

ЧИСЛЕННО-ПОЛЕВОЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ ФУНКЦИЙ И ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА ЭДС В ОБМОТКАХ ТРЕХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ**В.И. Милых***, докт. техн. наукНациональный технический университет "Харьковский политехнический институт",
ул. Кирпичева, 2, Харьков, 61002, Украина. E-mail: mvikemkpi@gmail.com

Представлены принципы и результаты численно-полевого определения и гармонического анализа ЭДС в обмотках трехфазных асинхронных двигателей с короткозамкнутой обмоткой ротора. Это реализуется в динамике многопозиционными расчетами вращающегося магнитного поля методом конечных элементов в программной среде FEMM. Расчеты автоматизированы посредством управляющей программы на алгоритмическом языке Lua. Анализ проводится для фазной обмотки статора и разных стержней обмотки ротора в режиме нагрузки и искусственных режимах холостого хода. Для определения временных функций ЭДС базовыми являются аналогичные функции магнитного потокосцепления, получаемые в дискретной числовой форме. Переход к ЭДС осуществляется через разложение функций в гармонические ряды, а также в конечно-разностной форме. Для апробации представленного метода анализа ЭДС используется двигатель мощностью 15 кВт. Выявлен сложный характер временных функций ЭДС и их широкие гармонические спектры. Библ. 17, табл. 2, рис. 11.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, обмотки статора и ротора, магнитное потокосцепление, ЭДС, численно-полевые расчеты, FEMM, временные функции, гармонический анализ.

Введение. Трехфазные асинхронные двигатели (ТАД) обеспечивают преобладающую часть электроприводов различных механизмов. Эти двигатели прошли длительный путь развития, но они сами и система их теоретического анализа продолжают совершенствоваться. И так как в основе принципа действия ТАД лежит взаимодействие магнитных полей (МП), то для точных их расчетов и последующего исследования широкого круга параметров, характеристик и процессов все шире применяются численные методы и, в первую очередь, метод конечных элементов (МКЭ), чему способствует развитая система программного обеспечения.

Примеры теоретических исследований ТАД с использованием численно-полевых расчетов весьма многочисленны, поэтому представим хотя бы небольшую, но типичную их часть. Так в [6] проводится моделирование и анализ МП и механических характеристик ТАД с использованием трехмерного МКЭ; в [7] – уточненное определение вращающего момента и электромеханических характеристик; в [8] – диагностика и контроль возникающих неисправностей в магнитно-неуравновешенном ТАД на основе метода компенсации с анализом временных и пространственных гармоник МП; в [10] – анализ использования магнитных клиньев в крупных ТАД с открытыми пазами и поиск рациональных решений улучшения их энергетических параметров и характеристик, уменьшения пульсаций вращающего момента, вибрации и шумов; в [11] – исследования скоса пазов и перекося ротора посредством рассмотрения радиального силового магнитного давления в воздушном зазоре с помощью различных расчетных электромагнитных моделей: 2D-МКЭ, 2D-FEM мульти-пакетная (спиральная) и 3D-МКЭ; в [12] – идентификация параметров и потерь мощности от высших гармонических МП в глубокопазном ТАД; в [13] – сравнительное исследование работоспособности обычного и высокоэффективного ТАД с помощью анализа МКЭ и эквивалентной схемы замещения; в [14] – мониторинг состояния ТАД (диагностируются такие неисправности как установившиеся трехфазное и межфазное короткие замыкания), посредством анализа с помощью МКЭ определяются распределение магнитной индукции, временные функции тока, момента и частоты вращения; в [15] – рассматривается FEM модель ТАД с короткозамкнутым ротором в программной среде Comsol для анализа его параметров и временных зависимостей токов и момента вращения; в [16] – исследование влияния формы зубцов статора на характеристики ТАД с сосредоточенными обмотками; в [17] – анализ вибровозмущающих сил в зазоре ТАД с асимметрией ротора посредством использования временно-шагового МКЭ, а также анализ потерь мощности в зубцах и стержнях клетки ротора.

Для расчетов двухмерных МП среди других широко используется программа FEMM [9], основанная также на МКЭ. Она эффективна и для электрических машин классической конструкции при практически плоскопараллельном МП в пределах их активной части, в том числе – для ТАД.

Наряду с исследованиями отдельных параметров и характеристик, проведенными в процитированных работах, программа FEMM в сочетании со скриптами Lua эффективна для анализа динамических процессов в ТАД [3, 5]. Здесь проводится дальнейшее развитие исследований такого рода.

Целью данной работы является разработка метода численно-полевого определения временных функций ЭДС в обмотках статора и ротора ТАД и гармонический анализ этих функций в режимах нагрузки и холостого хода (ХХ).

Объект исследования. Для расчетов берется трехфазный ТАД с короткозамкнутой обмоткой ротора мощностью 15 кВт, проект которого представлен в [1]. Двигатель имеет число пар полюсов $p=2$ и рассчитан на номинальное фазное напряжение $U_{sN}=220$ В и частоту $f_s=50$ Гц. Диаметр сердечника его ротора $d_r=0,184$ м, воздушный зазор $\delta=0,5$ мм, активная длина $l_a=0,13$ м; числа пазов статора $Q_s=48$ и ротора $Q_r=38$; число витков фазной обмотки статора $N_s=112$. Ряд параметров данного ТАД уточнен в [4] на основе разработанного метода проектного анализа, а именно: скольжение $s=0,0261$; фазные токи статора $I_s=28,75$ А и ротора $I_r=450$ А и угловой сдвиг между ними $\alpha_{sr}=83,2^\circ$.

Для расчета МП в программе FEMM используется модель электромагнитной системы ТАД в его поперечном сечении, показанная на рис. 1. Ее формирование и обоснование даны в работах [2, 4]. Распределение фазных зон обмотки статора идентифицируется индексами при соответствующих фазных токах i_{sA} , i_{sB} и i_{sC} . В работе

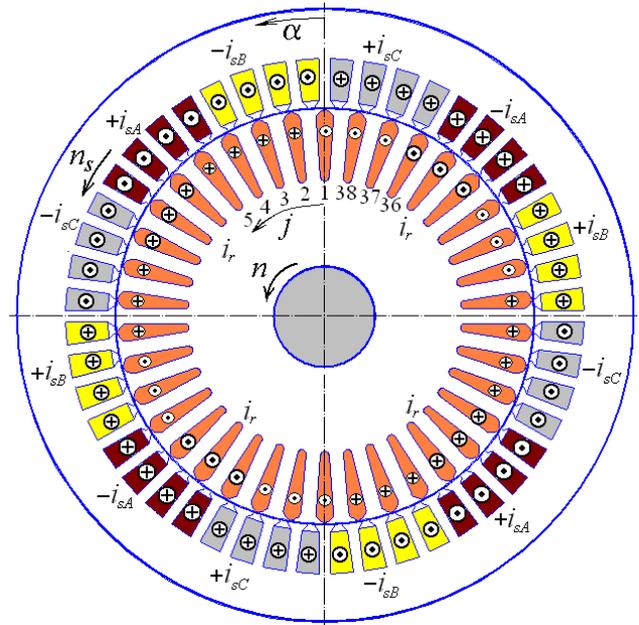


Рис. 1

используется угловая координата α , отсчитываемая от вертикальной оси. Показаны еще направления вращения МП статора и ротора, обозначенные символами их частот вращения n_s и n . Представлены также направления токов ротора i_r и принятая нумерация его пазов со счетчиком j . При вращении МП и ротора направления токов и положения пазов ротора изменяются.

Общие принципы расчета магнитного поля и ЭДС в обмотках ТАД.

В поперечном сечении ТАД МП описывается общеизвестным дифференциальным уравнением

$$\operatorname{rot} \left[\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} (\vec{k} A_z) \right] = \vec{k} J_z, \quad (1)$$

где A_z , J_z – аксиальные составляющие векторного магнитного потенциала (ВМП) и плотности тока; \vec{k} – орт по аксиальной оси z ; μ – абсолютная магнитная проницаемость, определяемая для ферромагнитных сердечников их кривой намагничивания.

На внешней поверхности сердечника статора для ВМП принимается условие Дирихле $A_z=0$. Численный расчет МП проводится МКЭ, как отмечалось, по программе FEMM [9] при конкретной позиции ротора и соответствующих значениях токов статора и ротора. При этом допущением является принятие синусоидального характера их временных функций.

В обмотке статора подразумевается симметричная трехфазная система фазных токов

$$i_{sA} = I_{ms} \cos(\omega_s t); \quad i_{sB} = I_{ms} \cos(\omega_s t - 2\pi/3); \quad i_{sC} = I_{ms} \cos(\omega_s t + 2\pi/3), \quad (2)$$

где t – время; I_{ms} – амплитуда; $\omega_s = 2\pi f_s$ – угловая частота.

В стержнях ротора формируется многофазная система мгновенных значений токов

$$i_{rj} = \sqrt{2} I_r \sin \left\{ p \left[(j-1) \alpha_{rn} + \alpha_{sr} + \alpha_{r1} \right] \right\}, \quad j = 1, 2, \dots, Q_r, \quad (3)$$

где α_{r1} – угловая координата первого паза ротора; $\alpha_{rn} = 360^\circ / Q_r$ – взаимный угловой сдвиг его пазов.

Для получения временных функций ЭДС обмоток ТАД проводятся многопозиционные расче-

ты МП для задаваемого с шагом Δt временного ряда [3, 5]

$$t_k = \Delta t (k-1); \quad k=1,2, \dots, K, \quad (4)$$

где K – число позиций, позволяющее сформировать эти функции на заданном временном диапазоне.

При этом каждый раз МП обмотки статора от системы токов (2) поворачивается на угол $\Delta\alpha_s = \omega_s \Delta t / p$, а ротор – на угол $\Delta\alpha_r = \Delta\alpha_s (1-s)$ с учетом заданного его скольжения s . Тогда определяется координата 1-го паза $\alpha_{r1} = \alpha_{r10} + \Delta\alpha_r (k-1)$, $k=1, 2, \dots, K$, где α_{r10} – его координата в начальный момент времени, и по (3) получается новое распределение фазных токов.

На рис. 1 и рис. 2 показаны направления токов обмоток в начальный момент времени. Знаки перед символами токов статора добавляются к их значениям по (2). На рис. 2 силовыми линиями дана картина МП для режима номинальной нагрузки (НН). Более детализированный фрагмент этой картины показан на рис. 3 в зоне зазора с прилегающими зубцово-пазовыми структурами ротора и статора.

Вычисление токов статора (2) и ротора (3) в моменты времени поворотов ротора (4) проводятся при работе программы FEMM автоматически с использованием написанного скрипта Lua. Угол поворота МП $\Delta\alpha_s$ между фиксированными позициями, а также размеры треугольников конечно-элементной структуры взяты достаточно малыми для обеспечения необходимой детализации функций рассматриваемых величин. Число узлов этой структуры составляло около 40 тыс., треугольников – 80 тыс.

Расчетный анализ ЭДС в обмотках ТАД проводится через их магнитное потокоцепление (МПС), определяемое по распределению ВМП

$$\Psi = \frac{N_w I_a}{S_\varphi} \int_{S_\varphi} \text{sign } A_z dS, \quad (5)$$

где S_φ – площадь сечения по токопроводящим элементам всех фазных зон фазной обмотки статора или стержня обмотки ротора; sign – знак плотности тока (+ или –); N_w для статора – N_s , для ротора – 1.

В процессе расчетов вращающегося МП были сформированы дискретные временные функции МПС (5) фазных обмоток статора и ротора

$$\Psi_s(t_k), \quad k=1,2, \dots, K; \quad \Psi_r(t_k), \quad k=1,2, \dots, K. \quad (6)$$

Эти функции раскладываются по известным правилам в косинусные гармонические ряды из нечетных гармоник (ввиду повторения значений функций на полупериодах со сменой знака)

$$\Psi_s = \sum_{v=1,3,5\dots}^{K_g} \Psi_{s,m,v} \cos(v \omega_s t + \gamma_{s,v}); \quad \Psi_r = \sum_{v=1,3,5\dots}^{K_g} \Psi_{r,m,v} \cos(v \omega_r t + \gamma_{r,v}), \quad (7)$$

где v – номер гармоники; K_g – высший их номер, который ограничен принятым в (4) числом точек на полупериоде конкретной функции из (6); $\omega_r = s \omega_s$ – угловая частота несущей – первой гармоники электромагнитных величин ротора; $\gamma_{s,v}$, $\gamma_{r,v}$ – начальные фазы.

На основании закона электромагнитной индукции делается переход от (7) к фазным ЭДС

$$e_s = -\frac{d\Psi_s}{dt} = \sum_{v=1,3,5\dots}^{K_g} v \omega_s \Psi_{s,m,v} \cos(v \omega_s t + \gamma_{s,v} - \pi/2); \quad e_r = -\frac{d\Psi_r}{dt} = \sum_{v=1,3,5\dots}^{K_g} v \omega_r \Psi_{r,m,v} \cos(v \omega_r t + \gamma_{r,v} - \pi/2), \quad (8)$$

откуда получаются амплитуды гармоник ЭДС $E_{s,m,v} = v \omega_s \Psi_{s,m,v}$; $E_{r,m,v} = v \omega_r \Psi_{r,m,v}$ и их действующие зна-

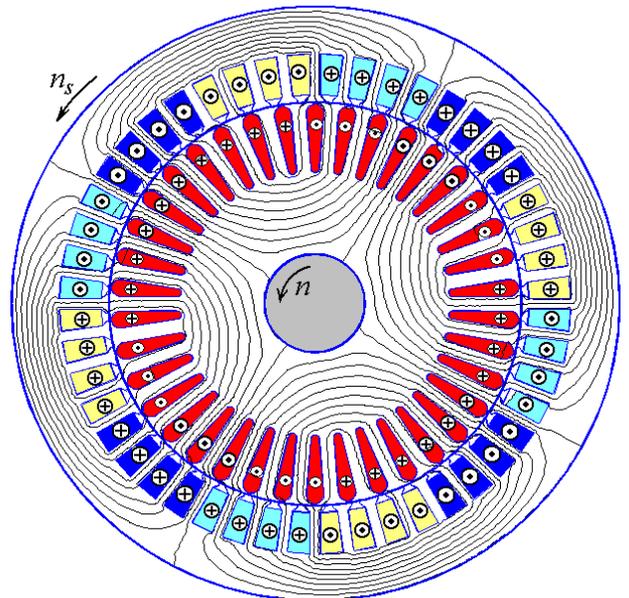


Рис. 2

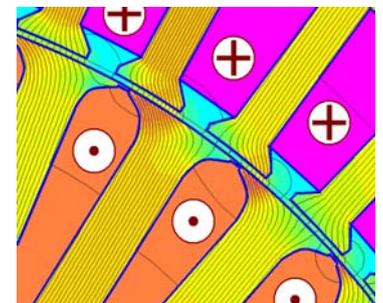


Рис. 3

чения $E_{s,v} = E_{s,m,v} / \sqrt{2}$; $E_{r,v} = E_{r,m,v} / \sqrt{2}$.

Периодичность временных функции МПС и ЭДС обмоток ТАД.

Принято считать, что период изменения электромагнитных величин в статоре ТАД равен периоду изменения токов (2) и составляет $T_s = 1/f_s$, а в роторе – $T_r = T_s/s$. Но при такой идеализации игнорируется взаимное положение зубцов статора и ротора, числа которых не совпадают.

С учетом этого «идеальный» полный период электромагнитных величин в ТАД пройдет тогда, когда одновременно повторится распределение токов в обмотке статора и взаимное положение конкретных зубцов статора и ротора. В этом случае можно обеспечить точное совпадение значений временных функций $\Psi_s(T_{sr}) = \Psi_s(0)$ и $\Psi_r(T_{sr}) = \Psi_r(0)$, где T_{sr} – единый период для МПС и ЭДС обмоток статора и ротора. Однако при таком периоде компьютерное время расчета оказалось бы чрезмерно большим и не оправдывающим его цели. В реальности для выявления практически наглядных условных периодов рассматриваемых функций МПС и ЭДС обмотки статора будем считать достаточным указанного периода T_s , а для обмотки ротора – периода T_r , несмотря на некоторые расхождения величин в начале и в конце этих периодов.

Анализ временных функций ЭДС обмотки статора.

Для получения временных функций МПС и ЭДС обмотки статора расчеты МП проведены при его повороте в пределах двух полюсных делений, т.е. в рассматриваемом ТАД на 180° с шагом $\Delta\alpha_s = 0,5^\circ$. Таким образом, для $\Psi_s(t_k)$ в (6) число K составило 360, а время расчета на современном компьютере достаточно высокого уровня – около 7,5 часа.

После обработки функций МПС и ЭДС в соответствии с (7), (8) полученные результаты представлены на рис. 4 и в табл. 1 для режимов НН и ХХ при учете числа гармоник K_g , составляющего 48. В идеализированном режиме ХХ ток в роторе отсутствовал, а ток статора снижен до значения $I_s = 6,89$ А, при котором на зажимах обмотки статора получалось номинальное напряжение при соответствующей ЭДС в обмотке статора (это устанавливалось в соответствии с методикой из [4]).

Функция МПС $\Psi_s(t)$ на рис. 4, а выглядит относительно гладкой и практически совпадает с функцией первой гармоники $\Psi_{s1}(t)$. Для функции $E_s(t)$ все обстоит значительно сложнее, так как по сравнению с МПС амплитуда ЭДС каждой гармоники в (8) умножается на ее номер. Для режима НН по сравнению с ХХ (рис. 4, б) влияние высших гармоник выражено значительно сильнее, что показывает сравнение графика $E_s(t)$ с графиком первой гармоники $E_{s1}(t)$.

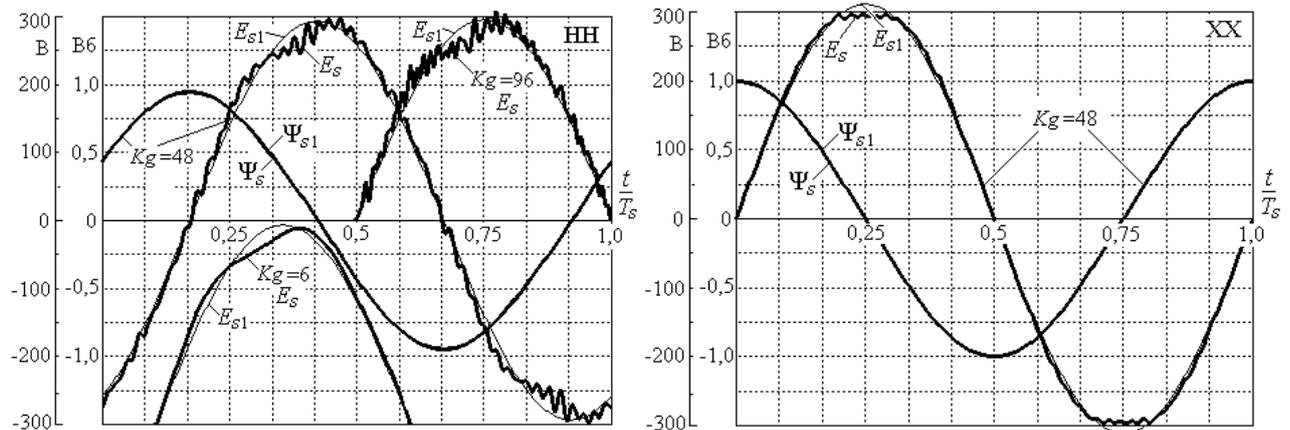


Рис. 4, а, б

Искажение общей формы кривой ЭДС проявляется уже при учете числа гармоник $K_g = 6$ – полуволна соответствующего графика также показана на рис. 4, а. При таком числе гармоник главное влияние на форму кривой оказывают дискретная структура фазных зон обмотки статора, а также искажение магнитного поля из-за неравномерного насыщения зубцов статора по дуге окружности.

Сложная форма пульсаций функции $E_s(t)$ вызвана соответствующим взаимодействием зубчатых структур статора и ротора, взаимное положение которых непрерывно изменяется с соответствующим перераспределением силовых линий магнитного поля (рис. 3). То, что гармонический ряд ЭДС не исчерпывается номером $K_g = 48$, на рис. 4, а свидетельствует график при расширенном еще вдвое до $K_g = 96$ числе гармоник.

Значения ЭДС обмотки статора и ее гармонический состав представлены в табл. 1 для режимов ХХ и НН. Здесь максимальное значение $E_{s\ max}$ и амплитуда первой гармоники ЭДС $E_{s,m,1}$ даны в абсолютном измерении, амплитуды высших гармоник – в относительном: $E_{s,m,v}^* = E_{s,m,v} / E_{s,m,1}$. Коэффициенты ряда представлены для его начальной части, а также даны примеры наиболее заметных высших гармоник. В целом, гармонический состав оценивается коэффициентом искажения

$$d_{dist} = E_{s,m,1} \left(\sum_{v=1}^{K_g} E_{s,m,v}^2 \right)^{-0,5} \quad (9)$$

Очевидно, что при переходе от ХХ к НН высшие гармоники становятся более заметными.

Анализ временных функций ЭДС обмотки ротора.

Для получения временных функций МПС и ЭДС обмотки ротора расчеты МП проведены при таком его повороте, чтобы сформировать их в пределах половины периода, т.е. для $T_r/2$. Определено, что для этого общий угол поворота МП статора α_s должен составить 3462° . Очевидно, что такой же шаг поворотов МП $\Delta\alpha_s$, как и для исследования функции ЭДС обмотки статора, не может быть принят. Во-первых, из-за чрезмерного времени расчета, во-вторых, из-за того, что полученное число точек нельзя отобразить графически на экране компьютера даже с высоким уровнем пиксельного разрешения. Поэтому вынужденным было упрощение расчетов – с увеличением шага $\Delta\alpha_s$.

В качестве исходного приемлемого варианта принят шаг поворота МП $\Delta\alpha_s = 7,5^\circ$, что соответствует угловому размеру зубцового шага статора. При этом угол смещения ротора относительно статора $\Delta\alpha_{sr} = s \Delta\alpha_s$ составил $0,195^\circ$, число позиций $K=462$, а общее время расчета – около 9,5 часа.

В главном варианте расчета – в режиме НН – после многопозиционных расчетов МП, формирования функции МПС $\Psi_r(t_k)$ (6) и обработки функций МПС и ЭДС в соответствии с (7), (8) получены результаты, показанные на рис. 5 – рис. 7 и в табл. 2.

На рис. 5 графики функции МПС $\Psi_r(t)$ и ЭДС $E_r(t)$ представлены при учете весьма широкого спектра гармоник до числа $K_g=192$ на фоне графиков их первых гармоник $\Psi_{r1}(t)$ и $E_{r1}(t)$. Здесь и далее вторые полуволны графиков добавлены для наглядности со сменой знака первых полуволн, которые непосредственно рассчитаны. Эти функции соответствуют стержню обмотки ротора под номером 1, указанным на рис. 1.

Очевидно, что в данном случае высшие гармонические составляющие присутствуют уже в функции МПС, а в функции ЭДС они в значительной мере усиливаются по уже отмеченным причинам. А в целом широкий спектр гармонических составляющих представленных величин объясняется неустойчивостью магнитного поля в зубцовой зоне сердечников ТАД, которое при относительно малом зазоре сильно пульсирует при изменении взаимного положения зубцов статора и ротора, что уже выявлено и отражено в [5].

Влияние гармонического состава на временные функции МПС и ЭДС проявляет сопоставление графиков на рис. 5 и рис. 6 при последовательном уменьшении числа учитываемых гармоник вдвое, т.е. на рис. 5 – $K_g=192$, рис. 6, а – $K_g=96$, а на рис. 6, б – $K_g=48$.

Для упрощения графиков далее сравнительный анализ проводится при числе гармоник $K_g=48$.

Таблица 1

| | $E_{s\ max}, \text{ В}$ | $E_{s,m,1}, \text{ В}$ | $E_{s,m,3}^*$ | $E_{s,m,5}^*$ |
|----|-------------------------|------------------------|----------------|----------------|
| ХХ | 296,9 | 311,3 | 0,030 | 0,016 |
| НН | 305,9 | 293,5 | 0,050 | 0,031 |
| | $E_{s,m,7}^*$ | $E_{s,m,9}^*$ | $E_{s,m,11}^*$ | $E_{s,m,36}^*$ |
| ХХ | 0,005 | 0,002 | 0,001 | 0,002 |
| НН | 0,009 | 0,003 | 0,002 | 0,013 |
| | $E_{s,m,42}^*$ | $E_{s,m,46}^*$ | $E_{s,m,71}^*$ | d_{dist} |
| ХХ | 0,001 | 0,002 | - | 0,999 |
| НН | 0,016 | 0,017 | 0,025 | 0,997 |

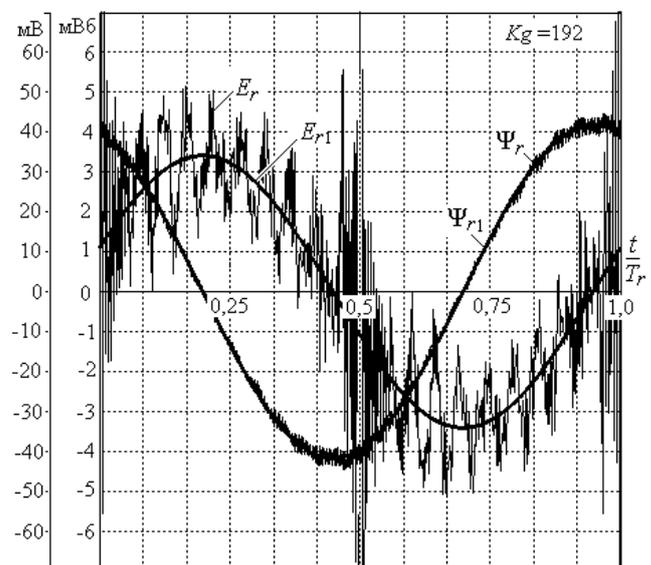


Рис. 5

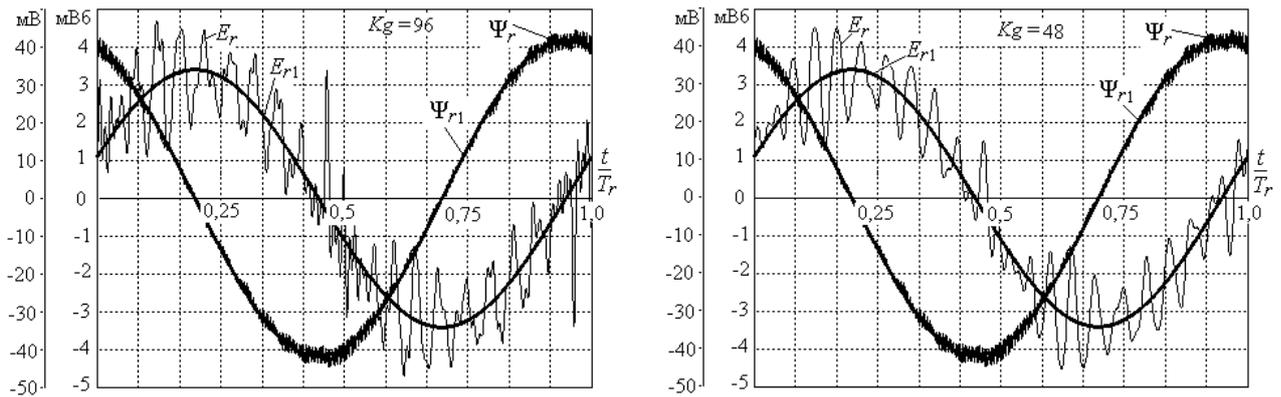


Рис. 6, а, б

На рис. 7 сопоставляются ЭДС двух стержней ротора, которые на рис. 1 с номерами $l(n1)$ и $10(n10)$. Графики этих функций имеют временной фазовый сдвиг, соответствующий пространственному сдвигу стержней по углу. В целом графики временных функций ЭДС разных стержней близки друг к другу по форме и по величине, хотя есть и некоторые локальные различия. Это же подтверждено сравнением аналогичных функций для ряда других стержней обмотки ротора.

Для сравнения с режимом НН ТАД был также проведен анализ временных функций МПС и ЭДС в условных расчетных режимах ХХ. Так на рис. 8 даны графики этих функций первого стержня ротора, полученные в режиме ХХ при вращении ротора со скольжением, как и в режиме НН (чисто расчетный прием). Видно, что и в режиме ХХ есть широкий спектр гармоник ЭДС, что опять же вызвано сложным взаимодействием зубчатых структур ротора и статора, хотя по сравнению с режимом НН (рис. 7) пульсации ЭДС несколько уменьшились, так как нет влияния токов обмотки ротора (3), дискретно распределенных по пазам.

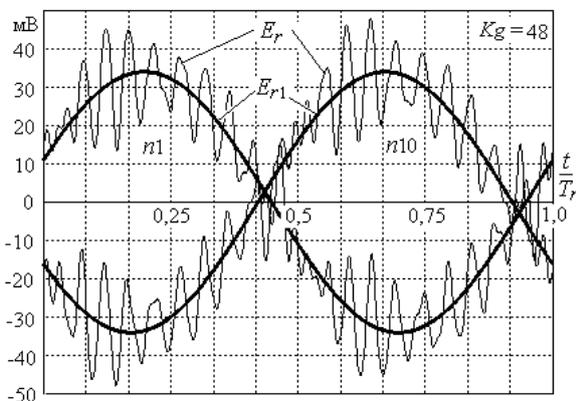


Рис. 7

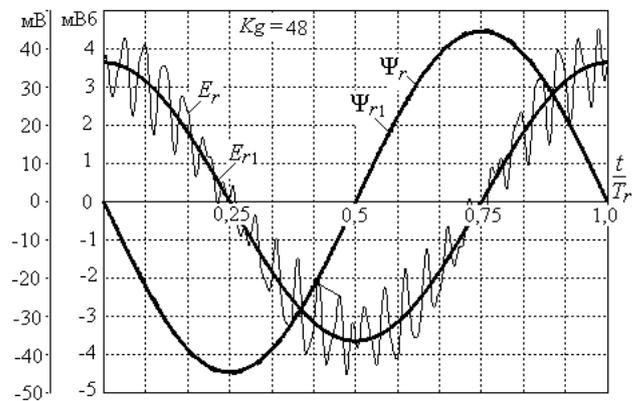


Рис. 8

Еще один расчетный вариант проиллюстрирован на рис. 9, он соответствует также режиму ХХ, но с неподвижным ротором при $s=1$. В этом случае, естественно, значения ЭДС во много раз больше, чем при вращении ротора со скольжением. А вот высшие гармоники практически не проявляются и в функциях МПС, и даже в функциях ЭДС. Это подтверждает то, что проявление широкого спектра гармоник ЭДС в предыдущих вариантах связано с взаимодействием зубчатых структур ротора и статора. При неподвижном роторе фактически произошла трансформация синусоидальной ЭДС между обмотками статора и ротора.

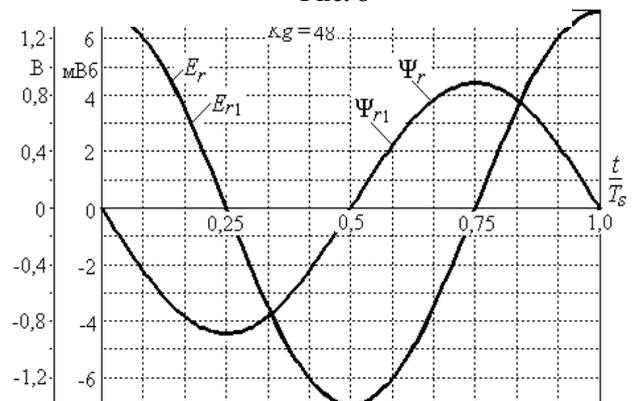


Рис. 9

Таблица 2

| | $E_{r,max}$, мВ | $E_{r,m,1}$, мВ | $E_{r,m,3,*}$ | $E_{r,m,5,*}$ |
|----|------------------|------------------|----------------|----------------|
| XX | 46,02 | 36,5 | 0,028 | 0,018 |
| НН | 146 | 34,1 | 0,039 | 0,026 |
| | $E_{r,m,7,*}$ | $E_{r,m,9,*}$ | $E_{r,m,11,*}$ | $E_{r,m,13,*}$ |
| XX | 0,005 | 0,003 | 0,004 | 0,005 |
| НН | 0,023 | 0,023 | 0,024 | 0,024 |
| | $E_{r,m,19,*}$ | $E_{r,m,21,*}$ | $E_{r,m,25,*}$ | d_{dist} |
| XX | 0,007 | 0,005 | 0,048 | 0,962 |
| НН | 0,102 | 0,231 | 0,102 | 0,785 |

$max=1,38$ В, $E_{r,m,1}=1,40$ В; действующее значение – $E_{r1}=0,99$ В. А вот проявления высших гармоник практически нет, то есть основные из них в диапазоне ν от 3 до 27 составляют $E_{r,m,\nu,*}=0,001-0,01$, поэтому коэффициент искажения $d_{dist}=1,000$ характеризует фактически чистую синусоиду.

Чтобы проверить, как повлияет на временные функции МПС и ЭДС уменьшение шага угловых перемещений МП, были проведены расчеты при шаге $\Delta\alpha_s=1^\circ$. Теперь при вращении МП на каждом двух зубцовых делениях статора получалось по 15 расчетных точек. Однако в связи с упоминавшейся проблемой компьютерного времени при новом шаге получить полупериод функций МПС и ЭДС обмотки ротора не представлялось рациональным. Поэтому расчеты проведены в 365 точках, что соответствовало полному повороту ротора, а по времени – около двух периодов изменения токов статора (2). При таком подходе угловой шаг $\Delta\alpha_{sr}$ смещения ротора относительно статора равен $0,026^\circ$, и этому соответствовал временной шаг $\Delta t=0,1111$ мс, а время расчета – 7 час 35 мин.

Полученная временная функция МПС $\Psi_r(t)$ непосредственно по дискретной функции (6) первого стержня ротора представлена на рис. 10. Эта пульсирующая функция относительно стабильна, что свидетельствует о достаточном числе расчетных точек. Но так как число этих точек не обеспечивает полупериода временной функции, то о ее гармоническом разложении не могло быть речи. Поэтому переход от дискретной функции МПС $\Psi_r(t)$ к аналогичной временной функции ЭДС проводится конечно-разностным методом непосредственно в числовой форме, а именно:

$$E_{r,k} \approx -\frac{\Delta\Psi_r}{\Delta t} = \frac{\Psi_{r,k} - \Psi_{r,k+1}}{\Delta t}, \quad k=1,2,\dots,K-1, \quad (10)$$

где $\Delta\Psi_r$ – конечное изменение МПС стержня ротора на уже определенном временном шаге Δt .

График полученной дискретной временной функции ЭДС $E_r(t)$ также показан на рис. 10. Пульсации этой функции многократно превосходят пульсации МПС, что было отмечено выше. Функция ЭДС является знакопеременной в соответствии с тем, что функция МПС имеет чередующиеся возрастающие и спадающие участки.

Такой же подход, как и для построения функций МПС и ЭДС на рис. 10, применен для них и на полупериоде с использованием данных, полученных ранее на 462 точках и показанных уже на рис. 4 – рис. 9. Соответствующие дискретные функции МПС и ЭДС представлены на рис. 11, который в целом подтверждает то, что проанализировано уже на рис. 10. Но теперь из-за большого временного шага и недостатка расчетных точек пульсирующая относительно гладкая функция МПС превратилась в

Гармонический состав ЭДС в стержне ротора представлен в табл. 2, где смысл обозначений тот же, что и в табл. 1. К этим данным добавим еще примеры наиболее заметных гармоник при XX и $s=0,0261$: в диапазоне ν от 27 до 173 получено $E_{r,m,\nu,*}=0,04-0,1$, в диапазоне ν от 175 до 191 – $E_{r,m,\nu,*}=0,02-0,04$; при НН для ν от 27 до 173 получено $E_{r,m,\nu,*}=0,03-0,1$, от 175 до 191 – $E_{r,m,\nu,*}=0,02-0,25$.

Отметим, что при XX с неподвижным ротором получены значительно большие значения ЭДС, чем в режимах вращения ротора со скольжением, а именно E_r

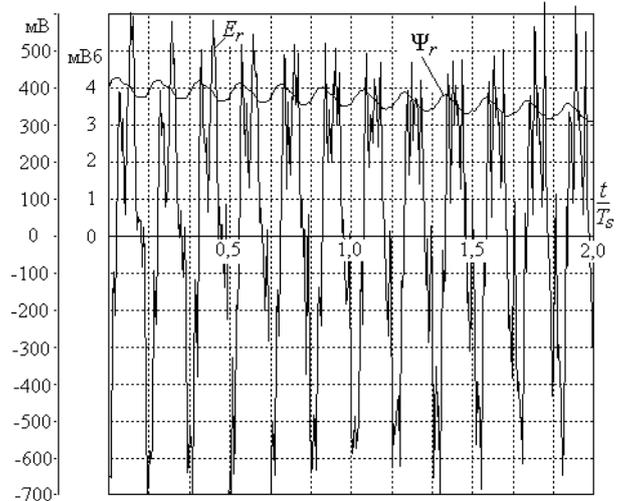


Рис. 10

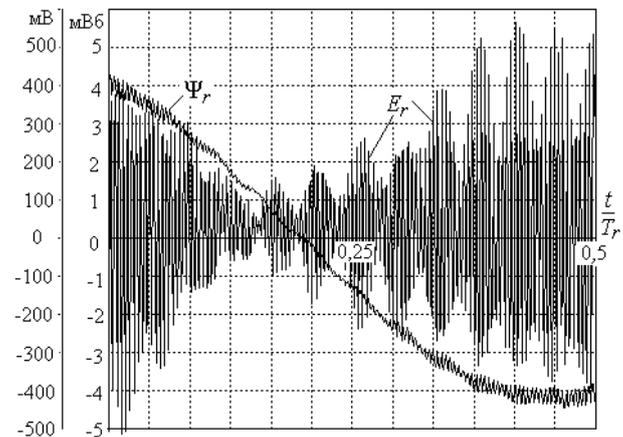


Рис. 11

пилообразную функцию. При наличии полного периода функции ЭДС ее усредняющие значения дали бы график, примерно соответствующий графику первой гармоники на рис. 4.

Выводы.

1. Представленный метод численно-полевого определения временных функций ЭДС в обмотках ТАД, основанный на многопозиционных расчетах вращающихся МП и соответствующих МПС, позволил выявить близость временных функций МПС обмоток к синусоидам и значительное отличие функций ЭДС от синусоид.

2. В режиме ХХ временная функция фазной ЭДС обмотки статора по форме близка к синусоиде, но имеет приплюснутую и несколько гребенчатую вершину из-за насыщения магнитопровода и сложного взаимодействия взаимно перемещающихся зубцово-пазовых структур статора и ротора. В режиме нагрузки эти особенности становятся более выраженными из-за влияния магнитного поля обмотки ротора. Соответственно значительно усиливаются высшие гармоники ЭДС.

3. ЭДС в стержнях короткозамкнутой обмотки ротора содержит высшие временные гармоники, так как форма временных функций этих ЭДС отличается от синусоиды. Она имеет пульсирующий, иногда «хаотический» характер, что объясняется уже упомянутым взаимодействием зубцово-пазовых структур, к которому добавляется влияние дискретной структуры токов стержней ротора. Все это особенно сильно выражено в режиме НН, а в режиме ХХ при вращающемся роторе высшие гармоники ЭДС значительно уменьшаются и форма кривых временных функций ЭДС заметно сглаживается. В режиме ХХ при неподвижном роторе форма рассматриваемых функций ЭДС оказывается близкой к чистой синусоиде – происходит трансформация ЭДС из обмотки статора в обмотку ротора.

4. Результаты расчета временных функций МПС и ЭДС существенно зависят от временного шага, с которым поворачиваются вращающееся МП и его ротор при многопозиционных расчетах.

5. Основным допущением при расчетах является синусоидальная форма временных функций токов в обмотках ТАД. В реальности из-за заметного влияния высших гармоник ЭДС форма функций токов будет отличаться от синусоидальной и иметь в своем составе пульсирующую «гребенку» на фоне основной – первой гармоники. В результате форма временных функций ЭДС в обмотке статора будет сглаженной с тенденцией приближения к синусоиде. В обмотке ротора отмеченных искажений формы ЭДС не избежать ввиду сложного взаимодействия зубцово-пазовых структур.

6. Представленный метод определения временных функций ЭДС в обмотках и разработанное программное обеспечение являются универсальными с точки зрения структуры электромагнитной системы ТАД в рамках их распространенных конструкций, что можно использовать для расширенной базы уточненных исследований электромагнитных процессов в таких двигателях.

1. Копылов И.П., Горяинов Ф.А., Клоков Б.К. Проектирование электрических машин. М.: Юрайт, 2011. 767 с.

2. Милых В.И. Автоматизированное формирование расчетных моделей трехфазных асинхронных двигателей для программной среды FEMM. *Вісник НТУ ХПІ. Серія Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії*. 2017. № 1(1223). С. 3-15.

3. Милых В.И. Численно-полевого анализ силовых действий в трехфазном асинхронном двигателе в статике и динамике. *Електротехнічні та комп'ютерні системи*. 2017. № 25(101). С. 206–215.

4. Милых В.И. Численно-полевого анализ адекватности проектных данных трехфазных асинхронных двигателей и метод их уточнения на этой основе. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 1. С. 47-55.

5. Милых В.И., Шилкова Л.В. Численно-полевого анализ магнитного поля трехфазного асинхронного двигателя в статике и динамике. *Вісник НТУ ХПІ. Серія Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії*. 2016. № 11(1183). С. 80–87.

6. Nur A., Omaç Z., Öksüztepe E. Modelling and analyzing of induction motor using three-dimensional finite element method. 3rd International Symposium on *Innovative Technologies in Engineering and Science*, Valencia, Spain. 2015. P. 456–464.

7. Agamloh E., Cavagnino A., Vaschetto S. Accurate determination of induction machine torque and current versus speed characteristics. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2017. Vol. 53. No 4. P. 3285–3294. DOI <http://doi.org/10.1109/TIA.2017.2675984>.

8. Eshaan Ghosh, Aida Mollaeian, Seog Kim, Jimi Tjong, Narayan C. Kar. DNN based Predictive Magnetic Flux Reference for Harmonic Compensation Control in Magnetically Unbalanced Induction Motor. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2017. Vol. PP. No 99. Pp. 1–6. DOI: <http://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2703624>

9. Finite Element Method Magnetics: OldVersions. FEMM 4.2 11Oct2010 Self-Installing Executable. URL: <http://www.femm.info/wiki/OldVersions/> (accessed 15.06.2017).

10. Gheorghe Madescu, MarĠian MoĠ, Marian Greconici, Marius Biriescu, Daniela Vesa. Performances analysis of an induction motor with stator slot magnetic wedges. *International Conference on Applied and Theoretical Electricity (ICATE)*, 2016. P. 1-7. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICATE.2016.7754641>
11. Ghislain Despret, Michel Hecquet, Vincent Lanfranchi, Mathias Fakam. Skew effect on the radial pressure of induction motor. *Eleventh International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, 2016. P. 1-6. DOI: <http://doi.org/10.1109/EVER.2016.7476383>
12. Van Khang H., Pawlus W., Robbersmyr K.G. Identification of parameters and harmonic losses of a deep-bar induction motor. *Seventh International Conference on Information Science and Technology (ICIST)*, 2017. P. 194-199. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICIST.2017.7926756>
13. Wang L., Chuang E.L., Prokhorov A.V. A comparative study of conventional and high-efficiency induction machines using finite-element analysis and equivalent-circuit analysis. *Industry Applications Society Annual Meeting*, 2015 IEEE. P. 1-8. DOI: <http://doi.org/10.1109/IAS.2015.7356782>
14. Praveen Kumar N., Isha T.B., Balakrishnan P. Radial electro-magnetic field analysis of induction motor under faulty condition using FEM. *Biennial International Conference on Power and Energy Systems: Towards Sustainable Energy (PESTSE)*, 2016. Pp. 1-6. DOI: <http://doi.org/10.1109/PESTSE.2016.7516364>
15. Stanislav Kocman, Tomáš Hrubý, Pavel Pepinka, Adam Neumann. FEM model of asynchronous motor for analysis of its parameters. *ELEKTRO*, IEEE, 2016. Pp. 315-319. DOI: <http://doi.org/10.1109/ELEKTRO.2016.7512088>
16. Yuta Funaki, Norihiro Watanabe, Masanori Nakamura, Isao Hirotsuka, Kazuo Tsuboi, Makoto Yoshida. A study of the effect of the stator tooth shape on the characteristics of three-phase induction motor with concentrated windings. *18th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2015. P. 150-155. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICEMS.2015.7385017>
17. Zhao Haisen, Wang Yilong, Wang Yuhan, Zhan Yang, Xu Guorui. Loss and air-gap force analysis of cage induction motors with non-skewed asymmetrical rotor bars based on FEM. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2017. Vol. 53. No 6. P. 1-4. DOI: <http://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2660762>

УДК 621.313

ЧИСЕЛЬНО-ПОЛЬОВИЙ АНАЛІЗ ЧАСОВИХ ФУНКЦІЙ І ГАРМОНІЙНОГО СКЛАДУ ЕРС В ОБМОТКАХ ТРИФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

В.І. Мілх, докт.техн.наук

**Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут",
вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна. E-mail: mvikemkpi@gmail.com**

Представлено принципи і результати чисельно-польового визначення і гармонійного аналізу ЕРС в обмотках трифазних асинхронних двигунів із короткозамкнутою обмоткою ротора. Це реалізується в динаміці багато-позиційними розрахунками обертового магнітного поля методом скінченних елементів у програмному середовищі FEMM. Розрахунки автоматизовані за допомогою керуючої програми на алгоритмічній мові Lua. Аналіз проводиться для фазної обмотки статора і різних стержнів обмотки ротора в режимі навантаження і штучних режимах неробочого ходу. Для визначення часових функцій ЕРС базовими є аналогічні функції магнітного потокозчеплення, отримувані в дискретній числовій формі. Перехід до ЕРС здійснюється через розкладання визначених функцій у гармонійні ряди, а також у скінченно-різницевої формі. Для апробації представленого методу аналізу ЕРС використовується двигун потужністю 15 кВт. Виявлено складний характер часових функцій ЕРС та їхні широкі гармонійні спектри. Бібл. 17, табл. 2, рис. 11.

Ключові слова: асинхронний двигун, обмотки статора і ротора, магнітне потокозчеплення, ЕРС, чисельно-польові розрахунки, FEMM, часові функції, гармонійний аналіз.

NUMERICAL-FIELD ANALYSIS OF TEMPORAL FUNCTIONS AND HARMONIC COMPOSITION OF EMF IN WINDINGS OF A THREE-PHASE ASYNCHRONOUS MOTOR

V.I. Milykh

**National technical university "Kharkov polytechnic institute",
2, Kyrpychova str., Kharkov, 61002, Ukraine. E-mail: mvikemkpi@gmail.com**

The principles and results of the numerical-field determination and harmonic analysis of EMF in windings of three-phase asynchronous motors with a short-circuited winding of the rotor have presented. This has realized in dynamics by multi-position calculations of the rotating magnetic field with the finite element method by the FEMM software environment. Calculations have automated by the control program in the algorithmic language Lua. The analysis has carried out for the phase winding of the stator and various rods of the rotor winding under load conditions and artificial idle modes. The basic functions to determine the temporal functions of the EMF are analogous functions of magnetic flux linking obtained in discrete numerical form. The transition to EMF has carried out through the expansion of cer-

tain functions into harmonic series and also in finite-difference form. To test the presented method of EMF a 15 kW motor has used analysis. The complex nature of the temporal functions of EMF and their wide harmonic spectra have revealed. References 17, tables 2, figures 11.

Key words: asynchronous motor, stator and rotor windings, magnetic flux linkage, EMF, numerical-field calculations, FEMM, temporal functions, harmonic analysis.

1. Kopylov I.P., Goryainov F.A., Klokov B.K. Design of electrical machines. Moskva: Yurait, 2011. 767 p. (Rus)
2. Milykh V.I. Automated formation of calculation models of a three-phase induction motors for software environment FEMM.. *Bulletin of NTU KhPI. Series Electric machines and electromechanical energy conversion*. 2017. No 1(1223). P. 3–15. (Rus)
3. Milykh V.I. Numerical-field analysis of power actions in a three-phase induction motor in statics and dynamics. *Elektrotekhnichni ta kompiuterni systemy*. 2017. o 25(101). P. 206–215. (Rus)
4. Milykh V.I. Numerically-field analysis of the adequacy of the design data of three-phase induction motors and the method of their refinement on this basis. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 1. P. 47-55. (Rus)
5. Milykh V.I., Shilkova L.V. Numerical-field analysis of the magnetic field of a three-phase induction motor in statics and dynamics. *Bulletin of NTU KhPI. Series Electric machines and electromechanical energy conversion*. 2016. No 11(1183). P. 80–87. (Rus)
6. Nur A., Omac Z., Öksüztepe E. Modelling and analyzing of induction motor using three-dimensional finite element method. 3rd International Symposium on *Innovative Technologies in Engineering and Science*, Valencia, Spain, 2015. P.456–464.
7. Agamloh E., Cavagnino A., Vaschetto S. Accurate determination of induction machine torque and current versus speed characteristics. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2017. Vol. 53. No 4. P. 3285-3294. DOI <http://doi.org/10.1109/TIA.2017.2675984>
8. Eshaan Ghosh, Aida Mollaeian, Seog Kim, Jimi Tjong, Narayan C. Kar. DNN based Predictive Magnetic Flux Reference for Harmonic Compensation Control in Magnetically Unbalanced Induction Motor. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2017. Vol. PP. No. 99. P. 1–6. DOI: <http://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2703624>
9. Finite Element Method Magnetics : OldVersions. FEMM 4.2 11Oct2010 Self-Installing Executable. URL: <http://www.femm.info/wiki/OldVersions> .
10. Gheorghe Madescu, MarGian MoG, Marian Greconici, Marius Biriescu, Daniela Vesa. Performances analysis of an induction motor with stator slot magnetic wedges. International Conference on *Applied and Theoretical Electricity (ICATE)*, 2016. P. 1-7. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICATE.2016.7754641>
11. Ghislain Despret, Michel Hecquet, Vincent Lanfranchi, Mathias Fakam. Skew effect on the radial pressure of induction motor. Eleventh International Conference on *Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, 2016. P. 1-6. DOI: 10.1109/EVER.2016.7476383
12. Van Khang H., Pawlus W., Robbersmyr K.G. Identification of parameters and harmonic losses of a deep-bar induction motor. Seventh International Conference on *Information Science and Technology (ICIST)*, 2017. P. 194-199. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICIST.2017.7926756>
13. Wang L., Chuang E. L., Prokhorov A.V. A comparative study of conventional and high-efficiency induction machines using finite-element analysis and equivalent-circuit analysis. *Industry Applications Society Annual Meeting*, 2015 IEEE. P. 1-8. DOI: <http://doi.org/10.1109/IAS.2015.7356782>
14. Praveen Kumar N, Isha T.B., Balakrishnan P. Radial electro-magnetic field analysis of induction motor under faulty condition using FEM. Biennial International Conference on *Power and Energy Systems: Towards Sustainable Energy (PESTSE)*, 2016. P. 1-6. DOI: <http://doi.org/10.1109/PESTSE.2016.7516364>
15. Stanislav Kocman, Tomáš Hrubý, Pavel Peřinka, Adam Neumann. FEM model of asynchronous motor for analysis of its parameters. *ELEKTRO. IEEE*, 2016. P. 315-319. DOI: <http://doi.org/10.1109/ELEKTRO.2016.7512088>
16. Yuta Funaki, Norihiro Watanabe, Masanori Nakamura, Isao Hirotsuka, Kazuo Tsuboi, Makoto Yoshida. A study of the effect of the stator tooth shape on the characteristics of three-phase induction motor with concentrated windings. 18th International Conference on *Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2015. P. 150-155. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICEMS.2015.7385017>
17. Zhao Haisen, Wang Yilong, Wang Yuhan, Zhan Yang, Xu Guorui. Loss and air-gap force analysis of cage induction motors with non-skewed asymmetrical rotor bars based on FEM. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2017. Vol. 53. No 6. P. 1-4. DOI: <http://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2660762>

Надійшла 28.07.2017
Остаточний варіант 16.01.2018