

СТРАТЕГІЯ АКТИВНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ЗАДЛЯ МІНІМІЗАЦІЇ ПОТУЖНОСТІ ВТРАТ ТРИФАЗНОЇ ЧОТИРИПРОВІДНОЇ СИСТЕМИ З ДВОМА НАВАНТАЖЕННЯМИ

Ю.В. Кутафін^{1*}, докт. філософ., М.Ю. Артеменко^{2**}, докт. техн. наук, В.В. Чопик^{3***}, канд. техн. наук, І.А. Шаповал^{3****}, докт. техн. наук, С.Й. Поліщук^{3*****}, канд. техн. наук.

¹ Академія праці, соціальних відносин і туризму,
вул. Кільцева дорога, 3А, Київ, 03187, Україна,

² НТУ України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»,
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна,

³ Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.
E-mail: chopykied@gmail.com.

Здійснено постановку задачі енергоефективної активної фільтрації струмів рознесених в просторі навантажень багатофазних систем електроживлення. Критерієм оптимізації прийнято мінімізацію сумарної потужності втрат в лінії передачі за умов нульової активної потужності кожного з інверторів фільтра, приєднаного до відповідного навантаження. Запропоновано нову стратегію енергоефективної фільтрації струмів трифазної чотирипровідної системи електроживлення двох навантажень від однієї радіальної лінії передачі з двома послідовними ділянками, що в реальному масштабі часу розраховує активні струми ділянок мережі шляхом мінімізації функції Лагранжа, складеної з сумарної потужності втрат в лінії передачі та умов забезпечення активних потужностей кожного з навантажень активними струмами. Вперше встановлено, що величина мінімальної сумарної потужності втрат в лінії передачі трифазної чотирипровідної системи електроживлення з двома навантаженнями є зваженою сумою активних потужностей цих навантажень з ваговими коефіцієнтами у вигляді розрахованих множників Лагранжа. Запропонована стратегія фільтрації струмів двох навантажень була реалізована на комп'ютерній моделі, яка показала свою відповідність прогностичним енергозберігаючим показникам для лінійного та нелінійного навантаження. Затримка налаштування параметрів активного фільтра за динамічних змін одного з навантажень складає один період напруги мережі. Бібл. 15, рис. 4.

Ключові слова: паралельний активний фільтр, стратегія активної фільтрації, системи живлення з двома навантаженнями, мінімальна потужність втрат лінії передачі.

Вступ. Стратегії енергоефективної активної фільтрації струмів багатофазних систем електроживлення базуються на різноманітних теоріях потужності [1–5], що різними способами [6–9] виокремлюють неактивні складові споживаних струмів, пропорційні відповідним потужностям. Ці складові, що містять реактивні струми та струми несиметрії на частоті мережі, а також струми вищих гармонік, компенсуються паралельними активними фільтрами (ПАФ) на клеммах потужних споживачів, позбавляючи від них лінію передачі. Тим самим знижується її теплове навантаження, підвищується коефіцієнт потужності та якість споживаної енергії. Однак теорія енергоефективної активної фільтрації здебільшого розглядає єдине багатофазне навантаження та, відповідно, одну ділянку лінії передачі з відомими резистивними параметрами. Разом з тим радіальна структура побудови традиційної системи електроживлення та розподілена система активної фільтрації в мікромережі [10, 11] потребують теоретичного обґрунтування енергоефективних стратегій систем багатофазного живлення декількох рознесених в просторі навантажень з відповідною кількістю ділянок лінії передачі з різними резистивними параметрами.

© Кутафін Ю.В., Артеменко М.Ю., Чопик В.В., Шаповал І.А., Поліщук С.Й., 2026
ORCID: *<https://orcid.org/0000-0002-8156-1277>; **<https://orcid.org/0000-0001-9341-9238>;
<https://orcid.org/0000-0002-5046-5223>; *<https://orcid.org/0000-0002-9107-5061>;
*****<https://orcid.org/0000-0002-6978-2747>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

Метою даної роботи є розроблення енергоефективної стратегії паралельної активної фільтрації трифазної чотирипровідної системи живлення двох навантажень від однієї радіальної лінії передачі з двома послідовними ділянками, що мінімізує сумарну потужність втрат.

1. Постановка задачі енергоефективної активної фільтрації струмів трифазної чотирипровідної системи електроживлення з двома навантаженнями. На рис. 1 представлено схемну модель трифазної чотирипровідної системи енергоживлення з ПАФ та двома

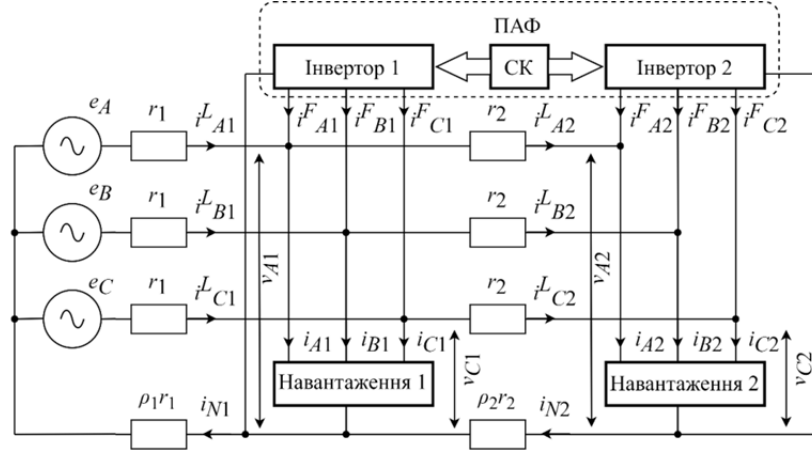


Рис. 1

навантаженнями, аналогічну [12], де лінія передачі має дві ділянки, що характеризуються наборами резистивних параметрів $r_1, r_{N1} = \rho_1 r_1$ та $r_2, r_{N2} = \rho_2 r_2$ відповідно.

Мінімальний набір електричних змінних, що описують енергетичні процеси в схемі на рис.1, оберемо у вигляді фазних напруг в точках приєднання навантажень та відповідних струмів навантажень і компенсаційних струмів силових частин фільтрів, представлених у векторній формі

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} v_{A1} \\ v_{B1} \\ v_{C1} \end{bmatrix}; \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} v_{A2} \\ v_{B2} \\ v_{C2} \end{bmatrix}; \mathbf{i}_1 = \begin{bmatrix} i_{A1} \\ i_{B1} \\ i_{C1} \end{bmatrix}; \mathbf{i}_2 = \begin{bmatrix} i_{A2} \\ i_{B2} \\ i_{C2} \end{bmatrix}; \mathbf{i}_1^F = \begin{bmatrix} i_{A1}^F \\ i_{B1}^F \\ i_{C1}^F \end{bmatrix}; \mathbf{i}_2^F = \begin{bmatrix} i_{A2}^F \\ i_{B2}^F \\ i_{C2}^F \end{bmatrix}. \quad (1)$$

У сукупності ці вектори формують скорочений координатний базис [9] порівняно з FBD-методом [13], де задля опису енергетичних процесів у 8 резистивних провідниках у схемі на рис. 1 знадобиться 16 електричних змінних, до яких треба додати 8 компенсаційних струмів для двох інверторів за аналогією з тим, як це реалізовано в [8], де для фільтрації струмів єдиного навантаження формуються 4 компенсаційні струми.

Це скорочення координат є суттєвим для потреб активної фільтрації, оскільки веде до зменшення числа відповідних сенсорів напруги й струму навантажень та регуляторів фільтра. Увівши позначення операції осереднення на періоді мережних напруг скалярного добутку довільних періодичних векторів $\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)$ однакової розмірності $T^{-1} \int_T \mathbf{x}(t) \mathbf{y}(t) dt = T^{-1} \int_T \mathbf{y}(t) \mathbf{x}(t) dt \triangleq \mathbf{x} \circ \mathbf{y}$, де символ « $\wedge$ » є знаком транспонування, визначимо активну потужність кожного навантаження через введені вектори за формулою Блонделя [14]

$$P_1 = \mathbf{v}_1 \circ \mathbf{i}_1; \quad P_2 = \mathbf{v}_2 \circ \mathbf{i}_2.$$

Задля знаходження виразу для сумарної потужності втрат лінії передачі у координатному базисі (1) за відсутності активної фільтрації споживаних струмів ($\mathbf{i}_1^F = \mathbf{i}_2^F = \mathbf{0}; \mathbf{i}_1^L = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2; \mathbf{i}_2^L = \mathbf{i}_2$) струми нейтральних проводів виражаємо через струми навантажень

$$i_{N1} = i_{A1} + i_{B1} + i_{C1} + i_{A2} + i_{B2} + i_{C2} = \mathbf{j}^\wedge (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2); \quad \text{де } \mathbf{j}^\wedge = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$i_{N2} = i_{A2} + i_{B2} + i_{C2} = \mathbf{j}^\wedge \mathbf{i}_2 = \mathbf{i}_2^\wedge \mathbf{j},$$

Тоді потужність втрат на другій ділянці лінії передачі

$$\Delta P_2 = T^{-1} \int_T (r_2 i_{A2}^2 + r_2 i_{B2}^2 + r_2 i_{C2}^2 + r_{N2} i_{N2}^2) dt = T^{-1} \int_T (r_2 \mathbf{i}_2^\wedge \mathbf{i}_2 + r_{N2} \mathbf{i}_2^\wedge \mathbf{j} \times \mathbf{j}^\wedge \mathbf{i}_2) dt =$$

$$= T^{-1} \int_T \mathbf{i}_2^\wedge (r_2 \mathbf{I} + r_{N2} \mathbf{j} \mathbf{j}^\wedge) \mathbf{i}_2 dt = T^{-1} \int_T \mathbf{i}_2^\wedge \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_2 dt = \mathbf{i}_2 \circ \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_2,$$

$$\text{де } \mathbf{R}_2 = r_2 \mathbf{I} + r_{N2} \mathbf{j}\mathbf{j}^\wedge; \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{J} = \mathbf{j}\mathbf{j}^\wedge = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Аналогічно, потужність втрат на першій ділянці лінії передачі, де протікають сумарні струми обох навантажень,

$$\Delta P_1 = (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) \circ \mathbf{R}_1 (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2).$$

Додавши потужності втрат окремих ділянок, отримаємо вираз для сумарної потужності втрат лінії передачі системи електроживлення з двома навантаженнями без фільтра

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 = (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) \circ \mathbf{R}_1 (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) + \mathbf{i}_2 \circ \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_2. \quad (2)$$

Оскільки інвертори ПАФ встановлені безпосередньо на клеммах рознесених в просторі навантажень, то кожен з них має генерувати компенсаційні струми з нульовою активною потужністю, тобто енергозабезпечення кожного з навантажень має здійснюватися виключно струмами лінії передачі. Отже, енергоефективна стратегія активної фільтрації струмів двох навантажень має визначити такі закони часових змін активних струмів лінії передачі $\mathbf{i}_{A1} = \mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_1^F$ та $\mathbf{i}_{A2} = \mathbf{i}_2 - \mathbf{i}_2^F$, що мінімізує сумарну потужність втрат в лінії передачі за критерієм оптимізації відповідно до (2)

$$(\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) \circ \mathbf{R}_1 (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) + \mathbf{i}_{A2} \circ \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_{A2} \rightarrow \min,$$

та умов забезпечення відповідних активних потужностей кожного з навантажень струмами лінії передачі

$$\begin{cases} \mathbf{i}_{A1} \circ \mathbf{v}_1 = \mathbf{i}_1 \circ \mathbf{v}_1 = P_1; \\ \mathbf{i}_{A2} \circ \mathbf{v}_2 = \mathbf{i}_2 \circ \mathbf{v}_2 = P_2. \end{cases} \quad (3)$$

2. Енергоефективна стратегія активної фільтрації струмів двох навантажень.

Сформульовану задачу можна розв'язати, використовуючи метод множників Лагранжа [15]. Увівши множники Лагранжа α_1, α_2 за кількістю обмежень (3), запишемо функцію Лагранжа у вигляді

$$L(\mathbf{i}_{A1}, \mathbf{i}_{A2}, \alpha_1, \alpha_2) = (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) \circ \mathbf{R}_1 (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) + \mathbf{i}_{A2} \circ \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_{A2} - 2\alpha_1 (\mathbf{i}_{A1} \circ \mathbf{v}_1 - P_1) - 2\alpha_2 (\mathbf{i}_{A2} \circ \mathbf{v}_2 - P_2). \quad (4)$$

Диференціюючи цю функцію за всіма змінними, матимемо систему з 4 рівнянь для умовної мінімізації сумарної потужності втрат

$$\begin{cases} \partial L_1 = 0; \\ \partial L_2 = 0; \\ \partial L / \partial \alpha_1 = \mathbf{i}_{A1} \circ \mathbf{v}_1 - P_1 = 0; \\ \partial L / \partial \alpha_2 = \mathbf{i}_{A2} \circ \mathbf{v}_2 - P_2 = 0, \end{cases} \quad (5)$$

де $\partial L_1, \partial L_2$ є частковими диференціалами функції Лагранжа за малих змін векторів активних струмів $\partial \mathbf{i}_{A1}, \partial \mathbf{i}_{A2}$ відповідно.

Знайдемо частковий диференціал першого рівняння (5) з урахуванням симетрії матриці $\mathbf{R}_1$

$$\begin{aligned} \partial L_1 &= T^{-1} \int_T [\partial \mathbf{i}_{A1}^\wedge \mathbf{R}_1 (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) + (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2})^\wedge \mathbf{R}_1 \partial \mathbf{i}_{A1}] dt - 2\alpha_1 T^{-1} \int_T \partial \mathbf{i}_{A1}^\wedge \mathbf{v}_1 dt = \\ &= T^{-1} \int_T [(\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2})^\wedge \mathbf{R}_1^\wedge \partial \mathbf{i}_{A1} + (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2})^\wedge \mathbf{R}_1 \partial \mathbf{i}_{A1}] dt - 2\alpha_1 T^{-1} \int_T \mathbf{v}_1^\wedge \partial \mathbf{i}_{A1} dt = \\ &= 2T^{-1} \int_T [(\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2})^\wedge \mathbf{R}_1^\wedge - \alpha_1 \mathbf{v}_1^\wedge] \partial \mathbf{i}_{A1} dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Цей диференціал тотожно дорівнює нулю для довільного $\partial \mathbf{i}_{A1}$, якщо кінцевий вираз у квадратній дужці (6) набуває нульового значення.

Аналогічно, знайшовши частковий диференціал другого рівняння (5) з урахуванням симетрії матриці $\mathbf{R}_2$,

$$\begin{aligned} \partial L_2 &= T^{-1} \int_T [\partial \mathbf{i}_{A2}^\wedge \mathbf{R}_2 (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) + (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2})^\wedge \mathbf{R}_2 \partial \mathbf{i}_{A2} + \partial \mathbf{i}_{A2}^\wedge \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_{A2} + \mathbf{i}_{A2}^\wedge \mathbf{R}_2 \partial \mathbf{i}_{A2}] dt - 2\alpha_2 T^{-1} \int_T \partial \mathbf{i}_{A2}^\wedge \mathbf{v}_2 dt = \\ &= 2T^{-1} \int_T [(\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2})^\wedge \mathbf{R}_2^\wedge + \mathbf{i}_{A2}^\wedge \mathbf{R}_2^\wedge - \alpha_2 \mathbf{v}_2^\wedge] \partial \mathbf{i}_{A2} dt, \end{aligned} \quad (7)$$

стверджуємо, що частковий диференціал (7) тотожно дорівнює нулю для довільного $\partial \mathbf{i}_{A2}$ за умови нульового значення кінцевого виразу у квадратній дужці.

Транспонувавши обидві умови рівності нулю двох перших рівнянь (5), маємо систему рівнянь, що зв'язує активні струми з напругами та множниками Лагранжа,

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1(\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) &= \alpha_1 \mathbf{v}_1; \\ \mathbf{R}_1(\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) + \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_2 &= \alpha_2 \mathbf{v}_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Спростивши друге рівняння (8) до вигляду $\mathbf{R}_2 \mathbf{i}_2 = \alpha_2 \mathbf{v}_2 - \alpha_1 \mathbf{v}_1$, отримуємо вирази для активних струмів

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{A1} &= \alpha_1 (\mathbf{R}_1^{-1} + \mathbf{R}_2^{-1}) \mathbf{v}_1 - \alpha_2 \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_2; \\ \mathbf{i}_{A2} &= -\alpha_1 \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_2, \end{aligned} \quad (9)$$

та підставляємо ці значення в 3 та 4 рівняння (5). В результаті, отримаємо систему лінійних рівнянь відносно множників Лагранжа

$$\begin{aligned} \alpha_1 \mathbf{v}_1 \circ (\mathbf{R}_1^{-1} + \mathbf{R}_2^{-1}) \mathbf{v}_1 - \alpha_2 \mathbf{v}_1 \circ \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_2 &= P_1; \\ -\alpha_1 \mathbf{v}_2 \circ \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2 \circ \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_2 &= P_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Позначивши скалярні величини $\mathbf{v}_1 \circ (\mathbf{R}_1^{-1} + \mathbf{R}_2^{-1}) \mathbf{v}_1 = \beta_1$; $\mathbf{v}_2 \circ \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_2 = \beta_2$; $\mathbf{v}_1 \circ \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2 \circ \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{v}_1 = \beta$, перепишемо систему (10) в матричному вигляді

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & -\beta \\ -\beta & \beta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Розв'язок (11) встановлює значення множників Лагранжа

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \beta_2 & \beta \\ \beta & \beta_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\beta_1 \beta_2 - \beta^2} \begin{bmatrix} \beta_2 P_1 + \beta P_2 \\ \beta P_1 + \beta_1 P_2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

підстановка яких в (9) завершує процедуру визначення активних струмів для двох навантажень.

Інвертори ПАФ генерують трикоординатні вектори струмів

$$\mathbf{i}_1^F = \mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_{A1}; \mathbf{i}_2^F = \mathbf{i}_2 - \mathbf{i}_{A2} \quad (13)$$

з нульовими активними потужностями, забезпечуючи формування активних струмів (9) в лінії передачі. З урахуванням (8), (11) сумарна потужність втрат від їх протікання

$$\begin{aligned} \Delta P_{MIN} &= (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) \circ \mathbf{R}_1 (\mathbf{i}_{A1} + \mathbf{i}_{A2}) + \mathbf{i}_{A2} \circ \mathbf{R}_2 \mathbf{i}_{A2} = \\ &= \alpha_1 \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{v}_1 \circ \alpha_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{R}_2^{-1} (\alpha_2 \mathbf{v}_2 - \alpha_1 \mathbf{v}_1) \circ (\alpha_2 \mathbf{v}_2 - \alpha_1 \mathbf{v}_1) = \\ &= \alpha_1^2 \beta_1 + \alpha_2^2 \beta_2 - 2\alpha_1 \alpha_2 \beta = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \beta_1 & -\beta \\ -\beta & \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 \end{aligned} \quad (14)$$

є зваженою сумою активних потужностей цих навантажень з ваговими коефіцієнтами у вигляді розрахованих множників Лагранжа.

3. Комп'ютерна верифікація запропонованої стратегії активної фільтрації. Метою проведення імітаційного комп'ютерного моделювання є верифікація запропонованої стратегії активної фільтрації, що полягає в мінімізації функції Лагранжа (4) шляхом розрахунку множників Лагранжа за формулою (12) в процесі роботи моделі та визначенні величин активних струмів обох ділянок мережі (9) на основі відомих параметрів лінії передачі та вимірювання зазначених в (1) струмів і напруг обох навантажень. Обернені матриці, що містять ці параметри, розраховуються за спрощеними формулами [3] $\mathbf{R}_i^{-1} = r_i^{-1} [\mathbf{I} + (3 + \rho_i^{-1})^{-1} \mathbf{j}\mathbf{j}^T]$; $i=1,2$. Виміряна величина отриманої сумарної потужності втрат порівнюється з її розрахунковим значенням (14). Імітаційну модель у середовищі PLECS, що втілює запропоновану стратегію фільтрації струмів трифазної чотирипровідної системи живлення з двома навантаженнями та ПАФ представлено на рис. 2. Трифазне джерело генерує симетричні синусоїдні напруги амплітудою $230\sqrt{2}$ В частотою 50 Гц. Ділянки лінії передачі мають активні опори з параметрами $r_1 = 0.05$ Ом, $r_2 = 0.1$ Ом; $\rho_1 = 1$; $\rho_2 = 5$. Навантаження представлені блоками Load 1 та Load 2, схеми яких розкриті на рис. 3. Струми фільтрації формують блоки Inverter 1 та Inverter 2 на основі значень (13), які розраховує блок Control System.

На рис. 4 представлено результати моделювання струмів обох ділянок лінії передачі, сумарної потужності втрат та величини множників Лагранжа, що обчислюються у реальному масштабі часу. В інтервалі часу 0–0.05с фільтрація відсутня, і струми першої ділянки відповідають накладанню

симетричних струмів нелінійного першого навантаження та лінійного несиметричного другого навантаження.

В момент часу $t = 0,05$ с вмикається ПАФ, під дією якого лінійні струми обох ділянок лінії передачі стають симетричними, а струми нейтральних проводів – нульовими. Також видно, що сумарна потужність втрат в лініях передачі після увімкнення ПАФ зменшується приблизно в 2,7

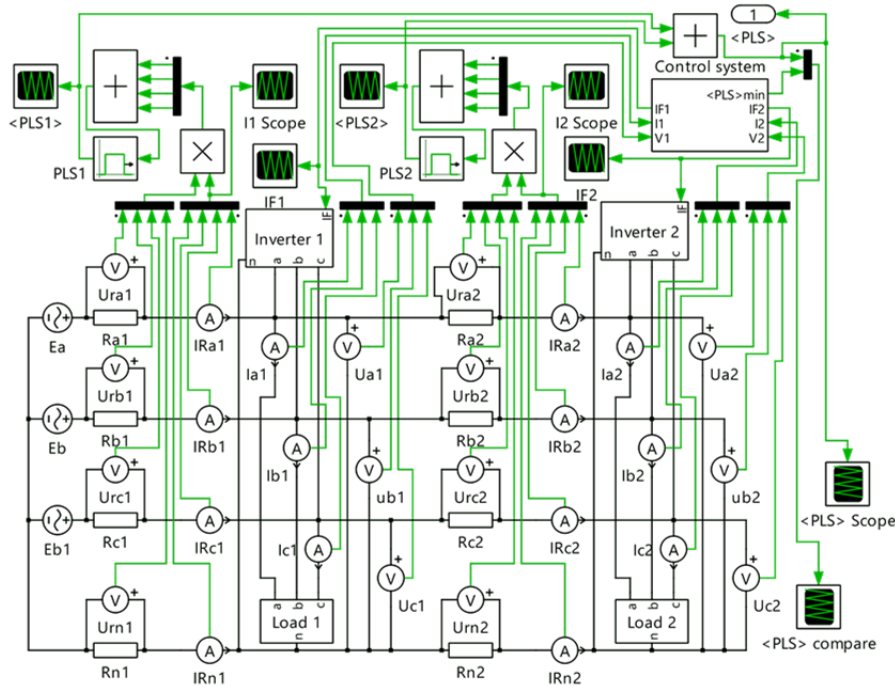
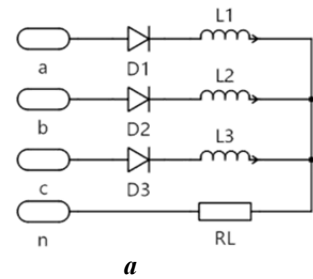
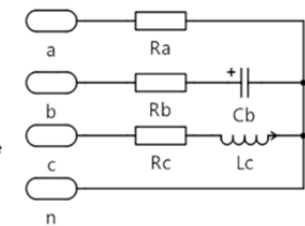


Рис. 2



а



б

Рис. 3

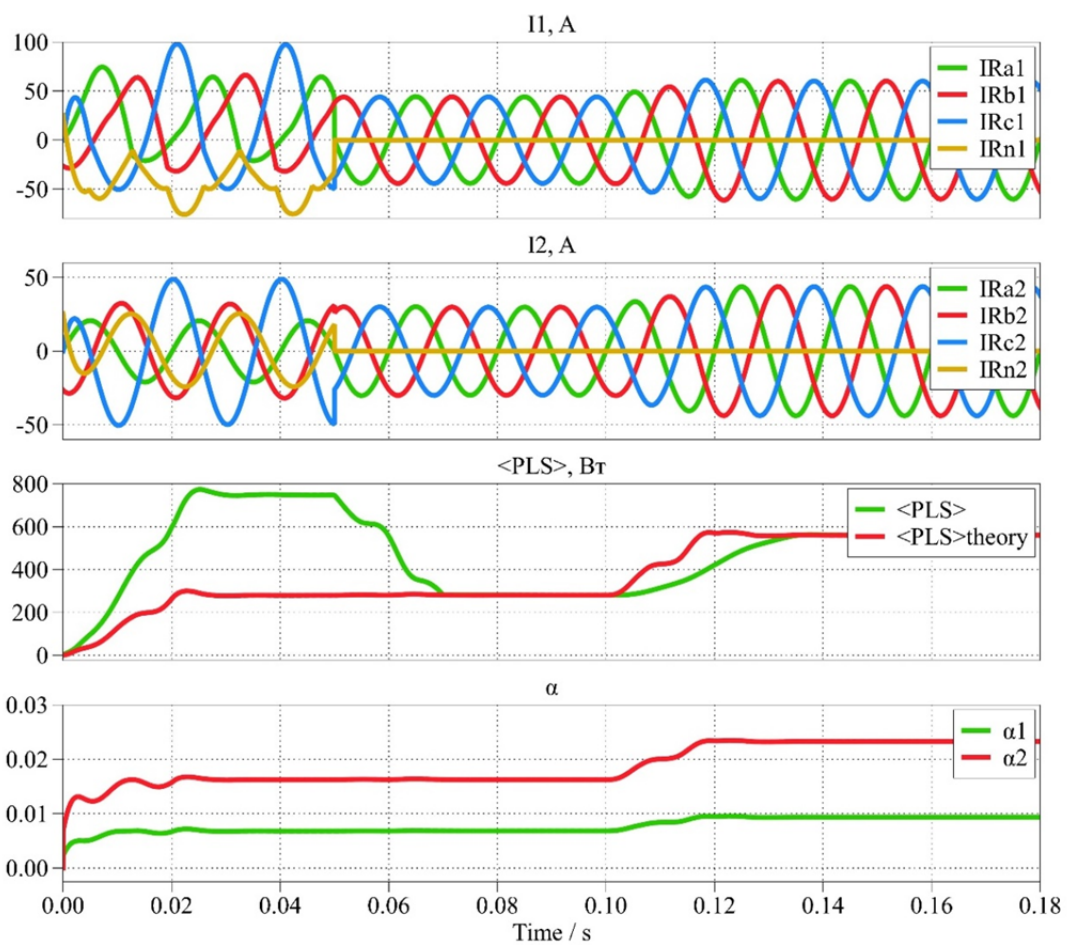


Рис. 4

рази і збігається з прогнозованим за (14) значенням $\Delta P_{MIN} \approx 280$ Вт для множників Лагранжа $\alpha_1 \approx 6.8 \cdot 10^{-3}$; $\alpha_2 \approx 1.6 \cdot 10^{-2}$ та потужностей навантажень $P_1 \approx 6.88$ кВт; $P_2 \approx 14.4$ кВт за $\beta \approx 1.55 \cdot 10^6$ Вт; $\beta_1 \approx 4.7 \cdot 10^6$ Вт; $\beta_2 \approx 1.54 \cdot 10^6$ Вт.

В момент часу $t = 0,1$ с стрибкоподібно зменшується параметр R_a опору навантаження на рис. 3, внаслідок чого збільшується сумарна активна потужність P_2 другого навантаження, на що система керування ПАФ реагує перерахунком множників Лагранжа та збільшенням амплітуд струмів обох ділянок. При цьому зберігається їх симетрична синусоїдна форма за нульового струму нейтралі, а потужність втрат мінімізується до нового рівня $\Delta P_{MIN} \approx 570$ Вт, що відповідає розрахунковому за (14) значенню.

Затримку налаштування параметрів ПАФ за динамічних змін одного з навантажень можна оцінити на рівні 0,02 с, що відповідає одному періоду напруги мережі живлення.

Висновки

1. Встановлено особливість мінімізації сумарної потужності втрат в лінії передачі в рамках постановки задачі енергоефективної фільтрації струмів рознесених в просторі навантажень, яка полягає в дотриманні умов нульової активної потужності кожного з інверторів фільтра, приєднаного до відповідного навантаження.

2. Запропоновано нову стратегію енергоефективної фільтрації струмів трифазної чотирипровідної системи електроживлення двох навантажень від однієї радіальної лінії передачі з двома послідовними ділянками, що в реальному масштабі часу розраховує активні струми обох ділянок мережі шляхом мінімізації функції Лагранжа, складеної з сумарної потужності втрат в лінії передачі та умов забезпечення активних потужностей кожного з навантажень активними струмами.

3. Вперше встановлено, що величина мінімальної сумарної потужності втрат в лінії передачі трифазної чотирипровідної системи електроживлення з двома навантаженнями є зваженою сумою активних потужностей цих навантажень з ваговими коефіцієнтами у вигляді розрахованих множників Лагранжа.

4. Запропонована стратегія енергоефективної фільтрації струмів двох навантажень була реалізована на комп'ютерній моделі трифазної чотирипровідної системи електроживлення та показала свою відповідність прогнозним енергозберігаючим показникам для лінійного та нелінійного навантаження з затримкою відпрацювання динамічних збурень на один період мережної напруги.

Роботу виконано за держбюджетною темою: "Дослідження методів підвищення ефективності систем електроживлення з джерелами розподіленої генерації з урахуванням нових способів побудови та керування напівпровідниковими компенсаторами збурень і неактивних складових потужності" (Адаптер-2), (КПКВК 6541030).

LOSS-MINIMIZING ACTIVE FILTERING STRATEGY FOR A THREE-PHASE FOUR-WIRE SYSTEM WITH TWO LOADS

Yu.V. Kutafin¹, M.Yu. Artemenko², V.V. Chopyk³, I.A. Shapoval³, S.Y. Polishchuk³

¹ Academy of Labour, Social Relations and Tourism,
3A, Kil'tseva Doroha St., Kyiv, 03187, Ukraine.

² National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",
37 Beresteiskyi Ave., Kyiv 03056, Ukraine.

³ Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: chopykied@gmail.com.

The problem of energy-efficient active current filtering of multiphase power supply system with spatially distributed loads has been formulated. The optimization criterion is the minimization of the total power losses in the transmission line under conditions of zero active power of each filter's inverter connected to the corresponding load. A new strategy for energy-efficient current filtering of a three-phase four-wire power supply system for two loads from one radial transmission line with two consecutive sections is proposed, which calculates the active currents of network sections in real time by minimizing the Lagrange function composed of the total power losses in the transmission line and the conditions ensuring that the active powers of each load are supplied by active currents. It is established for the first time that the value of the minimum total power losses in the transmission line of a three-phase four-wire power supply

system with two loads is the weighted sum of these load active powers with weighting coefficients in the form of calculated Lagrange multipliers. The proposed strategy for current filtering of two loads was implemented in a computer model which demonstrated compliance with predicted energy-saving performance for both linear and nonlinear loads. The settling time of the active filter parameters during dynamic changes in one of the loads is equal to one period of the mains voltage. References 15, figures 4.

Keywords: shunt active filter, active filtering strategy, dual-load power systems, minimum transmission line power losses.

1. Jeon S. J. Definitions of Apparent Power and Power Factor in a Power System Having Transmission Lines with Unequal Resistances. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2005. Vol. 20. No 3. Pp. 1806–1811. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2005.848658>.
2. Adrian A. Adăscălitei, Alexander E. Emanuel. Evolution of the Electric Power Compensation Definitions. *Annals of the University of Craiova, Electrical Engineering series*. 2015. No 39. Pp. 206–211.
3. Artemenko M., Batrak L., and Polishchuk S. New definition formulas for apparent power and active current of three-phase power system. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2019. No. 95(8). Pp. 81–85. DOI: <https://doi.org/10.15199/48.2019.08.20>.
4. Malengret M. and Trevor Gaunt C. Active Currents, Power Factor, and Apparent Power for Practical Power Delivery Systems. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 133095–133113. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3010638>.
5. Peng Fang Z., Hao Huang, Tolbert Leon M., Lehman Brad, Yu Ann Li. Spacetime pq theory for AC and DC electric power systems. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15. Article number: 8169. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-025-90021-3>.
6. Cristaldi L., Ferrero A., Superti Furga G. Power and Current Decompositions into Time- and Frequency-Domain Components: Analysis and Comparison. *ETEP*. September/October 1994. Vol. 4. No 5. Pp. 359–367. DOI: <https://doi.org/10.1002/etep.4450040507>.
7. Czarnecki L.S. Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental of Power Theory. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2008. Vol. 84. No 6. Pp. 28–37.
8. Salmerón Patricio, Pérez-Vallés Alejandro, Flores-Garrido Juan, and Gómez-Galán Juan A. Application of a Multidimensional Approach in the Compensation of Industrial Loads. *IEEE Access*. 2024. Vol. 12. Pp. 8038–8051. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3351939>.
9. Artemenko M.Yu. Kutafin Yu.V., Chopyk V.V., Mykhalsky V.M., Shapoval I.A., Polishchuk S.Y. Generalized definition of the apparent power and energy-efficient strategies of active filtration in the reduced coordinate basis of a multiphase power supply system. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2025. No 1. Pp. 24–34 DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2025.01.024>.
10. Benavides-Córdoba S., Urrea-Quintero J.-H., Muñoz-Galeano N., Cano-Quintero J.-B., Segui-Chilet S. Optimal distribution of the fundamental non-efficient load current terms between the energy gateways connected in grid-tied microgrids. *Heliyon*. Feb. 2023. Vol. 9. No 2. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e13650>.
11. Artemenko M.Yu., Chopyk V.V., Mikhalsky V.M., Shapoval I.A., Polishchuk S.Y. The Unbalance Power Identification in the Three-Phase Four-Wire Power Supply System for the Needs of Its Distributed Compensation. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 2. Pp. 12–20. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.02.012>.
12. Pajic Slobodan and Emanuel Alexander E. Effect of Neutral Path Power Losses on the Apparent Power Definitions: A Preliminary Study. *IEEE Transactions on Power Delivery*. April 2009. Vol. 24. No 2. Pp. 517–523. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2009.2014481>.
13. Depenbrock M. The FBD-method, a generally applicable tool for analyzing power relations. *IEEE Trans. On Power Systems*. May 1993. Vol.8. No 2. Pp. 381–387. DOI: <https://doi.org/10.1109/59.260849>.
14. Blondel A. Measurement of Energy of Polyphase Currents. *Proceeding of III International Electrical Congress*. Chicago, 1893. Pp. 112–117.
15. Korn H., Korn T. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review. McGraw-Hill, New York, 1961.

Надійшла 03.05.2026

Прийнята 28.05.2026