

**ОПТИМІЗАЦІЯ СТРИЖНЕВИХ МАТРИЧНИХ ФІЛЬТРІВ
ВИСОКОГРАДІЄНТНИХ МАГНІТНИХ СЕПАРАТОРІВ**

С.Т. Толмачов*, докт. техн. наук, **О.В. Ільченко****, канд. техн. наук
Криворізький національний університет МОН України,
вул. Віталія Матусевича, 11, Кривий Ріг, 50027, Україна.
Email: stan.tolm@gmail.com.

У роботі розглянуто теоретичні та практичні аспекти поширених у технологіях високоградієнтної магнітної сепарації магнітних (матричних) фільтрів (МФ) стрижневої структури з двоякоперіодичним розташуванням елементів. Особливу увагу приділено порівняльному аналізу та оптимізації МФ. Відзначається зростання кількості досліджень з розробки високоефективних і легких високоградієнтних систем зі зменшеним енергоспоживанням. Мета роботи – обґрунтувати та розробити метод оптимізації параметрів МФ за критерієм мінімуму питомої енергії магнітного поля в зоні вилучення на основі розрахунку локальних і ефективних силових та енергетичних характеристик магнітного поля. Ефективність розробленого методу підтверджено серією обчислювальних експериментів з комплексним урахуванням ряду базових факторів впливу на якість кінцевого продукту. На конкретних прикладах доведено, що формування масиву ліній постійного значення магнітних сил (ізодин) є основним засобом дослідження вилучальної здатності МФ. Запропоновано простий та ефективний спосіб візуалізації потенційних зон вилучення задля спрощення розрахунку їхніх площ. Обґрунтовано використання методу інтегральних рівнянь відносно вектора намагніченості елементів МФ, що забезпечує найбільшу універсальність, простоту і точність під час аналізу складних двоякоперіодичних структур. Доведено необхідність визначення не лише локальних, а й ефективних параметрів магнітного поля під час реалізації енергетичної оптимізації. Проілюстровано залежність ефективності МФ від інтенсивності магнітного поля, форми і концентрації стрижнів, їхнього взаємного розташування. Відзначено теоретичний характер розробленого методу, який пропонується розглядати як ефективне доповнення до експериментальних методів аналізу. Доведено, що задля практичної реалізації методу необхідно враховувати технологічні характеристики та обмеження. Його цінність забезпечується повнотою і достовірністю додаткової інформації, отриманої на основі досвіду експлуатації та якісних експериментальних досліджень. Бібл. 20, рис. 3, табл. 1.

Ключові слова: двоякоперіодичні структури, намагніченість стрижнів, магнітні сили, інтегральне рівняння, візуалізація силового поля, вилучальна здатність, порівняльний аналіз, енергетична ефективність.

Вступ. Магнітні або матричні фільтри (МФ) є ключовими елементами високоградієнтних магнітних сепараторів (ВГМС), інтенсивний розвиток яких ще з середини минулого століття сприяв значному розширенню сировинної бази металургії та інших галузей шляхом збагачення доступних і поширених слабомагнітних руд та мінералів. Значна кількість експериментальних і промислових конструкцій ВГМС стала результатом активного пошуку шляхів підвищення техніко-економічних показників: продуктивності, якості та вартості кінцевого продукту. Домінуючими при цьому стали дослідження різних магнітних гетерогенних середовищ на основі спрощених та аналітичних підходів [1, 2], експериментальних методів [3–6] та комп'ютерних програм, орієнтованих на використання польових методів аналізу [7–14]. Широкий спектр можливих та реалізованих МФ – від конструкцій зі сталюї вати з правильними багатокутниками та циліндрами до складних МФ на основі тягнутої сталі, кульок, пластин, решіток тощо розглянуто в [3]. Постулюється очевидна перевага строго періодичних упорядкованих МФ перед МФ з меншим рівнем упорядкування. Особливо активно дослі-

© Толмачов С.Т., Ільченко О.В., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-5513-9099>; ** <https://orcid.org/0009-0004-4489-3397>

© Видавець ВД «Академперіодика», НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

джено стрижневі МФ з круговими та еліптичними перерізами елементів у прямокутній та ромбічній структурах як найбільш поширені на практиці [1, 3–5, 12–16]. Акцент у більшості цих публікацій зроблено на порівнянні МФ з різною геометрією стрижнів за критерієм маси вилученої слабomagнітної фракції.

Переважає кількість публікацій, зокрема [1, 3, 4, 7, 9, 11, 17, 18], спрямована на оптимізацію МФ з широким спектром тлумачення даного терміну. Він присутній під час порівняння МФ з різними геометричними формами перерізу стрижнів, наприклад, кругових і еліптичних [4, 15], рифлених пластин з прямокутними та еліптичними зубцями [6], у разі визначення оптимальної форми кута рифленої зубчастої пластини [3, 9]. Фактично в цих дослідженнях оптимізація МФ розглядається як напрям підвищення її ефективності у контексті вилучальної здатності, при цьому поняття ефективності є ширшим, оскільки поєднує в собі не лише конкретний МФ як самостійний об'єкт, а й деякі технологічні засоби впливу на кінцевий результат збагачення. Так, альтернативні шляхи підвищення ефективності сепарації досягнуто шляхом пульсації потоку [6], використання магнітної рідини [19], впровадження більш ефективних конкуруючих сил [20] та ін. Показово, що останнім часом активізація досліджень відносно підвищення технологічної ефективності високоградієнтної сепарації [16–20] поєднується з проблемою дослідження та розробки енергозберігаючих, високоефективних і легких ВГМС з акцентом на зменшення енергоспоживання та розсіювання магнітного потоку [7, 18].

Розглядаючи результати досліджень у часовому вимірі, слід відзначити зростаюче розуміння складності та багатофакторності проблеми. Саме з цієї точки зору безперечно перевагу мають експериментальні методи з високим рівнем достовірності результатів, що забезпечується використанням сучасних досягнень електронної мікроскопії та засобів відображення візуальної інформації. Збільшується й активність використання комп'ютерно орієнтованих методів, що є найбільш ефективним доповненням до експериментальних. Найбільш активно досліджено магнітні поля у 2D-просторі з використанням програмних комплексів ANSYS [1], COMSOL Multiphysics [6], ELCUT [9–11]. Є також приклади тривимірного математичного моделювання високоградієнтного магнітного поля [8, 11].

Науковий інтерес до даної проблеми залишається активним і на сьогодні, що свідчить не лише про її складність, а й про відсутність чітких і однозначних рішень відносно деяких важливих аспектів теорії і практики високоградієнтної магнітної сепарації. Зокрема, обмежувальним фактором під час дослідження стрижневих МФ з двокоперіодичною структурою слід вважати орієнтацію поширених програм лише на метод скінченних елементів. Віддаючи належне загальновідомим позитивним рисам цього методу, не слід забувати про його основний недолік, пов'язаний з формуванням граничних умов у випадку областей зі складною геометрією і структурою поля. У разі дослідження упорядкованих стрижневих МФ більш ефективним і фізично наочним є метод інтегральних рівнянь відносно вектора намагніченості феромагнітних елементів МФ. Такий метод запропоновано в [12] і розвинено в публікаціях [13, 14]. Простота й універсальність методу забезпечуються його чисельно-аналітичним характером та використанням розвинутої теорії двокоперіодичних (еліптичних) функцій. Відсутність необхідності формування граничних умов, що поєднується з простотою визначення розподілу магнітних сил у робочому просторі МФ, забезпечує можливість достовірного прогнозування не лише вилучальної здатності МФ без суттєвих обмежень на їхню геометрію, магнітні характеристики й інтенсивність магнітного поля, а й питомих витрат енергії магнітного поля задля ефективного вилучення слабomagнітних мінералів із пульпи.

Особливо ефективною є реалізація зазначеного методу в лінійній постановці під час аналізу задач високоградієнтної сепарації, що обумовлено практичною відсутністю впливу слабomagнітної пульпи на розподіл напруженості магнітного поля в робочому просторі МФ. Задля порівняння наведемо значення ефективної відносної магнітної проникності $\mu_{\text{еф}}$ для сферичних часток у кубічній матриці за класичною формулою Релея. Так, для феромагнітних часток з $\mu_r = 1000$ за концентраціях 0.25 і 0.5 відповідно $\mu_{\text{еф}} = 2.013$ і 5.01 , для сильномагнітного магнетиту з $\mu_r = 200$ – $\mu_{\text{еф}} = 1.997$ і 4.873 , а для слабomagнітних гематиту і хроміту з $\mu_r = 1.0002$ – $\mu_{\text{еф}} \approx 1$. У такому разі слабomagнітна пульпа у магнітному відношенні може розглядатися як вакуум.

Таким чином, переваги базового методу математичного моделювання магнітних і силових характеристик ФМ стрижневого типу створюють нові можливості для обґрунтування їхньої технологічної й енергетичної ефективності, що відповідає актуальному напрямку розвитку теорії і практики високоградієнтної магнітної сепарації та оптимізації ВГМС.

Мета даної роботи – теоретичне обґрунтування та розробка методу оптимізації за критерієм мінімуму питомої енергії магнітного поля в зоні вилучення МФ стрижневого типу з двокоперіодич-

ною структурою елементів довільної геометрії, концентрації, параметрів основного паралелограма періодів та інтенсивності магнітного поля на основі розрахунку локальних і ефективних силових та енергетичних характеристик магнітного поля з урахуванням технологічних вимог і обмежень, основними з яких є мінімальна сила вилучення слабомагнітної фракції з відомими магнітними та гранулометричними характеристиками.

У такій постановці задачу оптимізації стрижневих МФ сформульовано вперше.

Обґрунтування основних завдань. Досягнення поставленої мети передбачає вирішення наступних задач:

- вибір базових типів МФ з відомими геометричними та магнітними характеристиками елементів МФ і параметрами основного паралелограма періодів Ω ;
- розрахунок ефективної магнітної проникності МФ обраного типу;
- комп'ютерне моделювання локального розподілу магнітних сил в Ω та формування масиву базових ліній постійного значення магнітної сили (ізодин) $f_0 = \{f_{0i}\}, i = 1, 2, 3, \dots$;
- розрахунок базового масиву площ зон потенційного вилучення слабомагнітних компонентів $F_0 = \{F_{0i-\text{вил}}\}$;
- формування масиву зон вилучення F_1 для різних значень магнітної індукції, геометрії та концентрації елементів МФ з урахуванням визначеного за технологічними умовами мінімального значення магнітної сили вилучення $f^* = f_{\min}$;
- виконання порівняльного аналізу й оптимізації геометричних параметрів МФ та інтенсивності магнітного поля за критерієм мінімуму енергії магнітного поля в одиниці об'єму вилученої слабомагнітної фракції.

Пояснимо деякі методологічні особливості реалізації наведеного переліку задач. На першому етапі слід обрати конкретний за геометричними особливостями МФ, який будемо називати базовим. Зазначимо, що його геометричні розміри (масштаб) не мають принципового значення, оскільки в рамках лінійної постановки для кожного варіанту базового МФ на основі принципу подібності [14] можна розглядати без значного обчислювального навантаження будь-яку кількість геометрично подібних МФ. Універсальність базового методу розрахунку магнітних характеристик МФ не обмежує в рамках кожного з їх типів кількість дискретних фаз (стрижнів) з різними магнітними і геометричними параметрами в межах основного паралелограма періодів [12]. Зрозуміло, що зміна концентрації елементів МФ шляхом пропорційної зміни основних періодів за незмінних розмірів стрижнів або навпаки створює сукупність МФ нового типу.

Ефективна магнітна проникність $\mu_{\text{еф}}$ гетерогенного середовища МФ (задача гомогенізації) визначається на основі розрахунку намагніченості дискретизованих феромагнітних елементів МФ, масив яких є рішенням базового інтегрального рівняння. У лінійній постановці $\mu_{\text{еф}}$ не залежить від геометричних розмірів, тому за заданої фонові напруженості магнітного поля H_0 залишаються незмінними також напруженість і магнітна індукція у відповідних точках, а також питома енергія магнітного поля $W = BH_0/2$ на одиницю об'єму МФ. Очевидно без розрахунку ефективної магнітної проникності $\mu_{\text{еф}}$, яка залишається незмінною для всіх МФ даного типу, неможливо провести енергетичний аналіз МФ, який є обов'язковим у контексті даного методу оптимізації. Принцип подібності можна також використовувати у випадку геометрично анізотропних МФ. При цьому ефективні магнітні властивості визначаються тензором $\underline{\mu}_{\text{еф}}$, методику розрахунку якого наведено в [12]. Ускладнення в порівнянні з ізотропним випадком полягає в тому, що до числа визначальних факторів впливу слід додати напрям орієнтації магнітного поля відносно основних періодів МФ. В рамках інтегрального методу можна також розрахувати локальний розподіл напруженості поля в робочому просторі МФ для різних значень фонові напруженості H_0 з урахуванням нелінійних та анізотропних магнітних властивостей стрижнів [13]. Оскільки поле напруженостей H повністю визначає сили магнітного поля f , принципово сформульований вище алгоритм оптимізації можна поширити і на випадок нелінійної анізотропії МФ. Але в даному випадку використання принципу подібності неможливе, що значно ускладнює покрокову реалізацію метода. Важливим практичним виключенням є аналіз надпровідних ВГМС, коли намагніченість елементів МФ практично співпадає з відомою намагніченістю насичення, тому процес аналізу зводиться до накладання впливу двох відомих джерел магнітного поля – первинного (напруженість поля H_0) і вторинного (намагніченість насичення J_s).

Комп'ютерне моделювання розподілу магнітних сил в Ω реалізовано на основі методів, розглянутих в [12, 14]. У разі формування базового масиву $f_0 = \{f_{0i}\}$, де $f_{0i} = |H \text{grad}(H)| = \text{const}$ – ізодина, є певна свобода вибору. Наприклад, на рис. 1, а основні періоди квадратної решітки $\omega_1=18$, $\omega_2=18j$,

площа паралелограма періодів $F_{\Omega} = 324$. Розрахована відносна ефективна магнітна проникність МФ $\mu_{\text{еф}} = 2,07$ не залежить від вектора $\mathbf{H}_0$ (магнітна ізотропія), а також від пропорційної зміни лінійних розмірів. Але така інваріантність не властива векторам магнітних сил $\mathbf{f} = H \cdot \text{grad}(H)$, для кількісного визначення яких необхідно задати як напруженість поля $\mathbf{H}_0$, так і лінійні розміри основних періодів. Нехай, наприклад, лінійні розміри задані у метрах, а напруженість зовнішнього поля $H_0 = 1$ А/м. Цього достатньо для розрахунку локального розподілу магнітних сил в робочому просторі МФ, який на рис. 1 відображений масивом ізодин $f_0 = \{0.1 \ 0.3 \ 0.5 \ 0.7 \ 0.9\}$, позначених різними кольорами: 0.1 – чорний; 0.3 – червоний; 0.5 – синій; 0.7 – зелений; 0.9 – пурпуровий.

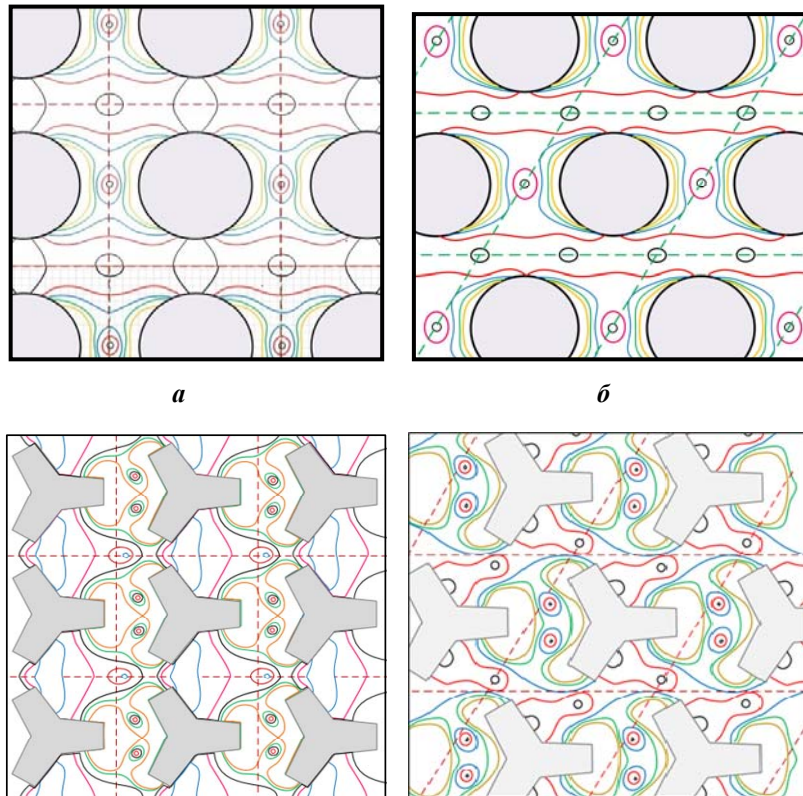


Рис. 1

Важливо зазначити, що вже на цьому етапі можна ввести зміни в масив f_0 , наприклад, виключенням із нього ізодин 0.1 і 0.3 як таких, що відповідають завищеним зонам вилучення з потенційною можливістю блокування робочого простору, та ізодини 0.9 – через неефективне використання робочого простору МФ. У цьому сенсі більш прийнятним може бути масив $f_0 = \{0.4 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.7 \ 0.8\}$ або близький до нього. Головне, щоб масив f_0 охоплював прийнятну за технологічними умовами частину робочого простору МФ. Не обмежуючи відносну свободу формування базового масиву ізодин f_0 , задля зменшення обчислювального навантаження використано наведений масив f_0 як базовий для подальшого розгляду чотирьох варіантів МФ, зображених на рис. 1.

Логічним подальшим кроком є розрахунок базового масиву площ зон потенційного вилучення слабомагнітних компонентів $\mathbf{F}_0$

$= \{F_{0i-\text{вил}}\}$. Зона потенційного вилучення $F_{0i-\text{вил}}$ – це площа області, що обмежена ізодиною f_{0i} і граничною лінією стрижнів у межах Ω і в якій $f \geq f_{0i}$. Розрахунок цих площ є одним із найбільш відповідальних етапів, що обумовлено складною й інколи непередбачуваною геометрією зон вилучення, особливо під час розгляду багатофазних конструкцій стрижнів з різними геометричними і магнітними властивостями (наприклад, під час розташування в Ω циліндрів з різними діаметрами [3, 5]). Додаткове ускладнення полягає в наявності періодичних точок і зон біфуркації, які вперше проілюстровано в роботі [14] і вплив яких, як буде показано далі, не можна ігнорувати.

Можливості спрощення обчислення зон потенційного вилучення проілюстровано на рис. 2. На рис. 1, а зображені всі ізодини базового масиву f_0 , серед яких є й ізодина з мінімальним значенням $f = 0.1$. З фізичних міркувань зрозуміло, що їй відповідає максимальна зона потенційного вилучення. Запропоновано реалізацію одночасної візуалізації напрямів сил та ліній $f = \text{const}$, що дає повне уявлення про площі відповідних зон потенційного вилучення. Цей метод проілюстровано на прикладі базової ізодини $f = 0.1$. Фактично мова йде про чітку візуалізацію «світлих» зон, в яких магнітні сили $f < 0.1$. До цих зон належать і чотири еліптичні зони біфуркації, які, як видно з рис. 2, а, не лише змінюють картину поля векторів магнітних сил і, як наслідок, очікувані траєкторії руху слабомагнітних компонентів пульпи, а й можуть значно зменшити саму площу вилучення їх під дією сил $f \geq 0.1$. Очевидно отримати таку повну інформацію відносно даної ізодини на основі аналізу рис. 1, а достатньо складно.

Задля додаткового підвищення ефекту візуалізації корисно шаблон паралелограма періодів Ω розташувати найбільш зручним чином (наприклад, паралелограм періодів червоного кольору дає більш чітке виділення «світлих» зон, ніж паралелограм зеленого кольору). Така можливість витікає із особливості двоякоперіодичної функції щодо інваріантності інформації в рамках паралелограма періодів Ω незалежно від його положення в комплексній площині.

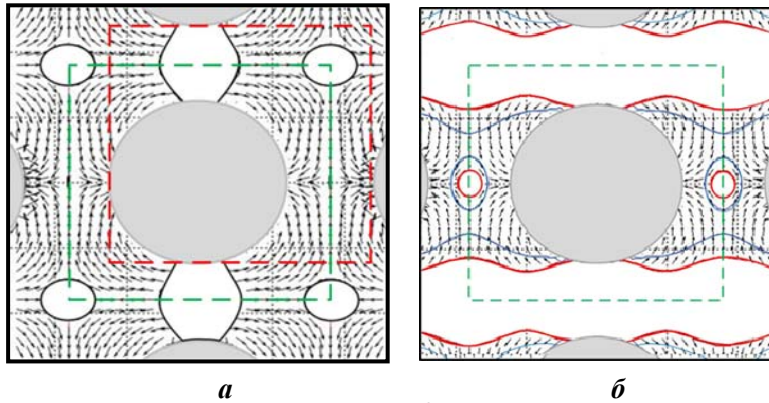


Рис. 2

На рис. 2, б відображено додаткову інформацію щодо запропонованої візуалізації. Очевидно у разі збільшення необхідної для вилучення магнітної сили f зона потенційного вилучення зменшується. Показано потенційну зону вилучення включно з зонами біфуркації, що відповідає ізодині $f = 0.3$ (червона лінія). Додатково синім кольором відображено лінії ізодини $f = 0.5$. Візуально підтверджено, що області з більш високими значеннями магнітних сил завжди є внутрішньою частиною зон з

меншою інтенсивністю силового магнітного поля, при цьому магнітні сили завжди спрямовані всередину відповідних зон. З цього факту можна зробити корисний практичний висновок. В реальних умовах на слабوماгнітну частку з магнітною сприйнятливістю χ і об'ємом V діє сила $F = \mu_0 \chi V H \cdot \text{grad}(H) = \mu_0 \chi V f$. Тому визначити дійсну площу вилучення слабوماгнітних мінералів без відповідної технологічної інформації та мінімального значення сили $F_{\min}$ неможливо. Без такої інформації можна говорити лише про потенційно можливі зони вилучення на основі аналізу системи ізодин f , які можуть значно відрізнятися від реальних. Останні ж залежать як від силового поля МФ, так і від інтенсивності подачі пульпи, концентрації в ній магнітного матеріалу тощо. Формування реальної зони вилучення відбувається шляхом послідовного заповнення зон з максимальною інтенсивністю силового поля. На цій основі можна встановити залежність продуктивності сепаратора від густини і швидкості подачі пульпи за умови наявності відповідної технологічної інформації.

У розрахунках наступних етапів активну роль відіграє сформульований в [14] принцип подібності, який дає змогу шляхом пропорційної зміни геометричних параметрів МФ та інтенсивності магнітного поля легко трансформувати базовий масив потенційних площ вилучення F_0 в нові масиви F_1 , що відповідають новим параметрам МФ базового варіанта. Значення елементів масивів F_0 і F_1 визначено шляхом інтегрування площ, обмежених граничними лініями елементів МФ та відповідних ізодин масивів f_0 і f_1 , які об'єднані співвідношенням $f_1 = K f_0$, де коефіцієнт подібності K залежить від зміни напруженості магнітного поля H_0 (коефіцієнт K_H) і зміни геометричних розмірів (коефіцієнт K_M): $K = K_H / K_M$ [14]. Гранична межа пропорційної зміни розмірів базового МФ, як правило, залежить від максимального розміру часток слабوماгнітної фракції. Вибір конкретного коефіцієнта подібності K залежить від мінімального значення магнітної сили $f_{\min}$, визначеної з урахуванням технологічних вимог та характеристик продукту збагачення: $K = f_{\min} / f_{0i}$. Фактично цей вираз трансформує будь-яку базову ізодину f_{0i} в нову $f_{\min}$ з пропорційною зміною останніх ізодин за збереження їхньої геометрії. Наприклад, для $f_{0i} = 0.5 \text{ A}^2/\text{M}^3$ і $f_{\min} = 5 \cdot 10^{13} \text{ A}^2/\text{M}^3$ $f_1 = \{0.2 \ 0.6 \ 1.0 \ 1.4 \ 1.8\} \cdot 10^{14} \text{ A}^2/\text{M}^3$. Зрозуміло, що іншим значенням f_{0i} будуть відповідати масиви f_1 з новими потенційно можливими зонами вилучення конкретного МФ. Але вказаними варіантами не обмежуються можливості покрокового порівняльного аналізу, оскільки обраний коефіцієнт подібності $K = K_H / K_M$ може бути реалізований необмеженою кількістю варіантів пар – напруженості поля H_0 (K_H) і геометричних розмірів елементів (K_M). Таким чином, процедура оптимізації в рамках кожного базового МФ зведена до вибору декількох значень коефіцієнтів подібності K з відповідними їм масивами f_1 та формування масивів пар $K_H - K_M$ для кожного коефіцієнта подібності K . Наприклад, для трьох значень коефіцієнта подібності K та чотирьох кроків зміни коефіцієнтів K_H і K_M необхідно розглянути $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ варіантів геометрично подібних МФ з різними геометричними розмірами, а також магнітними й енергетичними показниками. Зміна

кожного з визначальних параметрів, наприклад, концентрації стрижнів, напряму поля, форми елементів тощо формує новий базовий МФ, для якого слід реалізувати наведений вище комплекс кроків.

На практиці велике обчислювальне навантаження значно зменшується використанням принципу подібності, а перелік альтернативних варіантів можна додатково зменшити шляхом врахування практичних обмежень на геометричні та магнітні параметри ВГМС. Так, за розрахунками діапазон відносної ефективної магнітної проникності МФ $\mu_{\text{еф}} = 2 \dots 4$, а для магнітної індукції найбільш прийнятним є діапазон $B = 0.5 \dots 2.0$ Тл. Таким чином, практично $H_0 = B/\mu_a = B/\mu_{\text{еф}} \cdot \mu_0 = (1 \dots 8) \cdot 10^5 \text{ А}^2/\text{м}^3$. Вибір із даного діапазону однозначно визначає геометричні розміри елементів МФ.

Результати обчислювальних експериментів. З урахуванням викладеного наведемо для ілюстрації результати обчислювальних експериментів для двох різних у геометричному відношенні МФ з круговими та тризубчастими перерізами стрижнів. Задля зменшення обсягу розрахункової інформації обмежимося квадратними паралелограмами періодів Ω (рис. 1, а і 1, в). Відповідні МФ магнітно ізотропні, а їхня відносна ефективна магнітна проникність $\mu_{\text{еф}} = 2,07$. Це забезпечено підбором значень базових періодів і розмірами (концентрацією) дискретних елементів лише з метою зменшення обчислювального навантаження. За замовчуванням всі геометричні розміри задані в системі СІ. Параметри періодів: рис. 1, а – $\omega_1=18$, $\omega_2=18j$, радіуси циліндрів 6, площа паралелограмів періодів $F_\Omega = 324$; рис. 1, в – $\omega_1=10$, $\omega_2=10j$, площа паралелограмів періодів $F_\Omega = 100$, площа перерізу тризубчастого елемента 26.4. Геометричні параметри двох наведених базових МФ спеціально обрано суттєво відмінними, щоб підкреслити непринциповий характер стартових розмірів.

За спільним алгоритмом надалі два варіанта ФМ розглянуто паралельно для двох значень f_{min} , наведених в таблиці. Перший крок – перехід від базових площ до нових значень, наприклад, до $F_\Omega = 1600 \text{ мм}^2$ (коефіцієнти приведення площ $K_{\text{прив}}$ з чотирма рівнями магнітної індукції B наведено в таблиці (варіанти 1-8, непарні – для кругових, парні – для зубчастих стрижнів).

№№ вар.	F_Ω , м^2	$F_{\text{р.з.}}$, м^2	B , Тл	$K_{\text{прив}}$ од.	$f_{\text{прив}}$ $\text{А}^2/\text{м}^3$	$F_{\text{вил.}}$, мм^2	$k_{\text{вил.}}$, %	W кДж/м^3	w кДж/м^3
$f_0 = \{0.1; 0.3; 0.5; 0.7; 0.9\} \text{ А}^2/\text{м}^3$, $\mu_{\text{еф}} = 2.07$, $f_{\text{min}} = (3/5) \cdot 10^{13} \text{ А}^2/\text{м}^3$									
1	324	211	2.0	202500	0.113/0.188	863.7/743.4	54.0/46.5	768.9	1424/1654
2	100	73.6	2.0	62500	0.203/0.338	916.3/749.8	56.0/46.9	768.9	1373/1639
3	324	211	1.5	202500	0.2/0.333	725/534	43.3/33.4	432.5	999/1295
4	100	73.6	1.5	62500	0.36/0.6	725/493	43.3/30.8	432.5	999/1404
5	324	211	1.0	202500	0.451/0.752	388.8/140.3	24.3/8.77	192.2	791/2191
6	100	73.6	1.0	62500	0.811/1.35	372.0/175.6	23.3/11.0	192.2	824.9/1747
7	324	211	0.75	202500	0.798/1.33	119.9/101.6	7.49/6.4	108.1	1443/1689
8	100	73.6	0.75	62500	1.44/2.39	172.3/94.3	10.8/5.89	108.1	1001/1831
$f_0 = \{0; 0.1; 0.25; 0.4; 0.55; 0.7\} \text{ А}^2/\text{м}^3$, $\mu_{\text{еф}} = 1.78$, $f_{\text{min}} = 3 \cdot 10^{13} \text{ А}^2/\text{м}^3$									
9	400	287	1.8	250000	0.219	556.8	34.8	745.2	2141
10	400	287	2.0	250000	0.177	692.8	43.3	920	2118
11	400	287	2.2	250000	0.146	796.0	49.8	1113	2234
$f_0 = \{0; 0.6; 1.1; 1.6; 2.1; 2.6\} \text{ А}^2/\text{м}^3$, $\mu_{\text{еф}} = 3.07$, $f_{\text{min}} = 3 \cdot 10^{13} \text{ А}^2/\text{м}^3$									
12	225	112	0.7	140600	2.43	144.6	9.04	63.51	702.5
13	225	112	0.8	140600	1.861	211.1	13.2	82.95	628.4
14	225	112	1.0	140600	1.191	278.8	17.4	129.6	744.8

Під час реалізації процесу оптимізації МФ важливу роль відіграють базові площі зон потенційного вилучення, результати розрахунку яких відображено на рис. 3 (номери кривих відповідають порядку розташування МФ на рис. 1). До 6 розрахункових значень площ можна додати очевидні асимптотичні: за $f_0 \rightarrow 0$ $F_0 \rightarrow F_{\text{р.з.}}$, де $F_{\text{р.з.}}$ – площа робочої зони МФ (наведена в таблиці), за $f_0 \rightarrow \infty$ $F_0 \rightarrow 0$.

Важливість наведених на рис. 3 залежностей полягає в їхній універсальності і можливості проведення розрахунків на всіх етапах силового аналізу конкретного базового МФ. Оскільки коефіцієнт масштабу $K_M = K_{\text{прив}}^{-1/2}$, для МФ з круговими і тризубцевими стрижнями відповідно $K_{Ma} = 2.22 \cdot 10^{-3}$,

$K_{M6}=4\cdot 10^{-3}$. Для подальших розрахунків обчислимо необхідні значення напруженості магнітного поля H_0 для чотирьох значень магнітної індукції: $B = (2.0, 1.5, 1.0, 0.75)$ Тл. Відповідно $H_0 = B/(\mu_{\text{эф}}\cdot\mu_0) = (7.69, 5.77, 3.84, 2.88)\cdot 10^5$ А/м, а коефіцієнти напруженості K_H , що пропорційні квадратам зміни H_0 , $K_H = (59.1, 33.3, 14.78, 8.31)\cdot 10^{10}$ (нагадаємо, що базові характеристики МФ розраховані для $H_0=1$ А/м). Массив коефіцієнтів подібності $K=K_H/K_M$ для двох варіантів: $K_a = K_H/K_{Ma} = (26.62, 15, 6.65, 3.76)\cdot 10^{13}$, $K_b = K_H/K_{Mb} = (14.8, 8.31, 3.7, 2.09)\cdot 10^{13}$. Таким чином, базовий массив ізодин f_0 трансформується в нові набори массивів $f_{1a}=f_0\cdot K_a$ і $f_{1b}=f_0\cdot K_b$ для обраних рівнів магнітної індукції/напруженості магнітного поля, а відповідні їм площі зон потенційного вилучення легко знайти шляхом наведених на рис. 3 залежностей: 1 – для кругових і 3 – для зубчастих.

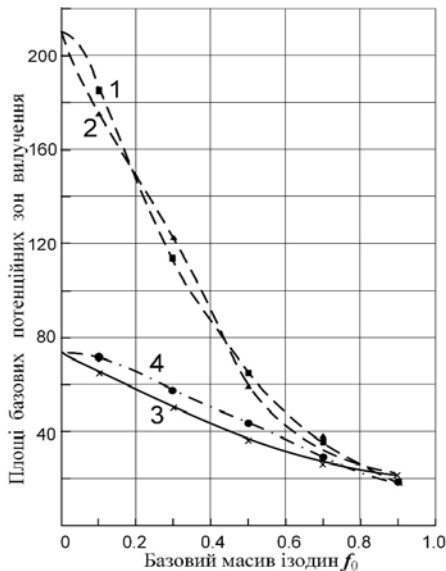


Рис. 3

Проілюструємо це на прикладі магнітної індукції $B = 1.5$ Тл (варіанти 3 і 4 таблиці) для двох значень $f_{\min} = 3\cdot 10^{13}$ А²/м³ і $f_{\min} = 5\cdot 10^{13}$ А²/м³. Задля компактності цю пару сил, а також відповідні розрахункові дані будемо подавати через знак «/», наприклад, $f_{\min} = (3/5)\cdot 10^{13}$ А²/м³, площі вилучення $F_{\text{вил.}} = 725/534$ мм² і т.п. Вище для варіантів 3 і 4 відповідно було визначено: напруженість магнітного поля $H_0 = 5.77\cdot 10^5$ А/м, коефіцієнти подібності $K_a = 15\cdot 10^{13}$, $K_b = 8.31\cdot 10^{13}$ і коефіцієнти масштабу $K_{Ma} = 2.22\cdot 10^{-3}$, $K_{Mb} = 4\cdot 10^{-3}$. Задля виконання порівняльного аналізу варіантів слід врахувати відоме значення мінімальної сили вилучення $f_{\min}$. Очевидно ізодинам $f_{\min}$ на рис. 3 відповідають базові ізодини x , значення яких легко знайти з очевидного співвідношення $f_{\min}=K\cdot x$, тобто $x_a=f_{\min}/K_a = (3/5)\cdot 10^{13}/15\cdot 10^{13} = 0.2/0.333$ (для кривої 1 на рис. 3) і аналогічно $x_b=f_{\min}/K_b = (3/5)\cdot 10^{13}/8.31\cdot 10^{13} = 0.36/0.6$ (для кривої 3 на рис. 3). Приведені до базових ізодини $f_{\text{прив}}$, а також відповідні їм зони вилучення $F_{\text{вил.}}$ і відносний коефіцієнт вилучення $k_{\text{вил.}}$ в паралелограмі періодів $F_{\Omega} = 1600$ мм² наведені в таблиці. Зокрема, розрахованим вище $f_{\text{прив}} = 0.2/0.333$ і $0.36/0.6$

відповідають площі базових зон вилучення 146.8/108.1 і 45.3/30.8, які треба привести до нових з урахуванням коефіцієнтів приведення $K_{\text{прив}}$. Остаточнo отримаємо: для $f_{\min} = 3\cdot 10^{13}$ $F_a = 146.8/202500 = 7.25\cdot 10^{-4}$ м² = 725 мм² і $S_b = 45.3/62500 = 7.25\cdot 10^{-4}$ м² = 725 мм². Аналогічно для $f_{\min} = 5\cdot 10^{13}$ $F_a = 534$ мм² і $F_b = 493$ мм².

Результати аналогічних розрахунків для інших значень магнітної індукції зведені у таблицю, де також подані значення ефективної щільності енергії магнітного поля $W=BH_0/2$, кДж/м³ в одиниці об'єму та аналогічний показник $w = W/k_{\text{вил.}}$ для одиниці об'єму потенційних зон вилучення.

Наведений вище алгоритм може бути використаний не лише для оптимізації конкретного типу МФ, а й для порівняльного аналізу різних типів МФ як показано вище. Зокрема, з різним рівнем дискретизації можна розширити діапазон зміни лінійних розмірів (включно з мінімально допустимим за технологічним обмеженням), а також інтенсивності зовнішнього магнітного поля.

Важливим фактором впливу на ефективність МФ є концентрація стрижнів у межах паралелограму періодів. Задля ілюстрації впливу даного фактору обмежимося базовим варіантом 5 з циліндричними стрижнями і з досягнутим локальним мінімумом енергетичного показника $w = 791$ кДж/м³ для $f_{\min} = 3\cdot 10^{13}$ А²/м³. Розглянуто два нових типи МФ, в яких збережені радіуси кругових стрижнів і $f_{\min}$, але замість базового паралелограма з $F_{\Omega} = 324$ розглянуті два нові – розріджений з $F_{\Omega} = 400$ (20x20) і згущений з $F_{\Omega} = 225$ (15x15). Відносні магнітні проникності цих МФ дорівнюють відповідно 1.78 і 3.074 (для попереднього МФ $\mu_{\text{эф}} = 2,07$).

Попередній аналіз нових варіантів показав доцільність коригування базових массивів ізодин f_0 , що відображено в таблиці. Відповідні базові массиви потенційних площ вилучення, розраховані за викладеною вище методикою: $F_{0-400} = \{287; 233.88; 117.2; 60.8; 38.24; 24.8\}$ і $F_{0-225} = \{112; 60.44; 42.47; 32.51, 26.22; 15.56\}$ для варіантів з розрідженою і згущеною структурами. Для вказаних МФ у таблиці наведено лише по три варіанти – (9-11) і (12-14) – з такими значеннями магнітної індукції, щоб середній з них відповідав максимальному значенню показника w .

Аналіз результатів обчислювальних експериментів. Аналіз варіантів 1-8 свідчить про суттєву залежність коефіцієнта вилучення слабомагнітного матеріалу від інтенсивності магнітного поля. Водночас, за однакових значеннях магнітної індукції B (і напруженості H_0) показники вилучення мають незначні відхилення в широкому діапазоні інтенсивності магнітного поля, незважаючи на суттєві геометричні відмінності стрижнів з круговою і тризубчастою формами перерізу. Це вказує на перебільшене значення форми елементів МФ під час порівняльного аналізу, що характерно для деяких публікацій. На підтвердження даного висновку можна навести результати порівняння кругових і еліптичних МФ [4], коли пріоритет у цій парі залежав не від форми, а від інтенсивності магнітного поля. Щодо питомої енергії магнітного поля W на одиницю об'єму МФ, то вона за однакових значеннях μ_{ef} пропорційна квадрату магнітної індукції/напруженості магнітного поля і не залежить від форми елементів, їх концентрації, мінімальної для вилучення магнітної сили f_{min} тощо. У цьому відношенні більш важливу роль відіграє питома енергія магнітного поля w на одиницю об'єму зони вилучення, яка дає можливість кількісної оцінки енергетичної ефективності того чи іншого варіанту МФ. Слід підкреслити екстремальний характер залежності $w(B, f_{\text{min}})$. Так, мінімальні значення w для порівнюваних МФ за $f_{\text{min}} = 3 \cdot 10^{13} \text{ A}^2/\text{м}^3$ забезпечуються за $B = 1.0 \text{ Тл}$ (відповідно 791 і 824.9 кДж/м³ – варіанти 5 і 6), а за $f_{\text{min}} = 5 \cdot 10^{13} \text{ A}^2/\text{м}^3$ – за $B = 1.5 \text{ Тл}$ (відповідно 1295 і 1404 кДж/м³ – варіанти 3 і 4).

Розрахунками підтверджено суттєвий вплив на показники МФ концентрації стрижневих елементів (і, як наслідок, її ефективної магнітної проникності μ_{ef}). Досягнуте за $\mu_{\text{ef}} = 2.07$ мінімальне значення $w = 791 \text{ кДж/м}^3$ (варіант 5 таблиці) слід розглядати як локальний мінімум за відсутності аналізу зміни концентрації стрижнів. Ця інформація міститься у варіантах 9-14. Для розрідженого МФ (варіанти 9-11, $\mu_{\text{ef}} = 1.78$) мінімум показника $w = 2118 \text{ кДж/м}^3$ за магнітної індукції 2.0 Тл (варіант 10) значно перевищує базовий показник 5-го варіанту. Це свідчить про недоцільність розрідження і підвищення інтенсивності магнітного поля з метою підвищення ефективності МФ з $F_{\Omega} = 324$. Зворотний ефект спостерігається у разі згущення МФ (варіанти 12-14, $\mu_{\text{ef}} = 3.07$): досягнуто не лише зменшення показника w майже на 21 % (628.4 проти 791), а й значне зменшення інтенсивності магнітного поля, що безпосередньо впливає на масо-габаритні параметри ВГМС у цілому.

Задля повноти аналізу таку ж схему дослідження слід провести для МФ з тризубчастою формою перерізу стрижнів, а також розглянути варіанти з іншими значеннями мінімальної магнітної сили, наприклад, $f_{\text{min}} = 5 \cdot 10^{13} \text{ A}^2/\text{м}^3$. Але в будь-якому випадку такий процес не можна вважати завершеним з точки зору оптимізації, оскільки проведений аналіз виконано у 2D-варіанті з плоскопаралельним розподілом поля. У реальних умовах слід врахувати розмір L у напрямі осі стрижнів (висоту МФ). Цей розмір є одним з важливих конструктивних параметрів і залежить від низки факторів [18], розгляд яких лежить за межами даної роботи. Очевидно добуток $w_{\text{ef}} = wL$ можна розглядати як енергію магнітного поля у паралелепіпеді висотою L і основою 1 м². Саме цей параметр рекомендовано використовувати під час порівняльних та оптимізаційних розрахунків різних варіантів МФ як найбільш прийнятний критерій його енергетичної ефективності. Слід також мати на увазі, що наведені у таблиці результати отримані на основі потенційних зон вилучення і, як було зазначено вище, можуть бути скориговані за наявності додаткової технологічної інформації.

На завершення розглянемо в порядку постановки деякі можливі варіанти оптимізації магнітної системи ВГМС в цілому. Виходимо з того, що за відомих ефективних параметрів оптимізованого МФ (магнітна індукція й ефективна проникність) легко визначити інтегральні характеристики проєктованого сепаратора (магнітний потік, переріз осердя магнітопроводу, магніторушійну силу обмотки тощо), що обумовлені продуктивністю, прийнятними масо-габаритними та іншими виробничими показниками. При цьому можливі різні варіанти забезпечення базових характеристик МФ на основі техніко-економічних критеріїв оптимальності: мінімальної вартості сепаратора у порівнянні з близькими аналогами, мінімального споживання електричної енергії на одиницю кінцевого продукту або мінімальної його собівартості, оптимальних масо-габаритних параметрів, максимуму продуктивності сепаратора на одиницю його маси тощо. Реалізація цих задач значно спрощується за попереднього обґрунтування оптимальності обраного типу МФ. Зазначимо, що в сучасній науково-технічній літературі комплексний розгляд проблеми оптимізації магнітних систем ВГМС у такій постановці відсутній. Тому ця актуальна науково-технічна проблема потребує спеціальних додаткових досліджень.

Висновки.

1. Ефективність розробленого методу оптимізації поширених МФ стрижневого типу за критерієм мінімуму питомої енергії магнітного поля в одиниці об'єму зони вилучення підтверджено комплексним урахуванням багатьох чинників, що впливають на якість кінцевого продукту. На відміну від

традиційних методів, спрямованих на підвищення вилучальної здатності МФ, в основу запропонованого методу покладено енергетичний критерій оптимальності, що відповідає актуальному напрямку розвитку поліградієнтної сепарації шляхом зменшення масогабаритних параметрів ВГМС та енергоспоживання. Показано, що оптимізовані за цим критерієм параметри МФ можуть досягатися за середніх та низьких рівнях магнітного поля. Визначення цього критерію як питомих витрат на одиницю об'єму передбачає можливість його використання у разі довільних геометричних розмірів МФ, що визначають її продуктивність.

2. Доведено, що основним фактором забезпечення адекватності запропонованого методу є універсальні обчислювальні можливості базового методу розрахунку магнітних характеристик стрижневих МФ, що не має обмежень на розміри, геометрію, концентрацію стрижнів та інтенсивність фонових магнітного поля. Встановлено, що формування на основі цих даних масиву базових ізодин є конструктивним кроком для дослідження вилучальної здатності МФ. Оскільки пошук оптимізованих параметрів ґрунтується на перегляді різних варіантів, теоретично обґрунтовано, що для суттєвого зменшення обчислювального навантаження ефективно використовувати принцип подібності з можливістю організації розрахунків лише на основі базового варіанта.

3. Проілюстровано складну геометрію ізодин, до яких належать і характерні для двоякоперіодичних структур зони біфуркації. Розроблено ефективний метод візуалізації, який фактично вирішує складну проблему обчислення площ зон вилучення шляхом формування «білих зон» як своєрідних бар'єрів у процесі вилучення магнітної фракції. Вперше візуалізовано поле напрямків магнітних сил, які разом з ізодинами створюють візуальний портрет складного характеру потенційних шляхів руху слабомагнітних часток під час формування фактичної зони вилучення. Важливо зазначити, що ця інформація може бути використана для встановлення залежності розрахункових об'ємів вилучення з концентрацією та інтенсивністю подачі пульпи.

4. Базову інформацію для реалізації процесу оптимізації отримано на основі методу інтегральних рівнянь відносно вектора намагніченості елементів МФ. Аналіз двоякоперіодичних структур цим методом забезпечує найбільшу універсальність, простоту і точність порівняно з іншими методами. Доведено необхідність визначення не лише локальних, а й ефективних параметрів магнітного поля у процесі енергетичної оптимізації МФ, що в рамках рекомендованого методу визначається простим усередненням розподілу намагніченості її елементів по площі паралелограма періодів безпосередньо у процесі розв'язання інтегрального рівняння.

5. Розроблений метод оптимізації реалізує основні переваги математичного моделювання процесів. Разом з тим він передбачає використання додаткової інформації відносно низки технічних характеристик і технологічних обмежень. Тому практична цінність метода суттєво підсилюється повнотою й достовірністю інформації, отриманої на основі досвіду експлуатації та якісних експериментальних досліджень.

За специфікою розглянутої проблеми – її складністю, наявністю обмежень та багатовимірністю цільової функції – запропонований метод оптимізації належить до сучасних (евристичних) методів. Їх особливістю є великий обсяг розрахунків задля досягнення «приблизного, але хорошого рішення». Побудова покрокової траєкторії руху до оптимального результату базується на сучасних «генетичних» та «мурашиних» алгоритмах, методах рою частинок та ін., а також на використанні штучного інтелекту. Поступова реалізація перелічених можливостей може бути основою для подальшого розвитку запропонованого методу оптимізації МФ.

1. Ren L., Zeng S., Zhang Y. Magnetic field characteristics analysis of assembled magnetic medium using ANSYS software. *International Journal of Mining Science and Technology*. 2015. Vol. 25. No 3. Pp. 479–487. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2015.03.024>.

2. Xuyan Yu, Lei Zhan, Xiubin Wang, Qian Wang, Jiangang Ku. Spatial magnetic force and magnetic energy density analysis of microsphere medium in high gradient magnetic fields: a 3D simulation. *Physica Scripta*. 2024. Vol. 100. No 1. DOI: <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ad9180>.

3. Ge W., Encinas A., Araujo E., Song Sh. Magnetic matrices used in high gradient magnetic separation (HGMS): A review. *Results in Physics*. 2017. Vol. 7. Pp. 4278–4286. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.10.055>.

4. Zheng X., Wang Y., Lu D., Li X. Study on the application of elliptic cross-section matrices for axial high gradient magnetic separation: key considerations for optimization. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*. 2019. Vol. 55. Issue 3. Pp. 655–666. DOI: <https://doi.org/10.5277/ppmp18178>.

5. Ding L., Chen L.Z., Zeng J.W. Investigation of combination of variable diameter rod elements in rod matrix on high gradient magnetic separation performance. *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 1030–1032. Pp. 1193–1196. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.1030-1032.1193>.
6. Xia Z., Xing L., Li D., Sheng Z., Yu W., Dong L. Investigation of particle capture by grooved plates with elliptic teeth for high intensity magnetic separation. *Separation and Purification Technology*. 2023. Vol. 325. Article no 124685. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2023.124685>.
7. Hanyu Lin, Xin Li, Zhongyun Lei, Jiangang Ku, Zhaolian Wang. Developing high gradient magnetic separators for greener production: Principles, design, and optimization. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2023. Vol. 587. Article no 171260. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2023.171260>.
8. Jiangang Ku, Jun Xia, Jianzheng Li, Xinling Peng, Bao Guo, Hongxiang Ran. Accurate calculation of major forces acting on magnetic particles in a high-gradient magnetic field: A 3D finite element analysis. *Powder Technology*. 2021. Vol. 394. Pp. 767–774. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.08.052>.
9. Gerlici J., Shvedchikova I.O., Romanchenko Yu.A., Nikitchenko I.V. Determination of Rational Geometric Parameters of Plate Elements of the Magnetic Matrix of a Polygradient Separator. *Electrical Engineering and Electromechanics*. 2018. No 4. Pp. 58–62. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2018.4.10>.
10. Shvedchikova I., Romanchenko J., Nikitchenko I. Comparative analysis of inhomogeneity degree of magnetic field of polygradient magnetic separators for purification of bulk materials. 2017 International Conference on *Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 15-17 November 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES.2017.8248873>.
11. Романченко Ю.А. 2d-модельовання при багатоваріантних розрахунках магнітної індукції в матрицях поліградієнтних електромагнітних сепараторів. *Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля*. 2024. № 2 (282). С. 50–57. DOI: <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2024-282-2-50-57>.
12. Толмачев С.Т., Бондаревский С.Л., Ильченко А.В. Магнитные свойства многокомпонентных гетерогенных сред с двоякопериодической структурой. *Електротехніка і Електромеханіка*. 2020. № 1. С. 29–38. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2020.1.05>.
13. Tolmachev S., Ilchenko O. Calculation of Effective Magnetic Properties Rod Matrices of High-Gradient Magnetic Separators. IEEE 4th International Conference on *Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 20-23 October 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES58014.2022.10005717>.
14. Толмачов С.Т., Ільченко О.В. Математичне моделювання магнітного поля високоградієнтних магнітних сепараторів з двоякоперіодичною матричною структурою. *Технічна електродинаміка*. 2025. № 2. С. 3–11. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2025.02.003>.
15. Zheng X., Wang Y., Lu D. Particle capture of elliptic cross-section matrices for parallel stream high gradient magnetic separation. *Compel*. 2016. Vol. 35. Issue 1. Pp. 187–199. DOI: <https://doi.org/10.1108/COMPEL-03-2015-0140>.
16. Liangyu Xia, Fengyu Wang, Lijuan Wang, Xian Li, Junming Chen, Quanliang Cao. Understanding and prediction of magnetization state of elliptic cross-section matrices in high gradient magnetic separation. *Minerals Engineering*. 2021. Vol. 172. Article no 107137. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2021.107137>.
17. Xia Z., Li D., Shuang L., Zi J., Dong L., Ke J., Kadir C., Bing P., Yu W. A novel method for efficient recovery of ilmenite by high gradient magnetic separation coupling with magnetic fluid. *Minerals Engineering*. 2023. Vol. 202. Article no 108279. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2023.108279>.
18. Yu W., Zi X., Xia Z., Dong L., Zi S. Matching relation between matrix aspect ratio and applied magnetic induction for maximum particle capture in transversal high gradient magnetic separation. *Minerals Engineering*. 2020. Vol. 151. Article no 106316. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2020.116687>.
19. Liu J., Dai H., Yu L., Wang C., Feng J., Li P., Xu S. Optimization of the Matrix in a Transverse-Field High-Gradient Magnetic Separator for an Improved Ilmenite Separation. *Minerals*. 2025. Vol. 15. 114. DOI: <https://doi.org/10.3390/min15020114>.
20. Zhicheng Hu, Dongfang Lu, Xiayu Zheng, Yuhua Wang, Zixing Xue, Shaohua Xu. Development of a high-gradient magnetic separator for enhancing selective separation: A review. *Powder Technology*. 2023. Vol. 421. Article no 118435. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.118435>.

OPTIMIZATION OF ROD-MATRIX FILTERS FOR HIGH-GRADIENT MAGNETIC SEPARATORS

S.T. Tolmachov, O.V. Ilchenko

Kyryvi Rih National University of Ukraine,

Vitaliy Matusevich Str., 11, Kryvyi Rih, 50027, Ukraine.

Email: stan.tolm@gmail.com

The paper examines the theoretical and practical aspects of rod-structured matrix filters with double-periodic arrangement of elements, commonly employed in high-gradient magnetic separation technologies, with particular attention to comparative analysis and matrix optimization. An increasing number of studies on the development of highly efficient and lightweight high-gradient systems with reduced energy consumption is noted. The aim of the article is to substantiate and develop a method for optimizing matrix parameters according to the criterion of minimizing the specific energy of the magnetic field in the extraction zone, based on the calculation of local and effective force and energy characteristics of the magnetic field. The efficiency and universality of the proposed method are confirmed by a series of computational experiments with comprehensive consideration of factors influencing the quality of the final product. Specific examples demonstrate that the formation of an array of constant-magnetic-force lines (isodynes) serves as the principal means of investigating the extraction capacity of a matrix. A simple and effective approach to visualizing potential extraction zones is proposed in order to simplify the calculation of their areas. The application of the integral equation method with respect to the magnetization vector of matrix elements is substantiated, as it ensures maximum universality, simplicity, and accuracy in the analysis of complex double-periodic structures. The necessity of determining not only local but also effective magnetic field parameters in energy optimization is demonstrated. The dependence of matrix efficiency on the magnetic field intensity, rod shape and concentration, and their mutual arrangement is illustrated. The developed method is emphasized as being of a theoretical nature and is proposed as an effective complement to experimental analysis methods. It is shown that practical implementation of the method requires consideration of technological characteristics and constraints. Its value lies in the completeness and reliability of the additional information obtained on the basis of operational experience and high-quality experimental studies. References 20, figures 3, table 1.

Keywords: double-periodic structures, rod magnetization, magnetic forces, integral equation, force visualization, matrix extraction capacity, comparative analysis, energy efficiency.

1. Ren L., Zeng S., Zhang Y. Magnetic field characteristics analysis of assembled magnetic medium using ANSYS software. *International Journal of Mining Science and Technology*. 2015. Vol. 25. No 3. Pp. 479–487. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2015.03.024>.
2. Xuyan Yu, Lei Zhan, Xiubin Wang, Qian Wang, Jiangang Ku. Spatial magnetic force and magnetic energy density analysis of microsphere medium in high gradient magnetic fields: a 3D simulation. *Physica Scripta*. 2024. Vol. 100. No 1. DOI: <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ad9180>.
3. Ge W., Encinas A., Araujo E., Song Sh. Magnetic matrices used in high gradient magnetic separation (HGMS): A review. *Results in Physics*. 2017. Vol. 7. Pp. 4278–4286. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.10.055>.
4. Zheng X., Wang Y., Lu D., Li X. Study on the application of elliptic cross-section matrices for axial high gradient magnetic separation: key considerations for optimization. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*. 2019. Vol. 55. Issue 3. Pp. 655–666. DOI: <https://doi.org/10.5277/ppmp18178>.
5. Ding L., Chen L.Z., Zeng J.W. Investigation of combination of variable diameter rod elements in rod matrix on high gradient magnetic separation performance. *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 1030–1032. Pp. 1193–1196. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.1030-1032.1193>.
6. Xia Z., Xing L., Li D., Sheng Z., Yu W., Dong L. Investigation of particle capture by grooved plates with elliptic teeth for high intensity magnetic separation. *Separation and Purification Technology*. 2023. Vol. 325. Article no 124685. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2023.124685>.
7. Hanyu Lin, Xin Li, Zhongyun Lei, Jiangang Ku, Zhaolian Wang. Developing high gradient magnetic separators for greener production: Principles, design, and optimization. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2023. Vol. 587. Article no 171260. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2023.171260>.
8. Jiangang Ku, Jun Xia, Jianzheng Li, Xinling Peng, Bao Guo, Hongxiang Ran. Accurate calculation of major forces acting on magnetic particles in a high-gradient magnetic field: A 3D finite element analysis. *Powder Technology*. 2021. Vol. 394. Pp. 767–774. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.08.052>.
9. Gerlici J., Shvedchikova I.O., Romanchenko Yu.A., Nikitchenko I.V. Determination of Rational Geometric Parameters of Plate Elements of the Magnetic Matrix of a Polygradient Separator. *Electrical Engineering and Electromechanics*. 2018. No 4. Pp. 58–62. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2018.4.10>.
10. Shvedchikova I., Romanchenko J., Nikitchenko I. Comparative analysis of inhomogeneity degree of magnetic field of polygradient magnetic separators for purification of bulk materials. 2017 International Conference on

Modern Electrical and Energy Systems (MEES), Kremenchuk, Ukraine, 15-17 November 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES.2017.8248873>.

11. Romanchenko Yu.A.. 2d-modeling in multivariate calculations of magnetic induction in matrices of poly-gradient electromagnetic separators. *Visnyk Skhidnoukrainskoho natsionalnoho universitetu imeni Volodymyra Dalia*. 2024. No 2 (282). Pp. 50-57. DOI: <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2024-282-2-50-57>. (Ukr)

12. Tolmachev S.T., Bondarevsky S.L., Ilchenko A.V. Magnetic Properties of Multicomponent Heterogeneous Media with Bipolar Periodic Structure. *Elektrotehnika I elektromekhanika*. 2020. No 1. Pp. 29–38. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2020.1.05>. (Rus).

13. Tolmachev S., Ilchenko O. Calculation of Effective Magnetic Properties Rod Matrices of High-Gradient Magnetic Separators. IEEE 4th International Conference on *Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremen-chuk, Ukraine, 20-23 October 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES58014.2022.10005717>.

14. Tolmachev S.T., Ilchenko O.V. Mathematical modeling of the magnetic field of high-gradient magnetic separators with a doubly periodic matrix structure. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2025. No 2. Pp. 3–11. DOI: <https://doi.org/10.15407/technd2025.02.003>. (Ukr)

15. Zheng X., Wang Y., Lu D. Particle capture of elliptic cross-section matrices for parallel stream high gradient magnetic separation. *Compel*. 2016. Vol. 35. Issue 1. Pp. 187–199. DOI: <https://doi.org/10.1108/COMPEL-03-2015-0140>.

16. Liangyu Xia, Fengyu Wang, Lijuan Wang, Xian Li, Junming Chen, Quanliang Cao. Understanding and prediction of magnetization state of elliptic cross-section matrices in high gradient magnetic separation. *Minerals Engineering*. 2021. Vol. 172. Article no 107137. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2021.107137>.

17. Xia Z., Li D., Shuang L., Zi J., Dong L., Ke J., Kadir C., Bing P., Yu W. A novel method for efficient recovery of ilmenite by high gradient magnetic separation coupling with magnetic fluid. *Minerals Engineering*. 2023. Vol. 202. Article no 108279. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2023.108279>.

18. Yu W., Zi X., Xia Z., Dong L., Zi S. Matching relation between matrix aspect ratio and applied magnetic induction for maximum particle capture in transversal high gradient magnetic separation. *Minerals Engineering*. 2020. Vol. 151. Article no 106316. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2020.116687>.

19. Liu J., Dai H., Yu L., Wang C., Feng J., Li P., Xu S. Optimization of the Matrix in a Transverse-Field High-Gradient Magnetic Separator for an Improved Ilmenite Separation. *Minerals*. 2025. Vol. 15. 114. DOI: <https://doi.org/10.3390/min15020114>.

20. Zhicheng Hu, Dongfang Lu, Xiayu Zheng, Yuhua Wang, Zixing Xue, Shaohua Xu. Development of a high-gradient magnetic separator for enhancing selective separation: A review. *Powder Technology*. 2023. Vol. 421. Article no 118435. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.118435>.

Надійшла 18.08.2025

Прийнята 29.09.2025