

АДАПТИВНІ СПОСТЕРІГАЧІ ЧАСТОТИ ДВОФАЗНИХ  
ТА ОДНОФАЗНИХ ГАРМОНІЧНИХ СИГНАЛІВ

С.М. Пересада<sup>1\*</sup>, докт. техн. наук, Є.О. Ніконенко<sup>1\*\*</sup>, С.М. Ковбаса<sup>1\*\*\*</sup>, докт. техн. наук,  
О. Кузнєцов<sup>2</sup>, докт. техн. наук

<sup>1</sup> НТУ України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»,

пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна,

e-mail: [sergei.peresada@gmail.com](mailto:sergei.peresada@gmail.com)

<sup>2</sup> Університет прикладних наук Міттелхессена,

Вільгельм-Лойшнер-штрассе 13 D, 61169 Фрідберг, Німеччина.

*З використанням концепції керування на основі внутрішньої моделі синтезовано адаптивний спостерігач частоти та миттєвих значень складових двофазного синусоїдного симетричного сигналу. Спостерігач гарантує глобальне експоненційне оцінювання та високу швидкодію. За умови відсутності інформації про один з сигналів двофазної системи, що еквівалентно вимірюванню однофазного сигналу, запропоновано модифіковану структуру спостерігача однофазного синусоїдного сигналу, властивості локальної експоненційної стійкості якого доведено за допомогою теореми конверсії Ляпунова для збуреної системи. Робастність спостерігача двофазного сигналу відносно адитивних збурень (високочастотних завад, змінної частоти) підтверджено результатами математичного моделювання. Показано, що швидкодія спостерігача може бути доволіно збільшена за рахунок підвищення коефіцієнтів зворотного зв'язку. Розроблено методіку налаштування спостерігача однофазного сигналу, яка забезпечує розширення області стійкості. Бібл. 14, рис. 7.*

**Ключові слова:** адаптивний спостерігач, оцінювання частоти однофазного сигналу, асимптотична стійкість.

**Вступ.** Визначення частоти гармонічних сигналів є необхідним в ряді систем перетворення енергії, наприклад, для синхронізації алгоритмів векторного керування з вектором напруги живлення. Типовими застосуваннями такої синхронізації є системи керування силовими активними фільтрами [1], керованими входними випрямлячами перетворювачів частоти [2], асинхронними машинами подвійного живлення [3] та інші. Оскільки інформація про вектор напруги живлення використовується для здійснення перетворень координат, результати вимірювань вимагають додаткової цифрової обробки з метою фільтрації вищих гармонік, імпульсних завад та інших неідеальностей. Типове рішення, яке є промисловим стандартом, базується на використанні систем фазової синхронізації (phase locked loops) [4], які є складними нелінійними фільтрами.

У [5] розроблено адаптивний спостерігач 10-порядку для оцінювання частоти сигналу довільної форми. Рішення базується на розкладі сигналу в ряд Фур'є і складається з двох складових. Перша забезпечує глобальні властивості стійкості процесу оцінювання частоти у регіоні, близькому до реальної частоти, розмір якого залежить від складу вищих гармонік в сигналі. Друга складова забезпечує локальні властивості стійкості оцінювання частоти сигналу. Точність оцінювання може бути збільшена за рахунок підвищення порядку спостерігача (використання фільтра сигналу більш високого порядку). Налаштування спостерігача є складним. Глобально стійкий спостерігач частоти гармонічного сигналу [6], який має 4-ий порядок, базується на адаптивному резонансному фільтрі, для роботи якого необхідно мати інформацію про дві похідні вимірюваного сигналу, що реалізується за допомогою додаткових фільтрів. Застосовано нормалізацію коефіцієнтів алгоритму оцінювання частоти для підвищення робастності алгоритму до завад у вимірюваному сигналі. У [7] представлено глобально стійкий спостерігач амплітуди і частоти гармонічного сигналу з постійною складовою, який має 4-ий порядок. Якщо постійна складова в сигналі відсутня, спостерігач спрощується до системи 2-го порядку. Спостерігач синтезовано на основі розгляду моделі сигналу з двома похідними. Змінною стану в спостерігачі обрано не реальний вимірюваний сигнал, а результат множення сигналу на його похідну. Відповідно, оцінюється не власне частота сигналу, а квадрат частоти. Задля забезпечення фільтрації завад вимірюваного сигналу спостерігач розширюється до системи 7-го порядку за рахунок додаткових

© Пересада С.М., Ніконенко Є.О., Ковбаса С.М., Кузнєцов О., 2023

ORCID ID: \*<https://orcid.org/0000-0001-8948-722X>; \*\*<https://orcid.org/0000-0003-2379-5566>;

\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-2954-455X>

фільтрів. Спостерігач частоти «ідеального» синусоїдного сигналу 1-го порядку [8] базується на розгляді та онлайн-розрахунку 2-х додаткових рівнянь операторів затримки для вимірюваного сигналу. Спостерігач потребує інформацію про нижню і верхню границі частоти сигналу, щоб уникнути виродження функції арккосинуса; має 3 коефіцієнти налаштування, один з яких має бути обмеженим верхньою границею частоти. За наявності завад оцінена частота також має додаткові складові. Спостерігачі частоти однофазної та трифазної мережі 3-го порядку [9] побудовано для моделі сигналу з двома похідними; рішення базується на підході фазової синхронізації з нормалізацією коефіцієнтів.

Рішення [5] – [9] потребують складного налаштування великої кількості коефіцієнтів і вимагають застосування додаткових фільтрів.

У роботі [10] запропоновано новий підхід до вимірювання вектора напруги мережі живлення, який базується на поєднанні теорії адаптивних спостерігачів з концепцією внутрішньої моделі (Internal Model Approach) [11]. Деякі результати експериментальних досліджень надано в [12].

В даній роботі розвинуто рішення авторів [10] для оцінювання частоти симетричного двофазного синусоїдного сигналу. Представлено результати дослідження його робастності до адитивних збурень. За умови відсутності інформації про одну з компонент двофазного сигналу запропоновано модифікований спостерігач однофазного сигналу.

**Метою роботи** є синтез та розробка методики налаштування спостерігачів миттєвих значень і частоти двофазних та однофазних гармонічних сигналів, які є простішими у порівнянні з існуючими аналогами.

**Постановка задачі оцінювання.** Після перетворення симетричного трифазного сигналу до двофазного отримуємо сигнал у вигляді

$$\begin{aligned} x_a &= X_m \cos \omega_0 t, \\ x_b &= X_m \sin \omega_0 t, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $x_a, x_b$  – компоненти вектора вимірюваного сигналу;  $X_m$  та  $\omega_0 t$  визначають амплітуду та кутове положення довільного вектора, який обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega_0$ , як показано на рис. 1, у відносному часі  $\bar{t} = t/\omega_0$  для  $X_m = 1$ .

Нехай для (1) виконуються наступні припущення:

A.1 Координати  $x_a, x_b$  є вимірюваними.

A.2 Частота сигналу  $\omega_0$  є невідомою, обмеженою.

За умови виконання цих припущень необхідно синтезувати спостерігач сигналу, який гарантує:

O.1. Асимптотичне оцінювання координат  $x_a, x_b$  та частоти  $\omega_0$ , тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{x}_a, \tilde{x}_b, \tilde{\omega}_0) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

де  $\tilde{x}_a = x_a - \hat{x}_a$ ,  $\tilde{x}_b = x_b - \hat{x}_b$ ,  $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 - \hat{\omega}_0$  – похибки оцінювання;  $\hat{x}_a$ ,  $\hat{x}_b$  та  $\hat{\omega}_0$  – оцінки координат  $x_a, x_b$  та частоти  $\omega_0$  відповідно.

**Синтез адаптивного спостерігача частоти двофазних сигналів.** Для синтезу спостерігача використано підхід, який базується на внутрішній моделі сигналу (Internal Model Approach [11]). Без втрати загальності прийемо, що  $X_m = 1$ , тоді динамічна модель гармонійного сигналу (1) має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= -\omega_0 x_b, \quad x_a(0) = 1, \\ \dot{x}_b &= \omega_0 x_a. \end{aligned} \quad (3)$$

З (3) рівняння динаміки адаптивного спостерігача для оцінювання компонент двофазного сигналу запишуться

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_a &= -\hat{\omega}_0 x_b + k \tilde{x}_a, \\ \dot{\hat{x}}_b &= \hat{\omega}_0 x_a + k \tilde{x}_b, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $k > 0$  – коефіцієнт зворотного зв'язку спостерігача.

З (3) та (4) динамічна поведінка похибок оцінювання описується наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_a &= -k \tilde{x}_a - \tilde{\omega}_0 x_b, \\ \dot{\tilde{x}}_b &= -k \tilde{x}_b + \tilde{\omega}_0 x_a. \end{aligned} \quad (5)$$

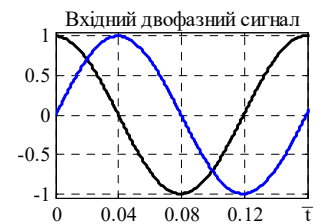


Рис. 1

Для синтезу алгоритму оцінювання частоти  $\omega_0$  розглянемо наступну кандидатуру функції

$$\text{Ляпунова: } V = \frac{1}{2}(\tilde{x}_a^2 + \tilde{x}_b^2 + \gamma\tilde{\omega}_0^2) > 0, \quad (6)$$

де  $\gamma > 0$  – коефіцієнт налаштування спостерігача.

Похідна від (6) вздовж траєкторій (5) дорівнює

$$\dot{V} = -k(\tilde{x}_a^2 + \tilde{x}_b^2) + \tilde{\omega}_0(-x_b\tilde{x}_a + x_a\tilde{x}_b) + \gamma\tilde{\omega}_0\dot{\tilde{\omega}}_0 = -k(\tilde{x}_a^2 + \tilde{x}_b^2) \leq 0, \quad (7)$$

якщо динаміка похибки оцінювання частоти має вигляд

$$\dot{\tilde{\omega}}_0 = -\hat{\omega}_0 = \gamma^{-1}(x_b\tilde{x}_a - x_a\tilde{x}_b). \quad (8)$$

З (6) і (7) слідує, що  $(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b, \tilde{\omega}_0) \in \mathcal{B}$  обмеженими  $\forall t \geq 0$ , відповідно  $(\hat{x}_a, \hat{x}_b, \hat{\omega}_0)$  також обмежені, як і  $(\dot{\hat{x}}_a, \dot{\hat{x}}_b)$ . З (7) випливає, що  $\int_0^t (\tilde{x}_a^2(\tau) + \tilde{x}_b^2(\tau))d\tau = -k^{-1}[V(t) - V(0)] \leq k^{-1}V(0)$ , а тому сигнали  $\tilde{x}_a(t), \tilde{x}_b(t) \in \mathcal{L}_2$  квадратично інтегрованими, і у відповідності з лемою Барбалат [13] з цього слідує, що  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{x}_a, \tilde{x}_b) = \mathbf{0}$ .

Система (5), (8) може бути записана в векторній формі як

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_a \\ \dot{\tilde{x}}_b \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & -k \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_a \\ \tilde{x}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x_b \\ x_a \end{pmatrix} \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\tilde{\omega}}_0 &= -\gamma^{-1}(-x_b, x_a) \begin{pmatrix} \tilde{x}_a \\ \tilde{x}_b \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

або у компактній формі

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{W}^T(t)\mathbf{z}, \\ \dot{\mathbf{z}} &= -\mathbf{\Gamma}\mathbf{W}(t)\tilde{\mathbf{x}}, \end{aligned} \quad (10)$$

де  $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}_a, \tilde{x}_b)^T$ ,  $\mathbf{z} = \tilde{\omega}_0$ ,  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & -k \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{W}^T(t) = (-x_b, x_a)$ ,  $\mathbf{\Gamma} = \gamma^{-1} > 0$ .

Система (10) має стандартну форму леми про персистність збудження [14]. Оскільки  $\mathbf{A}$  є Гурвіцевою матрицею, матриця регресії  $\mathbf{W}(t)$  обмежена і має обмежену похідну, а також якщо існує додатна константа  $T$  така, що матриця  $2 \times 2$

$$\int_t^{t+T} \mathbf{W}(\tau)\mathbf{W}^T(\tau)d\tau > 0 \quad (11)$$

додатньо визначена  $\forall t \geq 0$  (умови персистності збудження), то  $(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b, \tilde{\omega}_0) = \mathbf{0}$  є глобально експоненційно стійким положенням рівноваги системи (10).

Для сигналів  $x_a, x_b$ , що розглядаються, умова (11) має вигляд

$$(x_a^2 + x_b^2) > 0, \quad (12)$$

тобто модуль двофазного гармонійного сигналу не має бути нульовим.

З (4), (8) рівняння динаміки адаптивного спостерігача мають вигляд

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_a &= -\hat{\omega}_0 x_b + k\tilde{x}_a, \\ \dot{\hat{x}}_b &= \hat{\omega}_0 x_a + k\tilde{x}_b, \\ \dot{\hat{\omega}}_0 &= -\gamma^{-1}(x_b\tilde{x}_a - x_a\tilde{x}_b). \end{aligned} \quad (13)$$

Оскільки динамічна система (13) може розглядатися також як адаптивний фільтр, то для оцінених значень  $(\hat{x}_a, \hat{x}_b)$  буде забезпечуватися фільтрація вищих гармонік в сигналах  $x_a, x_b$ .

Синтез адаптивного спостерігача (13) базується на вимірюванні повного вектору стану системи (3), що обумовлює “сильні” властивості персистності збудження і, як слідує з властивостей експоненційно стійких нелінійних систем, гарантує системі робастність відносно адитивних збурень.

**Синтез адаптивного спостерігача частоти однофазних сигналів.** Розглянемо випадок, коли в (1), (3) вимірюється тільки один сигнал  $x_a$ . Це еквівалентно встановленню тільки одного давача

двофазного сигналу або вимірюванню однофазного сигналу. При цьому компонента  $x_b$  не є вимірюваною, однак її оцінку можна використати для оцінювання частоти сигналу.

Модифікований спостерігач (13) для оцінювання частоти однофазного сигналу сформуємо у

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_a &= -\hat{\omega}_0 \hat{x}_b + k \tilde{x}_a, \quad \hat{x}_a(0) = x_{a0}, \\ \text{вигляді} \quad \dot{\hat{x}}_b &= \hat{\omega}_0 \hat{x}_a - k_1 \tilde{x}_a, \quad \hat{x}_b(0) = 0, \\ \dot{\hat{\omega}}_0 &= -\gamma^{-1} \hat{x}_b \tilde{x}_a, \quad \hat{\omega}_0(0) = \omega_{00}, \end{aligned} \quad (14)$$

де  $k_1 > 0$  – коефіцієнт зворотного зв'язку спостерігача;  $x_{a0}, \omega_{00}$  – початкові умови змінних  $\hat{x}_a, \hat{\omega}_0$ .

Зауважимо, що різниця між спостерігачами (13) і (14) полягає в тому, що через відсутність вимірювання  $x_b$  в (14) замість зворотного зв'язку за цією змінною використовується зворотний зв'язок за вимірюваною змінною  $x_a$ .

З (3) і (14) рівняння динаміки похибок оцінювання запишуться у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_a &= -k \tilde{x}_a - \omega_0 \tilde{x}_b - \hat{x}_b \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\tilde{x}}_b &= (k_1 + \omega_0) \tilde{x}_a + \hat{x}_a \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\tilde{\omega}}_0 &= \gamma^{-1} \hat{x}_b \tilde{x}_a. \end{aligned} \quad (15)$$

Відзначимо, що в (15) складова  $\hat{x}_a \tilde{\omega}_0$  розглядається як адитивне збурення.

Для подальшого аналізу стійкості розглянемо наступне перетворення координат:

$$\eta = -\omega_0 \tilde{x}_b. \quad (16)$$

Система (15) в нових координатах переписеться як

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_a &= -k \tilde{x}_a + \eta - \hat{x}_b \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\eta} &= -\omega_0 (k_1 + \omega_0) \eta + \nu, \quad \nu = -\omega_0 \hat{x}_a \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\tilde{\omega}}_0 &= \gamma^{-1} \hat{x}_b \tilde{x}_a. \end{aligned} \quad (17)$$

Для моделі (17) розглянемо наступну кандидатуру функції Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2} \left( \tilde{x}_a^2 + \omega_0^{-1} (k_1 + \omega_0)^{-1} \eta^2 + \gamma \tilde{\omega}_0^2 \right) > 0. \quad (18)$$

Похідна від (18) вздовж траєкторій (17) дорівнює

$$\dot{V} = \tilde{x}_a \dot{\tilde{x}}_a + \omega_0^{-1} (k_1 + \omega_0)^{-1} \eta \dot{\eta} + \gamma \tilde{\omega}_0 \dot{\tilde{\omega}}_0 \triangleq -k \tilde{x}_a^2 - (k_1 + \omega_0)^{-1} \hat{x}_a \eta \tilde{\omega}_0. \quad (19)$$

За умови  $k_1 \gg 1$ , остання компонента в (19) стає нехтувано малою (що еквівалентно  $\nu = 0$  в (17)), тому  $\dot{V} \leq 0$ . З цього слідує, що  $(\tilde{x}_a, \eta, \tilde{\omega}_0) \in$  обмеженими  $\forall t \geq 0$ , з (16)  $\tilde{x}_b$  також обмежена, відповідно  $(\hat{x}_a, \hat{x}_b, \hat{\omega}_0)$  також обмежені, як і  $(\dot{\tilde{x}}_a, \dot{\tilde{x}}_b, \dot{\eta})$ . Використання леми Барбалат [13] дає  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x}_a = 0$ .

Для дослідження збіжності змінних  $\tilde{x}_b, \tilde{\omega}_0$  до нуля представимо (15) у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_a &= -k \tilde{x}_a - \omega_0 \tilde{x}_b - x_b \tilde{\omega}_0 + \tilde{x}_b \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\tilde{x}}_b &= (k_1 + \omega_0) \tilde{x}_a + x_a \tilde{\omega}_0 - \tilde{x}_a \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\tilde{\omega}}_0 &= \gamma^{-1} x_b \tilde{x}_a - \gamma^{-1} \tilde{x}_a \tilde{x}_b. \end{aligned} \quad (20)$$

Для лінеаризації системи в околі положення рівноваги  $\mathbf{y} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{y} = (\tilde{x}_a, \tilde{x}_b, \tilde{\omega}_0)^T$  знехтуємо квадратичними складовими  $(\tilde{x}_b \tilde{\omega}_0, \tilde{x}_a \tilde{\omega}_0, \gamma^{-1} \tilde{x}_a \tilde{x}_b)$  в правій частині. Рівняння лінеаризованої системи запишуться як

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_a &= -k \tilde{x}_a - \omega_0 \tilde{x}_b - x_b \tilde{\omega}_0, \\ \dot{\tilde{x}}_b &= (k_1 + \omega_0) \tilde{x}_a + x_a \tilde{\omega}_0 \triangleq \mathbf{A}(t) \mathbf{y} + \mathbf{E}(t) \mathbf{y}, \\ \dot{\tilde{\omega}}_0 &= \gamma^{-1} x_b \tilde{x}_a, \end{aligned} \quad (21)$$

де  $\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} -k & -\omega_0 & -x_b \\ k_1 + \omega_0 & 0 & 0 \\ \gamma^{-1}x_b & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{E}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_a \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{E}(t)\mathbf{y}$  – адитивне збурення.

З іншого боку, номінальна динаміка системи (21) ( $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{y}$ ) може бути записана в наступній стандартній формі:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_a &= -k\tilde{x}_a + (-\omega_0, x_b) \begin{pmatrix} \tilde{x}_b \\ \tilde{\omega}_0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \dot{\tilde{x}}_b \\ \dot{\tilde{\omega}}_0 \end{pmatrix} &= - \begin{bmatrix} k_1 + \omega_0 & 0 \\ \omega_0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -\omega_0 \\ x_b \end{pmatrix} \tilde{x}_a. \end{aligned} \quad (22)$$

Система (22) має стандартну форму (10) з  $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{x}_a$ ,  $\mathbf{z} = (\tilde{x}_b \quad \tilde{\omega}_0)^T$ ,  $\mathbf{A} = -k$ ,  $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} k_1 + \omega_0 & 0 \\ \omega_0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} \end{bmatrix}$  і

матрицею регресії  $\mathbf{W}^T(t) = (-\omega_0, x_b)$ , яка є обмеженою з обмеженою похідною, тому для системи (22) виконуються вимоги леми про персистентність збудження [14]. Якщо матриця регресії  $\mathbf{W}^T(t)$  така, що забезпечує умови персистентності збудження (11), то положення рівноваги  $\mathbf{y} = \mathbf{0}$  номінальної системи в (22) буде глобально експоненційно стійким. Відзначимо, що, відповідно до схематизації згідно внутрішньої моделі (3), сигнал  $x_b$  є гармонійним виду  $x_b = B \cos(\omega_0 t + \Psi)$  з постійними  $B > 0$ ,  $\omega_0 > 0$ .

В (21)  $\mathbf{E}(t)$  визначається сигналом  $x_a$ , тому  $\|\mathbf{E}(t)\|_2 \leq \delta_0$ , де  $\delta_0 = x_{a \max}$ . Оскільки за умов персистентності збудження положення рівноваги  $\mathbf{y} = \mathbf{0}$  номінальної системи (22) є глобально експоненційно стійким, то, відповідно до теореми конверсії (Теорема 3.12 в [14]) для системи  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{y}$  існує функція Ляпунова  $V(t, \mathbf{y})$ , яка задовольняє нерівності

$$\begin{aligned} c_1 \|\mathbf{y}\|_2^2 &\leq V(t, \mathbf{y}) \leq c_2 \|\mathbf{y}\|_2^2, \\ \frac{\partial V(t, \mathbf{y})}{\partial t} + \frac{\partial V(t, \mathbf{y})}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{A}(t)\mathbf{y} &\leq c_3 \|\mathbf{y}\|_2^2, \\ \left\| \frac{\partial V(t, \mathbf{y})}{\partial \mathbf{y}} \right\|_2 &\leq c_4 \|\mathbf{y}\|_2 \end{aligned} \quad (23)$$

для  $\|\mathbf{y}\|_2 < r$  та додатних констант  $c_1 - c_4$ . Виходячи з цього, похідна від функції Ляпунова буде

$$\dot{V} \leq -c_3 \|\mathbf{y}\|_2^2 + \delta_0 \|\mathbf{y}\|_2^2. \quad (24)$$

Таким чином за умови  $\delta_0 < c_3$  маємо  $\dot{V} < 0$ , тобто положення рівноваги збуреної системи є локально експоненційно стійким для  $\|\mathbf{y}(t_0)\|_2 < r$ , яке визначається значенням  $\delta_0$ . Таким чином адаптивний спостерігач (14) забезпечує оцінювання частоти однофазного сигналу з властивістю локальної асимптотичної стійкості.

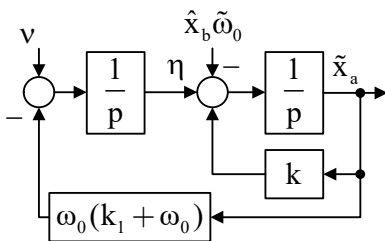


Рис. 2

Для розробки методики налаштування спостерігача розглянемо структурну схему системи (17), яку показано на рис. 2. Передатна функція за збуренням  $v = -\omega_0 \tilde{x}_a \tilde{\omega}_0$  має вигляд

$$W(p) = \frac{x_a(p)}{v(p)} = \frac{(\omega_0(k_1 + \omega_0))^{-1}}{(\omega_0(k_1 + \omega_0))^{-1} p^2 + k(\omega_0(k_1 + \omega_0))^{-1} p + 1}. \quad (25)$$

Передатна функція (25) свідчить, що вплив збурення  $v$  на вихідну координату може бути зменшено за рахунок збільшення коефіцієнта зворотного зв'язку  $k_1$ , як це було показано раніше в (18). Таким чином підвищення  $k_1$  сприяє розширенню області стійкості. Виходячи з

передатної функції (25), розрахунок коефіцієнтів налаштування спостерігача  $k, k_1$  може виконуватися так, щоб вона набувала стандартної форми системи другого порядку з

$$\tau = \sqrt{(\omega_0(k_1 + \omega_0))^{-1}}, k = 2\zeta\tau^{-1}, \quad (26)$$

де  $\zeta$  – коефіцієнт демпфування власних коливань;  $\tau$  – стала часу.

Таким чином, налаштування спостерігача (14) спрощується до вибору «достатньо великого»  $k_1$  та налаштування  $\gamma$  для формування перехідного процесу ( $\zeta=1$  або  $\zeta=0.707$ ).

**Дослідження динаміки спостерігача частоти двофазних сигналів.** Дослідження динамічних режимів адаптивного спостерігача (13) проведено методом математичного моделювання. Перехідні процеси оцінювання гармонійного сигналу з амплітудою  $X_m=1$  і частотою  $\omega_0=6.28$  рад/с (початкові умови  $\hat{\omega}_0(0)=\hat{x}_a(0)=\hat{x}_b(0)=0$ ) представлено на рис. 3 у відносному часі для трьох налаштувань спостерігача з постійним  $k=100$ : 1)  $\gamma^{-1}=1 \cdot 10^3$ ; 2)  $\gamma^{-1}=2 \cdot 10^3$ ; 3)  $\gamma^{-1}=3 \cdot 10^3$ .

З рис. 3 слідує, що спостерігач забезпечує асимптотичне оцінювання частоти і компонент вектора двофазного сигналу зі швидкістю, пропорційною коефіцієнту  $\gamma^{-1}$ .

На другому етапі дослідження розглядається випадок з  $\omega_0 \neq \text{const}$ . Умовами тестування передбачено, що на початковому етапі  $t=0 \dots 1$  с частота дорівнює  $\omega_0(0)=6.28$  рад/с; в момент часу  $t=1$  с частота збільшується лінійно з першою похідною рівною  $3.14$  рад/с<sup>2</sup> і в момент часу  $t=3$  с досягає усталеного значення  $\omega_0(t)=2\omega_0(0)=12.56$  рад/с. Налаштування спостерігача:  $k=100$ ; 1)  $\gamma^{-1}=1 \cdot 10^3$ , 2)  $\gamma^{-1}=2 \cdot 10^3$ , початкові умови спостерігача нульові. З графіків перехідних процесів, які зображено на рис. 4, слідує, що асимптотичність оцінювання частоти і компонент вектора сигналу порушується за умови змінної частоти, проте статичну похибку оцінювання частоти можна зменшити за рахунок збільшення  $\gamma^{-1}$ .

На третьому етапі дослідження розглянуто випадок, коли в основному сигналі наявна вища гармоніка. В такому випадку гармонійний сигнал представляється у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} x_a &= X_m \cos \omega_0 t + A_h \cos(\omega_{oh} t), \\ x_b &= X_m \sin \omega_0 t + A_h \sin(\omega_{oh} t), \end{aligned} \quad (27)$$

де  $A_h, \omega_{oh}$  – амплітуда і частота вищої гармоніки.

Графіки перехідних процесів для оцінювання частоти сигналу (27) з  $X_m=1, A_h=0.1$  і  $\omega_{oh}=50\omega_0$  наведено на рис. 5 для наступного налаштування спостерігача:  $\gamma^{-1}=200, k=25$ . З рис. 5

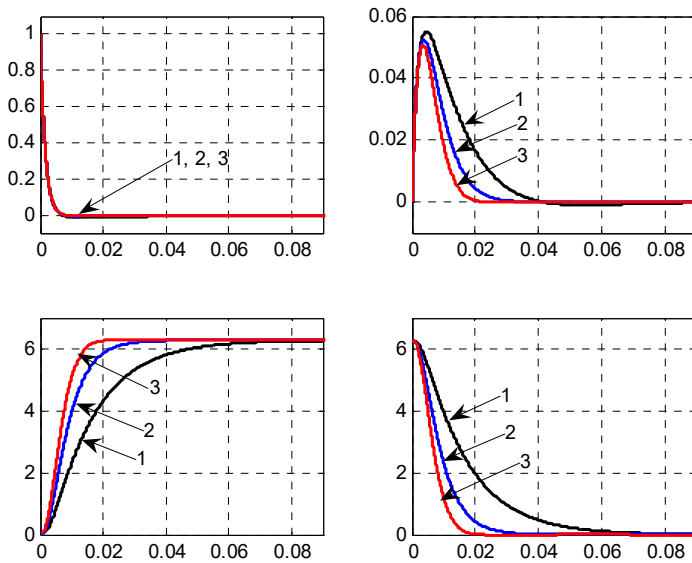


Рис. 3

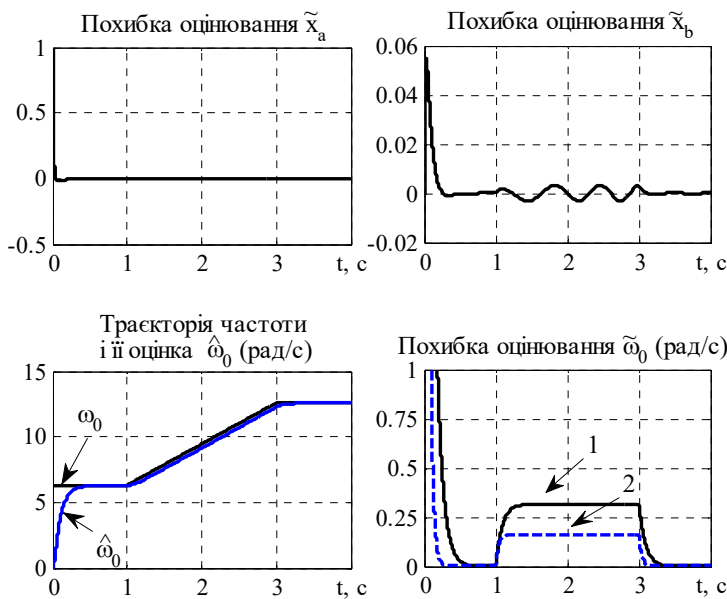


Рис. 4

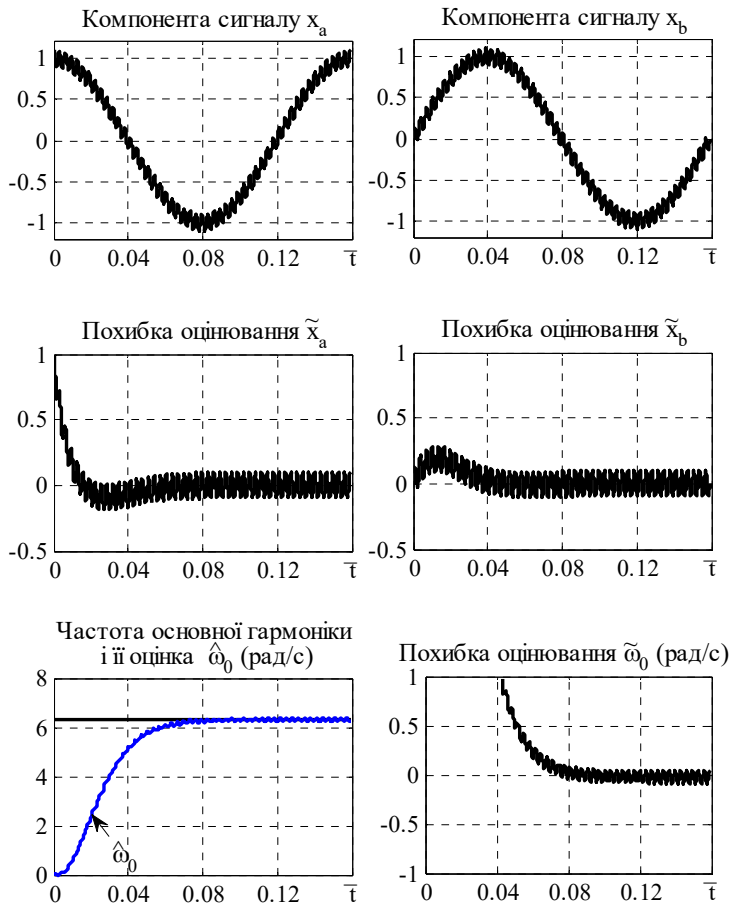


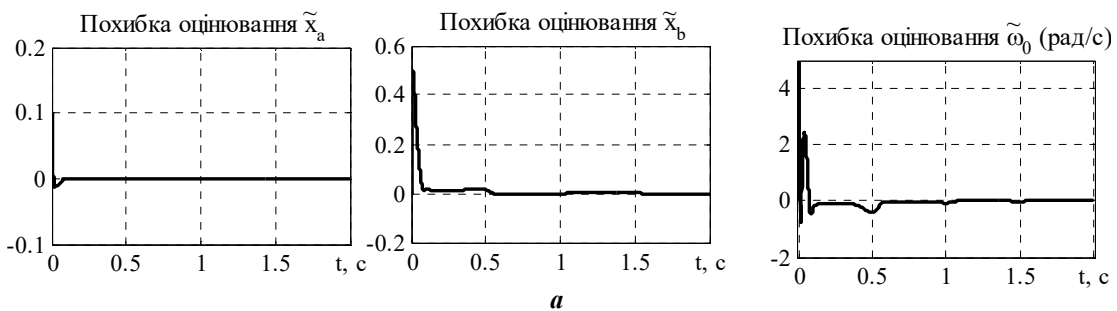
Рис. 5

ти  $\hat{x}_b$  в складовій  $\hat{\omega}_0 \hat{x}_a$  замість оціненої частоти використовується реальна частота  $(\omega_0 \hat{x}_a)$ . Це відповідає умові  $\nu = 0$ , тому похідна від функції Ляпунова (19) є негативною. З порівняння графіків на рис. 6, а і б можна зробити висновок, що вплив збурення  $\nu \neq 0$  є нехтувано малим за умови  $k_1 \gg 1$ .

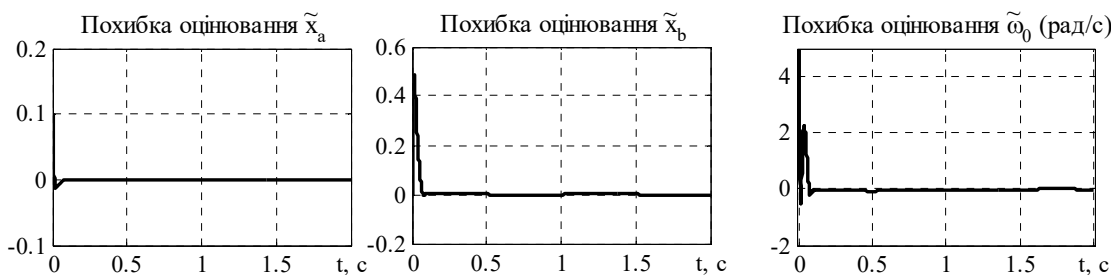
встановлюємо, що у разі введення в оцінюваний сигнал збурення у вигляді вищої гармоніки, асимптотичність оцінювання координат  $x_a, x_b$  та частоти основної гармоніки  $\omega_0$  порушується. При цьому, після відпрацювання спостерігачем початкових умов траєкторії похибок оцінювання приймають вигляд гармонійних коливань з частотою вищої гармоніки.

**Дослідження динаміки спостерігача частоти однофазного сигналу.** Графіки динамічних режимів адаптивного спостерігача (14) під час оцінювання сигналу з амплітудою  $X_m = 1$  і частотою  $\omega_0 = 6.28$  рад/с представлено на рис. 6, а для налаштування спостерігача  $k_1 = 10^3$ ;  $\gamma^{-1} = 5.5 \cdot 10^4$ ;  $\zeta = 1$  ( $k = 159$ ) з початковими умовами  $\hat{x}_a(0) = 0.9$ ;  $\hat{x}_b(0) = 0$ ;  $\hat{\omega}_0(0) = 1$  рад/с. З рис. 6, а слідує, що спостерігач забезпечує асимптотичне оцінювання миттєвих значень компонент сигналу і його частоти.

Для дослідження впливу збурення  $\nu = -\omega_0 \hat{x}_a \tilde{\omega}_0$  в функції Ляпунова (19) на рис. 6, б показано графіки перехідних процесів для зміненої структури спостерігача, в якій в динаміці оціненої компоненти



а



б  
Рис. 6

На останньому етапі тестування досліджувався вплив  $\omega_0 \neq \text{const}$ . Умови тестування аналогічні до розглянутих на рис. 6 для спостерігача двофазного сигналу, проте з меншим кінцевим значенням частоти  $\omega_0(t) = 7.54$  рад/с. Результати дослідження показано на рис. 7. З аналізу рис. 7 слідує, що асимптотичність оцінювання частоти і компонент вектора сигналу порушується за умови змінної частоти, проте поновлюється в усталеному режимі.

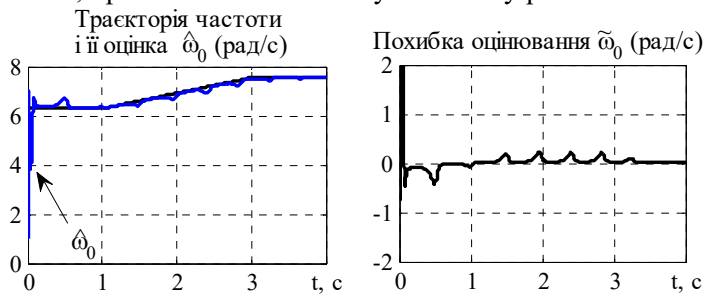


Рис. 7

Виникають внаслідок дії збурень, можуть бути доволіно зменшені за рахунок вибору коефіцієнтів налаштування. Спостерігач двофазного сигналу додатково забезпечує фільтрацію вимірюваних компонент вектора сигналу без фазового зсуву, завдяки чому оцінені значення частоти і амплітуди його вектора можуть використовуватися в системах керування, зокрема в координатних перетвореннях векторних алгоритмів керування.

Вперше синтезовано локально асимптотично стійкий спостерігач однофазного гармонічного сигналу. Спостерігач може бути використаний також для оцінювання частоти двофазного сигналу за умови вимірювання тільки однієї компоненти його вектору. Стійкість спостерігача однофазного сигналу доведено шляхом лінеаризації і використання теореми конверсії Ляпунова для збуреної системи. На основі розробленої методики налаштування коефіцієнтів зворотного зв'язку забезпечується розширення області стійкості спостерігача.

В порівнянні з існуючими аналогами розроблені спостерігачі мають менший порядок (3-й, в порівнянні з 10-м [5], 7-м [7] та 4-м [6]), не вимагають попередньої інформації про сигнал і його похідні, мають просту процедуру налаштування.

**Висновки.** За допомогою 2-го методу Ляпунова з використанням концепції внутрішньої моделі сигналу синтезовано спостерігач частоти двофазного гармонічного сигналу, який забезпечує глобальне експоненційне оцінювання частоти і миттєвих значень компонент вимірюваного сигналу. Показано, що спостерігач є робастним до адитивних збурень, таких як змінна у часі частота, а також наявність вищих гармонік. Динамічні похибки, які

1. Singh B., Al-Haddad K., Chandra A. A review of active filters for power quality improvement. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 1999. Vol. 46. No 5. Pp. 960-971. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.793345>
2. Пересада С.М., Король С.В. Новая концепция управления входным преобразователем: формирование полнотной энергии преобразования. *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск "Силова електроніка та енергоефективність"*. 2002. № 1. С. 66-70.
3. Peresada S., Tilli A., Tonielli A. Indirect stator flux-oriented output feedback control of a doubly fed induction machine. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2003. Vol. 11. No 6. Pp. 875-888. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCST.2003.819590>.
4. Hsieh G.-C., Hung J.C. Phase-locked loop techniques – a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 1996. Vol. 43. No 6. Pp. 609-615. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.544547>
5. Marino R., Tomei P. Online frequency estimation of periodic signals. In: *Mathematical Control Theory*. Springer, 2015. Vol. 461. Pp 257-276. DOI [https://doi.org/10.1007/978-3-319-20988-3\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-319-20988-3_14)
6. Hsu L., Ortega R., Damm G. A globally convergent frequency estimator *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1999. Vol. 44. No 4. Pp. 698-713. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.754808>
7. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2005. Vol. 50. No 6. Pp. 855-858. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2005.849244>
8. Vedyakov A.A., VEDIKOVA A.O., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Aranovskiy S.V. A globally convergent frequency estimator of a sinusoidal signal with a time-varying amplitude. *European Journal of Control*. 2020. Vol. 38. Pp. 32-38. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2017.08.001>
9. Ahmed H., Pay M.L., Benbouzid M., Amirat Y., Elbouchikhi E. Gain normalized adaptive observer for three-phase system. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2020. Vol. 118. Pp. 1-14 (105821). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.105821>
10. Пересада С.М., Диннік Т.В. Адаптивний спостерігач параметрів мережі живлення. *Оптическоелектронні інформаційно-енергетичні технології*. Вінниця: ВНТУ. 2013. № 2(26). С. 122-125.



11. Isidori A., Marconi L., Serrani A. *Robust autonomous guidance: an internal model-based approach*. Springer Verlag: London, 2003. 293 p.
12. Пересада С.М., Ковбаса С.Н., Благодир В.О., Дынный Т.В. Экспериментальное тестирование адаптивного наблюдателя параметров сети питания. *Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України*. 2014. № 37. С. 91-93.
13. Narendra K.S., Annaswamy A.M. *Stable adaptive systems*. New Jersey, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989. 480 p.
14. Khalil H.K. *Nonlinear systems*. New Jersey, Upper Saddle River: Prentice Hall, 1995. 734 p.

#### ADAPTIVE FREQUENCY OBSERVERS FOR TWO-PHASE AND SINGLE-PHASE HARMONIC SIGNALS

S.M. Peresada<sup>1</sup>, Y.O. Nikonenko<sup>1</sup>, S.M. Kovbasa<sup>1</sup>, A. Kuznetsov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”,  
Peremohy Ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine, e-mail: [sergei.peresada@gmail.com](mailto:sergei.peresada@gmail.com)

<sup>2</sup>Technische Hochschule Mittelhessen,  
Wilhelm-Leuschner-Straße 13 D, 61169 Friedberg, Germany.

*An adaptive observer for frequency and magnitude of two-phase symmetrical sinusoidal signal is presented. It is designed based on control concept of internal model approach. The observer guarantees global exponential estimation and high performance. If the information about one of the two-phase signal components is missing, a modified structure of the observer is proposed. This case is equivalent to the measurement of a single-phase sinusoidal signal. The properties of local exponential stability of single-phase signal observer are proved using Lyapunov's conversion theorem for disturbed systems. The robustness of the two-phase signal observer with respect to additive disturbances (high-frequency noise, varying frequency) is confirmed by simulation results. It is shown that the observer estimation speed can be arbitrarily increased by increasing the feedback gains. A method for single-phase harmonic signal frequency observer tuning is developed, which ensures the expansion of the stability region. References 14, figures 7.*

**Keywords:** adaptive observer, single-phase frequency estimation, asymptotic stability.

1. Singh B., Al-Haddad K., Chandra A. A review of active filters for power quality improvement. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. October 1999. Vol. 46. No 5. Pp. 960-971. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.793345>
2. Peresada S.M., Korol S.V. New control concept of AC-DC converter: total conversion energy formation. *Tekhnichna Elektrodynamika. Thematic issue: Power electronics and energy efficiency*. 2002. No 1. Pp. 66-70. (Rus.)
3. Peresada S., Tilli A., Tonielli A. Indirect stator flux-oriented output feedback control of a doubly fed induction machine. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2003. Vol. 11. No 6. Pp. 875-888. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCST.2003.819590>.
4. Hsieh G.-C., Hung J.C. Phase-locked loop techniques – a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 1996. Vol. 43. No 6. Pp. 609-615. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.544547>
5. Marino R., Tomei P. Online frequency estimation of periodic signals. In: *Mathematical Control Theory*. Springer, 2015. Vol. 461. Pp 257-276. DOI [https://doi.org/10.1007/978-3-319-20988-3\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-319-20988-3_14)
6. Hsu L., Ortega R., Damm G. A globally convergent frequency estimator. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1999. Vol. 44. No 4. Pp. 698-713. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.754808>
7. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2005. Vol. 50. No 6. Pp. 855-858. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2005.849244>
8. Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Aranovskiy S.V. A globally convergent frequency estimator of a sinusoidal signal with a time-varying amplitude. *European Journal of Control*. 2020. Vol. 38. Pp. 32-38. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2017.08.001>
9. Ahmed H., Pay M.L., Benbouzid M., Amirat Y., Elbouchikhi E. Gain normalized adaptive observer for three-phase system. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2020. Vol. 118. Pp. 1-14 (105821). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.105821>
10. Peresada S.M., Dynnik T.V. Adaptive observer of parameters of power network. *Optoelectronni informatsiino-enerhetychni tekhnolohii*. Vinnitsya: VNTU. 2013. Vol. 26. No 2. Pp. 122-125. (Ukr.)
11. Isidori A., Marconi L., Serrani A. *Robust autonomous guidance: an internal model-based approach*. Springer Verlag: London, 2003. 293 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0011-9>
12. Peresada S.M., Kovbasa S.N., Blagodir V.O., Dynnik T.V. Experimental study of mains supply parameters adaptive observer. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2014. Vol. 37. Pp. 91-93. (Rus.)
13. Narendra K.S., Annaswamy A.M. *Stable adaptive systems*. New Jersey, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989. 480 p.
14. Khalil H.K. *Nonlinear systems*. New Jersey, Upper Saddle River: Prentice Hall, 1995. 734 p.

Надійшла 28.07.2022