УДК 621.3.011 DOI: https://doi.org/10.15407/techned2019.05.010

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ ФОРМИРОВАТЕЛЯ РАЗРЯДНЫХ ИМПУЛЬСОВ, РАБОТАЮЩЕГО НА ЭЛЕКТРОИСКРОВУЮ НАГРУЗКУ

Н.И. Супруновская*, докт.техн.наук
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина, **e-mail: iednat1@gmail.com**

Предложен подход к анализу последовательностей взаимосвязанных переходных процессов в цепях формирователя разрядных импульсов, разрядная цепь которого содержит электроискровую нагрузку со стохастически изменяющимся активным сопротивлением. Сопротивление такой нагрузки характеризуется непрерывной случайной величиной с произвольным вероятностным распределением (равномерным, нормальным или другим менее распространенным). Предлагаемый подход ориентирован на анализ переходных процессов в цепях с переменной структурой, в которых происходит повторяющаяся последовательность взаимосвязанных переходных процессов при стохастическом изменении одного из параметров цепи (например, сопротивления нагрузки) в некотором непрерывном диапазоне. Предложена модификация метода разностных уравнений, позволяющая перейти от стохастического разностного уравнения относительно искомой электрической характеристики цепи к детерминированным разностным уравнениям относительно математического ожидания и дисперсии искомой характеристики. В качестве примера был рассмотрен переходный процесс в цепи второго порядка со стохастической нагрузкой, имеющей непрерывное равномерное распределение. Получено аналитическое выражение для математического ожидания напряжения на конденсаторе. Библ. 17, рис. 1.
Ключевые слова: переходные процессы, заряд конденсатора, разряд конденсатора, стохастическая нагрузка, случайный процесс, вероятностные свойства, непрерывное распределение вероятностей.

Введение. Электроразрядные установки (ЭРУ), использующие электроэнергию, предварительно накопленную в батарее линейных или нелинейных конденсаторов [2, 3, 13, 17], эффективны для создания современных разрядно-импульсных технологий обработки различных материалов [1, 4, 5] и получения искроэрозионных порошков [5, 6]. Математические модели и расчет переходных процессов в цепи разряда конденсаторов таких установок усложняются, если необходимо учитывать параметрические, нелинейные и стохастические свойства электроискровой нагрузки (ЭИН) [7–9, 11, 14], а также начальные и конечные напряжения конденсаторов [2, 3].

Если электрическое сопротивление ЭИН изменяется случайным образом [8, 10, 14], то все электрические характеристики (ток, напряжение и т.п.) в ее цепи также становятся случайными величинами [10–12, 14, 15], а переходные процессы в такой цепи становятся стохастическими. Это необходимо учитывать, например, при анализе цепей формирователей разрядных импульсов (ФРИ), работающих на электроискровую нагрузку [8, 9, 14]. В таком случае наблюдаются сложные переходные процессы, представляющие собой стохастические последовательности взаимосвязанных переходных процессов. Для анализа таких циклических случайных процессов разрабатывались динамические стохастические модели на основе метода разностных уравнений [9–12, 15]. Ограничением такого подхода является то, что он позволяет исследовать лишь те процессы, в которых стохастический параметр цепи характеризуется конечным множеством значений дискретной случайной величины. Однако возникает необходимость решать задачи, связанные со стохастическим изменением параметров цепи в более широком диапазоне, например, анализировать переходные процессы в цепях ФРИ, сопротивление нагрузки которого характеризуется непрерывной (а не дискретной) случайной величиной с произвольным вероятностным распределением.

Цель работы – разработка подхода к анализу сложных циклических последовательностей взаимосвязанных переходных процессов в цепях со стохастически изменяющимися параметрами, характеризующимися непрерывными случайными величинами. Подход базируется на развитии метода разностных уравнений, а также использовании основных законов и понятий теории вероятности.

Разработка и основные принципы предлагаемого подхода. Предлагается подход, ориентированный на анализ цепей с изменяющейся структурой (например, цепей заряда и разряда конденса-

ORCID ID: *https://orcid.org/0000-0001-7499-9142

тора), в которых происходит повторяющаяся последовательность взаимосвязанных переходных процессов при условии стохастического изменения одного из параметров цепи (например, сопротивления нагрузки) в некотором непрерывном диапазоне.

Взаимосвязь переходных процессов выражается в том, что конечные условия каждого отдельного переходного процесса являются начальными условиями следующего процесса. Предполагается, что при изменении структуры цепи (например, при переходе от разрядной цепи конденсатора к его зарядной цепи) может происходить изменение параметра цепи, характеризуемого непрерывной случайной величиной (например, сопротивления нагрузки). В остальное время этот параметр остается неизменным.

Подход состоит из следующих шагов.

1. Получение аналитических выражений, отражающих функциональные зависимости искомых электрических характеристик цепи от стохастического параметра цепи в рамках отдельных переходных процессов из последовательности взаимосвязанных процессов.

2. Использование полученных функциональных зависимостей для вычисления функции распределения, математического ожидания и дисперсии искомых электрических характеристик цепи в рамках отдельных переходных процессов (этот этап был подробно описан в [14]).

3. Составление разностного уравнения, описывающего зависимость между ненулевыми начальными условиями отдельных переходных процессов, составляющих последовательность взаимосвязанных переходных процессов [16]. Следует отметить, что ненулевые начальные условия, относительно которых составляется разностное уравнение, являются случайными величинами, также как и электрические характеристики цепи в целом. Это означает, что полученное разностное уравнение является стохастическим, поэтому его аналитическое решение в общем случае найти не удается [11].

4. Переход от анализа стохастического разностного уравнения, описывающего взаимосвязь ненулевых начальных условий переходных процессов, к анализу детерминированных разностных уравнений относительно математического ожидания и дисперсии этих ненулевых начальных условий. Следует отметить, что такой переход является ключевым шагом предлагаемого подхода.

5. Решение детерминированных разностных уравнений и получение выражения для математического ожидания и дисперсии ненулевых начальных условий любого наперед заданного переходного процесса в цепочке взаимосвязанных процессов. Отметим, что это решение предоставит меньше информации, чем решение исходного стохастического уравнения (т.к. функция плотности и распределения вероятностей останутся неизвестными). Однако полученные математическое ожидание и дисперсия дадут хорошее представление об этих ненулевых начальных условиях (их среднее значение и разброс).

6. Получение вероятностных характеристик (математического ожидания, дисперсии) для искомых электрических характеристик, основываясь на известных вероятностных характеристиках ненулевых начальных условий любого наперед заданного переходного процесса, найденных на предыдущем шаге.

Выполнение приведенных шагов позволяет получить аналитические выражения для наиболее вероятных значений искомых электрических характеристик, а также выражения для диапазона их варьирования с заданной вероятностью.

Отличие предлагаемой модификации метода разностных уравнений от классического метода. Предлагаемый подход применяется в случае, когда один или несколько параметров рассматриваемой цепи являются стохастическими, т.е. их величина скачкообразно изменяется в определенные моменты времени по известному закону распределения вероятностей для непрерывных случайных величин. Классический разностный метод может быть применен лишь в случае детерминированных параметров цепи [16]. В то же время важным условием применимости, как классического разностного метода, так и предлагаемой его модификации, является кусочная линейность цепи. Т.е. эти методы применимы лишь тогда, когда изменение параметров цепи происходит скачкообразно в определенные моменты времени, а в остальные моменты времени эти параметры являются линейными.

Вид разностного уравнения, получаемого в рамках предлагаемого подхода, отличается от вида уравнения, получаемого в случае применения классического метода разностных уравнений, поскольку при стохастически изменяемых параметрах цепи все электрические характеристики цепи, которые зависят от этих параметров, также становятся стохастическими. Это означает, что разностные уравнения, составляемые относительно искомых электрических характеристик, становятся стохастическими и к ним более не применимы подходы, которые применимы в случае детерминированных разностных уравнений [11].

К сожалению, на текущий момент уровень развития аппарата стохастических разностных уравнений позволяет получать аналитические решения лишь для очень ограниченного класса стохастических уравнений. Поэтому вместо решения полученного стохастического разностного уравнения, описывающего изменение начальных условий от одного переходного процесса к другому, предлагаемый подход предполагает переход к детерминированным разностным уравнениям относительно математического ожидания и дисперсии искомых случайных величин.

Преимущество этого перехода состоит в том, что аппарат детерминированных разностных уравнений является более развитым и поэтому позволяет получить аналитическое решение для гораздо более широкого класса цепей. И хотя такой переход имеет свои недостатки – потерю части информации о конкретном виде распределения искомых случайных величин (т.е. о функции плотности вероятности и функции распределения), он предоставляет информацию об их математическом ожидании и дисперсии. Этой информации достаточно для того, чтобы достаточно точно определить искомые электрические характеристики цепи.

В отличие от классического метода разностных уравнений предлагаемый подход содержит дополнительный завершающий шаг: определение искомых электрических характеристик цепи, основываясь на значениях математического ожидания и дисперсии ненулевых начальных условий последовательности взаимосвязанных переходных процессов, найденных в результате решения разностного уравнения. Преимуществом предлагаемого подхода является расширение класса успешно анализируемых цепей за счет перехода к более простому виду уравнений, для которых проще найти аналитическое решение.

Общий случай перехода от стохастического разностного уравнения к детерминированным разностным уравнениям относительно математического ожидания и дисперсии. В большинстве случаев при использовании метода разностных уравнений составляется линейное разностное уравнение, которое имеет следующий вид [16]:

$$x(n)=A_1\cdot x(n-1)+A_2\cdot x(n-2)+\ldots+A_k\cdot x(n-k)+B, \tag{1}$$

где n – номер цикла повторения цепочки взаимосвязанных переходных процессов, $x(n)$ – искомые величины электрической характеристики цепи. Отметим, что $x(n)$ является случайной величиной, т.к. в общем случае зависит от других случайных величин. $A_1\ldots A_k$ и B – параметры, не зависящие от искомых величин $x(n)$, но также являющиеся случайными.

Например, для разряда конденсатора в цепи первого порядка искомой величиной $x(n)$ может выступать напряжение на конденсаторе, в то время как параметры (A_1 и B) будут определяться величиной активной нагрузки цепи, емкости конденсатора и выбранным моментом времени.

Для цепи первого порядка уравнение (1) будет иметь вид

$$x(n)=A_1\cdot x(n-1)+B. \tag{2}$$

Применяя известные свойства математического ожидания (математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме их математических ожиданий; математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий) [10], [12] к (1), получим

$$M[x(n)]=M[A_1]\cdot M[x(n-1)]+M[A_2]\cdot M[x(n-2)]+\ldots+M[A_k]\cdot M[x(n-k)]+M[B]. \tag{3}$$

Для цепи первого порядка уравнение (3) будет иметь вид

$$M[x(n)]=M[A_1]\cdot M[x(n-1)]+M[B]. \tag{4}$$

Уравнения (3) и (4) являются линейными разностными уравнениями, составленными относительно неизвестного математического ожидания $M[x(n)]$.

Перейдя к рассмотрению дисперсии левой и правой частей равенства (1), а также применив свойства дисперсии [10], [12], можно получить линейное разностное уравнение, позволяющее найти верхнюю оценку дисперсии искомых величин

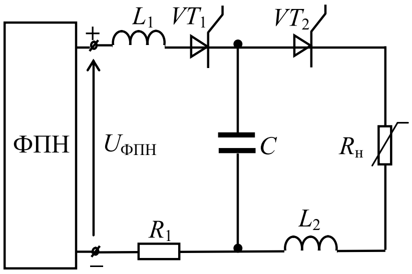
$$D^{max}[x(n)]=M^2[A_1]\cdot D^{max}[x(n-1)]+M^2[A_2]\cdot D^{max}[x(n-2)]+\ldots+M^2[A_k]\cdot D^{max}[x(n-k)], \tag{5}$$

а в случае цепи первого порядка –

$$D^{max}[x(n)]=M^2[A_1]\cdot D^{max}[x(n-1)]. \tag{6}$$

Таким образом, уравнения (3) – (6) могут быть использованы для нахождения точного значения математического ожидания и верхней границы дисперсии искомых величин $x(n)$.

Пример применения предлагаемого подхода. Анализ случайных процессов в электроразрядных установках проводился на примере процессов в зарядной и разрядной цепях полупроводниковых ФРИ для электроискрового диспергирования металлических гранул в жидкости [7–9]. На рисунке пока-



зана электрическая схема такого ФРИ, в котором имеет место последовательность взаимосвязанных процессов колебательных зарядов и разрядов конденсатора. Заряд конденсатора от формирователя постоянного напряжения (ФПН) происходит по зарядному контуру ФПН-L_1-VT_1-C-R_1-ФПН до тех пор, пока ток в цепи не изменит свою полярность, тем самым вызвав запирание зарядного тиристора VT_1. После чего следует разряд конденсатора (по разрядному контуру C-VT_2-$R_н$-L_2-C) на стохастически изменяющуюся нагрузку до тех пор, пока изменение полярности разрядного тока не вызовет запирание разрядного тиристора VT_2. Затем происходит многократное повторение последовательности таких процессов. Поскольку условием применимости как классического разностного метода, так и предлагаемой его модификации является кусочная линейность цепи, то принимается допущение, что электрическое сопротивление нагрузки $R_н$ неизменно в течение длительности каждого разряда конденсатора C, но в паузе между разрядами (т.е. во время его заряда) оно может изменяться, и его величина характеризуется непрерывной равномерно распределенной случайной величиной, изменяемой от r_{min} до r_{max}. При этом функция плотности вероятности случайной величины $R_н$ равна [10], [12]

$$f_{R_н}(r_н)=\begin{cases} 0, & r_н \notin [r_{min};r_{max}] \\ 1/(r_{max}-r_{min}), & r_н \in [r_{min};r_{max}] \end{cases}. \tag{7}$$

Целью анализа являлось определение математического ожидания напряжения на конденсаторе $M[U_C(n)]$ на любом наперед заданном цикле повторения переходных процессов n.

Согласно предложенному подходу последовательно выполнялись следующие шаги.

1. Получение аналитических выражений, отражающих функциональные зависимости напряжения на конденсаторе от стохастического сопротивления нагрузки в рамках отдельных переходных процессов заряда и разряда конденсатора.

Зависимость напряжения заряда конденсатора $U_{Cз}$ от ненулевых начальных условий имеет вид [9]

$$U_{Cз}=U_{ФПН}+(U_{ФПН}-U_{0Cз})e^{-\pi/2Q_1}, \tag{8}$$

где $U_{ФПН}$ – напряжение на выходе формирователя постоянного напряжения; $U_{0Cз}$ – начальное напряжение при заряде конденсатора; $Q_1=(L_1/C)^{1/2}/R_1$ – добротность цепи заряда конденсатора C; L_1 и R_1 – ее индуктивность и активное сопротивление.

Зависимость напряжения разряда конденсатора $U_{Cр}$ от ненулевых начальных условий определяется как [9]

$$U_{Cр}=-U_{0Cр}\,e^{-\pi/2Q_2}, \tag{9}$$

где $U_{0Cр}$ – начальное напряжение при разряде конденсатора, $Q_2=(L_2/C)^{1/2}/R_н$ – добротность разрядной цепи, $R_н$ – случайная величина сопротивления, распределенная в диапазоне $[r_{min};r_{max}]$.

2. Составление разностного уравнения, описывающего зависимость между ненулевыми начальными условиями переходных процессов.

Для этого необходимо выразить напряжение, до которого разрядится конденсатор на n-ом цикле повторения переходных процессов U_n, через напряжение, до которого разрядился конденсатор на предыдущем цикле U_{n-1}. Данное выражение может быть получено путем подстановки соотношения (8) в соотношение (9) вместо $U_{0Cр}$ (поскольку напряжение заряда конденсатора является начальным напряжением его разряда)

$$U_n=-\left(U_{ФПН}+(U_{ФПН}-U_{n-1})e^{-\pi/2Q_1}\right)e^{-\pi/2Q_2}=U_{n-1}\,e^{-\pi/2Q_1}\,e^{-\pi/2Q_2}-U_{ФПН}\left(1+e^{-\pi/2Q_1}\right)e^{-\pi/2Q_2}. \tag{10}$$

Уравнение (10) является стохастическим разностным уравнением первого порядка относительно напряжения U_n, до которого разрядится конденсатор на n-ом цикле повторения переходных процессов. Оно стохастическое, т.к. добротность разрядного контура Q_2 является случайной величиной.

3. Переход от анализа стохастического уравнения, описывающего взаимосвязь ненулевых начальных условий переходных процессов, к анализу детерминированных разностных уравнений относительно математического ожидания и дисперсии ненулевых начальных условий переходных процессов.

От стохастического уравнения относительно U_n необходимо перейти к детерминированному разностному уравнению относительно $M[U_n]$ – математического ожидания искомой величины U_n. В общем случае для построения доверительных интервалов искомой величины необходимо также составить уравнение относительно дисперсии. Однако ввиду того, что на данном этапе целью является поиск математического ожидания $M[U_n]$, уравнение относительно дисперсии можно опустить.

Математическое ожидание левой и правой частей уравнения (10) с учетом известных свойств математического ожидания [12] запишется так:

$$M[U_n] = e^{-\pi/2Q_1}\, M[U_{n-1}]\, M\left[e^{-\pi/2Q_2}\right] - U_{\text{ФПН}}\left(1 + e^{-\pi/2Q_1}\right) M\left[e^{-\pi/2Q_2}\right]. \tag{11}$$

Уравнение (11) является детерминированным разностным уравнением относительно $M[U_n]$, имеющим неизвестный коэффициент $M\left[e^{-\pi/2Q_2}\right]$.

В [14] была рассмотрена цепь второго порядка, аналогичная рассматриваемой разрядной цепи. Было показано, что для величины $U_C = U_{\text{ФПН}} + \left(U_{\text{ФПН}} - U_{0C}\right)e^{-\pi/2Q}$, где случайная величина $Q = (L/C)^{1/2}/R$ имеет такое же вероятностное распределение, как и Q_2, математическое ожидание напряжения на конденсаторе определяется следующим соотношением:

$$\begin{aligned} M\left[U_C\right] &= M\left[U_{\text{ФПН}} + \left(U_{\text{ФПН}} - U_{0C}\right)e^{-\pi/2Q}\right] = \\ &= \left[U_{\text{ФПН}}\left(r_{\max} - r_{\min}\right) - 2\sqrt{L}\left(U_{\text{ФПН}} - U_{0C}\right)\left(e^{-\pi\sqrt{C}\cdot r_{\max}/2\sqrt{L}} - e^{-\pi\sqrt{C}\cdot r_{\min}/2\sqrt{L}}\right)\Big/\pi\sqrt{C}\right]\Big/\left(r_{\max} - r_{\min}\right). \end{aligned} \tag{12}$$

Тогда величина $M\left[e^{-\pi/2Q_2}\right]$ может быть найдена из (12) путем подстановки $U_{\text{ФПН}} = 0$ В, $U_{0C} = -1$ В, $Q = Q_2$:

$$M\left[e^{-\pi/2Q_2}\right] = M\left[U_{\text{ФПН}} + \left(U_{\text{ФПН}} - U_{0C}\right)e^{-\pi/2Q}\right]\Big|_{U_{\text{ФПН}}=0,\, U_{0C}=-1,\, Q=Q_2}. \tag{13}$$

Таким образом, выражение для $M\left[e^{-\pi/2Q_2}\right]$ будет иметь вид

$$M\left[e^{-\pi/2Q_2}\right] = \left(-2\sqrt{L_2}\,/\,\pi\sqrt{C}\right)\cdot\left(e^{-\pi\sqrt{C}\cdot r_{max}/2\sqrt{L_2}} - e^{-\pi\sqrt{C}\cdot r_{min}/2\sqrt{L_2}}\right)\Big/\left(r_{max} - r_{min}\right). \tag{14}$$

Тогда разностное уравнение (11) относительно искомого математического ожидания $M[U_n]$ будет описываться выражением

$$M[U_n] = -2\sqrt{L_2}\left(e^{-\pi\sqrt{C}r_{max}/2\sqrt{L_2}} - e^{-\pi\sqrt{C}r_{min}/2\sqrt{L_2}}\right)\left(e^{-\pi/2Q_1} M\left[U_{n-1} - U_{\text{ФПН}}\left(1 + e^{-\pi/2Q_1}\right)\right]\right)\Big/\left(r_{max} - r_{min}\right)\Big/\pi\sqrt{C}. \tag{15}$$

Уравнение (15) является стандартным детерминированным разностным уравнением первого порядка относительно $M[U_n]$. При начальном условии $M[U_0] = U_0$ и следующих заменах переменных:

$$a = -2\sqrt{L_2}\left(e^{-\pi\sqrt{C}\cdot r_{max}/2\sqrt{L_2}} - e^{-\pi\sqrt{C}\cdot r_{min}/2\sqrt{L_2}}\right)\Big/\left(r_{max} - r_{min}\right)\Big/\pi\sqrt{C}, \tag{16}$$

$$b = e^{-\pi/2Q_1}, \qquad c = -U_{\text{ФПН}}\left(1 + e^{-\pi/2Q_1}\right), \tag{17, 18}$$

уравнение (15) примет вид

$$M[U_n] = abM[U_{n-1}] + ac. \tag{19}$$

Применив стандартные методы решения детерминированных разностных уравнений первого порядка, можно получить решение уравнения

$$M[U_n] = \left(ac/(1-ab)\right) + \left\{U_0 - \left(ac/(1-ab)\right)\right\}(ab)^n, \tag{20}$$

где константы a, b и c определяются выражениями (16), (17), (18) соответственно.

Полученное выражение (20) позволяет определить математическое ожидание напряжения, до которого разрядится конденсатор на любом наперед заданном цикле повторения переходных процессов.

Выводы. Предложен подход к анализу взаимосвязанных переходных процессов в цепях со стохастически изменяющимися параметрами, которые характеризуются непрерывными случайными величинами с произвольным вероятностным распределением. Отметим, что данный подход универсален, он не привязан к конкретному виду вероятностного распределения и может быть применен при произвольном непрерывном распределении (равномерном, нормальном и других менее распространенных).

Описан метод перехода от стохастического разностного уравнения к детерминированному разностному уравнению относительно математического ожидания и дисперсии искомых величин.

В качестве примера подход применен для анализа переходных процессов в зарядной и разрядной цепи конденсатора полупроводникового формирователя разрядных импульсов со стохастической нагрузкой, имеющей непрерывное равномерное распределение.

1. Sen B., Kiyawat N., Singh P.K., Mitra S., Ye J.H., Purkait P. Developments in electric power supply configurations for electrical-discharge-machining (EDM). Proc. 5th International Conference on *Power Electronics and Drive Systems*, 2003. PEDS 2003. Singapure, 17-20 November 2003. Vol. 1. Pp. 659–664.

2. Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Electric Energy Loss at Energy Exchange Between Capacitors as Function of Their Initial Voltages and Capacitances Ratio. *Техн. електродинаміка*. 2016. № 3. С. 9–11. DOI: https://doi.org/10.15404/techned2016.03.009

3. Білецький О.О., Супруновська Н.І., Щерба А.А. Залежність енергетичних характеристик кіл заряду суперконденсаторів від їх початкових і кінцевих напруг. *Техн. електродинаміка*. 2016. № 1. С. 3–10. DOI: https://doi.org/10.15404/techned2016.01.003

4. Casanueva R., Azcondo F.J, Branas C., Bracho S. Analysis, design and experimental results of a high-frequency power supply for spark erosion. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2005. Vol. 20. Pp. 361–369.

5. Nguyen P.K., Lee K.H., Kim S.I., Ahn K.A., Chen L.H., Lee S.M., Chen R.K., Jin S., Berkowitz A.E. Spark Erosion: a High Production Rate Method for Producing Bi0.5Sb1.5Te3 Nanoparticles With Enhanced Thermoelectric Performance. *Nanotechnology*. 2012. Vol. 23. Pp. 415604-1 – 415604-7.

6. Nguyen, P.K., Sungho J., Berkowitz A.E. MnBi particles with high energy density made by spark erosion. *J. Appl. Phys.* 2014. Vol. 115. Iss. 17. Pp. 17A756-1.

7. Шидловская Н.А., Захарченко С.Н., Черкасский А.П. Анализ электромагнитных процессов в выходной цепи генератора разрядных импульсов с нелинейной моделью плазмоэрозионной нагрузки при изменении их параметров в широких диапазонах. *Техн. електродинаміка*. 2016. № 1. С. 87–95. DOI: https://doi.org/10.15407/techned2016.01.087

8. Иващенко Д.С., Супруновская Н.И. Переходные процессы в электрических цепях со стохастической нагрузкой, характеризующейся непрерывной случайной величиной. *Техн. електродинаміка*. 2016. № 4. С. 17–19. DOI: https://doi.org/10.15407/techned2016.04.017

9. Супруновская Н.И., Иващенко Д.С. Многоуровневая модель взаимозависимых переходных процессов в цепях электроразрядных установок со стохастической нагрузкой. *Техн. електродинаміка*. 2013. № 5. С. 5–13.

10. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Москва: Высшая школа, 2000. 480 с.

11. Кашьяп Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. 384 с.

12. Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: МЭСИ, 2006. 199 с.

13. Волков И.В., Вакуленко В.М. Источники электропитания лазеров. Киев: Техника, 1976.174с.

14. Щерба А.А., Супруновская Н.И., Иващенко Д.С. Определение вероятностных свойств электрических характеристик цепей электроразрядных установок с учетом стохастически изменяющихся их параметров. *Технічна електродинаміка*. 2019. № 4. С. 3-11. DOI: https://doi.org/10.15407/techned2019.04.003

15. Жуйков В.Я., Сучик В.Е. Способы анализа схем вентильных преобразователей с переменной структурой и произвольными источниками методом разностных уравнений. Киев: КПИ, 1982. 47 с.

16. Романко В.К. Разностные уравнения. Москва: Бином, 2006. 112 с.

17. Векслер Г.С. Электропитание спецаппаратуры. Киев: Вища школа, 1975. 431с.

СТОХАСТИЧНІ ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В КОЛАХ ФОРМУВАЧА РОЗРЯДНИХ ІМПУЛЬСІВ, ЩО ПРАЦЮЄ НА ЕЛЕКТРОІСКРОВЕ НАВАНТАЖЕННЯ

Н.І. Супруновська, докт.техн.наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: iednat1@gmail.com

Запропоновано підхід до аналізу послідовностей взаємозалежних перехідних процесів у колах формувача розрядних імпульсів, розрядне коло якого містить електроіскрове навантаження з активним опором, що стохастично змінюється. Опір такого навантаження характеризується безперервною випадковою величиною з довільним імовірнісним розподілом (рівномірним, нормальним або іншим менш розповсюдженим). Запропонований підхід орієнтовано на аналіз перехідних процесів у колах зі змінною структурою, у яких відбувається повторювана послідовність взаємозалежних перехідних процесів у разі стохастичної зміни одного з параметрів кола (наприклад, опору навантаження) у деякому безперервному діапазоні. Запропоновано модифікацію методу різницевих рівнянь, що дає змогу перейти від стохастичного різницевого рівняння щодо шуканої електричної характеристики кола до детермінованих різницевих рівнянь щодо математичного сподівання й дисперсії шуканої характеристики. Як приклад був розглянутий перехідний процес у колі другого порядку зі стохастичним навантаженням, що має безперервний рівномірний розподіл. Отримано аналітичний вираз для математичного сподівання напруги на конденсаторі. Бібл. 17, рис. 1.

Ключові слова: перехідні процеси, заряд конденсатора, розряд конденсатора, стохастичне навантаження, випадковий процес, імовірнісні властивості, безперервний розподіл імовірностей.

STOCHASTIC TRANSITION PROCESSES IN THE CIRCUITS OF THE DISCHARGE PULSES SHAPER, OPERATING FOR ELECTRIC SPARK LOAD

N.I. Suprunovska
Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: **iednat1@gmail.com**

An approach to the analysis of sequences of interrelated transient processes in the circuits of the discharge pulse shaper, the discharge circuit of which contains an electric-spark load with a stochastically varying active resistance, is proposed. Such load resistance is characterized by a continuous random variable with an arbitrary probability distribution (uniform, normal, or other less common distribution). The proposed approach is focused on the analysis of transient processes in circuits with variable structure, in which there is a repeating sequence of interrelated transients at stochastic change in one of the circuit parameters (for example, load resistance) in a certain continuous range. It is proposed a modification of the method of difference equations, which allows to convert the stochastic difference equation for the desired electrical characteristic of a circuit into deterministic difference equations for the expectation and variance of the desired characteristic. As an example, a transient process in a second-order circuit with a stochastic load, having a continuous uniform distribution, was considered. An analytical expression for the mathematical expectation of the capacitor voltage was obtained. References 17, figure 1.

Key words: transients, capacitor charge, capacitor discharge, stochastic load, random process, probabilistic properties, continuous probability distribution.

1. Sen B., Kiyawat N., Singh P.K., Mitra S., Ye J.H., Purkait P. Developments in electric power supply configurations for electrical-discharge-machining (EDM). Proc. 5th International Conference on *Power Electronics and Drive Systems*, 2003. PEDS 2003. Singapure, 17-20 November 2003. Vol. 1. Pp. 659–664.

2. Shcherba A.A., Suprunovska N.I. Electric Energy Loss at Energy Exchange Between Capacitors as Function of Their Initial Voltages and Capacitances Ratio. *Tekhnichna Electrodynamika*. 2016. No 3. Pp. 9-11. DOI: https://doi.org/10.15404/techned2016.03.009

3. Beletsky O.A., Suprunovska N.I., Shcherba A.A. Dependences of power characteristics of circuit at charge of supercapacitors on their initial and final voltages. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016. No 1. Pp. 3–10. (Ukr) DOI: https://doi.org/10.15404/techned2016.01.003

4. Casanueva R., Azcondo F.J, Branas C., Bracho S. Analysis, design and experimental results of a high-frequency power supply for spark erosion. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2005. Vol. 20. Pp. 361–369.

5. Nguyen P.K., Lee K.H., Kim S.I., Ahn K.A., Chen L.H., Lee S.M., Chen R.K., Jin S., Berkowitz A.E. Spark Erosion: a High Production Rate Method for Producing Bi0.5Sb1.5Te3 Nanoparticles With Enhanced Thermoelectric Performance. *Nanotechnology*. 2012. Vol. 23. Pp. 415604-1 – 415604-7.

6. Nguyen, P.K., Sungho J., Berkowitz A.E. MnBi particles with high energy density made by spark erosion. *J. Appl. Phys.* 2014. Vol. 115. Iss. 17. Pp. 17A756-1.

7. Shydlovska N.A., Zakharchenko S.M., Cherkassky O.P. The analysis of electromagnetic processes in output circuit of the generator of discharge pulses with non-linear model of plasma-erosive load at change their parameters in wide ranges. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016. No 1. Pp. 87–95. (Rus)
DOI: https://doi.org/10.15407/techned2016.01.087

8. Ivashchenko D.S., Suprunovska N.I. Transients in circuits with stochastic load, which characterized by continuous random variable. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016. No 4. Pp. 17–19. (Rus)
DOI: https://doi.org/10.15407/techned2016.04.017

9. Suprunovska N.I., Ivashchenko D.S. Multilevel model of interdependent transients in circuits of electrodischarge installations with stochastic load. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2013. No 5. Pp. 5–13. (Rus)

10. Ventsel E.S., Ovcharov L.A. Probability theory and its engineering applications. Moskva: Vysshaia shkola, 2000. 480 p. (Rus)

11. Kashyap R.L., Rao A.R. Construction of dynamic stochastic models based on experimental data. Moskva: Nauka. Glavnaia redaktsiia fiziko-matematicheskoi literatury, 1983. 384 p. (Rus)

12. Lisyev V.P. Probability theory and the mathematical statistics. Moskva: MESI, 2006. 199 p. (Rus)

13. Volkov I.V., Vakulenko V.M. Sources of power lasers. Kiev: Tekhnika, 1976. 174 p. (Rus)

14. Shcherba A.A., Suprunovska N.I., Ivashchenko D.S. Determination of probabilistic properties of electrical characteristics of circuits of electric discharge installations taking into acount their stochastically changing parameters. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2019. No 4. Pp. 3-11. (Rus) DOI: https://doi.org/10.15407/techned2019.04.003

15. Zhuikov V.Ya., Suchik V.E. Methods for analysis of circuits of rectifier converters with variable structure and any influencing sources by method of difference equations. Kiev: Kievskii Politekhnicheskii Institut, 1982. 47 p. (Rus)

16. Romanko V.K. Difference equations. Moskva: Binom, 2006. 112 p. (Rus)

17. Veksler G.S. Power supply of special equipment. Kiev: Vyshcha shkola, 1975. 431 p. (Rus)

Надійшла 23.04.2019
Остаточний варіант 06.05.2019