

ДИСКРЕТНА НЕЛІНІЙНО-ІМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ ЕКВІВАЛЕНТНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ОПОРУ ШАРУ МЕТАЛЕВИХ ГРАНУЛ

Н.А. Шидловська*, чл.-кор. НАН України, **С.М. Захарченко****, докт. техн. наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна.
E-mail: shydlovska@ied.org.ua, snzakhar@ukr.net

Наведено дві стратегії побудови нелінійно-імовірнісних моделей еквівалентного електричного опору шару металевих гранул під час їх іскро- та плазмоерозійного оброблення та алгоритми їх реалізації. Описано методику урахування параметричних властивостей таких навантажень в їх нелінійних і нелінійно-імовірнісних моделях. На основі даних прямих експериментів отримано розподіли еквівалентного електричного опору шару гранул алюмінію у водопровідній воді для одинадцяти фіксованих значень розрядного струму у ньому як на передньому, так і на задньому фронтах його імпульсів. Описано особливості цих розподілів для різних фронтів імпульсів розрядного струму. Доведено, що отримані розподіли можуть бути адекватно описані нормальним законом. Параметри нормального закону для кожного отриманого в результаті прямих експериментів розподілу знайдено методом моментів. Створено нелінійно-імовірнісну модель еквівалентного електричного опору шару гранул алюмінію у водопровідній воді з урахуванням основного гістерезису залежності опору від струму. Показано, що за великих значеннях розрядних струмів нелінійно-імовірнісна модель еквівалентного електричного опору шарів гранул металів має тенденцію до виродження у нелінійну модель. Бібл. 27, рис. 4, табл. 1.
Ключові слова: розподіл опору, іскроерозійне навантаження, розрядний струм, нелінійно-імовірнісна модель.

Вступ та постановка задачі досліджень. Стохастичні зміни еквівалентного електричного опору занурених у робочі рідини шарів металевих гранул (ШМГ) [1, 2] є основною причиною нестабільності параметрів розрядних імпульсів у процесах їх іскро- та плазмоерозійної обробки [3–5]. Вони викликані великою кількістю можливих варіантів як одночасного, так і послідовного виникнення, еволюції, міграції і згасання плазмових каналів між поверхнями сусідніх гранул у їх шарі, до складу якого зазвичай входить від кількох сотень до десятків тисяч штук [5]. Це, в свою чергу, призводить до розширення діапазонів розкиду розмірів отриманих таким чином іскро- та плазмоерозійних частинок металів і сплавів [6], що у переважній більшості випадків знижує якість продукції технологічних процесів отримання порошків металів [7] і багатокомпонентних сплавів, в тому числі з магнітною пам'яттю форми [8], з аморфною [9] та аморфно-кристалічною структурою [10] та з іншими спеціальними властивостями [11, 12], гідрозолей біологічно активних металів [13], а також очищення і знезараження природних та стічних вод [14, 15].

Електричні параметри (активний опір, ємність та індуктивність) елементів схеми заміщення ШМГ у робочій рідині з плазмовими каналами між їх поверхнями [16] проявляють не тільки стохастичні [1–4], але і нелінійні [17–19] та параметричні [20] властивості. Дотепер під час побудові стохастичних моделей еквівалентного електричного опору таких середовищ приймалися наступні спрощення: 1) опір вважався виключно активним, 2) вважалось, що протягом тривалості кожного розрядного імпульсу значення опору середовища залишалося постійним і змінювалося скачкоподібно під час проходження наступних імпульсів розрядного струму. В роботах [2–4] без наведення результатів експериментів як постулат приймалося, що розподіл значень постійного протягом тривалості одного імпульсу опору середовища від імпульсу до імпульсу розрядного струму є рівномірним. У [1] в результаті аналізу отриманих в ході прямих експериментів синхронних осцилограм розрядного струму $i(t)$ та напруги $u(t)$ на ШМГ алюмінію, які занурено у воду, показано, що розподіл від імпульсу до імпульсу середніх за час їхньої тривалості τ значень еквівалентного

електричного опору середовища $\bar{R} = \int_0^{\tau} u(t) \cdot i(t) dt / \int_0^{\tau} i^2(t) dt$ в однакових умовах може бути описано

нормальним законом з імовірністю помилки другого роду всього 0,06.

Стохастичні моделі постійного протягом тривалості всього розрядного імпульсу еквівалентного опору таких середовищ [2–4] дають змогу розраховувати розподіли ймовірностей параметрів імпульсів лише у момент його завершення. Такий підхід, зокрема, дозволяє розраховувати енергію імпульсу, напругу на робочому конденсаторі та струм у індуктивних елементах схеми заміщення розрядного контуру генератора з іскро- та плазмоерозійним навантаженням на момент закінчення імпульсу [2–4]. Але задля коректного розрахунку розподілів миттєвих значень напруг і струмів в ній протягом всього перехідного процесу необхідно використання нелінійно- або параметрично-імовірнісних моделей такого навантаження. **Метою роботи** є створення дискретної нелінійно-імовірнісної моделі еквівалентного електричного опору ШМГ алюмінію у воді та знаходження значень її параметрів.

Стратегії і алгоритми побудови моделей. Серед усіх розроблених авторами стратегій побудови нелінійно-імовірнісних моделей еквівалентного електричного опору ШМГ і алгоритмів їх реалізації, на нашу думку, найбільш перспективними є дві наступні. *Перша стратегія* та алгоритм її реалізації: 1) за масивом знятих в однакових умовах синхронних осцилограм імпульсів напруги на ШМГ і струму в ньому визначення розподілів еквівалентного опору середовища для низки фіксованих значень розрядного струму як на передніх, так і на задніх фронтах його імпульсів; 2) для кожного такого розподілу знаходження значень його статистичних параметрів – математичного сподівання і дисперсії; 3) для кожного такого розподілу визначення аналітичної функції, яка за критеріями узгодженості (наприклад, за критерієм узгодженості Пірсона хі квадрат, надалі – критерієм Пірсона) адекватно описує розподіл отриманих результатів експериментів та знаходження значень параметрів цих функцій, які узгоджуються з отриманими у п. 2 статистичними параметрами; 4) визначення залежності параметрів функцій розподілу опору від струму як для передніх, так і для задніх фронтів його імпульсів; 5) апроксимація отриманих у п. 4 залежностей аналітичними функціями та знаходження оптимальних значень їхніх коефіцієнтів у досліджених діапазонах зміни розрядного струму.

Друга стратегія та алгоритм її реалізації полягає у наступному: 1) за масивом знятих в однакових умовах синхронних осцилограм імпульсів напруги на ШМГ і струму в ньому побудова сімей залежностей його еквівалентного електричного опору від струму, що протікає в ньому, окремо для передніх та задніх фронтів його імпульсів; 2) синтез аналітичних функцій, які за зміни значень їхніх коефіцієнтів здатні з достатньою точністю описувати кожну залежність із сімей, знятих в п. 1 для передніх і задніх фронтів імпульсів розрядного струму; 3) для кожної з гілок залежностей опору від струму для передніх і задніх фронтів його імпульсів знаходження оптимальних значень коефіцієнтів апроксимуючих функцій; 4) побудова розподілів значень коефіцієнтів, знайдених у п. 3; 5) визначення параметрів розподілів, побудованих у п. 4. Оскільки всі ці задачі не можуть бути вирішені в рамках однієї статті, то згідно з метою роботи, зупинимося лише на пунктах 1 – 4 першої стратегії.

Методика досліджень, обладнання і матеріали. Залежності статистичних параметрів еквівалентного електричного опору ШМГ алюмінію марки А7Е квазісферичної форми діаметром приблизно 4 мм від розрядного струму розраховувалися за знятими на лабораторній установці в ході прямих експериментів сім'ями синхронних осцилограм напруги на їхньому шарі і струму в ньому. ШМГ алюмінію у розрядній камері мав форму прямокутного паралелепіпеду довжиною (відстанню між електродами камери) 56 мм, шириною 22 мм і висотою 30 мм. Для виносу продуктів ерозії гранул і забезпечення квазіоднакових умов [5] диспергування протягом не менше 5 хвилин проток водопровідної води у їхньому шарі був направлений знизу догори і становив 6 мл/с. Такий проток забезпечував винос усіх продуктів ерозії гранул, але не створював такого гідродинамічного тиску на гранули, який міг би спричинити зростання нестабільності еквівалентного електричного опору їхнього шару.

До складу установки також входив тиристорний генератор імпульсів з ємнісним накопичувачем енергії, основними вузлами якого були: формувач постійної напруги на основі однофазного керованого випрямляча, зарядний і розрядний контури та система керування [1]. Задля максимально можливого розширення діапазону зміни розрядного струму в ході експериментів ємність накопичувача енергії була найбільшою [21], за якій можлива безаварійна робота розрядної камери з вертикальними електродами і розмірами активної зони 56×22×78 мм, та складала $C=200$ мкФ, а опорна напруга на виході формувача

постійної напруги була 300 В, що є близьким до максимально можливого значення для однофазного випрямляча мережі живлення 220 В з ємнісним фільтром.

Оскільки напруга заряду робочого конденсатора C залежить не тільки від напруги на виході формувача постійної напруги, від якого він заряджається і добротності зарядного контуру, а ще і від початкової напруги на ньому [22], то забезпечення нульових початкових умов на конденсаторі сприяє зменшенню нестабільності амплітуд розрядних імпульсів напруги на ШМГ і струму в ньому [6]. Для цього, а також з метою уникнення аварійних ситуацій, викликаних значним стохастичним збільшенням еквівалентного опору ШМГ, що спричиняє збільшення тривалості розрядних імпульсів більше тривалості паузи між ними [23], розрядну камеру було зашунтована резистором опором 3 Ом, потужністю 200 Вт, індуктивність якого не перевищувала 0,5 мкГн. Індуктивність вихідного кабелю генератора не перевищувала 2 мкГн.

Задля зменшення впливу на еквівалентний електричний опір ШМГ частоти повторення розрядних імпульсів [23] вона була вибрана мінімально можливою для усталеної роботи аналого-цифрового запам'ятовуючого осцилографа NAMEG HM 1507-3 та для забезпечення запам'ятовування у підключеному до нього комп'ютері не менше 20 прийнятних для подальшого оброблення синхронних осцилограм напруги на ШМГ і струму в ньому у квазіоднакових умовах [5]. Для вимірювання напруги використовувався дільник напруги 1:10 Nameg HZ52, а для вимірювання струму – високочастотний трансформатор струму з коефіцієнтом перетворення 312,5 А/В.

Результати досліджень та обговорення. Синхронізовані за початком імпульсу розрядного струму сім'ї 20-и осцилограм імпульсів напруги на ШМГ алюмінію і струму в ньому, зняті у квазіоднакових умовах, представлено на рис. 1, *a* і рис. 1, *б* відповідно. Високочастотні стохастичні флуктуації еквівалентного електричного опору ШМГ призводять до розкиду миттєвих значень струму (рис. 1, *б*) на рівні приблизно $\pm 25\%$ середнього значення поблизу піків імпульсів і приблизно $\pm 90\%$ середнього значення наприкінці задніх фронтів без урахування окремих вторинних мод, які з'являються після 60-ї мікросекунди. Оскільки розрядний контур не є ідеальним через паразитну індуктивність і опір з'єднувальних кабелів, то такі зміни еквівалентного опору ШМГ призводять до розкиду миттєвих значень напруги на ньому, які становлять приблизно $\pm 13\%$ середнього значення поблизу вершин імпульсів і приблизно $\pm 35\%$ середнього значення наприкінці задніх фронтів (рис. 1, *a*), навіть за нульових початкових умов заряду робочого конденсатора і стабілізації напруги на виході формувача постійної напруги з нестабільністю не більше $\pm 5\%$.

Для кожної пари оцифрованих синхронних осцилограм напруги на ШМГ $u(t)$ і струму в ньому $i(t)$ (рис. 1) його еквівалентний електричний опір в кожний дискретний момент часу t_j розраховували як відношення миттєвих значень напруги до струму $R(t_j) = u(t_j)/i(t_j)$. Строго кажучи, схема заміщення ШМГ, який занурено у робочу рідину, містить як активні, так і реактивні елементи, зокрема індуктивність гранул і плазмових каналів між ними та ємність об'ємів між гранулами, які вміщують як робочу рідину, так і плазмові канали [16]. Але, як показали розрахунки [16], у нашому випадку (занурений у воду ШМГ алюмінію діаметром 4 мм з розмірами 56×22×30 мм, тривалість розрядних імпульсів сотні мікросекунд) за відсутності режимів короткого замикання і холостого ходу реактивними елементами схеми заміщення можна знехтувати. Непрямим підтвердженням цього є незначний порівняно з тривалістю імпульсів зсув у часі між амплітудними значеннями синхронних осцилограм напруги на ШМГ і струму в ньому (рис. 1). Отже, для випадку, що розглядається, можна спрощено вважати еквівалентний електричний опір ШМГ виключно активним.

Задля побудови залежностей еквівалентного опору ШМГ від струму, що протікає в ньому, отримані в результаті оброблення кожної синхронної пари осцилограм $u(t)$ та $i(t)$ (рис. 1) масиви значень $R(t_j)$ потрібно відсортувати у відповідності до залежностей $i(t)$ [17]. Але для навантажень, які мають параметричні властивості [20] або опір яких має високочастотні флуктуації [5], проведення такої операції має особливості. Значення опору навантаження, яке має параметричні властивості, за одних і тих самих значеннях розрядного струму на передньому і задньому фронтах його імпульсів будуть різними [17–19]. У випадку іскро- та плазмоерозійних навантажень це зумовлено різними умовами існування плазмових каналів між поверхнями сусідніх металевих гранул на передньому і задньому фронтах імпульсів розрядного струму: ступенем ерозії їхньої поверхні, іонізації плазмових каналів, а також їх розмірами, швидкостями і напрямками змінення, температурою, тиском в них, тощо [5, 11]. Класичні нелінійні моделі не в змозі відтворити ці особливості. Задля їхнього урахування необхідно розглядати окремо передній і задній фронти імпульсів розрядних струмів та

проводити всі операції незалежно для кожного з них [17–19], а потім «зшивати» дві нелінійні моделі у точці найбільшого значення розрядного струму. Таким чином отримана залежність $R(i)$ буде мати дві гілки, які відтворюють основний гістерезис.

Але такий підхід не дозволяє в повній мірі враховувати високочастотні флуктуації опору навантаження, які можуть спричинити виникнення локальних гістерезисів залежності $R(i)$ та суттєво утруднюють її аналіз. З метою полегшення сприйняття і аналізу таких залежностей $R(i)$ необхідно для кожного фронту імпульсу розрядного струму відсортувати пов'язані з ним за моментом часу значення опору по зростанню значень струму на його передньому фронті і по зменшенню його значень на задньому. Реалізацію цієї методики під час побудови залежності $R(i)$ за результатами оброблення однієї з наведених на рис. 1 синхронних пар осцилограм $u(t)$ та $i(t)$ наведено на рис. 2. Цифрою «1» на рис. 2 позначена гілка залежності $R(i)$, яка відповідає передньому фронту залежності $i(t)$, а цифрою «2» – задньому. Сортування за цією методикою дозволило трансформувати локальні гістерезиси графіку $R(i)$ у пилкоподібні флуктуації, що значно спрощує аналіз залежності рис. 2.

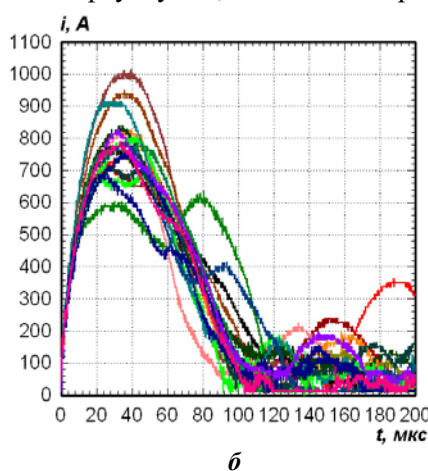
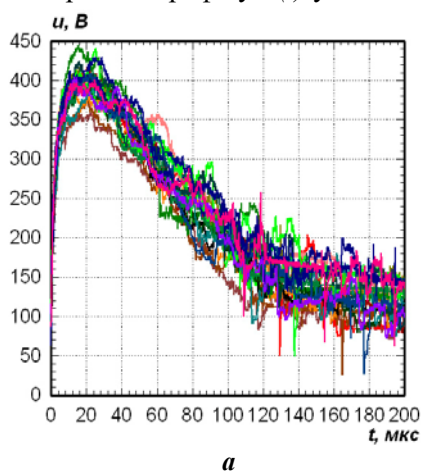


Рис. 1

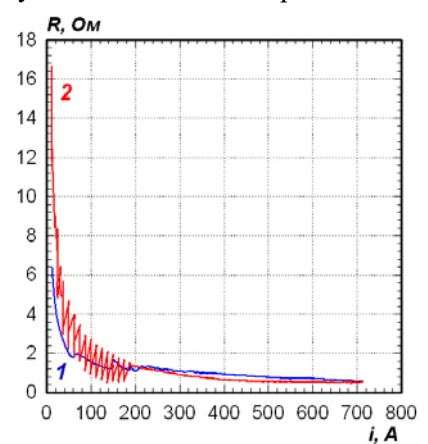


Рис. 2

За малих (до 60 А) значеннях розрядного струму еквівалентний опір ШМГ на передньому фронті імпульсу розрядного струму дещо менший, ніж на задньому, а за значеннях струму більше 220 А – навпаки (рис. 2). Ймовірно, це зумовлено тим, що на початку переднього фронту імпульсу розрядного струму ступінь ерозії ділянок поверхні гранул поблизу плазмових каналів і довжина плазмових каналів найменші. За високих значеннях розрядних струмів на задньому фронті ступінь іонізації і площа поперечного перерізу плазмових каналів більші, ніж за тих же значеннях розрядного струму на його передньому фронті. За малих значеннях розрядного струму на його задньому фронті довжина плазмових каналів найбільша, а ступінь їхньої іонізації падає.

За малих значеннях розрядного струму гілка залежності $R(i)$, яка відповідає передньому фронту імпульсу струму, менше спотворена високочастотними флуктуаціями, ніж гілка, яка відповідає задньому фронту. Це пояснюється суттєвою перевагою процесів утворення і розвитку плазмових каналів над процесами їхньої стагнації і зникнення на передньому фронті імпульсу струму. На задньому фронті імпульсу струму за малих його значеннях – навпаки процеси стагнації і зникнення плазмових каналів переважають над процесами їхнього утворення і розвитку [20], що зумовлює пилкоподібні флуктуації гілки залежності $R(i)$, яка відповідає задньому фронту імпульсу струму. Вони відображають посилення міграції плазмових каналів по поверхні гранул внаслідок погіршення умов їхнього існування через ерозію гранул і зниження енергії, яка підводиться від генератора імпульсів.

Аналогічні залежності $R(i)$ було отримано в результаті оброблення всіх пар синхронних осцилограм $u(t)$ та $i(t)$ рис. 1, але за браком місця вони тут не наводяться. Згідно з описаною вище стратегією побудови моделей, для кожного з 11-и фіксованих значень розрядного струму i як на передніх, так і на задніх фронтах його імпульсів з використанням всіх n отриманих залежностей $R(i)$ було визначено масиви значень еквівалентного опору ШМГ R_j . Діапазони зміни опору $\Delta R = R_{\max} - R_{\min}$ для кожного масиву R_j з n елементів згідно рекомендацій [24] було розбито на $N=5$ рівних інтервалів, підраховано кількість значень опору n_{j0} , яка спостерігалася в середині кожного (j -

го) інтервалу їхнього розподілу, отримано розподіли значень опору та побудовано гістограми цих розподілів. На рис. 3 наведено гістограму одного з цих розподілів опору R , отриманого за значення розрядного струму $i = 100$ А на передніх фронтах його імпульсів. Гістограми розподілів R , побудовані за інших значень струму, за браком місця тут не наводяться.

Значення математичного сподівання $M[R]$, дисперсії $D[R]$ та коефіцієнта варіації $\nu[R]$ розподілів еквівалентного опору ШМГ алюмінію у водопровідній воді для кожного з 11-ти значень розрядного струму i як на передньому (ПФ), так і на задньому (ЗФ) фронтах його імпульсів розраховано за формулами математичної статистики $M[R] = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_j$, $D[R] = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (R_j - M[R])^2$ та $\nu[R] = \sqrt{D[R]} / M[R]$ та наведено у таблиці.

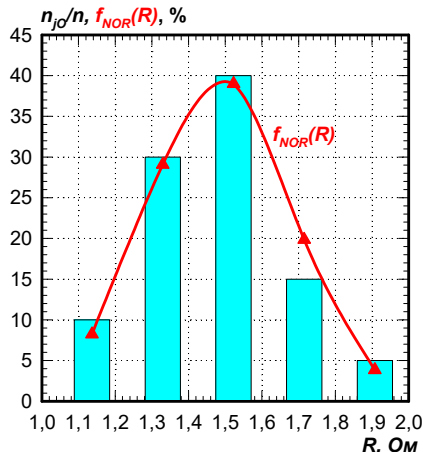


Рис. 3

Згідно із вибраною стратегією побудови математичної моделі, отримані в результаті прямих експериментів розподіли еквівалентного електричного опору ШМГ алюмінію були апроксимовані аналітичними функціями. Під час вибору виду теоретичного розподілу було враховано загальний вигляд отриманих у ході експериментів розподілів, значення їхніх коефіцієнтів варіації та найбільш характерні випадки застосування теоретичних розподілів. За сукупністю цих даних згідно з рекомендаціями, наведеними в [25–27], як основну гіпотезу було обрано нормальний закон розподілу, щільність імовірності якого задається

$$f_{NOR}(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D[R]}} \exp\left[-\frac{(R - M[R])^2}{2D[R]}\right]. \quad (1)$$

Теоретичний розподіл (1) задано на інтервалі $R \in (-\infty; +\infty)$, у той час як отримані у ході експериментів розподіли задано на значно менших інтервалах (дивись таблицю). Тому задля забезпечення значення 100% функцій розподілів в реальних інтервалах зміни їхніх аргументів, щільності імовірності теоретичного розподілу (1) для кожного значення струму необхідно домножити на поправочні коефіцієнти:

$k = 100\% \int_{R_{min}}^{R_{max}} f_{NOR}(R) dR$. Значення поправочних коефіцієнтів k всіх розглянутих розподілів наведено у таблиці.

i, A	$M[R], Ом$		$D[R], Ом^2$		$k, \%$		$\nu[R]$		$\Delta R, Ом$		$\chi_N^2, Ом$		$p\text{-value}$	
	ПФ	ЗФ	ПФ	ЗФ	ПФ	ЗФ	ПФ	ЗФ	ПФ	ЗФ	ПФ	ЗФ	ПФ	ЗФ
12,5	6,633	14,172	1,528	8,196	107,84	42,157	0,1864	0,2020	4,1600	11,200	4,3919	2,0937	0,3556	0,7185
62,5	1,809	3,208	0,0776	0,4234	402,89	182,21	0,1540	0,2028	1,1520	2,6240	2,8226	1,3432	0,5879	0,8540
100	1,484	2,111	0,0385	0,1364	512,04	323,29	0,1321	0,1749	0,9638	1,4800	0,3910	0,9808	0,9832	0,9127
200	1,195	1,145	0,0118	0,0250	1172,2	830,05	0,0909	0,1379	0,4000	0,5600	2,5745	2,7904	0,6314	0,5935
300	1,058	0,831	4,76E-3	0,0138	1627,4	958,50	0,0652	0,1412	0,2875	0,5067	8,1511	0,9667	0,0862	0,9148
400	0,886	0,662	2,92E-3	6,85E-3	2296,0	1289,0	0,0610	0,1251	0,1975	0,3800	6,3618	2,2752	0,1737	0,6853
500	0,749	0,568	2,15E-3	5,49E-3	2434,3	1647,1	0,0619	0,1304	0,2000	0,2880	1,0485	3,0497	0,9023	0,5495
600	0,645	0,512	1,37E-3	3,06E-3	3313,5	1933,3	0,0573	0,1081	0,1400	0,2533	8,9256	0,1944	0,0630	0,9956
700	0,549	0,482	1,11E-3	3,93E-3	3452,0	1826,0	0,0606	0,1302	0,1396	0,2658	2,1115	3,2395	0,7153	0,5186
800	0,463	0,441	7,00E-4	1,68E-3	4201,6	2964,2	0,0571	0,0929	0,1148	0,1556	1,4040	5,6509	0,8435	0,2268
900	0,413	0,387	3,86E-4	2,29E-3	7700,4	3397,3	0,0476	0,1237	0,0545	0,1123	4,9961	8,6838	0,2420	0,0695

У процесі побудови графіків теоретичного розподілу (1) значення його параметрів для всіх отриманих у ході експериментів розподілів визначалися методом моментів [26], тобто за формулами математичної статистики. Суцільною кривою $f_{NOR}(R)$, дискретні значення якої у центрах інтервалів розподілу опору позначено трикутниками з вершиною вгорі, на рис. 3 показано теоретичний розподіл (1), значення параметрів якого наведено у таблиці для розрядного струму $i = 100$ А на передніх фронтах його імпульсів. Як видно з рис. 3, теоретичний та отриманий у ході експериментів розподіли

у цьому конкретному випадку демонструють гарний збіг.

Перевірка узгодженості теоретичних розподілів (1) при підстановці наведених у таблиці значень параметрів з розподілами, які отримано в ході експериментів, здійснювалася за класичним критерієм Пірсона. Згідно з ним для кожного отриманого в ході експериментів розподілу і варіанту його опису теоретичним законом розраховувалася величина

$$\chi_N^2 = \sum_{j=1}^N \frac{(n_{jO} - n_{jE})^2}{n_{jE}}, \quad (2)$$

де n_{jE} – кількість значень опору, яка очікується у j -ому інтервалі їхнього розподілу, виходячи із передбачуваного теоретичного закону розподілу.

Отримані за (2) значення для всіх розглянутих розподілів наведено у таблиці. Рівень значимості похибки першого роду згідно з рекомендаціями [25] було вибрано $s=0,05$. Число ступенів свободи розподілу хі квадрат $L = N - 1$, тобто в нашому випадку $L = 5 - 1 = 4$. Згідно з критерієм Пірсона значення критичної точки розподілу хі квадрат χ_{kp}^2 розраховувалося за допомогою вбудованої функції *Xu2Обр*($s; L$) русифікованого програмного пакета Excel 2003, і для $s=0,05$ та $L=4$ воно становить приблизно 9,488. Як видно з таблиці, у жодному випадку значення (2) не перевищують 9,488, тобто з рівнем значимості похибки першого роду 5% гіпотеза щодо нормального розподілу не відхиляється в жодному із випадків.

Якість апроксимації отриманих на практиці розподілів теоретичним розподілом (1) оцінювалася рівнем значимості нульової гіпотези p -value для кожного значення χ_N^2 , отриманого за порівнянням теоретичних розподілів з практичними результатами. Його розрахунок здійснювався за допомогою вбудованої функції *Xu2Pacn*($\chi_N^2; L$) русифікованого програмного пакета Excel 2003. Отримані значення наведено у таблиці. Чим більше значення p -value, тим точніше апроксимація теоретичним розподілом отриманих на практиці результатів. В ідеальному випадку воно прямує до 1. У більшості випадків представлені у таблиці рівні значимості нульової гіпотези p -value високі, тому альтернативні гіпотези щодо інших видів теоретичних розподілів не розглядалися. Задля коректного порівняння якості апроксимації отриманих на практиці розподілів різними теоретичними розподілами необхідна значно більша кількість елементів R_j в кожному масиві, тому тут ця задача не ставилася.

Побудовані за (1) із наведеними у таблиці значеннями параметрів теоретичні розподіли щільності імовірності значень еквівалентного опору ШМГ алюмінію $f_{NOR}(R, i)$ для кожного вказаного у таблиці значення розрядного струму на передніх і задніх фронтах його імпульсів показано на рис. 4, а та б відповідно.

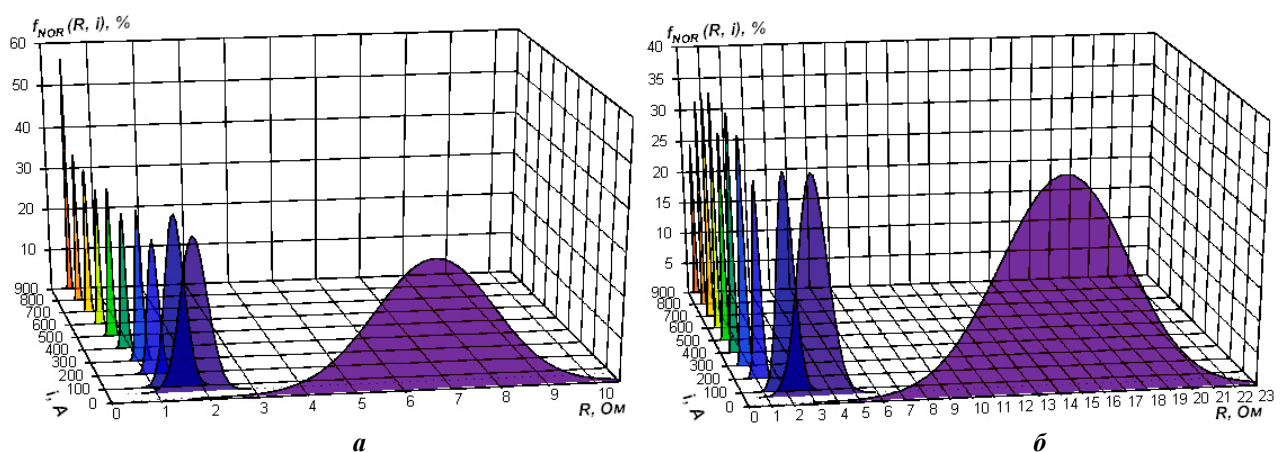


Рис. 4

Як видно з рис. 4, значення математичних сподівань (у даному випадку центрів розподілів) опору ШМГ як для передніх, так і для задніх фронтів імпульсів розрядного струму швидко зменшуються у разі підвищення значень струму від 12,5 до 62,5 А. Під час подальшого збільшення значень струму ця тенденція істотно уповільнюється і за значень струму вище 800 А прямує до

насичення. Така поведінка залежності математичних сподівань розподілів опору навантаження від значень розрядного струму повністю узгоджується із відомими детермінованими нелінійними моделями еквівалентного опору гранульованих струмопровідних середовищ [17–19].

За збільшення значень струму ширина розподілів опору знятих як на передніх, так і задніх фронтах імпульсів істотно зменшується, а висота їхніх піків має слабо виражену тенденцію до збільшення для передніх фронтів імпульсів струму (рис. 4, *a*). У розподілах опору, знятих на задніх фронтах імпульсів струму, ця тенденція майже не спостерігається (рис. 4, *б*). За максимальних значень струму піки розподілів майже вироджуються у лінії, що свідчить про тенденцію виродження імовірнісної моделі у детерміновану. Ці два явища свідчать про те, що детермінована нелінійна модель еквівалентного електричного опору ШМГ у робочій рідині є окремим випадком його нелінійно-імовірнісної моделі.

Порівнюючи розподіли значень опору, зняті на передніх фронтах імпульсів розрядних струмів (рис. 4, *a*) з аналогічними розподілами, знятими на їхніх задніх фронтах (рис. 4, *б*), бачимо, що ширина розподілів, знятих на задніх фронтах приблизно в 2 рази більша, ніж знятих на передніх. Це узгоджується з графіком рис. 2 і викладеним вище аналізом причин таких явищ.

Висновки. 1. Запропоновано дві стратегії побудови нелінійно-імовірнісних моделей еквівалентного електричного опору ШМГ під час їхнього іско- та плазмоерозійного оброблення та алгоритми їхньої реалізації. У відповідності до однієї з них створено таку модель для ШМГ алюмінію у водопровідній воді.

2. Обґрунтовано необхідність та достатність урахування одного основного гістерезису залежності еквівалентного електричного опору іско- та плазмоерозійного навантаження від імпульсного струму, що протікає в ньому (з урахуванням його переднього і заднього фронтів) для побудови його нелінійно-імовірнісної моделі. Розроблено методику трансформації локальних гістерезисів залежності опору іскоерозійного навантаження від струму у її флуктуації без втрати необхідної інформації, що значно полегшує аналіз таких залежностей і створення їхніх моделей.

3. З використанням критерію Пірсона доведено, що отримані в результаті прямих експериментів розподіли еквівалентного електричного опору ШМГ алюмінію у водопровідній воді для кожного фіксованого значення розрядного струму в ньому як на передніх, так і задніх фронтах його імпульсів, узгоджуються з нормальним розподілом, параметри якого в кожному конкретному випадку знайдено методом моментів.

4. Збільшення значень струму призводить до зменшення ширини і збільшення висоти піків розподілів еквівалентного опору навантаження. За максимальних значень струму піки розподілів майже вироджуються у лінії, що свідчить про тенденцію виродження імовірнісної моделі у детерміновану. Детермінована нелінійна модель еквівалентного електричного опору ШМГ у робочій рідині є окремим випадком його нелінійно-імовірнісної моделі.

5. Флуктуації еквівалентного опору іскоерозійного навантаження на задніх фронтах імпульсів розрядного струму значно більші, ніж на передніх, що пояснюється погіршенням умов існування плазмових каналів на задніх фронтах в наслідок ерозії поверхні гранул і зменшення енергії, яка підводиться від генератора. У розробленій нелінійно-імовірнісній моделі це враховується різними значеннями параметрів розподілів на передньому та задньому фронтах імпульсів розрядного струму.

Роботу виконано за рахунок бюджетної теми «Розроблення теорії та принципів побудови енергоефективних перетворювальних пристроїв стабілізації та регулювання параметрів електромагнітної енергії для систем живлення сучасних електротехнологічних комплексів» (шифр «Сігма-Ш4»). Державний реєстраційний номер 0117U000291, КПКВК 6541030.

1. Захарченко С.М. Статистичні дослідження еквівалентного електричного опору гетерогенного струмопровідного середовища при його електроерозійній обробці на прикладі гранул алюмінію у воді. *Науковий вісник Національного гірничого університету*. 2013. № 1 (133). С. 62–67.

2. Ivashchenko D.S., Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Analyzing Probabilistic Properties of Electrical Characteristics in the Circuits Containing Stochastic Load. *Proc. IEEE International Conference on Intelligent Energy and Power Systems IEPS-2016*. Kyiv, Ukraine, June 7–11, 2016. Pp. 45–48.
DOI: <https://doi.org/10.1109/IEPS.2016.7521887>

3. Shcherba A.A., Suprunovska N.I., Ivashchenko D.S. Probabilistic Properties of Electrical Characteristics of Capacitor Charge Circuit with Stochastic Active Resistance. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 6. С. 14–17.
DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.06.014>

4. Супруновская Н.И. Стохастические переходные процессы в цепях формирователя разрядных импульсов, работающего на электроискровую нагрузку. *Технічна електродинаміка*. 2019. № 5. С. 10–16. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2019.05.010>
5. Шидловська Н.А., Захарченко С.М., Черкаський О.П. Фізичні передумови побудови математичних моделей електричного опору плазмоерозійних навантажень. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 2. – С. 5–12. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.02.005>
6. Щерба А.А., Захарченко С.М., Супруновська Н.І., Шевченко Н.І., Монастирський Г.Є., Перетятко Ю.В., Петрученко О.В. Стабілізація режимів електротехнологічних систем для отримання іскроерозійних мікро- та нанопорошків. *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск Силова електроніка та енергоефективність*. 2006. Ч. 1. С. 120–123.
7. Liu Y., Zhu K., Li X., Lin F., Li Y. Analysis of multi-scale Ni particles generated by ultrasonic aided electrical discharge erosion in pure water. *Advanced Powder Technology*. 2018. Vol. 29. Issue 4. Pp. 863–873. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apt.2018.01.003>
8. Perekos A.E., Chernenko V.A., Bunayev S.A., Zalutskiy V.P., Ruzhitskaya T.V., Boitsov O.F., Kakazei G.N. Structure and Magnetic Properties of Highly Dispersed Ni-Mn-Ga Powders Prepared by Spark-Erosion. *Journal of Applied Physics*. 2012. Vol. 112. Pp. 093909-1 – 093909-7. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4764017>
9. Berkowitz A.E., Hansen M.F., Parker F.T., Vecchio K.S., Spada F.E., Lavernia E.J., Rodriguez R. Amorphous soft magnetic particles produced by spark erosion. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2003. Vol. 254–255. Pp. 1–6. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0304-8853\(02\)00932-0](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(02)00932-0)
10. Hong J.I., Parker F.T., Solomon V.C., Madras P., Smith D.J., Berkowitz A.E. Fabrication of spherical particles with mixed amorphous/crystalline nanostructured cores and insulating oxide shells. *J. Mater. Res.* 2008. Vol. 23. Issue 06. Pp. 1758–1763. DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.2008.0199>
11. Berkowitz A.E., Walter J.L. Spark Erosion: A Method for Producing Rapidly Quenched Fine Powders. *Journal of Materials Research*. 1987. No 2. Pp. 277–288.
12. Надутов В.М., Перекоз А.Е., Кокорин В.В., Коноплюк С.М., Ефимова Т.В., Залуцкий В.П. Влияние электроискрового диспергирования на магнитные и электротранспортные свойства сплава Гейслера *Cu-Mn-Al*. *Металлофизика и новейшие технологии*. 2014. Т. 36. № 12. С. 1679–1694.
13. Щерба А.А., Захарченко С.Н., Лопатько К.Г., Афтандиянц Е.Г. Применение объемного электроискрового диспергирования для получения седиментационно устойчивых гидрозолей биологически активных металлов. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2009. Вип. 22. С. 74–79.
14. Danilenko N.B., Savelev G.G., Yavorovskii N.A., Khaskelberg M.B., Yurmazova T.A., Shamanskii V.V. Water purification to remove As(V) by electropulse treatment of an active metallic charge. *Russian Journal of Applied Chemistry*. 2005. Vol. 78. No 10. Pp. 1631–1635.
15. Kornev Ia., Saprykin F., Lobanova G., Ushakov V., Preis S. Spark erosion in a metal spheres bed: Experimental study of the discharge stability and energy efficiency. *Journal of Electrostatics*. 2018. Vol. 96. Pp. 111–118. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2018.10.008>
16. Захарченко С.Н. Физическая модель гранулированной токопроводящей среды. *Технічна електродинаміка*. 2012. № 6. С. 19–26.
17. Шидловская Н.А., Захарченко С.Н., Черкасский А.П. Нелинейно-параметрическая модель электрического сопротивления гранулированных токопроводящих сред для широкого диапазона изменений приложенного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2014. № 6. С. 3–17.
18. Супруновская Н.И. Особенности параметрического синтеза цепи разряда конденсатора на электроискровую нагрузку нелинейным сопротивлением. *Технічна електродинаміка*. 2014. № 4. С. 20–22.
19. Щерба А.А., Супруновская Н.И., Иващенко Д.С. Моделирование нелинейного сопротивления электроискровой нагрузки с учетом его изменения при протекании и отсутствии разрядного тока в нагрузке. *Технічна електродинаміка*. 2014. № 5. С. 23–25.
20. Шидловська Н.А., Захарченко С.М., Черкаський О.П. Параметрична модель опору плазмоерозійного навантаження, адекватна в широкому діапазоні змін прикладеної напруги. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 3. С. 3–12. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.003>
21. Шидловская Н.А., Захарченко С.Н., Черкасский А.П. Анализ электромагнитных процессов в выходной цепи генератора разрядных импульсов с нелинейной моделью плазмозероизионной нагрузки при изменении их параметров в широких диапазонах. *Технічна електродинаміка*. 2016. № 1. С. 87–95. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.01.087>
22. Шидловский А.К., Щерба А.А., Супруновская Н.И. Энергетические процессы в электроимпульсных установках с емкостными накопителями энергии. К.: Интерконтиненталь-Украина, 2009. 208 с.
23. Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Suprunovskaya N.I., Shevchenko N.I. The influence of repetition rate of discharge pulses on electrical resistance of current-conducting granular layer during its electric-spark treatment. *Технічна електродинаміка*. 2006. № 2. С. 10–14.
24. Езепов Д. Критерий согласия Пирсона (Хи-квадрат). [URL: <https://statanaliz.info/statistica/proverka-gipotez/kriterij-soglasiya-pirsona-khi-kvadrat/>] (Дата звернення 13.05.2020).

25. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: Юнити–Дана, 2004. 573 с.
 26. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Москва: Наука, 1969. 576 с.
 27. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Москва: Финансы и статистика, 2006. 432 с.

DISCRETE NONLINEAR-PROBABILISTIC MODEL OF THE EQUIVALENT ELECTRICAL RESISTANCE OF A LAYER OF METAL GRANULES

N.A. Shydlovska, S.M. Zakharchenko
Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine.
E-mail: shydlovska@ied.org.ua, snzakhar@ukr.net

Two strategies for constructing nonlinear-probabilistic models of the equivalent electrical resistance of a layer of metal granules at their spark-erosion and plasma-erosion treatment and algorithms for their implementation are presented. A method for taking into account the parametric properties of such loads in their nonlinear and nonlinear-probabilistic models is described. Based on the data of direct experiments, the distributions of the electrical resistance of a layer of aluminum granules in tap water were obtained for eleven fixed values of the discharge current in it for both the leading and trailing edges of its pulses. The features of these distributions are described for different edges of the discharge current pulses. It has been proved that the obtained distributions can be adequately described by the normal law. The parameters of the normal law for each distribution obtained as a result of direct experiments are founded by the method of moments. A nonlinear-probabilistic model of the equivalent electrical resistance of a layer of aluminum granules in tap water is created, taking into account the main hysteresis of the dependence of resistance on current. It is shown that at large values of discharge currents, the nonlinear-probabilistic model of the equivalent electrical resistance of the layers of metal granules tends to degenerate into a nonlinear model. References 27, figures 4, table 1.

Keywords: resistance distribution, spark-erosion load, discharge current, nonlinear-probabilistic model.

1. Zakharchenko S.M. Statistical Research of Equivalent Electric Resistance of the Heterogeneous Current-carrying Medium at its Electroerosive Processing on an Example of Granules of Aluminum in Water. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*. 2013. No 1 (133). Pp. 62–67. (Ukr)
2. Ivashchenko D.S., Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Analyzing Probabilistic Properties of Electrical Characteristics in the Circuits Containing Stochastic Load. *Proc. IEEE International Conference on Intelligent Energy and Power Systems IEPS-2016*. Kyiv, Ukraine, June 7–11, 2016. Pp. 45-48.
DOI: <https://doi.org/10.1109/IEPS.2016.7521887>
3. Shcherba A.A., Suprunovska N.I., Ivashchenko D.S. Probabilistic Properties of Electrical Characteristics of Capacitor Charge Circuit with Stochastic Active Resistance. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 6. Pp. 14–17.
DOI: <https://doi.org/10.15407/technd2018.06.014>
4. Suprunovska N.I. Stochastic Transition Processes in the Circuit of the Discharge Pulses Shaper, Operating for Electric Spark Load. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2019. No 5. Pp. 10–16. (Rus)
DOI: <https://doi.org/10.15407/technd2019.05.010>
5. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Cherkaskyi O.P. Physical Prerequisites of Construction of Mathematical Models of Electric Resistance of Plasma-erosive Loads. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 2. Pp. 5–12. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/technd2017.02.005>
6. Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Suprunovskaya N.I., Shevchenko N.I., Monastirskiy G.E., Peretyatko Yu.V., Petruchenko O.V. Stabilization of modes of electrotechnological systems of obtaining spark-eroded micro and nano powders. *Tekhnichna Elektrodynamika. Tematichnyi vypusk Silova elektronika ta energoefektivnist*. 2006. Vol. 1. Pp. 120-123. (Ukr).
7. Liu Y., Zhu K., Li X., Lin F., Li Y. Analysis of multi-scale Ni particles generated by ultrasonic aided electrical discharge erosion in pure water. *Advanced Powder Technology*. 2018. Vol. 29. Issue 4. Pp. 863–873.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apt.2018.01.003>
8. Perekos A.E., Chernenko V.A., Bunayev S.A., Zalutskiy V.P., Ruzhitskaya T.V., Boitsov O.F., Kakazei G.N. Structure and Magnetic Properties of Highly Dispersed Ni-Mn-Ga Powders Prepared by Spark-Erosion. *Journal of Applied Physics*. 2012. Vol. 112. Pp. 093909-1 – 093909-7. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4764017>
9. Berkowitz A.E., Hansen M.F., Parker F.T., Vecchio K.S., Spada F.E., Lavernia E.J., Rodriguez R. Amorphous soft magnetic particles produced by spark erosion. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2003. Vol. 254–255. Pp. 1–6. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0304-8853\(02\)00932-0](https://doi.org/10.1016/S0304-8853(02)00932-0)
10. Hong J.I., Parker F.T., Solomon V.C., Madras P., Smith D.J., Berkowitz A.E. Fabrication of spherical particles with mixed amorphous/crystalline nanostructured cores and insulating oxide shells. *J. Mater. Res*. 2008. Vol. 23. Issue 06. Pp. 1758–1763. DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.2008.0199>

11. Berkowitz A.E., Walter J.L. Spark Erosion: A Method for Producing Rapidly Quenched Fine Powders. *Journal of Materials Research*. 1987. No 2. Pp. 277–288.
12. Nadutov V.M., Perekos A.O., Kokorin V.V., Konoplyuk S.M., Efimova T.V., Zalutsky V.P. The effect of electrospark dispersion on the magnetic and electric transport properties of the Heusler alloy *Cu-Mn-Al*. *Metalo fizyka i Noveishie Tekhnologii*. 2014. Vol. 36. No 12. Pp. 1679–1694. (Rus)
13. Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Lopatko K.G., Aftandilyants E.G. Application of volume electric spark dispersion for production steady to sedimentation hydrosols of biological active metals. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2009. Issue 22. Pp. 74–79. (Rus)
14. Danilenko N.B., Savelev G.G., Yavorovskii N.A., Khaskelberg M.B., Yurmazova T.A., Shamanskii V.V. Water purification to remove As(V) by electropulse treatment of an active metallic charge. *Russian Journal of Applied Chemistry*. 2005. Vol. 78. No 10. Pp. 1631–1635.
15. Kornev Ia., Saprykin F., Lobanova G., Ushakov V., Preis S. Spark erosion in a metal spheres bed: Experimental study of the discharge stability and energy efficiency. *Journal of Electrostatics*. 2018. Vol. 96. Pp. 111–118. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2018.10.008>
16. Zakharchenko S.M. Physical Model of the Granulated Current-carrying Medium. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2012. No 6. Pp. 19–26. (Rus)
17. Shydlovskaya N.A., Zakharchenko S.N., Cherkasskyi A.P. Nonlinear-parametrical Model of Electrical Resistance of Current-Carrying Granulated Mediums for a Wide Range of Applied Voltage. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2014. No 6. Pp. 3–17. (Rus)
18. Suprunovska N.I. Features of Parametric Synthesis of the Circuit of Capacitor Discharge on Electro-spark Load with Nonlinear Resistance. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2014. No 4. Pp. 20–22. (Rus)
19. Shcherba A.A., Suprunovskaya N.I., Ivashchenko D.S. Modeling of Nonlinear Resistance of Electro-Spark Load Taking into Account its Changes During Discharge Current Flowing in the Load at Zero Current in it. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2014. No 5. Pp. 23–25. (Rus)
20. Shydlovskaya N.A., Zakharchenko S.M., Cherkasskyi O.P. Parametric Model of Plasma-erosive Load, Adequate in the Wide Range of Change of Applied Voltage. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 3. Pp. 3–12. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/technd2017.03.003>
21. Shydlovskaya N.A., Zakharchenko S.M., Cherkasskyi O.P. The Analysis of Electromagnetic Processes in Output Circuit of the Generator of Discharge Pulses with Non-linear Model of Plasma-erosive Load at Change Their Parameters in Wide Ranges. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016. No 1. Pp. 87–95. (Rus). DOI: <https://doi.org/10.15407/technd2016.01.087>
22. Shidlovskiy A.K., Shcherba A.A., Suprunovskaia N.I. Power processes in electrical pulse devices with capacitive energy storages. K.: Interkontinental-Ukraina, 2009. 208 p. (Rus).
23. Shcherba A.A., Zakharchenko S.N., Suprunovskaya N.I., Shevchenko N.I. The influence of repetition rate of discharge pulses on electrical resistance of current-conducting granular layer during its electric-spark treatment. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2006. No 2. Pp. 10–14.
24. Yezepov D. Pearson's consent criterion (Chi-square). URL: <https://statanaliz.info/statistica/proverka-gipotez/kriterij-soglasiya-pirsona-khi-kvadrat/> (accessed at 13.05.2020). (Rus)
25. Kremer N.Sh. Probability Theory and Mathematical Statistics. Moscow: Unity–Dana, 2004. 573 p. (Rus)
26. Ventzel E.S. Theory of Probability. Moscow: Nauka, 1969. 576 p. (Rus)
27. Berezhnaya E.V., Berezhnoy V.I. Mathematical Methods of Modeling Economic Systems: Moscow: Finance and Statistics, 2006. 432 p. (Rus)

Надійшла 07.09.2020
Остаточний варіант 17.12.2020