ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ИНДУКЦИОННОЙ ПЛАВКИ МЕДНОГО ШАБЛОНА С УЧЕТОМ КОНСТРУКЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ УСТАНОВКИ

В.М. Золотарёв², докт.техн.наук, **М.А. Щерба¹**, канд.техн.наук, **В.В. Золотарёв**², канд.техн.наук, **Р.В. Белянин**²

^{1 -} Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина, e-mail: m.shcherba@gmail.com

² - ПАО "Завод "Южкабель",

ул. Автогенная, 7, Харьков, 61099, Украина, e-mail: zavod@yuzhcable.com.ua

Разработана трехмерная математическая модель и выполнен анализ неоднородного распределения магнитного и температурного полей в футерованном индукторе плавильно-раздаточной печи для плавки меди и в медном шаблоне. Анализ проводился с учетом сложной геометрии индуктора (характерные размеры элементов которого существенно отличаются), нелинейной зависимости удельной электропроводности меди от температуры, ферромагнитных свойств стального сердечника магнитопровода и наличия водного охлаждения медных ишн индуктора и его корпуса, а также температуры и массопереноса жидкости. Рассмотрен долговременный процесс плавления медного шаблона длительностью 18 часов при нестационарном питании индуктора. Определены локальные области наибольших температур и градиентов температуры в футеровке индуктора и их изменение во времени для анализа надежности и ресурса плавильно-раздаточной печи. Библ. 18, рис. 7.

Ключевые слова: индукционный нагрев, связанные электромагнитные и тепловые процессы, трехмерное математическое моделирование, нелинейные свойства.

Математическое моделирование и анализ процессов, возникающих при индукционной плавке металлов, является мощным инструментом для разработки и усовершенствования промышленного оборудования, диагностики и оптимизации технологических процессов, а также контроля и предотвращения возможных аварийных режимов [2, 14, 15]. Реальные системы индукционного нагрева имеют сложную трехмерную геометрию, нелинейные физические свойства, а протекающие в них процессы – динамические. Ранее моделировать такие системы без принятия допущений, представления трехмерной геометрии набором двумерных или осесимметричных проекций, линеаризации физических свойств не представлялось возможным [9, 10, 12]. Даже учитывая интенсивное развитие численных методов и появление мощных инженерных программных продуктов в настоящее время, задачи расчета процессов в системах индукционного нагрева являются задачами повышенной сложности, и поиск их решения связан с большими математическими трудностями.

В данной работе рассчитываются процессы в индукционных канальных печах для производства медной катанки на примере плавильно-раздаточной печи фирмы UPCAST [18], используемой на ПАО "Завод "Южкабель" (г. Харьков). Решаются взаимосвязанные электромагнитная и тепловая задачи, в которых учитывается: 1) сложная трехмерная геометрия индуктора печи, 2) нелинейные зависимости удельной электропроводности меди и теплопроводности материалов от температуры, 3) ферромагнитные свойства стального сердечника и 4) массоперенос и температура воды в рубашках охлаждении медных шин индуктора и его корпуса.

Совместные научные исследования Института электродинамики НАН Украины и ПАО "Завод "Южкабель" [3–5] направлены на решение научно-технических задач: импортозамещение комплектующих печи при плановой замене ее футеровки, продление срока службы печи, а также диагностика её состояния для предотвращения внеплановых остановок. Решение поставленных задач обеспечит экономию денежных ресурсов, что особо актуально при повышении цен на энергоносители, и внесет вклад в улучшение украинской экономики путем развития отечественной промышленности.

Цель данной работы – проведение трехмерного моделирования и анализа распределения магнитного и теплового полей в футерованном индукторе плавильно-раздаточной печи при долговременном нагреве и плавлении медного шаблона с учетом сложной геометрии системы и нелинейных свойств материалов.

[©] Золотарев В.М., Щерба М.А., Золотарев В.В., Белянин Р.В., 2017

Для достижения поставленной цели наиболее подходящим является использование численного метода конечных элементов [8, 16, 17], который позволяет рассчитывать объекты практически произвольной геометрии; рассматривать объекты, состоящие из множества материалов с разными свойствами; оперировать разноразмерными элементами с измельчением сетки в областях интереса и ее укрупнением в областях малых градиентов расчетных величин.

Однако, поскольку поставленная задача является трехмерной, нелинейной и мультифизической с сильными взаимными связями подзадач, то ее решение связано с преодолением неизбежных математических трудностей. Основной проблемой является обеспечение устойчивой сходимости математического решателя. Сходимость разностной схемы может требовать чрезмерных вычислительных ресурсов (больших, чем у современных персональных компьютеров), быть слишком медленной (расчетное время превышает сутки, неделю и т.д.) или отсутствовать в принципе. Причинами могут быть: 1) недопустимый или неоптимальный выбор алгоритма решателя или его части, 2) некорректные в физическом или математическом смысле начальные или граничные условия, 3) слишком далекое первичное приближение расчетных величин от искомого решения, 4) неоптимальная (как слишком крупная, так и слишком мелкая) сетка конечных элементов, 5) сингулярности вблизи острых углов геометрии, 6) накопление расчетных ошибок при множестве итераций решателя и др. Устранение всех перечисленных выше причин и обеспечение устойчивой сходимости решателя математической модели футерованного индуктора плавильно-раздаточной печи являлось первичной подзадачей, от решения которой зависело получение результатов моделирования и их дальнейший анализ.

Построение математической модели. Конструктивно индукционная плавильно-раздаточная печь, в частности печь UPCAST, состоит из футерованной кирпичом ванны, в которой находится основная масса расплавленного металла и футерованного огнеупорной смесью индуктора (рис. 1), расположенного под ванной и предназначенного для разогрева расплава [18]. Стальной корпус индуктора 1 имеет два отверстия, в которые вставлены полые цилиндры с рубашкой водного охлаждения 2. По изменению температуры проточной воды проводится диагностика целостности футеровки и отсутствия утечек жидкого металла к стенкам корпуса. В цилиндры устанавливается стальной магнитопровод 3 с двумя медными шинами 4 также со встроенными трубками водного охлаждения. Корпус индуктора заполнен футеровочной смесью 5, в которую помещается медный шаблон 6, так, что магнитопровод и медные шины проходит через отверстия шаблона. При первичном пуске индуктор непрерывно разогревает шаблон, образуя канал расплавленного металла под ванной, а параллельно в результате теплообмена футеровочная смесь спекается.



В программном пакете Comsol Multiphysics [8] построена трехмерная модель (рис. 1, δ), по всем размерам соответствующая инженерным чертежам реального индуктора (фото на рис. 1, a), используемого на ПАО "Завод "Южкабель". Одним из наиболее ресурсоемких элементов являются медные шины (две катушки индуктивности, навитые в два слоя каждая) и на первом этапе исследований их геометрия конструировалась в явном виде, но впоследствии задавалась виртуально, то есть строилась внутри математического решателя, что существенно экономило вычислительные ресурсы.

По физической постановке задача индукционного нагрева металла состоит из электромагнитной и тепловой задач с сильными взаимными связями [2, 13].

Электромагнитная задача. Ток, протекающий в шинах, создает поток магнитного поля в магнитопроводе, который наводит вихревые токи в шаблоне. При протекании этих токов в шаблоне выделяется джоулево тепло, разогревая его. Для расчета распределения магнитного поля и плотности токов решается система уравнений Максвелла [15] относительно векторного потенциала *А*

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}, \qquad \boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}, \qquad (1, 2)$$

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{\sigma}(T)\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J}_{ext}, \qquad \boldsymbol{E} = -\operatorname{grad} \boldsymbol{\varphi} - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}, \qquad (3, 4)$$

где B, H, E – векторы магнитной индукции, напряженности магнитного и электрического полей, J, J_{ext} – векторы плотности полного тока и тока в шинах индуктора, φ – скалярный электрический потенциал, $\sigma(T)$ – удельная электропроводность меди, которая является функцией температуры T и описывается следующим выражением:

$$\sigma(T) = \frac{1}{\rho_0 (1 + \alpha (T - T_{ref}))},$$
(5)

где $\rho_0 = 1,72 \cdot 10^{-8}$ Ом·м – удельное сопротивление меди, $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-8}$ К⁻¹ – ее температурный коэффициент сопротивления, $T_{ref} = 273,15$ °К – эталонная температура.

Поскольку форма плавильного канала вокруг каждого из двух стержней магнитопровода с шиной близкая к цилиндрической, то распределение скалярного электрического потенциала близкое к однородному и в дальнейшем членом grad φ в уравнении (4) можно пренебречь. В общем виде ферромагнитные свойства магнитопровода (нелинейная зависимость *H* от *B*) описываются согласно кривой намагничивания

$$\boldsymbol{H} = f(B)\frac{\boldsymbol{B}}{B}.$$
 (6)

Результирующее уравнение из системы уравнений (1)-(6) относительно векторного потенциала *А* имеет вид

$$\operatorname{rot}\left[f(|\operatorname{rot} A|)\frac{\operatorname{rot} A}{|\operatorname{rot} A|}\right] + \sigma(T)\frac{\partial A}{\partial t} - \boldsymbol{J}_{ext} = 0.$$
(7)

На клеммы шин подается синусоидальное напряжение частотой 50 Гц. Поскольку масштабы электромагнитных и тепловых процессов на временной оси существенно отличаются, то для решения взаимосвязанной задачи электромагнитная подзадача решается в частотной области в приближении синусоидальности расчетных функций, а тепловая подзадача – во временной. Используется амплитудное значение относительной магнитной проницаемости μ_r стали на основной гармонике, что дает возможность применить метод комплексных амплитуд.

Для различных элементов индуктора уравнение (7) модифицируется в систему уравнений относительно вектора \dot{A} , решения которых сшиваются на границах раздела элементов

$$\operatorname{rot}\left[\frac{1}{\mu_{0}}\operatorname{rot}\dot{A}\right] + j\omega\sigma(T)\dot{A} = 0 - для медного шаблона,$$
(8)

$$\operatorname{rot}\left[\frac{1}{\mu_{0}}\operatorname{rot}\dot{A}\right] - \boldsymbol{J}_{ext} = 0 - для медных шин индуктора,$$
(9)

$$\operatorname{rot}\left[\frac{1}{\mu_{0}\mu_{r}}\operatorname{rot}\dot{A}\right] = 0 - для \operatorname{стального} \operatorname{сердечника},\tag{10}$$

$$\operatorname{rot}\left[\frac{1}{\mu_{0}}\operatorname{rot}\dot{A}\right] = 0$$
 – для футеровочной смеси стального корпуса, водного охлаждения и окружающего воздуха. (11)

Уравнения (8)–(11) дополнялись условиями на границах расчетной области и на границах соединения разных элементов индукционной печи. На границах расчетной области задавалось условие магнитной изоляции (условие Дирихле)

$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{A} = \boldsymbol{0} \,. \tag{12}$$

Тепловая задача. Вихревые токи, наводимые в медном шаблоне, разогревают его, а шаблон при непосредственном контакте передает тепло футеровке индуктора. Для расчета распределения тепла в объеме шаблона и индуктора решалось уравнение теплового баланса в расчетном объеме относительно температуры *T* [1, 15]

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} q = Q, \qquad q = -k \operatorname{grad} T, \qquad (13, 14)$$

где ρ , C_p , k – плотность, теплоемкость и теплопроводность материала, q – поток тепла за счет теплопроводности, $Q = Q_{eddy} + Q_{water}$ – дополнительные источники тепла, включающие нагрев шаблона вихревыми токами Q_{eddy} и охлаждение шин и футеровки при протекания воды через трубки Q_{water} .

Уравнение для расчета температурного поля в объеме футерованного индуктора имеет вид

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - k \Delta T = Q_{eddy} + Q_{water} \,. \tag{15}$$

Уравнение (15) дополняется условиями на границах расчетной области, на границе корпусвоздух и на границах соприкосновения различных материалов внутри индукционной печи. Для уменьшения теплопотерь внутренние стенки корпуса индуктора покрыты термоизоляционным материалом, а температура на корпусе в процессе работы не превышает 80 °C. Поверхность расплава металла покрыта слоем чешуйчатого графита, температура на поверхности которого также не превышает 80 °C. Исходя из температурных диапазонов, основной отвод тепла через воздух будет иметь конвективный характер, а не характер теплового излучения. Поэтому отвод тепла от корпуса индуктора через окружающий воздух определялся согласно заданному коэффициенту теплоотдачи h и уравнению для конвективного отвода

$$-k\frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_{ext}), \qquad (16)$$

где *T_{ext}* – температура окружающей среды, *n* – вектор нормали к внешней границе.

Теплообмен на внутренних границах соприкосновения материалов индуктора происходит посредством теплопроводности. Отвод тепла от медных шин и футеровки индуктора вблизи цилиндрических отверстий корпуса через трубки с проточной водой определялся через теплопроводность с помощью уравнения источника тепла Q_{water} с учетом теплоемкости воды, ее температуры и потока массы воды через сечение в единицу времени

$$Q_{water} = M_t C_p (T_{in} - T) / V, \qquad (17)$$

где M_t – расход воды в килограммах, проходящий через поперечное сечение трубки охлаждения в единицу времени, T_{in} – температура поступающей воды, V – внутренний объем трубок охлаждения.

В общем случае плотность, теплоемкость и теплопроводность воды, воздуха и других используемых материалов являются функциями от температуры *T*: $\rho_{water}(T)$, $\rho_{air}(T)$, $C_{p \ water}(T)$, $C_{p \ air}(T)$, $k_{water}(T)$, $k_{air}(T)$. Зависимости можно задавать в модели аппроксимированными функциями или таблицами с поточечными данными, однако ввиду небольшого изменения диапазона температур этих величин (температура воды изменяется от 0 до 30°С, температура корпуса индуктора и окружающего воздуха от 0 до 80 °С) для экономии вычислительных ресурсов целесообразно их задать константами. Такое приближение оставляет полученные решения в пределах допустимых значений погрешности.

Мультифизическое объединение задач. Мультифизическая связь между задачами расчета распределений магнитного и теплового полей реализуется благодаря использованию в качестве источника тепла в тепловой задаче вихревых токов, наведенных магнитным полем и определяемых при решении электромагнитной задачи

$$Q_{eddy} = \dot{\boldsymbol{E}} \cdot \boldsymbol{J}^* = \omega^2 \sigma(T) \dot{\boldsymbol{A}} \boldsymbol{A}^* \,. \tag{18}$$

Окончательное уравнение для расчета температурного поля с учетом мультифизического объединения расчетных задач имеет вид

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - k \Delta T = \omega^2 \sigma(T) \dot{A} A^* + \frac{M_t C_p(T_{in} - T)}{V}.$$
⁽¹⁹⁾

Решения системы дифференциальных уравнений в частных производных (8)–(11) и (19) находятся методом конечных элементов в программном пакете Comsol Multiphysics. Пространственная дискретизация расчетного объема, включающего элементы индукционной печи и окружающий воздух, проводилась сеткой тетраэдров, шестигранников, призм и пирамид на 200 000 конечных элементов. Дискретизация интервала в 18 часов при первичном пуске индуктора и плавлении медного шаблона осуществлялась с помощью 216-ти точек на временной оси, т.е. на отрезки по 5 мин.

Результаты компьютерного моделирования. Особенностью индукционных печей, в частности печи UPCAST, является ее непрерывная работа, при которой важно обеспечить выравнивание температуры в объеме жидкого металла в процессе его нагрева и магнитогидродинамического (МГД)

перемешивания, а также выравнивание температуры и градиентов температуры в футеровке индуктора и печи. В противном случае в футеровке могут образовываться трещины и полости, которые будут заполняться расплавленным металлом, т.е. будет изменяться геометрия объема жидкой меди (канала индуктора) и футеровки. В результате металл будет загрязняться футеровкой, качество медной катанки ухудшится, а технико-экономические характеристики и ресурс индукционной печи уменьшатся. Значительные утечки металла в футеровку индуктора неизменно приведут к аварийной ситуации, его полной остановке и необходимости дорогостоящей (около 70 000 евро) перефутеровки для повторного запуска [1].

Поэтому одной из главных практических задач при реализации любых технологических режимов изготовления медной катанки или поддержания температуры печи является необходимость минимизировать в локальных областях футеровки максимальные значения температуры, ее градиенты и размеры таких областей высоких температур. Наиболее сложно удовлетворить указанные требования при первичных пусках индуктора, когда при плавлении медного шаблона его температура и температура близлежащих областей футеровки непрерывно возрастает от 100 до 1230 °C в течение 18 часов. Поэтому особое внимание необходимо уделить исследованиям взаимосвязанных электрических и тепловых процессов, возникающих при первичных пусках индуктора.

Моделировался процесс первичного пуска индуктора печи. Для недопущения всплесков жидкого металла, а также растрескивания футеровки и утечек жидкого металла разогрев проводился в соответствии с техническим протоколом, регламентирующим изменение температурного и временного диапазонов. Протокол нагрева шаблона предусматривает рост его температуры на 20 °C каждые 15 минут с выдерживанием двух стабилизационных периодов длительностью 2 часа каждый, когда температура шаблона поддерживается постоянной на уровнях 700 и 900 °C соответственно (см. рис. 2). Таким образом, непрерывный процесс нагрева длится 18 часов.



Для реализации указанного режима нагрева мощность источника питания регулируется от 14 до 80 кВт, а ток I_{ext} в шинах индуктора изменяется от 700 до 1050 А. На рис. 3 точками показаны значения тока I_{ext} в процессе индукционного нагрева шаблона, измеренные на ПАО "Завод "Южкабель", а сплошная линия соответствует результатам численного эксперимента на разработанной математической модели. Можно выделить четыре ступеньки тока I_{ext} высотой 700, 800, 880 и 1050 А. По результатам моделирования определены значения величин магнитной индукции **B**, плотности полного тока J_{total} , температуры T и градиента температуры Γ_T в каждой из вершин каждого из 200 000 тетраэдров во все 216 моментов времени.

Результаты решения электромагнитной части задачи показаны на рис. 4, где для конечного момента нагрева $t_{fin} = 18$ ч показано: *a*) – стрелочная диаграмма, указывающая величину и направление вектора плотности тока в медных шинах и медном шаблоне, δ) – распределение величин плотности тока *J*_{total} и *в*) – магнитной индукции *B* по поперечному сечению футерованного индуктора. Тонирование соответствует шкале на рис. 4, δ и *в* справа.

Результаты решения тепловой части задачи показаны на рис. 5. На рис. 4, a для конечного момента нагрева $t_{fin} = 18$ ч показано распределение температуры T в расчетном объеме, включающем шаблон, индуктор и окружающий воздух.



Тонированные области соответствуют шкале на рис. 5, *a* справа. Для удобства анализа результатов на рис. 5, *б*, *в* и *г* показано распределение температуры *T* отдельно для медного шаблона, объема футеровки индуктора и корпуса индуктора соответственно. Подразумевая, что расчеты проводятся во всех элементах индуктора одновременно, их взаимное влияние определяется граничными условиями, а визуализация результатов на рис. 5, *б*, *в* и *г* – лишь для наглядности.



Таким образом, температура медного шаблона изменяется согласно зависимости на рис. 2 на 20 градусов каждые 15 минут с двумя релаксационными паузами длительностью по 2 часа. При температуре 1083 °С медный шаблон плавится и далее нагревается до 1230 °С. В то же время футеровочная смесь, которой заполнен корпус индуктора, спекается, образуя твердую среду вокруг медного шаблона, препятствуя утечкам жидкого металла. Основными характеристиками, позволяющими оценить текущее состояние и дающими возможность прогнозировать ресурс индукционной печи, являются распределение в пространстве футеровки температуры T и градиента температуры Γ_T .

Изменение температуры T по линии сечения через центр индуктора и шаблона (см. рис. 6, e) для четырех моментов времени нагрева: $t_1 = 15$ мин, $t_2 = 5$ ч, $t_3 = 11$ ч и $t_4 = = 17$ ч после пуска индуктора показано на рис. 6, a. Три "полочки" максимальной температуры T соответствуют температуре медного шаблона. Из-за высокой теплопроводности меди распределение температуры шаблона практически однородно. Минимальные значения T_{min} наблюдаются на стальном корпусе индуктора. В процессе первичного разогрева T_{min} возрастает от температуры окружающей среды (0–20 °C в зависимости от времени года) до 80 °C при поддержании расплава меди. На рис. 6, a видно, что температура футеровки возле шаблона неизменно возрастает, кроме того, возрастает объем футеровки с повышенной температурой.





Изменение величины градиента температуры Γ_T по той же линии сечения для аналогичных моментов времени: t_1 = 15 мин, t_2 = 5 ч, t_3 = 11 ч и t_4 = 17 ч после пуска индуктора показано на рис. 6, б. Из-за высокой теплопроводности меди наблюдаются три "полочки" минимального градиента Γ_T в медном шаблоне. Максимальные же градиенты наблюдаются возле шаблона и для момента времени t_4 достигают значения 13000 °С/м или 130 °С/см.

На рис. 7 показано изменение величины Γ_T во времени в трех контрольных точках футеровки на расстоянии 1, 5 и 10 см от медного шаблона – кривые *1, 2* и *3* соответственно. На кривой *1* видно уменьшение градиентов во время релаксационных пауз. Так, если во время первой паузы Γ_T уменьшается на 100 °C/см, то во время второй – уже на 250 °C/см. Контроль изменения градиентов во времени может быть критерием для корректировки технологических режимов нагрева меди и, как следствие, продления долговечности печи. В дальнейшем планируется провести моделирование возможных аварийных ситуаций, связанных с утечками жидкой меди из канала индуктора в трещины футеровки. Сопоставление изотерм в объеме индуктора в нормальном и различных аварийных режимах работы печи может служить для разработки системы диагностики ее работы.

Для этого целесообразно создать программный продукт, который, обрабатывая данные по распределению температуры на поверхности металла корпуса индуктора и воды в рубашках охлаждения, демонстрирует оператору распределение изотерм по объему футеровки и анализирует режим работы печи на наличие аварийных ситуаций и степени их опасности. Такая программа необходима для моделирования и отслеживания недопустимых и аварийных режимов работы печи, оптимизации режимов нагрева шаблона при первичном пуске индуктора, диагностики микрообъемов повышенных температур и градиентов температур в футеровке печи.

Выводы. Разработана трехмерная математическая модель и выполнен анализ распределения электромагнитного и температурного полей в футерованном индукторе плавильно-раздаточной печи для плавки меди и в медном шаблоне. Учитывая сложную трехмерную геометрию индуктора, зависимость удельной проводимости меди от температуры, ферромагнитные свойства магнитопровода и наличие водного охлаждения шин и корпуса индуктора, рассмотрен процесс непрерывного нагрева и плавления медного шаблона длительностью 18 часов.

Проведен сравнительный анализ распределения плотности вихревых токов в шаблоне при различной мощности индуктора и конфигурации его шин. Определено оптимальное количество витков и нестационарный режим питания индуктора для достижения необходимого распределения вихревых токов. Выявлены локальные области наибольших темпе-

ратур и градиентов температуры в футеровке индуктора и их изменение во времени. Для эффективной и длительной работы печи обеспечены две стабилизационные паузы поддержания постоянной температуры шаблона для прогревания футеровки индуктора и уменьшения ее градиентов.

Контроль распределения температуры T и ее градиента Γ_T может служить критерием для диагностики работы печи и оценки ее ресурса. Сопоставляя данные измерения температуры в разных точках корпуса индуктора с изотермами на поверхности корпуса, полученными при моделировании, можно диагностировать состояние канала индуктора, прогнозировать возможные отклонения, связанные с утечками жидкого металла в трещины футеровки, и прогнозировать как дальнейший ресурс индуктора, так и необходимость его замены.

1. Золотарев В.М., Белянин Р.В., Подольцев А.Д. Анализ электромагнитных процессов в индукционной канальной печи, используемой в кабельной промышленности // Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. – 2016. – Вип. 44. – С. 110–115.

2. Щерба А.А., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н., Ушаков В.И. Компьютерное моделирование электротепловых процессов и термомеханических напряжений при индукционном нагреве движущихся медных слитков // Техн. електродинаміка. – 2013. – № 2. – С. 10–18.

3. *Щерба М.А.* Закономерности распределения электрического поля в диэлектрической среде при изменении размеров и формы проводящих включений // Техн. електродинаміка. – 2012. – № 2. – С. 19–20.

4. Щерба М.А. Особенности локальных усилений электрического поля проводящими включениями в нелинейной полимерной изоляции // Техн. електродинаміка. – 2015. – № 2. – С. 16–23.

5. Щерба М.А., Подольцев А.Д. Распределение электрического поля и плотности тока возле водных включений полимерной изоляции высоковольтных кабелей с учетом ее нелинейных свойств // Технічна електродинаміка. – 2016. – № 1. – С. 11–19.

6. Baake E., Nacke B., Bernier F., Vogt M. Experimental and numerical investigations of the temperature field and melt flow in the induction furnace with cold crucible // Intern. J. for computation and mathematics in electrical and electronic engineering COMPEL. – 2003. – Vol. 22(1). – Pp. 88–97.

7. Bay F., Labbé V., Favennec Y. A numerical model for induction heating processes coupling electro-magnetism and thermomechanics // Intern. J. for Numerical Methods in Engineering. – 2003. – Vol. 58(6). – Pp. 839–867.

8. Bermúdez A., Gómez D., Muñiz M.C., Salgado P., Vázquez R. Numerical simulation of a thermoelectromagneto-hydrodynamic problem in an induction heating furnace // Applied Numerical Mathematics. – 2009. – Vol. 59(9). – Pp. 2082–2104.

9. Bermúdez A., Gómez D., Muñiz M.C., Salgado P. Transient numerical simulation of a thermoelectrical problem in cylindrical induction heating furnaces // Advances in computational mathematics. – 2007. – Vol. 26(1-3). – Pp. 39–62.

10. Chaboudez C., Clain S., Glardon R., Mari D. Numerical modeling in induction heating for axisymmetric geometries // IEEE Trans. on Magnetics. – 1997. – Vol. 33(1). – Pp. 739–745.

11. Comsol Multiphysics, https://www.comsol.com/., Comsol Inc., Burlington, MA, USA, 2017.

12. *Ghojel J.I., Ibrahim R.N.* Computer simulation of the thermal regime of double-loop channel induction furnaces // J. of materials processing technology. – 2004. – Vol. 153. – Pp. 386–391.

13. Lucía O., Maussion P., Dede E.J. Induction heating technology and its applications: past developments, current technology, and future challenges // IEEE Trans. on Industrial Electronics. – 2014. – Vol. 61.5. – Pp. 2509–2520.

14. Rapoport E., Pleshivtseva Yu. Optimal control of induction heating processes. - CRC Press, 2006.

15. Rudnev V., Loveless D., Cook R.L., Black M. Handbook of induction heating. – CRC Press, 2002.

16. Ter Maten E.J.W., Melissen J.B.M. Simulation of inductive heating // IEEE Trans. on Magnetics. – 1992. – Vol. 28.2. – Pp. 1287–1290.

17. Umbrashko A., Baake E., Nacke B., Jakovics A. Modeling of the turbulent flow in induction furnaces // Metallurgical and Materials Trans. – 2006. – Vol. 37(5). – Pp. 831–838.

18. UPCAST, http://www.upcast.com/, Finland.

УДК 621.365.5

ТРИВИМІРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ТА ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ІНДУКЦІЙНОЇ ПЛАВКИ МІДНОГО ШАБЛОНУ З УРАХУВАННЯМ КОНСТРУКЦІЇ ЕЛЕМЕНТІВ УСТАНОВКИ В.М. Золотарьов², докт. техн. наук, М.А. Щерба¹, канд. техн. наук, В.В. Золотарьов², канд. техн. наук, Р.В. Білянін²

в.м. золотарьов, доктлехн.наук, м.А. щероа, кандлехн.наук, в.в. золотарьов, кандлехн.наук, . ^{1⁻} Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: m.shcherba@gmail.com

²⁻ПАТ "Завод "Южкабель",

вул. Автогенна, 7, Харків, 61099, Україна, e-mail: zavod@yuzhcable.com.ua

Розроблено тривимірну математичну модель і виконано аналіз неоднорідного розподілу магнітного і температурного полів у футерованому індукторі плавильно-роздавальної печі для плавки міді та мідному шаблоні. Аналіз проводився з урахуванням складної геометрії індуктора (характерні розміри елементів якого істотно відрізняються), нелінійної залежності питомої електропровідності міді від температури; феромагнітних властивостей сталевого осердя магнітопроводу та наявності водного охолодження котушок і корпусу індуктора, враховуючи температуру і масоперенос рідини. Розглянуто довготривалий процес плавлення мідного шаблону тривалістю 18 годин при нестаціонарному живленні індуктора. Визначено локальні області максимальних температур і градієнтів температури в футеровці індуктора та їхню зміну в часі для аналізу надійності і ресурсу плавильно-роздавальної печі. Бібл. 18, рис. 7. *Ключові слова:* індукційний нагрів, взаємопов'язані електромагнітні та теплові процеси, нелінійні властивості, тривимірне математичне моделювання.

THREE-DIMENSIONAL MODELING OF ELECTROMAGNETIC AND THERMAL PROCESSES OF INDUCTION MELTING OF COPPER TEMPLATE WITH ACCOUNTING OF INSTALLATION ELEMENTS DESIGN

V.M. Zolotarev², M.A. Shcherba¹, V.V. Zolotarev², R.V. Belyanin²

^{1–}Institute of Electrodynamics of the National Academy of Science of Ukraine,

pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: m.shcherba@gmail.com

^{2 -} PJSC "Yuzhcable Works", Avtogennaia st., 7, Kharkov, 61099, Ukraine, e-mail: zavod@yuzhcable.com.ua

A three-dimensional mathematical model has been developed and an analysis of inhomogeneous distribution of magnetic and temperature fields have been made in the lined inductor of melting-holding furnace for copper melting and in the copper template. The analysis was done considering a complex geometry of the inductor (which typical dimensions of the elements differ significantly), nonlinear dependence of the copper conductivity on temperature, ferromagnetic properties of a steel magnetic core and an availability of water cooling of the inductor coils and housing, accounting of the fluid temperature and mass transfer. A long-term process of the copper template melting of 18 hours duration at unsteady inductor power was considered. The local areas of the maximum of temperatures and temperature gradients in the lined inductor and their time changes were determined to analyze a reliability and a lifetime of the meltingholding furnace. References 18, figures 7.

Key words: Induction heating, coupled electromagnetic and thermal processes, three-dimensional mathematical modelling, nonlinear properties/

1. Zolotarev V.M., Belyanin R.V., Podoltsev O.D. Analysis of electromagnetic processes in the induction channel furnace used in the cable industry // Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy. – 2016. – Vol. 44. – Pp. 110–115. (Rus)

2. Shcherba A.A., Podoltsev O.D., Kucheriava I.M., Ushakov V.I. Computer modeling of electrothermal processes and thermomechanical stress at induction heating of moving copper ingots // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – No 2. – Pp. 10–18. (Rus)

3. Shcherba M.A. Patterns of the electric field distribution in a dielectric medium at changing of sizes and shapes of the conducting inclusions // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2012. – Vol. 2. – Pp. 19–20. (Rus)

4. *Shcherba M.A.* The features of the local electric field amplifications by conducting inclusions in nonlinear polymer insulation // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2015. – Vol. 2. – Pp. 16–23. (Rus)

5. Shcherba M.A., Podoltsev A.D. Electric field and current density distribution near water inclusions of polymer insulation of high-voltage cables in view of its nonlinear properties // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2016. – Vol. 1. – Pp. 11–19. (Rus)

6. Baake E., Nacke B., Bernier F., Vogt M. Experimental and numerical investigations of the temperature field and melt flow in the induction furnace with cold crucible // Intern. J. for computation and mathematics in electrical and electronic engineering COMPEL. – 2003. – Vol. 22(1). – Pp. 88–97.

7. Bay F., Labbé V., Favennec Y. A numerical model for induction heating processes coupling electro-magnetism and thermomechanics // Intern. J. for Numerical Methods in Engineering. – 2003. – Vol. 58(6). – Pp. 839–867.

8. Bermúdez A., Gómez D., Muñiz M.C., Salgado P., Vázquez R. Numerical simulation of a thermo-electromagnetohydrodynamic problem in an induction heating furnace // Applied Numerical Mathematics. – 2009. – Vol. 59(9). – Pp. 2082–2104.

9. Bermúdez A., Gómez D., Muñiz M.C., Salgado P. Transient numerical simulation of a thermoelectrical problem in cylindrical induction heating furnaces // Advances in computational mathematics. – 2007. – Vol. 26(1-3). – Pp. 39–62.

10. Chaboudez C., Clain S., Glardon R., Mari D. Numerical modeling in induction heating for axisymmetric geometries // IEEE Trans. on Magnetics. – 1997. – Vol. 33(1). – Pp. 739–745.

11. Comsol Multiphysics, https://www.comsol.com/., Comsol Inc., Burlington, MA, USA, 2017.

12. *Ghojel J.I., Ibrahim R.N.* Computer simulation of the thermal regime of double-loop channel induction furnaces // J. of materials processing technology. – 2004. – Vol. 153. – Pp. 386–391.

13. *Lucía O., Maussion P., Dede E.J.* Induction heating technology and its applications: past developments, current technology, and future challenges // IEEE Trans. on Industrial Electronics. – 2014. – Vol. 61.5. – Pp. 2509–2520.

14. Rapoport E., Pleshivtseva Yu. Optimal control of induction heating processes. - CRC Press, 2006.

15. Rudnev V., Loveless D., Cook R.L., Black M. Handbook of induction heating. – CRC Press, 2002.

16. Ter Maten E.J.W., Melissen J.B.M. Simulation of inductive heating // IEEE Trans. on Magnetics. – 1992. – Vol. 28.2. – Pp. 1287–1290.

17. *Umbrashko A., Baake E., Nacke B., Jakovics A.* Modeling of the turbulent flow in induction furnaces // Metallurgical and Materials Trans. – 2006. – Vol. 37(5). – Pp. 831–838.

18. UPCAST, http://www.upcast.com/, Finland.

Надійшла 05.04.2017 Остаточний варіант 17.04.2017