

ТЕОРІЯ МИТТЕВОЇ ПОТУЖНОСТІ БАГАТОФАЗНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ З УРАХУВАННЯМ РЕЗИСТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧІ

М.Ю. Артеменко<sup>1\*</sup>, докт.техн.наук, Ю.В. Кутафін<sup>1</sup>, В.М. Михальський<sup>2\*\*</sup>, член-кор. НАН України, С.Й. Поліщук<sup>2\*\*\*</sup>, канд.техн.наук, В.В. Чопик<sup>2\*\*\*\*</sup>, канд.техн.наук, І.А. Шаповал<sup>2\*\*\*\*\*</sup>, канд.техн.наук

<sup>1</sup> Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна,

<sup>2</sup> Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: [mikhalsky@ied.org.ua](mailto:mikhalsky@ied.org.ua)

*У роботі отримала подальший розвиток теорія миттєвої потужності багатофазних систем електроживлення, обґрунтовано нові співвідношення для миттєвого активного струму та миттєвої повної потужності, які враховують залежність від співвідношення опорів лінії передачі та відповідають аналогічним інтегральним величинам періодичного режиму трифазної чотирипровідної системи. В результаті застосування підходів матрично-векторної алгебри отримано нове співвідношення для декомпозиції миттєвих потужностей втрат у лінії передачі, в якій виокремлено мінімально можливі втрати, зумовлені запропонованим миттєвим активним струмом. Отримано нове розрахункове співвідношення для коефіцієнта виграшу за потужністю втрат у лінії передачі у разі застосування паралельного активного фільтра зі стратегією керування, що забезпечує мінімально можливі втрати. Як наслідок загальної теорії миттєвої потужності багатофазних систем визначено її базові поняття для трифазної трипровідної системи електроживлення в координатній системі для методу двох ватметрів, яка не потребує матричних перетворень координат, притаманних класичній теорії миттєвої потужності, що дає змогу підвищити точність та швидкодію систем керування напівпровідниковими перетворювачами у складі активних фільтрів та відновлюваних джерел енергії. Результати комп'ютерного моделювання підтвердили адекватність усіх модифікованих співвідношень для базових понять теорії миттєвої потужності багатофазних систем. Бібл. 17, рис. 5.*

**Ключові слова:** теорія миттєвої потужності, багатофазна система живлення, стратегія керування паралельним активним фільтром з мінімально можливими втратами.

**Вступ.** Теорія миттєвої потужності трифазних систем електроживлення веде свій початок від роботи [1]. У подальшому вона вдосконалювалась у напрямі запровадження обертових та нерухомих тривимірних систем координат для струмів, напруг та потужностей [2–4], на основі яких розроблено стратегії керування паралельними активними фільтрами (ПАФ) трифазних систем у реальному масштабі часу без використання накопичувальних елементів. Важливим етапом розвитку теорії миттєвої потужності є запропонована у [5] формула прямого формування миттєвого активного струму трифазної чотирипровідної системи без будь-яких матриць перетворень координат. У цій роботі також представлено поняття векторної неактивної потужності, декомпозиція струмів та потужностей, повна миттєва потужність та коефіцієнт миттєвої потужності як міра енергоефективності процесу перетворення електроенергії, причому стверджується, що запропоноване формування миттєвого активного струму дає змогу мінімізувати миттєву потужність втрат лінії передачі. Співвідношення для визначення усіх перерахованих понять не містять залежності від співвідношення опорів фазного та нейтрального проводів лінії передачі, що породжує сумніви у їхній адекватності за наявності компонентів нульової послідовності струмів та напруг. Варіанти вдосконалення теорії миттєвої потужності шляхом врахування цих параметрів у трифазних та багатофазних системах представлені у [6,7]. Суттєвою відмінністю опису електромагнітних процесів у багатофазних системах є відсутність операції векторного добутку для векторів, розмірність яких відрізняється від трьох. Це потребує розробки універсального математичного апарату дослідження енергетичних процесів багатофазних систем, з якого теорія потужності трифазних систем випливає як окремий випадок. Суттєвим кроком на цьому шляху є створення тензорної теорії миттєвої потужності [8,9], в якій вирази для основних понять теорії миттєвої потужності

отримано з використанням математичного апарату тензорного аналізу та геометричної алгебри. Складність використання математичного апарату, що не входить до програм математичної освіти вищих технічних навчальних закладів, не сприяла поширенню цієї теорії серед інженерів-практиків, зазначені математичні операції також не належать до стандартного програмного забезпечення сучасних сигнальних процесорів. Окрім того, представлені вирази не містять залежностей від параметрів лінії передачі, хоча автори [8] пропонують для зменшення потужності втрат у лінії передачі алгоритми керування ПАФ, в яких вектор опорних напруг позбавлений складової нульової послідовності.

**Метою** даної роботи є викладення теорії миттєвої потужності багатофазних систем електроживлення з використанням математичного апарату звичайної матричної алгебри, чітке обґрунтування базових понять теорії миттєвої потужності – активного струму та повної потужності у вигляді розв'язків відповідних екстремальних задач, декомпозиція миттєвих потужностей та виділення відповідних їм складових струмів, врахування в усіх співвідношеннях, що визначають поняття теорії миттєвої потужності, залежностей від резистивних параметрів лінії передачі та їхня детальна ілюстрація на прикладі трифазної трипровідної системи живлення.

**1. Визначення активного струму та повної потужності багатофазних систем як результат розв'язання екстремальних задач теорії миттєвої потужності.** Електромагнітні процеси  $n$ -фазної системи електроживлення з нульовим проводом (рис. 1) повністю визначаються  $n$ -координатними векторами фазних напруг

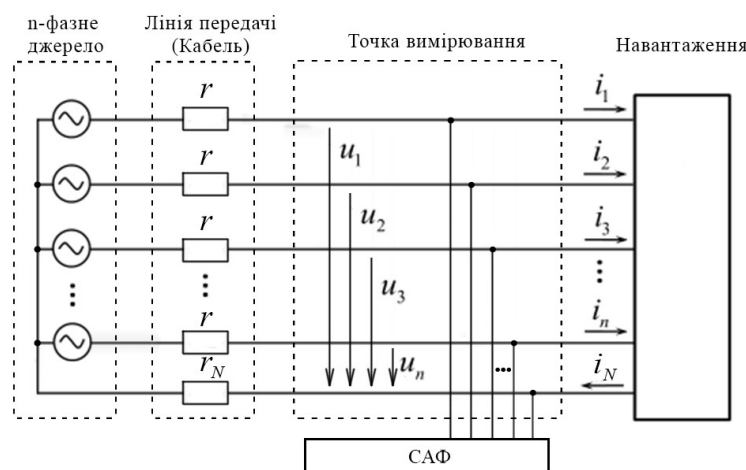


Рис. 1

фазних напруг  $\mathbf{u}(t) = \|u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_n(t)\|^T$  та лінійних струмів  $\mathbf{i}(t) = \|i_1(t) \ i_2(t) \ \dots \ i_n(t)\|^T$ , де  $^T$  – знак транспонування. Миттєва потужність навантаження визначається виразом

$$p(t) = u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t) + \dots + u_n(t)i_n(t) = \mathbf{u}^T(t)\mathbf{i}(t).$$

Відповідно до [5] миттєвий активний струм  $\mathbf{i}_p(t)$  – частина вектора струмів навантаження, що забезпечує те саме значення миттєвої потужності навантаження  $\mathbf{u}^T(t)\mathbf{i}_p(t) = p(t)$  та зумовлює мінімальну миттєву потужність втрат у лінії передачі. Остання визначається

$$\text{виразом } \Delta p(t) = i_1^2(t)r + i_2^2(t)r + \dots + i_n^2(t)r + i_N^2(t)r_N,$$

де струм нейтралі може бути представлений у вигляді

$$i_N(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_n(t) = \mathbf{i}^T(t)\mathbf{j} = \mathbf{j}^T\mathbf{i}(t);$$

$$\mathbf{j}^T = \|1 \ 1 \ \dots \ 1\|.$$

З урахуванням цього перетворимо вираз для миттєвої потужності втрат до матрично-векторної форми  $\Delta p(t) = \mathbf{i}^T(t)\mathbf{i}(t)r + \mathbf{i}^T(t)\mathbf{j}\mathbf{j}^T\mathbf{i}(t)r_N = \mathbf{i}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t)$ , де  $\mathbf{R} = r\mathbf{I} + r_N\mathbf{j}\mathbf{j}^T = \mathbf{R}^T$  – матриця опорів втрат лінії передачі, симетрична відносно головної діагоналі;  $\mathbf{I}$  – одинична матриця розмірністю  $n \times n$ .

Сформулюємо оптимізаційну задачу визначення миттєвого активного струму в матрично-векторній формі: для заданих величин  $\mathbf{R}, \mathbf{u}(t), p(t)$  визначити часову вектор-функцію  $\mathbf{i}_p(t)$ , що мінімізує миттєву потужність втрат ( $\mathbf{i}_p^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_p(t) \rightarrow \min$ ) за умови обмеження-рівності  $p(t) - \mathbf{u}^T(t)\mathbf{i}_p(t) = 0$ . У [10] наведено розв'язок цієї оптимізаційної задачі методом множників Лагранжа для трифазної чотирипровідної системи, тобто для  $n=3$ , у вигляді

$$\mathbf{i}_p(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)} \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t). \quad (1)$$

Переконаємося, що матрично-векторна форма запису миттєвого активного струму (1) справедлива для довільної кількості фаз системи живлення. Дійсно, цей струм задовольняє обмеження-рівність оптимізаційної задачі, в чому легко переконатися прямою підстановкою у вираз для миттєвої потужності, та викликає наступну потужність втрат у лінії передачі

$$\Delta p_p(t) = \mathbf{i}_p^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}_p(t) = \left[ \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)} \right]^2 [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)]^T \mathbf{R} [\mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)] = \frac{p^2(t)}{\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)}. \quad (2)$$

Застосуємо нерівність Коші-Шварца [11] для векторів  $\bar{\mathbf{i}} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}(t)$ ;  $\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}(t)$ , скалярний добуток яких є миттєвою активною потужністю  $\bar{\mathbf{i}}^T \bar{\mathbf{u}} = [\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}(t)]^T \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}(t) = \mathbf{i}^T(t) \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{u}(t) = p(t)$ , а квадрат норми модифікованого вектора струмів дорівнює миттєвій потужності втрат  $\bar{\mathbf{i}}^T \bar{\mathbf{i}} = [\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}(t)]^T \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{i}(t) = \Delta p(t)$ :

$$p^2(t) = (\bar{\mathbf{i}}^T \bar{\mathbf{u}})^2 \leq (\bar{\mathbf{i}}^T \bar{\mathbf{i}})(\bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}}) = [\mathbf{i}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t)] [\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)] = \Delta p(t) [\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)]. \quad (3)$$

З цієї нерівності та співвідношення (2) випливає, що миттєва потужність втрат у лінії передачі від довільного струму не перевищує мінімально можливого значення, що визначається активним струмом  $\Delta p(t) = \mathbf{i}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t) \geq p^2(t) / [\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)] = \Delta p_p(t) = \Delta p_{MIN}(t)$ .

Фізичний зміст векторної величини  $\mathbf{i}_0(t) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)$  – струм короткого замикання  $n$ -фазного джерела, оскільки цей вектор задовольняє умові  $\mathbf{u}(t) - \mathbf{R} \mathbf{i}_0(t) = \mathbf{0}$ .

Фізичний зміст скалярної величини  $\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^T(t) \mathbf{i}_0(t) = p_0(t)$  – миттєва потужність короткого замикання  $n$ -фазного джерела.

Таким чином, миттєвий активний струм є частиною вектора струмів короткого замикання  $n$ -фазного джерела системи живлення, який дорівнює відношенню миттєвої потужності навантаження до миттєвої потужності короткого замикання

$$\mathbf{i}_p(t) = \frac{p(t)}{p_0(t)} \mathbf{i}_0(t). \quad (5)$$

Інакше миттєвий активний струм можна представити так:

$$\mathbf{i}_p(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T(t) r \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)} r \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T(t) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t)} \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}_\sigma(t)} \mathbf{u}_\sigma(t), \quad (6)$$

де  $\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{R} / r = \mathbf{I} + (r_N / r) \mathbf{j} \mathbf{j}^T$  – нормована матриця опорів втрат,  $\mathbf{u}_\sigma(t)$  – вектор фазних напруг з оптимально послабленою складовою нульової послідовності, що визначається виразом

$$\mathbf{u}_\sigma(t) = \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t) = (\mathbf{I} + \frac{r_N}{r} \mathbf{j} \mathbf{j}^T)^{-1} \mathbf{u}(t) = \left[ \mathbf{I} - \frac{r_N}{r} (1 + \frac{r_N}{r} \mathbf{j}^T \mathbf{j})^{-1} \mathbf{j} \mathbf{j}^T \right] \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t) - \frac{nr_N}{r + nr_N} \times \frac{\mathbf{j}^T \mathbf{u}(t)}{n} \mathbf{j} = \mathbf{u}(t) - \sigma \mathbf{u}_0(t). \quad (7)$$

У виразі (7)  $\mathbf{u}_0(t) = [\mathbf{j}^T \mathbf{u}(t) / n] \mathbf{j}$  – складова нульової послідовності вектора фазних напруг,  $\sigma = nr_N / (r + nr_N)$  – коефіцієнт її оптимального послаблення. Значення цього коефіцієнта за  $n=3$  повністю збігається з отриманим у [13] для трифазної чотирипровідної системи.

Оптимізаційна задача визначення миттєвої повної потужності формулюється так: для заданих величин  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{u}(t)$ ,  $\Delta p(t)$  знайти максимальне значення активної миттєвої потужності  $p_{MAX}(t)$ , яке і приймається у [5] за миттєву повну потужність. З нерівності (3) випливає, що максимальним значенням миттєвої активної потужності  $p(t)$  є квадратний корінь з правої частини, що й визначає повну миттєву потужність  $p_{MAX}(t) = s(t) = \sqrt{[\mathbf{i}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t)] [\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t)]} = \sqrt{\Delta p(t) p_0(t)}$ .

Таким чином, запропоноване співвідношення (8) для повної миттєвої потужності є середнім геометричним миттєвих потужностей втрат та короткого замикання. Формули (1), (5), (6) для миттєвого активного струму та формула (8) для миттєвої повної потужності також повністю узгоджуються з визначенням відповідних аналогів  $T$ -періодичного режиму трифазної чотирипровідної системи [12]–[15] у випадку заміни миттєвих величин потужностей  $s(t)$ ,  $p(t)$ ,  $\Delta p(t)$ ,  $p_0(t)$  на інтегральні.

**2. Декомпозиції миттєвих струмів та потужностей. Коефіцієнт виграшу за потужністю миттєвих втрат.** Знайдемо матрично-векторну форму для вектора неактивного струму, визначивши його як різницю повного та активного струмів (6)

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_q(t) &= \mathbf{i}(t) - \mathbf{i}_p(t) = \frac{1}{\mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}_\sigma(t)} \{ \mathbf{i}(t) [\mathbf{u}_\sigma^T(t) \mathbf{u}(t)] - \mathbf{u}_\sigma(t) [\mathbf{i}^T(t) \mathbf{u}(t)] \} = \\ &= \frac{1}{\mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}_\sigma(t)} \{ [\mathbf{i}(t) \mathbf{u}_\sigma^T(t) - \mathbf{u}_\sigma(t) \mathbf{i}^T(t)] \mathbf{u}(t) \} = \frac{1}{\mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}_\sigma(t)} \mathbf{Q}(t) \mathbf{u}(t), \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\mathbf{Q}(t) = \mathbf{i}(t)\mathbf{u}_\sigma^T(t) - \mathbf{u}_\sigma(t)\mathbf{i}^T(t)$  – кососиметрична матриця миттєвих неактивних потужностей із нульовою головною діагоналлю.

Отже, маємо наступну формулу декомпозиції вектора лінійних струмів на миттєвий активний струм відповідно до формули (6) та миттєвий неактивний струм  $\mathbf{i}_q(t)$ :

$$\mathbf{i}(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}_\sigma(t)}\mathbf{u}_\sigma(t) + \frac{1}{\mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}_\sigma(t)}\mathbf{Q}\mathbf{u}(t) = \mathbf{i}_p(t) + \mathbf{i}_q(t). \quad (10)$$

Легко встановити наступну властивість матриці  $\mathbf{Q}$ :

$$\mathbf{u}^T(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^T(t)[\mathbf{i}(t)\mathbf{u}_\sigma^T(t) - \mathbf{u}_\sigma(t)\mathbf{i}^T(t)]\mathbf{u}(t) = [\mathbf{u}^T(t)\mathbf{i}(t)][\mathbf{u}_\sigma^T(t)\mathbf{u}(t)] - [\mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}_\sigma(t)][\mathbf{i}^T(t)\mathbf{u}(t)] = 0.$$

Використаємо цю властивість для декомпозиції потужності втрат

$$\begin{aligned} \Delta p(t) &= \mathbf{i}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t) = \frac{r}{[\mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}_\sigma(t)]^2} \{ [p(t)\mathbf{u}_\sigma(t) + \mathbf{Q}(t)\mathbf{u}(t)]^T \bar{\mathbf{R}} [p(t)\mathbf{u}_\sigma(t) + \mathbf{Q}(t)\mathbf{u}(t)] \} = \\ &= \frac{r[p^2(t)\mathbf{u}_\sigma^T(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{Q}^T(t)\bar{\mathbf{R}}\mathbf{Q}(t)\mathbf{u}(t)]}{[\mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}_\sigma(t)]^2} = \frac{p^2(t)}{\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)} + \mathbf{i}_q^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_q(t) = \Delta p_{MIN}(t) + \Delta p_q(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Таким чином, активний струм зумовлює мінімально можливі втрати в лінії передачі за формулою (2), а неактивний струм – додаткові втрати  $\Delta p_q(t) = \mathbf{i}_q^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_q(t)$ . Внаслідок зазначеної властивості матриці  $\mathbf{Q}(t)$  неактивний струм (9) має нульову миттєву активну потужність. Це зумовлює можливість побудови стратегії активної фільтрації в реальному масштабі часу з мінімально можливими втратами в лінії передачі без накопичувачів електричної енергії. Для її реалізації ПАФ, що встановлюється безпосередньо на клеммах навантаження (рис. 1), має постачати в навантаження неактивний струм у формі (9), позбавляючи від нього багатофазне джерело, через яке буде протікати тільки активний струм (6).

Помноживши обидві частини рівності (11) на миттєву потужність короткого замикання, отримаємо декомпозицію квадрата миттєвої повної потужності

$$s^2(t) = \Delta p(t)p_0(t) = p^2(t) + q^2(t), \quad (12)$$

де  $q^2(t) = p_0(t)\Delta p_q(t) = [\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)][\mathbf{i}_q^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_q(t)]$  – квадрат миттєвої неактивної потужності. З урахуванням перетворень (11) ця величина може бути спрощена до вигляду

$$q^2(t) = [\mathbf{u}^T(t)\bar{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{u}(t)] \times [\mathbf{i}_q^T(t)\bar{\mathbf{R}}\mathbf{i}_q(t)] = \mathbf{i}^T(t)\bar{\mathbf{R}}\mathbf{Q}(t)\mathbf{u}(t). \quad (13)$$

Інший вираз для квадрата миттєвої неактивної потужності отримаємо в скалярній формі, скориставшись рівністю Лапласа [10] для векторів  $\bar{\mathbf{R}}^{1/2}\mathbf{i}(t) = \bar{\mathbf{i}} = \|\bar{i}_1 \quad \bar{i}_2 \quad \dots \quad \bar{i}_n\|^T$  та  $\bar{\mathbf{R}}^{-1/2}\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{u}} = \|\bar{u}_1 \quad \bar{u}_2 \quad \dots \quad \bar{u}_n\|^T$ :

$$\begin{aligned} \left( \sum_{j=1}^n \bar{i}_j^2 \right) \times \left( \sum_{j=1}^n \bar{u}_j^2 \right) - \left( \sum_{j=1}^n \bar{i}_j \bar{u}_j \right)^2 &= (\bar{\mathbf{i}}^T \bar{\mathbf{i}}) \times (\bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}}) - (\bar{\mathbf{i}}^T \bar{\mathbf{u}})^2 = \mathbf{i}^T(t)\bar{\mathbf{R}}\mathbf{i}(t) \times \mathbf{u}^T(t)\bar{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{u}(t) - [\mathbf{i}^T(t)\bar{\mathbf{R}}^{1/2}\bar{\mathbf{R}}^{-1/2}\mathbf{u}(t)]^2 = \\ &= s^2(t) - p^2(t) = q^2(t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (\bar{i}_j \bar{u}_k - \bar{i}_k \bar{u}_j)^2. \end{aligned}$$

Отримана подвійна сума дорівнює сумі квадратів елементів матриці

$$\bar{\mathbf{Q}} = \bar{\mathbf{i}}\bar{\mathbf{u}}^T - \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{i}}^T = \begin{vmatrix} \bar{i}_1\bar{u}_1 - \bar{i}_1\bar{u}_1 & \bar{i}_1\bar{u}_2 - \bar{i}_2\bar{u}_1 & \dots & \bar{i}_1\bar{u}_n - \bar{i}_n\bar{u}_1 \\ \bar{i}_2\bar{u}_1 - \bar{i}_1\bar{u}_2 & \bar{i}_2\bar{u}_2 - \bar{i}_2\bar{u}_2 & \dots & \bar{i}_2\bar{u}_n - \bar{i}_n\bar{u}_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{i}_n\bar{u}_1 - \bar{i}_1\bar{u}_n & \bar{i}_n\bar{u}_2 - \bar{i}_2\bar{u}_n & \dots & \bar{i}_n\bar{u}_n - \bar{i}_n\bar{u}_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \bar{q}_{12} & \dots & \bar{q}_{1n} \\ -\bar{q}_{12} & 0 & \dots & \bar{q}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\bar{q}_{1n} & -\bar{q}_{2n} & \dots & 0 \end{vmatrix}, \quad (14)$$

яка також є кососиметричною з нульовою головною діагоналлю. З урахуванням цього квадрат миттєвої неактивної потужності дорівнює сумі квадратів елементів матриці  $\bar{\mathbf{Q}}$ , розташованих вище головної діагоналі:

$$q^2(t) = \sum_{j=1}^n \sum_{k>j}^n \bar{q}_{jk}^2. \quad (15)$$

Кількість таких елементів залежно від розмірності багатофазної системи дорівнює  $n(n-1)/2$ .

Коефіцієнт виграшу за потужністю миттєвих втрат, вперше введений у [7], з урахуванням но-

вих визначень має такий вигляд:

$$w(t) = \frac{\Delta p(t)}{\Delta p_{MIN}(t)} = \frac{\mathbf{i}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t)}{\mathbf{i}_p^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_p(t)} = \frac{[\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)][\mathbf{i}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t)]}{p^2(t)} = \frac{p_0(t)\Delta p(t)}{p^2(t)} = \frac{s^2(t)}{p^2(t)}. \quad (16)$$

Звідси випливає співвідношення для миттєвого коефіцієнта потужності, що дає можливість його експериментального визначення через потужності втрат

$$\lambda(t) = \frac{p(t)}{s(t)} = \frac{1}{\sqrt{w(t)}} = \sqrt{\frac{\mathbf{i}_p^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_p(t)}{\mathbf{i}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t)}}. \quad (17)$$

З використанням декомпозиції квадратів миттєвих потужностей (12) та визначень (13), (15) матимемо наступну низку розрахункових формул для коефіцієнта виграшу

$$w(t) = 1 + \frac{q^2(t)}{p^2(t)} = 1 + \frac{\mathbf{i}(t)^T \bar{\mathbf{R}}\mathbf{Q}(t)\mathbf{u}(t)}{p^2(t)} = 1 + \sum_{j=1}^n \sum_{k>j}^n \bar{q}_{jk}^2 / p^2(t). \quad (18)$$

У теорії паралельної активної фільтрації багатофазних систем широкого застосування набули наступні стратегії, спрямовані на підвищення миттєвого коефіцієнта потужності. Стратегія, що мінімізує квадратичну норму споживаного струму [5], формує вектор струму джерела у формі С. Фрізе

$$\mathbf{i}_F(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}(t)} \mathbf{u}(t). \quad (19)$$

Стратегія формування нульового струму нейтралі [8] представляє споживаний струм у вигляді

$$\mathbf{i}_N(t) = \frac{p(t)}{\mathbf{u}_\perp^T(t)\mathbf{u}_\perp(t)} \mathbf{u}_\perp(t), \quad (20)$$

де  $\mathbf{u}_\perp(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_0(t)$  – вектор напруг, позбавлений складової нульової послідовності.

Аналіз, проведений у [16], показав, що обидва зазначених струми (19) та (20) містять складові неактивного миттєвого струму, внаслідок чого при їх реалізації як стратегій активної фільтрації мають місце додаткові втрати енергії в лінії передачі порівняно з мінімально можливими втратами за формулою (2).

Приріст виграшу за потужністю миттєвих втрат у разі використання стратегії формування активного струму в (1) замість струму джерела (19)

$$\Delta w_F(t) = \frac{\mathbf{i}_F^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_F(t)}{\mathbf{i}_p^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_p(t)} - 1 = \sigma^2(1-\sigma)^{-1}\Delta_0^2(t)[1+\Delta_0^2(t)], \quad (21)$$

де  $\Delta_0^2(t) = \mathbf{u}_0^T(t)\mathbf{u}_0(t) / \mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}(t)$  – фактор нульової послідовності вектора напруг.

Аналогічно, приріст коефіцієнта виграшу за потужністю втрат у разі застосування запропонованого визначення активного струму (1) порівняно зі струмом у (20) знаходиться за виразом

$$\Delta w_N(t) = \frac{\mathbf{i}_N^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_N(t)}{\mathbf{i}_p^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}_p(t)} - 1 = (1-\sigma)\Delta_0^2(t)[1-\Delta_0^2(t)]^{-1}. \quad (22)$$

Графіки відповідних приростів коефіцієнтів виграшу, виражені у відсотках, залежно від фактора  $\Delta_0^2$  та параметрів лінії передачі представлені на рис. 2, а, б. Переваги запропонованої стратегії активної фільтрації з формуванням миттєвого активного струму багатофазного джерела за формулою (1) збільшуються порівняно зі стратегією Фрізе у разі зростання опору нейтрального проводу, досягаючи 10% (рис. 2, а).

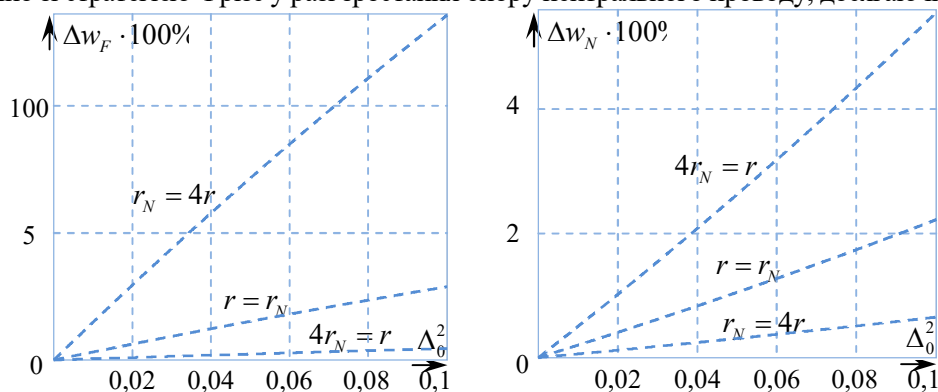


Рис. 2, а, б

При зменшенні опору нейтрального проводу проявляються переваги запропонованої стратегії до 5% за потужністю втрат (рис. 2, б) у порівнянні зі стратегією формування нульового струму нейтралі (20).

**3. Теорія миттєвої потужності трифазного трипровідного кола в системі координат методу двох ватметрів.** Опис енергетичних процесів трифазного трипровідного кола (рис. 3) впливає зі сформульованої загальної теорії миттєвої потужності багатofазних систем електроживлення за  $n=2$ , тобто повністю задається двокоординатними векторами миттєвих значень лінійних напруг та

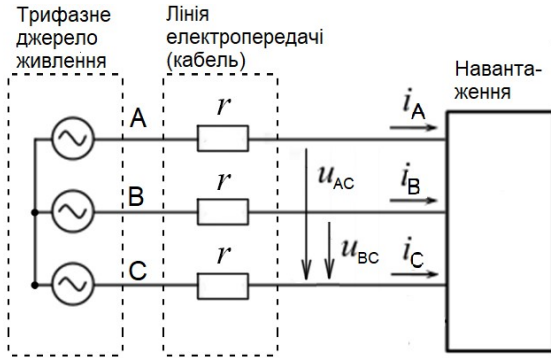


Рис. 3

$$\text{струмів} \quad \mathbf{u}(t) = \begin{Bmatrix} u_{AC} \\ u_{BC} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_A - u_C \\ u_B - u_C \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{i}(t) = \begin{Bmatrix} i_A \\ i_B \end{Bmatrix}.$$

Вказані координати векторів використовуються у відомому методі двох ватметрів для вимірювання активної потужності [17], а фазні напруги  $u_A(t), u_B(t), u_C(t)$  розглядаються відносно штучної точки заземлення, при цьому складові нульової послідовності всіх лінійних струмів та фазних напруг дорівнюють нулю. Визначимо базові поняття теорії миттєвої потужності у цій координатній системі. Оскільки у трипровідній системі опори проводів лінії передачі однакові, приймаємо  $r_N=r$ , тоді нормована матриця опорів втрат визначається виразом

$$\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{I} + \mathbf{j}\mathbf{j}^T = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{Bmatrix} = \bar{\mathbf{R}}^T.$$

Обернена нормована матриця опорів втрат

$$\bar{\mathbf{R}}^{-1} = \begin{Bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{Bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{Bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{3} \left( \begin{Bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{Bmatrix} \right) = \mathbf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{j}\mathbf{j}^T.$$

З урахуванням того, що

$$\mathbf{u}(t) = \begin{Bmatrix} u_A - u_C \\ u_B - u_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} - u_C \mathbf{j} = \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} + \mathbf{j}(u_A + u_B) = \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} + \mathbf{j}\mathbf{j}^T \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} = (\mathbf{I} + \mathbf{j}\mathbf{j}^T) \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} = \bar{\mathbf{R}} \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix},$$

квадрат повної миттєвої потужності, визначений за формулою (12)

$$\begin{aligned} \Delta p(t) \times p_0(t) &= r \mathbf{i}^T(t) \bar{\mathbf{R}} \mathbf{i}(t) \times \frac{1}{r} \mathbf{u}^T(t) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t) = \mathbf{i}^T(t) \bar{\mathbf{R}} \mathbf{i}(t) \times \begin{Bmatrix} u_A & u_B \end{Bmatrix} \bar{\mathbf{R}} \bar{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{R}} \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} i_A & i_B \end{Bmatrix} (\mathbf{I} + \mathbf{j}\mathbf{j}^T) \begin{Bmatrix} i_A \\ i_B \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_A & u_B \end{Bmatrix} (\mathbf{I} + \mathbf{j}\mathbf{j}^T) \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} = (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2)(u_A^2 + u_B^2 + u_C^2) = s^2(t), \end{aligned}$$

відповідає загальновідомій формулі класичної теорії [2].

Миттєва активна потужність, визначена в системі координат методу двох ватметрів

$$p(t) = \mathbf{u}^T(t) \mathbf{i}(t) = u_{AC} i_A + u_{BC} i_B = (u_A - u_C) i_A + (u_B - u_C) i_B = u_A i_A + u_B i_B - u_C (i_A + i_B) = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C,$$

також збігається з класичною.

Миттєва неактивна потужність у двовимірній системі ( $n=2$ ) задається єдиним елементом, розташованим вище головної діагоналі в матриці

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{Bmatrix} 0 & \bar{q}_{12} \\ -\bar{q}_{12} & 0 \end{Bmatrix} = \bar{q}_{12} \mathbf{J}; \quad \mathbf{J} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{Bmatrix}.$$

Знайдемо аналітичний вираз для цього елемента матриці, що може бути ототожнений з миттєвою неактивною потужністю

$$\bar{q}_{12} = q(t) = \bar{i}_1 \bar{u}_2 - \bar{i}_2 \bar{u}_1 = \bar{\mathbf{i}}^T \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{Bmatrix} \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{i}}^T(t) \bar{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{J} \bar{\mathbf{R}}^{-1/2} \bar{\mathbf{u}}(t). \quad (23)$$

Формули визначення дробових степенів матриці  $\bar{\mathbf{R}}$  шукатимемо у вигляді  $\bar{\mathbf{R}}^{1/2} = \mathbf{I} + \alpha \mathbf{j}\mathbf{j}^T$ ;  $\bar{\mathbf{R}}^{-1/2} = \mathbf{I} + \beta \mathbf{j}\mathbf{j}^T$ . Тоді після піднесення їх до квадрату та прирівнювання скалярних ко-

ефіцієнтів при матрицях  $\mathbf{I}, \mathbf{jj}^T$  матимемо квадратні рівняння для визначення невідомих величин

$$\alpha^2 + \alpha - 1/2 = 0; \quad \beta^2 + \beta + 1/6 = 0 \quad \text{з розв'язками}$$

$$\alpha_{1,2} = (-1 \pm \sqrt{3})/2; \quad \beta_{1,2} = (-1 \pm 1/\sqrt{3})/2.$$

Умові взаємної оберненості матриць  $\bar{\mathbf{R}}^{1/2}, \bar{\mathbf{R}}^{-1/2}$  відповідають пари значень  $\alpha_1 = (-1 + \sqrt{3})/2; \beta_1 = (-1 + 1/\sqrt{3})/2$  та  $\alpha_2 = (-1 - \sqrt{3})/2; \beta_2 = (-1 - 1/\sqrt{3})/2$ .

З урахуванням співвідношення  $\mathbf{j}^T \mathbf{J} \mathbf{j} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1$  обчислюємо визначальну матрицю з (23)

$$\bar{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{J} \bar{\mathbf{R}}^{-1/2} = (\mathbf{I} + \alpha \mathbf{jj}^T) \mathbf{J} (\mathbf{I} + \beta \mathbf{jj}^T) = \mathbf{J} + \alpha \mathbf{jj}^T \times \mathbf{J} + \beta \mathbf{J} \times \mathbf{jj}^T + \alpha \beta (\mathbf{j}^T \mathbf{J} \mathbf{j}) \mathbf{jj}^T =$$

$$= \mathbf{J} + \alpha \mathbf{jj}^T \times \mathbf{J} + \beta \mathbf{J} \times \mathbf{jj}^T = \begin{vmatrix} \beta - \alpha & 1 + \alpha + \beta \\ -(1 + \alpha + \beta) & \alpha - \beta \end{vmatrix}.$$

У разі підстановки першої пари значень  $\alpha_1, \beta_1$  в останню матрицю матимемо  $\alpha_1 - \beta_1 = (\sqrt{3} - 1/\sqrt{3})/2 = (3 - 1)/2\sqrt{3} = 1/\sqrt{3}; 1 + \alpha_1 + \beta_1 = (\sqrt{3} + 1/\sqrt{3})/2 = (3 + 1)/2\sqrt{3} = 2/\sqrt{3}$  та вираз для миттєвої неактивної потужності

$$q(t) = \mathbf{i}^T(t) \bar{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{J} \bar{\mathbf{R}}^{-1/2} \bar{\mathbf{u}}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} i_A & i_B \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_{AC} \\ u_{BC} \end{vmatrix} = \frac{i_A(2u_{BC} - u_{AC}) + i_B(u_{BC} - 2u_{AC})}{\sqrt{3}}, \quad (24)$$

а у разі підстановки другої пари значень  $\alpha_2, \beta_2$  – протилежне значення. Очевидно, що у симетричному синусоїдному режимі правильний знак та величину реактивної потужності забезпечує вираз (24).

З урахуванням співвідношень

$$\bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t) = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_{AC} \\ u_{BC} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2u_{AC} - u_{BC} \\ 2u_{BC} - u_{AC} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{u}^T(t) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t) = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} u_{AC} & u_{BC} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2u_{AC} - u_{BC} \\ 2u_{BC} - u_{AC} \end{vmatrix} = \frac{2}{3} (u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2)$$

формула (1) для миттєвого активного струму в системі координат методу двох ватметрів набуває вигляду

$$\mathbf{i}_p(t) = \frac{p(t)}{u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2} \times \begin{vmatrix} u_{AC} - u_{BC} / 2 \\ u_{BC} - u_{AC} / 2 \end{vmatrix}. \quad (25)$$

Попередньо визначивши матрицю

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{i}(t) [\bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t)]^T - \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}^T(t) = \frac{1}{3} \left( \begin{vmatrix} i_A \\ i_B \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2u_{AC} - u_{BC} \\ 2u_{BC} - u_{AC} \end{vmatrix}^T - \begin{vmatrix} 2u_{AC} - u_{BC} \\ 2u_{BC} - u_{AC} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_A \\ i_B \end{vmatrix}^T \right) =$$

$$= \frac{i_A(2u_{BC} - u_{AC}) + i_B(u_{BC} - 2u_{AC})}{3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{q(t)}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix},$$

запишемо пряму формулу для визначення миттєвого неактивного струму

$$\mathbf{i}_q(t) = \frac{1}{\mathbf{u}^T(t) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t)} \mathbf{Q} \mathbf{u}(t) = \frac{(2u_{BC} - u_{AC})i_A + (u_{BC} - 2u_{AC})i_B}{3[\mathbf{u}^T(t) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{u}(t)]} \begin{vmatrix} u_{BC} \\ -u_{AC} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{(u_{BC} - u_{AC} / 2)i_A - (u_{AC} - u_{BC} / 2)i_B}{u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2} \begin{vmatrix} u_{BC} \\ -u_{AC} \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{q(t)}{u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2} \begin{vmatrix} u_{BC} \\ -u_{AC} \end{vmatrix}. \quad (26)$$

Перевіряємо справедливість формули (13)

$$\mathbf{i}(t)^T \bar{\mathbf{R}} \mathbf{Q}(t) \mathbf{u}(t) = \frac{q(t)}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} i_A \\ i_B \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_{BC} \\ -u_{AC} \end{vmatrix} = \frac{q(t)[i_A(2u_{BC} - u_{AC}) + i_B(u_{BC} - 2u_{AC})]}{\sqrt{3}} = q^2(t).$$

Таким чином, є справедливою декомпозиція вектора струмів навантаження на миттєві активний та неактивний струми

$$\begin{aligned} \mathbf{i}(t) = \mathbf{i}_p(t) + \mathbf{i}_q(t) &= \frac{p(t)}{u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2} \times \left\| \frac{u_{AC} - u_{BC}}{2} \right\| + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{q(t)}{u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2} \left\| \frac{u_{BC}}{-u_{AC}} \right\| = \\ &= \frac{u_{AC}i_A + u_{BC}i_B}{u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2} \left\| \frac{u_{AC} - u_{BC}}{2} \right\| + \frac{(u_{BC} - u_{AC}/2)i_A - (u_{AC} - u_{BC}/2)i_B}{u_{AC}^2 - u_{AC}u_{BC} + u_{BC}^2} \left\| \frac{u_{BC}}{-u_{AC}} \right\|, \end{aligned}$$

якій відповідає декомпозиція миттєвих втрат за формулою (11).

Співвідношення (25), (26) встановлюють вирази для активного та неактивного струмів трифазної трипровідної мережі у системі координат методу двох ватметрів, які, на відміну від класичних формул, містять не шість, а чотири безпосередньо вимірюваних змінних та для своєї реалізації потребують двох, а не трьох незалежних регуляторів. Формула (26) для неактивного миттєвого струму може бути використана для прямого формування струмів компенсації активного фільтра, уникаючи матричних перетворень координат та розрахунку миттєвого активного струму, тим самим підвищуючи точність та швидкодію компенсатора.

**4. Експериментальна верифікація запропонованих формул.** Метою проведення комп'ютерного експерименту є верифікація формул (25) та (26), що підтверджуватиме справедливість нових формул для миттєвого активного струму (1), миттєвої повної потужності (8) та коефіцієнта вигравшу за потужністю миттєвих втрат (18).

Комп'ютерне моделювання трифазної трипровідної системи здійснювалося з симетричними синусоїдними напругами живлення та найпростішим однофазним активним навантаженням провідністю  $G$  (рис. 4).

Миттєвий активний струм за формулою (25) у лінії передачі формувався з використанням активного компенсатора на залежних джерелах струму з системою керування, що реалізовувала неактивний струм за формулою (26). Розрахуємо відношення потужностей втрат

у лінії передачі за наявності та відсутності компенсатора  $\Delta p_C(t) / \Delta p(t) = w^{-1}(t)$ , прийнявши миттєве значення лінійної напруги, до якої приєднане навантаження,  $u_{AB}(t) = V \cos(\omega t)$ .

Визначимо квадрат повної миттєвої потужності за формулою (8)

$$s^2(t) = p_0(t)\Delta p(t) = (V^2 / 2r) \times [2V^2 G^2 r \cos^2(\omega t)] = V^4 G^2 \cos^2(\omega t).$$

Миттєва активна потужність  $p(t) = V^2 G \cos^2(\omega t)$ . За формулою (18)

$$\frac{\Delta p_C(t)}{\Delta p(t)} = \frac{1}{w(t)} = \frac{p^2(t)}{s^2(t)} = \frac{[V^2 G \cos^2(\omega t)]^2}{V^4 G^2 \cos^2(\omega t)} = \cos^2(\omega t) = [1 + \cos(2\omega t)] / 2. \quad (27)$$

Результати комп'ютерного моделювання показані на рис. 5. Вмикання активного компенсатора відбувалося в момент 0.02. На перших трьох осцилограмах представлено миттєве значення лінійної напруги  $u_{AB}(t)$ , лінійні струми та зумовлені ними миттєві потужності втрат кожної фази лінії передачі. На четвертій осцилограмі показано сумарні миттєві втрати, причому для наочності осцилог-

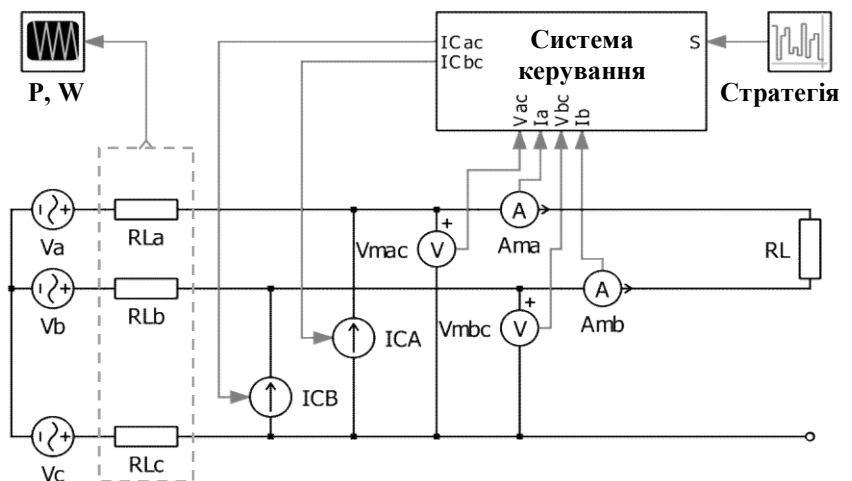


Рис. 4



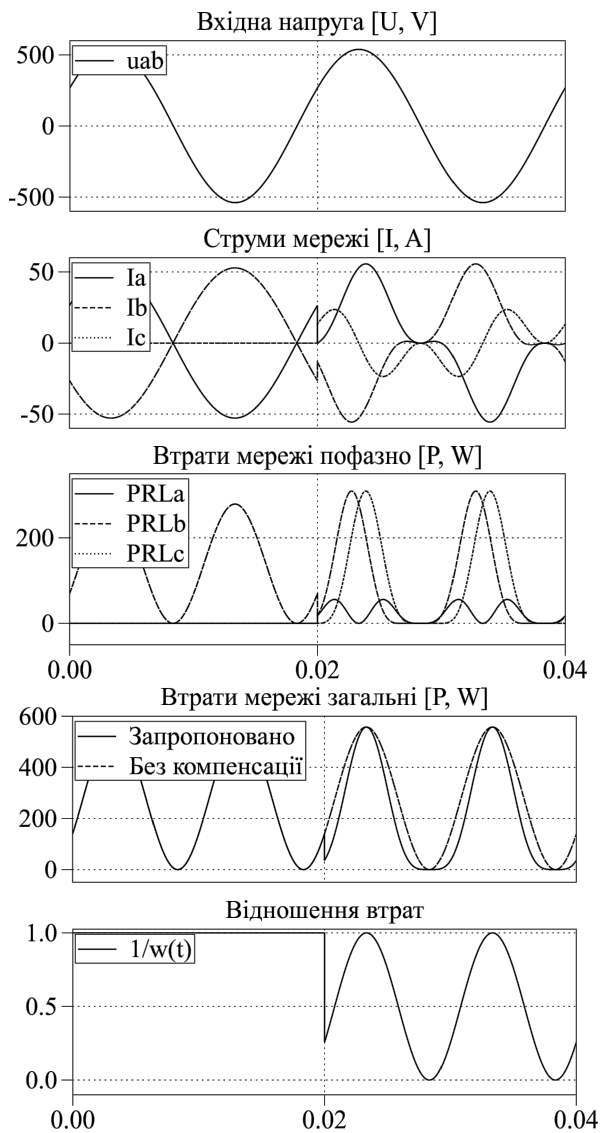


Рис. 5

рама сумарної миттєвої потужності за відсутності компенсатора подовжена за момент 0.02 і в подальшому обидві криві потужностей втрат накладені одна на одну. П'ята осцилограма ілюструє відношення зазначених потужностей втрат, яке повністю відповідає розрахованому значенню (27) як за формою, так і за величиною. Абсолютно ідентичну криву миттєвої потужності втрат забезпечує традиційний компенсатор [2], що складається з трьох регуляторів та реалізує стратегію компенсації миттєвої неактивної потужності в  $\alpha\beta$ -системі координат.

Таким чином, у результаті моделювання експериментально підтверджено адекватність усіх модифікованих понять теорії миттєвої потужності багатофазних систем. На відміну від традиційної теорії миттєвої потужності трифазних трипровідних систем, що для позбавлення від надлишкової третьої координати струмів та напруг переходить до  $\alpha\beta$ - чи  $dq$ -системи координат, координатна система методу двох ватметрів не потребує матричного перетворення та оперує з безпосередньо вимірюваними електричними змінними, що підвищує її точність та швидкодію.

### Висновки.

1. У даній роботі отримала подальший розвиток теорія миттєвої потужності багатофазних систем електроживлення шляхом обґрунтування нових співвідношень для миттєвого активного струму та миттєвої повної потужності як розв'язків відповідних екстремальних задач. Формули їх визначення враховують залежність від співвідношення опорів лінії передачі та відповідають аналогічним інтегральним величинам періодичного режиму трифазної чотирипровідної системи.

2. Застосування підходів матрично-векторної алгебри дало змогу отримати нову декомпозицію миттєвих потужностей втрат у лінії передачі, в якій виокремлено мінімально можливі втрати, зумовлені запропонованим миттєвим активним струмом. Отримано нове розрахункове співвідношення для коефіцієнта виграшу за потужністю втрат у лінії передачі у разі застосування ПАФ зі стратегією керування, що забезпечує мінімально можливі втрати. Показано, що за наявності складової нульової послідовності вектора напруг стратегія керування ПАФ із формуванням активного струму джерела живлення за будь-яких резистивних параметрів лінії передачі перевершує за потужністю миттєвих втрат як стратегію мінімізації квадратичної норми споживаного струму, так і стратегію формування нульового струму нейтралі.

3. Як наслідок застосування сформульованої загальної теорії миттєвої потужності багатофазних систем визначено миттєві активний та неактивний струми, неактивну миттєву потужність тощо для трифазної трипровідної системи електроживлення в координатній системі методу двох ватметрів, яка не потребує матричних перетворень координат Кларк чи Парка. Це дає змогу підвищити точність та швидкодію систем керування напівпровідникових перетворювачів у складі активних фільтрів та відновлюваних джерел енергії. Результати комп'ютерного моделювання підтвердили адекватність усіх модифікованих співвідношень для базових понять теорії миттєвої потужності багатофазних систем.

## ТЕОРИЯ МГНОВЕННОЙ МОЩНОСТИ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОПИТАНИЯ С УЧЕТОМ РЕЗИСТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

М.Ю. Артеменко<sup>1</sup>, докт.техн.наук, Ю.В. Кутафин<sup>1</sup>, В.М. Михальский<sup>2</sup>, член-корр. НАН Украины, С.И. Полищук<sup>2</sup>, канд.техн.наук, В.В. Чопик<sup>2</sup>, канд.техн.наук, И.А. Шаповал<sup>2</sup>, канд.техн.наук

<sup>1</sup> Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. И. Сикорского», пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина,

<sup>2</sup> Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина.

E-mail: [mikhalsky@ied.org.ua](mailto:mikhalsky@ied.org.ua)

*В работе получила дальнейшее развитие теория мгновенной мощности многофазных систем электропитания, обоснованы новые соотношения для мгновенного активного тока и мгновенной полной мощности, которые учитывают зависимости от соотношения сопротивлений линии передачи и соответствуют аналогичным интегральным величинам периодического режима трехфазной четырехпроводной системы. В результате применения подходов матрично-векторной алгебры получено новое соотношение для декомпозиции мгновенных мощностей потерь в линии передачи, в которой выделены минимально возможные потери, обусловленные предложенным мгновенным активным током. Получено новое расчетное соотношение для коэффициента выигрыша по мощности потерь в линии передачи при применении параллельного активного фильтра со стратегией управления, что обеспечивает минимально возможные потери. Как следствие общей теории мгновенной мощности многофазных систем определены ее базовые понятия для трехфазной трехпроводной системы электропитания в координатной системе для метода двух ваттметров, не требующей матричных преобразований координат, присущих классической теории мгновенной мощности, что позволяет повысить точность и быстродействие систем управления полупроводниковыми преобразователями в составе активных фильтров и возобновляемых источников энергии. Результаты компьютерного моделирования подтвердили адекватность всех модифицированных соотношений для базовых понятий теории мгновенной мощности многофазных систем. Библ. 17, рис. 5.*

**Ключевые слова:** теория мгновенной мощности, многофазная система питания, стратегия управления параллельным активным фильтром с минимально возможными потерями

## INSTANTANEOUS POWER THEORY OF POLYPHASE POWER SYSTEMS WITH REGARD OF TRANSMISSION LINE RESISTIVE PARAMETERS

M.Yu. Artemenko<sup>1</sup>, Y.V. Kutafin<sup>1</sup>, V.M. Mykhalskyi<sup>2</sup>, S.Y. Polishchuk<sup>2</sup>, V.V. Chopyk<sup>2</sup>, I.A. Shapoval<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Technical University of Ukraine Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine,

<sup>2</sup> Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: [mikhalsky@ied.org.ua](mailto:mikhalsky@ied.org.ua)

*In the paper, the theory of instantaneous power of polyphase power supply systems has been further developed by substantiating the new relations for instantaneous active current and instantaneous apparent power taking into account the dependence on the transmission line resistance and corresponding to analogous integral values of the periodic mode of the three-phase four-wire system. As a result of the application of the matrix-vector algebra formulas, new formulas for the decomposition of instantaneous loss powers in the transmission line have been obtained, in which the minimum possible losses due to instantaneous active current were identified. The new calculated relation for the improvement factor for the power loss in the transmission line is obtained by using a shunt active filter with a control strategy providing a minimum possible losses. As a consequence of the general theory of instantaneous power of polyphase systems, its basic concepts for a three-phase three-wire power supply system in the coordinate system of the two-wattmeter method were defined. This does not require matrix transformations of the coordinates inherent in the classical theory of instantaneous power, which increases the accuracy and speed of the control systems of semiconductor converters in the active filters and renewable energy sources. The results of computer modeling confirmed the adequacy of all modified concepts of the instantaneous power theory for polyphase power systems. References 17, figures 5.*

**Key words:** instantaneous power theory, polyphase power system, parallel active filter control strategy.

1. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A. Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. Proceedings of *IEEE International Power Electronics Conference (IPEC-Tokyo)*. 1983. Pp. 1375–1386.
2. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous power theory and applications to power conditioning. Piscataway: IEEE Press, 2017. 472 p.
3. Nabae A., Cao L., Tanaka T. A universal theory of instantaneous active-reactive power current and power including zero-sequence components. Proceedings of 7<sup>th</sup> International Conference on *Harmonics and Quality of Power*. Oct. 1996. Nevada, USA. Pp. 90–95.
4. Kim H., Akagi H. The instantaneous power theory on the rotating p-q-r reference frames. IEEE International Conference on *Power Electronics and Drive Systems (PEDS'99)*. Hong Kong, July 1999. Pp. 422–427. DOI: <https://doi.org/10.1109/PEDS.1999.794600>
5. Peng F.Z., Lai J.S. Generalized instantaneous reactive power theory of three-phase power systems. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 1996. Vol. 45. No 1. Pp. 293–297. DOI: <https://doi.org/10.1109/19.481350>
6. Garcesa A., Molinas M., Rodriguez P. A generalized compensation theory for active filters based on mathematical optimization in ABC frame. *Electric Power Systems Research*. 2012. Vol. 90. Pp. 1–10. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2012.03.011>
7. Mayordomo J. G., Usaola J. Apparent power and power factor definitions for polyphase non-linear loads when supply conductors present different resistances. *European Transactions on Electrical Power*. Nov/Dec 1993. Vol. 3. No 6. Pp. 415–420. DOI: <https://doi.org/10.1002/etep.4450030604>
8. Salmeron P., Herrera R.S. Instantaneous Reactive Power Theory – A General Approach to Poly-Phase Systems. *Electric Power Systems Research*. 2009. Vol. 79(2009). Pp. 1263–1270. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2009.03.07>
9. Herrera R.S., Salmerón P., Vázquez J.R., Litrán S.P., Pérez A. Generalized instantaneous reactive power theory in poly-phase power systems. Proceedings of 13th European Conference on *Power Electronics and Application*, (EPE'2009). Barcelona, Spain. Sept. 2009. Pp. 1–10.
10. Artemenko M.Yu., Mykhalskyi V.M., Polishchuk S.Y., Chopyk V.V., Shapoval I.A. Modified Instantaneous Power Theory for Three-Phase Four-Wire Power Systems. Proceedings of IEEE 39th International Scientific Conference *Electronics and Nanotechnology (ELNANO 2019)*. Kyiv, Ukraine. 2019. Pp. 600–605.
11. Korn G., Korn T. Mathematical handbook for scientists and engineers. Moskva: Nauka, 1978. 832 p.
12. IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions. IEEE Standard 1459-2010, Sept. 2010.
13. Artemenko M.Yu., Batrak L.M., Polishchuk S.Y., Mykhalskyi V.M., Shapoval I.A. Minimization of Cable Losses in Three-Phase Four-Wire Systems by Means of Instantaneous Compensation with Shunt Active Filters. Proceedings of IEEE XXXIII International Scientific Conference *Electronics and Nanotechnology (ELNANO 2013)*. 2013. Kyiv, Ukraine. Pp. 359–362. DOI: <https://doi.org/10.1109/ELNANO.2013.6552031>
14. Artemenko M.Yu., Batrak L.M., Polishchuk S.Y., Mykhalskyi V.M., Shapoval I.A. The Effect of Load Power Factor on the Efficiency of Three-Phase Four-Wire Power System with Shunt Active Filter. Proceedings of IEEE 36th International Conference on *Electronics and Nanotechnology (ELNANO 2016)*. 2016. Kyiv, Ukraine. Pp. 277–282. DOI: <https://doi.org/10.1109/ELNANO.2016.7493067>
15. Artemenko M.Yu., Batrak L.M., Polishchuk S.Y. Active current and apparent power of three-phase power systems. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 6. Pp. 69–72. DOI: <https://doi.org/10.15407/techmed2018.06.069>
16. Artemenko M.Yu., Mykhalskyi V.M., Polishchuk S.Y., Chopyk V.V., Shapoval I.A. The Instantaneous Power Theory of Multiphase Power Supply Systems and Its Application to Energy-Saving Shunt Active Filtering. IEEE 2nd Ukraine Conference on *Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*. 2-6 Juni, 2019. Lviv, Ukraine.
17. Boiko V.S., Boiko V.V., Vydolob Yu.F. Theoretical foundations of electrical engineering. T.1. Steady state modes of linear electric circuits with lumped parameters. Kyiv: Polytechnica, 2004. 232 p.

Надійшла 29.03.2019  
Остаточний варіант 13.05.2019