

**СПРОЩЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРИВИМІРНОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ
ДОВІЛЬНОЇ СИСТЕМИ СТРУМІВ ПОБЛИЗУ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ТІЛА**

Ю.М. Васецький*, докт. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна,
e-mail: yuriv.vasetsky@gmail.com

На основі точного аналітичного розв'язку тривимірної задачі теорії електромагнітного поля для струму, що протікає поблизу електропровідного півпростору, проаналізовано вплив ділянок контурів зі струмом, орієнтованих під кутом до поверхні поділу середовищ. Показано, що у разі плоских контурів, паралельних граничній поверхні, задача спрощується, електромагнітне поле повністю визначається розподілом векторного потенціалу. Для контурів з малим кутом нахилу його ділянок проаналізовано можливість використання наближеної математичної моделі, в якій нехтують складовою напруженості електричного поля, зумовленою перпендикулярним до поверхні напрямком струму. Знайдено похибку застосування спрощеної математичної моделі в залежності від кута нахилу ділянок контуру та параметру, що визначає ступень віддаленості від поверхні зовнішніх джерел по відношенню до глибини проникнення поля. Бібл. 10, рис. 4.

Ключові слова: тривимірне електромагнітне поле, вихровий струм, аналітичні точний та наближений методи розрахунку.

Вступ. Розробка ефективних методів розрахунку тривимірного електромагнітного поля на сьогодні залишається актуальною задачею, незважаючи на успіхи і широке застосування добре розвинених чисельних методів розрахунку. Це обумовлено, в першу чергу, великим обсягом обчислень у разі розв'язанні тривимірних задач в системах зі складною геометричною структурою, особливо при вирішенні обернених задач теорії поля та оптимізації геометрії електромагнітних систем. Такі задачі виникають, наприклад, у процесі розробки технологічних пристроїв термічної обробки металів [1, 2], магнітно-імпульсної обробки металевих виробів [3, 4], обробки металевих матеріалів, у тому числі зварних швів, електричним струмом та електромагнітним полем високої інтенсивності [5]. В цих випадках ефективними залишаються аналітичні або чисельно-аналітичні підходи, що дають змогу врахувати обмежену кількість, однак, найбільш суттєвих характеристик системи. Прикладом застосування аналітичних точних і наближених методів розрахунку змінного електромагнітного поля є вирішення обернених задач по знаходженню просторової геометрії індукторів поля в області термічної обробки із застосуванням індукційного нагріву рухомих металевих стрічок [6].

У наведених прикладах в електропровідних середовищах елементів пристроїв, на які здійснюється вплив електромагнітного поля, має місце сильний скін-ефект, коли поле і індукований струм існують у тонкому поверхневому шарі електропровідного тіла [7, 8]. В цьому випадку звичайно застосовується математична модель, в якій тіло реальної форми замінюється електропровідним півпростором, а зовнішнє поле створюється джерелами, що розташовані за межами тіла в діелектричній області. У [9, 10] представлено повний аналітичний розв'язок лінійної задачі для поля синусоїдального струму, що протікає замкнутим контуром поблизу електропровідного півпростору. Розв'язок отримано без обмежень на геометрію і орієнтацію контуру, електрофізичні властивості середовища (електропровідність γ і відносну магнітну проникність μ) та частоту поля ω .

Незважаючи на наявність аналітичного розв'язку загальної тривимірної задачі, при його реалізації для обернених задач теорії поля необхідний обсяг обчислень навіть для аналітичних виразів є занадто великим. Для таких задач доцільним є застосування спрощеної математичної моделі, в якій враховуються, в першу чергу, найбільш суттєві геометричні і електромагнітні особливості системи.

Метою роботи є аналіз можливості застосування і знаходження похибки для спрощеної математичної моделі, в якій нехтують складовою напруженості електричного поля, що обумовлена пер-

пендикулярним до поверхні поділу середовищ напрямком струму в ділянках контурів просторової конфігурації, розташованих поблизу електропровідного півпростору, в якому індукуються вихрові струми.

Основні співвідношення та оцінка похибки спрощеної математичної моделі. Дослідження ґрунтується на аналізі точного аналітичного розв'язку тривимірної лінійної задачі теорії електромагнітного поля. Розв'язок у [9, 10] представлено для поля синусоїдального струму, що протікає замкнутим контуром довільної конфігурації поблизу електропровідного півпростору. На рис. 1, *a*

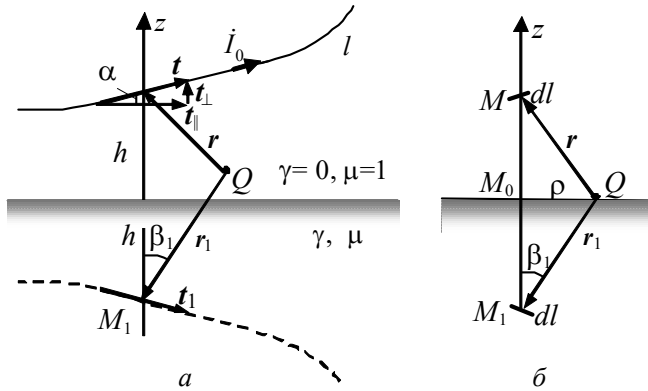


Рис. 1

показано елемент контуру зі струмом та орієнтацію відносно плоскої поверхні поділу середовищ одиничних дотичних векторів до вихідного контуру \mathbf{t} та до дзеркально відбитого від поверхні контуру \mathbf{t}_1 .

Знайдені у [9, 10] вирази дають змогу визначити всі характеристики електромагнітного поля в довільній точці простору: комплексні амплітуди векторного і скалярного потенціалів, напруженості електричного і магнітного полів в двох областях – в діелектричній \dot{A}_e і $\dot{\phi}_e$, \dot{E}_e і \dot{H}_e , де розташований контур l зі струмом \dot{I}_0 ,

та в електропровідній області \dot{A}_i і $\dot{\phi}_i$, \dot{E}_i і \dot{H}_i , де протікає індукований струм з густиною $\mathbf{j}_i = \gamma \dot{E}_i$.

У роботі основна увага приділяється дослідженню електромагнітного поля в діелектричній області. За умови сильного скін-ефекту електромагнітне поле в цій області визначає такі характеристики як потік енергії електромагнітного поля в електропровідне тіло, поверхневу густину виділення джоулева тепла в поверхневому шарі, магнітний тиск на поверхні тіла. Крім того, характер взаємодії струмів індуктора з індукованими струмами в електропровідному тілі також залежить від розподілу електромагнітного поля в діелектричному середовищі.

Потенціали і напруженості полів в діелектричній області $z \geq 0$ визначаються за допомогою єдиної функції \dot{G}_e , яка представлена у вигляді невластного інтегралу

$$\dot{G}_e = \frac{2}{\sqrt{i}} \int_0^\infty \frac{\exp(-\chi \cos \beta_1 / \varepsilon_1) J_0(\chi \sin \beta_1 / \varepsilon_1)}{w_1(\chi)} d\chi, \quad (1)$$

де $\varepsilon_1 = \mu / (r_1 \sqrt{\omega \mu_0 \mu \gamma}) = \mu \delta / (\sqrt{2} r_1)$; δ – глибина проникнення поля; r_1 – довжина вектора, що йде від точки спостереження Q до точки витoku M_1 на дзеркально відбитому від поверхні контурі (рис. 1, *a*); β_1 – кут між вертикальною віссю і вектором \mathbf{r}_1 ; $J_0(\cdot)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку; i – умовна одиниця. Безрозмірна функція $w_1(\chi)$ у знаменнику підінтегрального виразу є

$$w_1(\chi) = \chi / \sqrt{i} + \sqrt{1 + (\chi / \mu)^2}. \quad (2)$$

З використанням функції \dot{G}_e вирази для потенціалів за умови калібрування Лоренца і векторів поля в діелектричній області приймають наступний вигляд:

$$\dot{A}_e = \dot{A}_0 + \dot{A}_1 + \dot{A}_2 = \frac{\mu_0 \dot{I}_0}{4\pi} \oint_l \left(\frac{\mathbf{t}}{r} - \frac{\mathbf{t}_1}{r_1} - \mathbf{t}_1 \frac{\partial \dot{G}_e}{\partial z} \right) dl, \quad (3)$$

$$\dot{\phi}_e = i\omega \frac{\mu_0 \dot{I}_0}{4\pi} \oint_l (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{e}_z) \dot{G}_e dl, \quad (4)$$

$$\dot{E}_e = \dot{E}_0 + \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = -\frac{\mu_0 i \omega \dot{I}_0}{4\pi} \oint_l \left(\frac{\mathbf{t}}{r} - \frac{\mathbf{t}_1}{r_1} - \mathbf{e}_z \times [\mathbf{t}_1 \times \nabla \dot{G}_e] \right) dl, \quad (5)$$

$$\dot{H}_e = \dot{H}_0 + \dot{H}_1 + \dot{H}_2 = -\frac{\dot{I}_0}{4\pi} \oint_l \left[\frac{\mathbf{t} \times \mathbf{r}}{r^3} - \frac{\mathbf{t}_1 \times \mathbf{r}_1}{r_1^3} - \mathbf{t}_1 \times \nabla \left(\frac{\partial \dot{G}_e}{\partial z} \right) \right] dl, \quad (6)$$

де \mathbf{e}_z – одиничний вектор в напрямку осі z .

Зазначимо, що із застосуванням принципу суперпозиції рішення для лінійної задачі легко розповсюджується на довільну систему контурів зі струмом, тобто на випадок довільного зовнішнього електромагнітного поля.

В окремому випадку теж тривимірної задачі, але для плоского контура, що розташований паралельно плоскій поверхні поділу середовищ, наведені вирази спрощуються в першу чергу для електричної складової поля. Для зовнішнього поля із зазначеними обмеженнями компонента вектора дотичної, що перпендикулярна до поверхні, дорівнює нулю, тобто $(\mathbf{t} \cdot \mathbf{e}_z) = (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{e}_z) = 0$. Звідси випливають наступні особливості у наведеному точному аналітичному розв'язку задачі.

По-перше, скалярний потенціал у (4) дорівнює нулю $\phi_e = 0$. Фізичною причиною можна вважати відсутність у цьому випадку розподіленого на поверхні поділу середовищ електричного заряду, поле якого, як показано у [9], у загальному випадку просторового контуру повністю компенсує вертикальну компоненту зовнішнього індукованого електричного поля, яка відсутня у даному випадку плоского контура.

По-друге, з умови $\phi_e = 0$ випливає, що векторний потенціал (3) повністю визначає не тільки індукцію магнітного поля $\dot{\mathbf{B}}_e = \mu_0 \dot{\mathbf{H}}_e = \text{rot } \dot{\mathbf{A}}_e$, а й напруженість електричного поля в діелектричному півпросторі $\dot{\mathbf{E}}_e = -i\omega \dot{\mathbf{A}}_e - \text{grad } \phi_e = -i\omega \dot{\mathbf{A}}_e$. Той же результат безпосередньо випливає з (5). Дійсно, за умови $(\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{e}_z) = 0$ потрійний векторний добуток в $\dot{\mathbf{E}}_2$ дорівнює $\mathbf{e}_z \times [\mathbf{t}_1 \times \nabla \dot{G}_e] = \mathbf{t}_1 (\mathbf{e}_z \cdot \nabla \dot{G}_e) - \nabla \dot{G}_e (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{e}_z) = \mathbf{t}_1 \partial \dot{G}_e / \partial z$, що доводить твердження. У загальному випадку для контурів, які мають ділянки зі струмом, спрямованим перпендикулярно до граничної поверхні, для визначення напруженості електричного поля недостатньо векторного потенціалу. Коректні вирази повинні враховувати наявність також і скалярного потенціалу.

Раніше при знаходженні просторової геометрії індукторів для високочастотного індукційного способу термічної обробки металевих стрічок [6] результати було отримано без врахування складової напруженості електричного поля, обумовленої протіканням струму контуру також і в перпендикулярному до поверхні напрямку. В отриманих результатах кут нахилу дотичного вектору α не перевищував декількох градусів, однак, залишилася нез'ясованою похибка наближеного розрахунку. Це також є прикладом необхідності проведення аналізу впливу на розподіл електричного поля просторового характеру джерел зовнішнього поля та мати оцінку похибки, яка вноситься нехтуванням перпендикулярної до поверхні складової напрямку струму. Наявність отриманого точного розв'язку задачі, у якому відсутні обмеження на геометрію вихідного контуру зі струмом, дає змогу визначити похибку в залежності від куту нахилу елементів контуру α (рис. 1, а).

Проаналізуємо складові тангенціальні компоненти напруженості електричного поля на поверхні поділу середовищ. Нормальна компонента напруженості поля присутня тільки в діелектричній області і, як зазначалося, повністю визначається відомим полем зовнішніх джерел. Тангенціальна ж компонента напруженості поля є однаковою для діелектричної і електропровідної областей. З її наявністю пов'язане протікання струму в електропровідному тілі, проявом електродинамічних і теплових процесів.

Сума двох перших доданків поля у (5) на поверхні поділу середовищ має тільки вертикальну компоненту, а третій доданок $\dot{\mathbf{E}}_2$ має тільки дотичну до поверхні компоненту поля. Щоб окремо виділити складові поля, пов'язані з протіканням струму вихідного контура паралельно граничній поверхні вздовж вектора \mathbf{t}_{\parallel} і в нормальному до поверхні напрямку вздовж \mathbf{t}_{\perp} , напруженість електричного поля при $z = 0$ представимо у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_e(z=0) &= \dot{\mathbf{E}}_{\parallel 1} + \dot{\mathbf{E}}_{\parallel 2} = i\omega \frac{\mu_0 \dot{I}_0}{4\pi} \oint_l \left[\mathbf{t}_{\parallel} \frac{\partial \dot{G}_e}{\partial z} \Big|_{z=0} - (\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{e}_z) \mathbf{e}_p \frac{\partial \dot{G}_e}{\partial \rho} \right] dl = \\ &= i\omega \frac{\mu_0 \dot{I}_0}{4\pi} \frac{2\sqrt{i\omega\mu\mu_0\gamma}}{\mu} \oint_l \left[\mathbf{t}_{\parallel} f_{e1} \left(\varepsilon, \frac{\rho}{h} \right) + (\mathbf{t} \cdot \mathbf{e}_z) \mathbf{e}_p f_{e2} \left(\varepsilon, \frac{\rho}{h} \right) \right] dl. \end{aligned} \quad (7)$$

Оскільки розглядається напруженість поля на поверхні поділу середовищ, вирази у (7) записано з використанням замість ε_1 параметра $\varepsilon = \mu / h \sqrt{\omega\mu\mu_0\gamma} = \mu\delta / (\sqrt{2}h)$, де h – висота розташування елемента контура (рис. 1, б); ρ – відстань від вертикальної вісі локальної циліндричної системи ко-

ординат, пов'язаної з точкою витoku на контурі M . Для конкретній точці витoku на контурі M величина параметру ε залишається незмінною для всіх точок Q на поверхні.

Функціями, що входять у контурний інтеграл, є

$$f_{e1}(\varepsilon, \rho/h) = \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{\chi}{\varepsilon}\right) J_0\left(\frac{\rho \chi}{h \varepsilon}\right)}{w_1(\chi)} \chi d\chi, \quad f_{e2}(\varepsilon, \rho/h) = \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{\chi}{\varepsilon}\right) J_1\left(\frac{\rho \chi}{h \varepsilon}\right)}{w_1(\chi)} \chi d\chi. \quad (8)$$

Ці функції визначають внесок в величину контурного інтеграла ділянок контуру з відповідно паралельним і перпендикулярним напрямками струму.

Суттєвий вплив на величину підінтегральних функцій в контурному інтегралі, а в результаті і на значення напруженості електричного поля, створеного струмом контуру і вихровими струмами в електропровідному середовищі, має параметр ε . За своїм змістом цей параметр характеризує ступінь віддаленості зовнішніх джерел від поверхні по відношенню до глибини проникнення поля δ в електропровідне тіло.

На рис. 2 показано залежності модуля функцій $|f_{e1}(\varepsilon, \rho/h)|$ і $|f_{e2}(\varepsilon, \rho/h)|$ від відносної відстані $\rho/h = \operatorname{tg} \beta_1$ за $\mu = 1$ і різних значеннях параметра ε . Як видно з показаних залежностей, ділянки з різним напрямком струму по-різному приймають участь у створенні тангенціальної компоненти напруженості електричного поля на поверхні тіла. Горизонтальна компонента струму дає найбільший внесок безпосередньо під елементом струму в напрямку, що збігається з напрямком струму. Внесок в загальну величину поля швидко зменшується за збільшенням відстані від точки M_0 – найменшої відстані від елемента струму до поверхні.

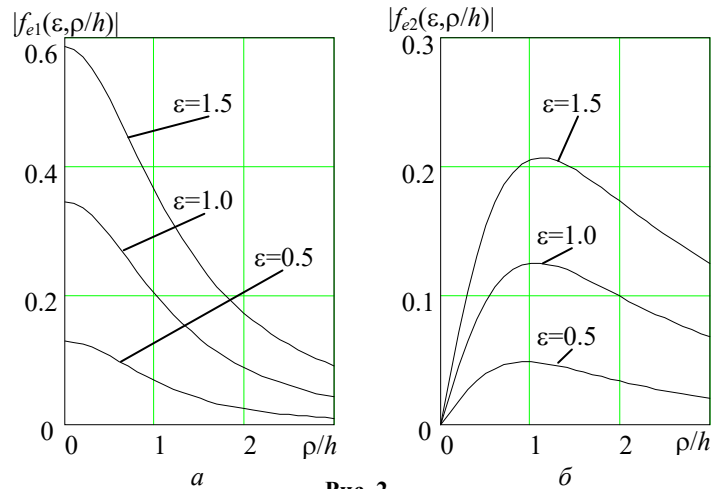


Рис. 2

Другий доданок у (7) інакше впливає на створення напруженості електричного поля на поверхні. Найбільший внесок від вертикальної компоненти струму реалізується на певній відстані $\rho = \rho_m$ від точки M_0 в радіальному напрямку. Це пояснюється тим, що цей доданок напруженості електричного поля пов'язаний з полем поверхневого електричного заряду, нормальна компонента поля якого компенсує нормальну компоненту індукованого електричного поля змінного струму контура. Вертикальний напрямок струму ділянки контуру створює внесок у величину тангенціальної компоненти напруженості електричного поля, яка спрямована в радіальному до осі z напрямку і має однакове значення в точках окружності $\rho = \operatorname{const}$.

Оцінку похибки розрахунку виконаємо за величиною відношення відповідних складових тангенціальної компоненти напруженості електричного поля на поверхні поділу середовищ. Окремі складові у підінтегральному виразі контурного інтегралу (7) мають суттєво різні залежності від точок на поверхні. Тому для показника відносної похибки Δ_\perp виберемо значення складових в точках, де відповідні функції приймають максимальні значення: $\rho = 0$ – для функції f_{e1} і $\rho = \rho_m$ – для функції f_{e2} . В цьому випадку отримаємо

$$\Delta_\perp = K(\varepsilon) \operatorname{tg} \alpha, \quad (9)$$

$$\text{де } K(\varepsilon) = \frac{|f_{e2}(\varepsilon, \rho = \rho_m)|}{|f_{e1}(\varepsilon, \rho = 0)|}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{t \cdot e_z}{t \cdot e_\parallel}.$$

Зазначимо, що множник $K(\varepsilon)$ слабко змінюється в широкому діапазоні значень параметру ε . Цю обста-

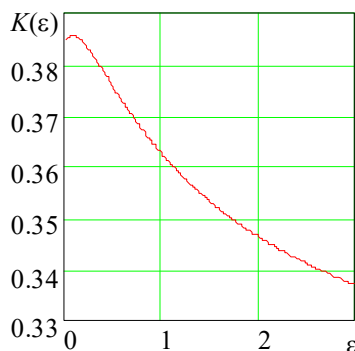


Рис. 3

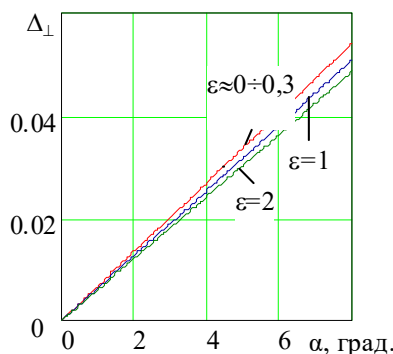


Рис. 4

вину ілюструє рис. 3, з якого видно, що в обраному діапазоні множник приймає значення в межах $K(\varepsilon) = 0,386 \div 0,337$. Звідси випливає, що відносна похибка нехтування протіканням струму в перпендикулярному до граничної поверхні напрямку визначається, в першу чергу, кутом нахилу контуру α (рис. 1, а).

Залежності відносної похибки Δ_{\perp} від кута α наведено на рис. 4. Зазначимо, що параметр ε є малим у випадку сильного скін-ефекту, за якого глибина проникнення поля δ є малою не тільки по відношенню до характерних розмірів електропровідного тіла, а й в його розширеному трактуванні, коли δ є малою по відношенню до всіх розмірів електромагнітної системи, у тому числі до відстані між джерелами зовнішнього поля і поверхнею тіла. Наприклад, малі значення параметру $\varepsilon \sim 0,05 \div 0,3$ є типовими для височастотного індукційного способу термічної обробки рухомих стрічок кольорових металів [6]. У знайдених конфігураціях контурів індукторів просторової геометрії кут нахилу не перевищував $\alpha = 6^{\circ}$. Як видно з рис. 3, у цьому разі похибка для ділянок контуру з максимальним кутом нахилу не перевищує 4%. Сумарна похибка буде ще менше, ніж її максимальне значення для окремих ділянок, і тому результати по визначенню геометрії просторових конфігурацій у [6] можна вважати коректними. У випадку, коли кут нахилу ділянок контурів не є малим, необхідно використовувати загальні вирази для напруженості електричного поля.

Висновки. З точного аналітичного розв'язку тривимірної задачі про квазістационарне електромагнітне поле в системі «контур зі струмом довільної конфігурації – електропровідний півпростір» впливає, що для плоских контурів, які розташовані паралельно плоскій поверхні поділу середовищ, вирази для електричної складової поля в діелектричній області спрощуються. В цьому випадку внаслідок відсутності поверхневого електричного заряду скалярний електричний потенціал в діелектричній області дорівнює нулю, а тривимірне електромагнітне поле повністю визначається розподілом векторного потенціалу в калібруванні Лоренца.

Використання загального аналітичного розв'язку задачі дає змогу у випадку застосування контурів з невеликим кутом нахилу його ділянок відносно граничної поверхні визначити похибку використання спрощеної моделі, в якій нехтують складовою напруженості електричного поля, що обумовлена перпендикулярним до поверхні напрямком струму ділянок контурів. Аналіз відносного значення похибки для тангенціальної компоненти напруженості електричного поля на поверхні показав, що на її величину слабо впливає параметр, який визначається відношенням глибини проникнення поля до відстані від джерел зовнішнього поля до поверхні, і похибка визначається, в першу чергу, кутом нахилу ділянок контуру зі струмом.

Роботу виконано за бюджетною темою «Розробити нові моделі та методи дослідження електродинамічних процесів в електроенергетичному устаткуванні (генератори, трансформатори, двигуни власних потреб та ін.) для вирішення задач підвищення його надійності, контролю і діагностики». "Коімплекс-4". № ДР 0115U004398.

1. Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Индукционный нагрев движущейся полосы токовыми контурами. *Техн. електродинаміка*. 1999. № 3. С. 3-9.
2. Rudnev V., Loveless D., Cook R., Black M. Handbook of induction heating. London: Taylor & Francis Ltd, 2017. 772 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781315117485>
3. Батыгин Ю.В., Головащенко С.Ф., Чаплыгин Е.А. Магнитно-импульсное притяжение немагнитных материалов. *Электричество*. 2014. № 2. С. 40-52.
4. Туренко А.Н., Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 3. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями. Харьков: ХНАДУ, 2009. 240 с.
5. Степанов Г.В., Бабуцкий А.И. Влияние импульсного электрического тока высокой плотности на прочность металлических материалов и напряженно-деформированное состояние элементов конструкций. К.: Наукова думка, 2014. 276 с.
6. Васецкий Ю.М., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П., Мазуренко И.Л. Электромагнитное взаимодействие токовых контуров с электропроводной средой. К.: Про Формат, 2019. 221 с.
7. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. М.: Энергия, 1969. 352 с.
8. Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. М.: Энергоатомиздат, 1992. 416 с.
9. Васецкий Ю.М., Дзюба К.К. Аналитический метод расчета квазистационарного трехмерного электромагнитного поля тока, протекающего по контуру произвольной конфигурации вблизи электропроводного тела. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 5. С. 7-17. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.05.007>
10. Vasetsky Yu.M., Dziuba K.K. Three-Dimensional Quasi-Stationary Electromagnetic Field Generated by Arbitrary Current Contour Near Conducting Body. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 1. С. 3-12. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.01.003>

УПРОЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХМЕРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТОКОВ ВБЛИЗИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО ТЕЛА

Ю.М. Васецкий, докт. техн. наук

Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Перемоги, 56, Киев, 03057, Украина,

e-mail: yuriy.vasetsky@gmail.com

На основе точного аналитического решения трехмерной задачи теории электромагнитного поля для тока, протекающего вблизи электропроводного полупространства, проанализировано влияние участков контуров с током, ориентированных под углом к поверхности раздела сред. Показано, что в случае плоских контуров, параллельных граничной поверхности, задача упрощается, электромагнитное поле полностью определяется распределением векторного потенциала. Для контуров с малым углом наклона его участков проанализирована возможность использования приближенной математической модели, в которой пренебрегают составляющей напряженности электрического поля, обусловленной направлением тока в перпендикулярном к поверхности направлении. Найдена погрешность применения упрощенной математической модели в зависимости от угла наклона участков контура и параметра, который определяет степень удаленности от поверхности внешних источников по отношению к глубине проникновения поля. Библ. 10, рис. 4.

Ключевые слова: трехмерное электромагнитное поле, вихревой ток, аналитические точный и приближенный методы расчета.

SIMPLIFIED MATHEMATICAL MODEL OF THREE-DIMENSIONAL ELECTROMAGNETIC FIELD OF ARBITRARY CURRENT SYSTEM NEAR CONDUCTING BODY

Yu. M. Vasetsky

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,

Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine,

e-mail: yuriy.vasetsky@gmail.com

Influence of current contour sections oriented at angle to the interface between media is analyzed on the base of the exact analytical solution for three-dimensional electromagnetic field problem for current flowing near conducting half-space. In the case of plane contours parallel to the boundary surface, the problem is simplified and the electromagnetic field is completely determined by the distribution of the vector potential. It is analyzed the possibility of using approximate mathematical model, in which the component of the electric intensity due to the current flow in the direction perpendicular to the surface is neglected. The error in applying the simplified mathematical model is found depending on the angle of inclination of the contour sections and the parameter that determines the distance from the surface of external sources with respect to the depth of field penetration. References 10, figures 4.

Keywords: three-dimensional electromagnetic field, eddy current, analytical exact and approximate calculation methods.

1. Kondratenko I.P., Raschepkin A.P. Induction heating of a moving strip current contours. *Tekhnichna elektrodynamika*. 1999. No 3. Pp. 3-9. (Rus.)
2. Rudnev V., Loveless D., Cook R., Black M. Handbook of induction heating. London: Taylor & Francis Ltd, 2017. 750 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781315117485>
3. Batygin Yu.V., Golovaschenko S.F., Chaplygin E.A. Magnetic-Impulse Attraction of Nonmagnetic Metals. *Elektrichestvo*. 2014. No 2. Pp. 40-52. (Rus.)
4. Turenko A.N., Batygin Yu.V., Gnatov A.V. Pulse magnetic fields for progressive technologies. Vol. 3.: The theory and experiment of an attraction of thin-walled metals by pulse magnetic fields. Kharkov: KhNADU, 2009. 240 p. (Rus.)
5. Stepanov G.V., Babutskiy A.I. Effect of high-density pulsed electric current on strength of metallic materials and stress-strain state of structural components. Kyiv: Naukova dumka, 2010. 276 p. (Rus)
6. Vasetskiy Yu.M., Kondratenko I.P., Rashchepkin A.P., Mazurenko I.L. Electromagnetic interactions between current contours and conductive medium. Kyiv: Pro Format, 2019. 221 p. (Rus)
7. Polivanov K.M. Theoretical bases of electrical engineers. Vol. 3. The theory of electromagnetic field. Moskva: Energiya, 1969. 352 p. (Rus)
8. Shneerson G.A. Fields and transients in ultra-high current equipment. Moskva: Energoatomizdat, 1992. 416 p. (Rus)
9. Vasetskiy Yu.M., Dziuba K.K. An analytical calculation method of quasi-stationary three-dimensional electromagnetic field created by the arbitrary current contour that located near conducting body. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 5. Pp. 7-17. (Rus) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.05.007>
10. Vasetskiy Yu.M., Dziuba K.K. Three-Dimensional Quasi-Stationary Electromagnetic Field Generated by Arbitrary Current Contour Near Conducting Body. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 1. Pp. 3-12. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.01.003>

Надійшла 04.03.2020