значення модулів відносних відхилень апроксимуючої функції від дискретно заданих вхідних даних знайдено оптимальні значення коефіцієнтів апроксимуючих функцій як для передніх, так і задніх фронтів розрядних імпульсів струму у ШМГ. Їхні значення для передніх і задніх фронтів імпульсів розрядного струму суттєво відрізняються.

Роботу виконано частково за рахунок бюджетної теми «Розроблення теорії та принципів побудови енергоефективних перетворювальних пристроїв стабілізації та регулювання параметрів електромагнітної енергії для систем живлення сучасних електротехнологічних комплексів» (шифр «Сигма-Ш4»). Державний реєстраційний номер 0117U000291, КПКВК 6541030.

ANALYTICAL NONLINEAR-PROBABILISTIC MODEL OF THE EQUIVALENT ELECTRICAL RESISTANCE OF A LAYER OF METAL GRANULES

N.A. Shydlovska, S.M. Zakharchenko

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,

pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: shydlovska@ied.org.ua, snzakhar@ukr.net

As a result of processing the experimental data, an analytical continuous nonlinear-probabilistic model of the equivalent electrical resistance of a layer of metal granules in the working liquid was created. It is described by four equations: the modified Gaussian distribution and the dependences on the instantaneous values of the discharge current in the layer of metal granules of the mathematical expectation, dispersion and correction coefficient of the range of its equivalent electrical resistance. Based on the form of the dependences obtained during the experiments and the physics of the processes that occur in this case, two main groups of analytical functions are considered that approximate the obtained dependences. Criteria and methods for finding the optimal values of their coefficients are described. The adequacy of the approximation of each of the three obtained dependences by several analytical functions was investigated, the optimal values of the coefficients of which were found by the described method. Analytical functions was compared, which approximate the dependence of the mathematical expectation of the equivalent electrical resistance of a layer of metal granules on the instantaneous values of the discharge current in it with the known nonlinear models of the resistance of such a medium. References 30, figures 3, tables 3.

Keywords: resistance distribution, nonlinear-probabilistic model, discharge current, spark-erosion treatment, layer of metal granules

1. Asanov U.A., Tsoj A.D., Shcherba A.A., Kazekin V.I. Electroerosive technology of interconnections and powders of metals. Frunze: Ilym, 1990. 256 p. (Rus)
2. Perekos A.E., Chernenko V.A., Bunayev S.A., Zalutskiy V.P., Ruzhitskaya T.V., Boitsov O.F., Kakazei G.N. Structure and Magnetic Properties of Highly Dispersed Ni-Mn-Ga Powders Prepared by Spark-Erosion. *Journal of Applied Physics*. 2012. Vol. 112. Pp. 093909-1 – 093909-7. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4764017>
3. Monastyrsky G. Nanoparticles formation mechanisms through the spark erosion of alloys in cryogenic liquids. *Nanoscale Research Letters*. 2015. Vol. 10: 503. Pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1186/s11671-015-1212-9>
4. Aur S., Egami T., Berkowitz A.E., Walter J.L. Atomic Structure of Amorphous Particles Produced by Spark Erosion. *Physical Review B*. 1982. Vol. 26. No 12. Pp. 6355–6361. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.26.6355>
5. Hong J.I., Parker F.T., Solomon V.C., Madras P., Smith D.J., Berkowitz A.E. Fabrication of spherical particles with mixed amorphous/crystalline nanostructured cores and insulating oxide shells. *Journal of Materials Research*. 2008. Vol. 23. Issue 06. Pp. 1758–1763. DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.2008.0199>
6. Wang W., Zhu F., Weng J., Xiao J., Lai W. Nanoparticle morphology in a granular Cu–Co alloy with giant magnetoresistance. *Applied Physics Letters*. 1998. Vol. 72. No 9. Pp. 1118–1120. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.120942>
7. Berkowitz A.E., Hansen M.F., Parker F.T., Vecchio K.S., Spada F.E., Lavernia E.J., Rodriguez R. Amorphous soft magnetic particles produced by spark erosion. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2003. Vol. 254–255. Pp. 1–6. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0304-8853\(02\)00932-0](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(02)00932-0)
8. Dvornik M.I. Nanostructured WC–Co particles produced by carbonization of spark eroded powder: Synthesis and characterization. *International Journal of Refractory Metals & Hard Materials*. 2010. Vol. 28. Issue 4. Pp. 523–528. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijrmhm.2010.02.011>
9. Harrington T., McElfresh C., Vecchio K.S. Spark erosion as a high-throughput method for producing bimodal nanostructured 316L stainless steel powder. *Powder Technology*. 2018. Vol. 328. Pp. 156–166. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.01.012>
10. Berkowitz A.E., Walter J.L. Spark Erosion: A Method for Producing Rapidly Quenched Fine Powders. *Journal of Materials Research*. 1987. No 2. Pp. 277–288. DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.1987.0277>
11. Nadutov V.M., Perekos A.O., Kokorin V.V., Konoplyuk S.M., Efimova T.V., Zalutsky V.P. The effect of electrospark dispersion on the magnetic and electric transport properties of the Heusler alloy *Cu-Mn-Al*. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*. 2014. Vol. 36. No 12. Pp. 1679–1694. (Rus)
12. Liu Y., Zhu K., Li X., Lin F., Li Y. Analysis of multi-scale Ni particles generated by ultrasonic aided electrical discharge erosion in pure water. *Advanced Powder Technology*. 2018. Vol. 29. Issue 4. Pp. 863–873. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apt.2018.01.003>
13. Shen B., Inoue A. Fabrication of large-size Fe-based glassy cores with good soft magnetic properties by spark plasma sintering. *Journal of Materials Research*. 2003. Vol. 18. No 9. Pp. 2115–2121. DOI: <https://doi.org/10.1557/jmr.2003.0297>
14. Danilenko N.B., Savel'ev G.G., Yavorovskii N.A., Khaskel'berg M.B., Yurmazova T.A., Shamanskii V.V. Water purification to remove As(V) by electropulse treatment of an active metallic charge. *Russian Journal of Applied Chemistry*. 2005. Vol. 78. No 10. Pp. 1631–1635.

15. Kornev Ia., Saprykin F., Lobanova G., Ushakov V., Preis S. Spark erosion in a metal spheres bed: Experimental study of the discharge stability and energy efficiency. *Journal of Electrostatics*. 2018. Vol. 96. Pp. 111–118. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2018.10.008>
16. Goncharuk V.V., Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Savluk O.S., Potapchenko N.G., Kosinova V.N. Disinfectant action of the volume electrospark discharges in water. *Khimiia i tehnologiia vody*. 1999. Vol. 21. No 3. Pp. 328 – 336. (Rus)
17. Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Lopatko K.G., Aftandilyants E.G. Application of volume electric spark dispersion for production steady to sedimentation hydrosols of biological active metals. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2009. Issue 22. Pp. 74–79. (Rus)
18. Lopatko K.G., Melnichuk M.D. Physics, synthesis and biological functionality of nanosize objects. Kyiv: Vidavnychij centr Natsionalnogo Universitetu Bioresursiv i Priridokoristuvannya Ukraini, 2013. 297 p. (Ukr)
19. Borisevich V.B., Kaplunenko V.G., Kosinov N.V., Borisevich B.V. Nanomaterials and nanotechnology in veterinary practice. Kyiv: Avitsena, 2012. 512 p.
20. Shcherba A.A., Podoltsev A.D., Kucheryavaya I.N. Mathematical modeling of electrothermal processes at spark processing of contacting current conducting granules. Proc. of the 3rd International scientific and technical conference *Unconventional electromechanical and electrical systems*. Szczecin, Poland. 1997. Vol. 1. Pp. 139–147
21. Shydlovskiy A.K., Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Power Processes in Electrical Pulse Devices with Capacitive Energy Storages. Kyiv: Interkontinental-Ukraina, 2009. 208 p. (Rus)
22. Shcherba A.A., Podoltsev A.D., Zakharchenko S.N. Regulation of dynamic parameters of technological systems of volume electrospark treatment heterogeneous current-carrying media. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrayiny: Elektrotekhnika*. 2001. Pp. 3–16. (Rus)
23. Zakharchenko S.N. Modelling of Dependence of Electrical Resistance of Granulated Current-carrying Mediums from a Pulse Current Proceeding in them. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2012. No 5. Pp. 17–27. (Rus)
24. Suprunovska N.I. Modeling and Transient Analysis in Electric Circuits of Semiconductor Electro-discharge Installations with Nonlinear Electro-Spark Load. *Energy saving. Power engineering. Energy audit*. 2014. No 9 (128) Special issue Vol. 1: Power electronics and energy efficiency. Pp. 34–44. (Rus)
25. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Cherkaskiy O.P. Physical Prerequisites of Construction of Mathematical Models of Electric Resistance of Plasma-erosive Loads. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 2. Pp. 5–12. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.02.005>
26. Zakharchenko S.M. Physical Model of the Granulated Current-carrying Medium. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2012. No 6. Pp. 19–26. (Rus)
27. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Cherkaskiy O.P. Parametric Model of Resistance of Plasma-erosive Load, Adequate in the Wide Range of Change of Applied Voltage. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 3. Pp. 3–12. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.003>
28. Zakharchenko S.M. Statistical Research of Equivalent Electric Resistance of the Heterogeneous Current-carrying Medium at its Electroerosive Processing on an Example of Granules of Aluminum in Water. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*. 2013. No 1 (133). Pp. 62–67. (Ukr)
29. Ivashchenko D.S., Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Analyzing Probabilistic Properties of Electrical Characteristics in the Circuits Containing Stochastic Load. *IEEE International Conference on Intelligent Energy and Power Systems IEPS-2016*. Kyiv, Ukraine, June 7–11, 2016. Pp. 45–48.
30. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M. Discrete Nonlinear-Probabilistic Model of the Equivalent Electrical Resistance of a Layer of Metal Granules. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2021. No 2. Pp. 3–12. (Ukr). DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2021.02.003>

Надійшла 26.03.2021
Остаточний варіант 24.05.2021