

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-АКУСТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ КРУТИЛЬНЫХ ВОЛН

С.Ю. Плеснецов¹, канд.техн.наук, О.Н. Петрищев², докт.техн.наук, Р.П. Мигущенко¹, докт.техн.наук, Г.М. Сучков¹, докт.техн.наук

¹ - Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», ул. Кирпичова, 2, Харьков, 61002, Украина. E-mail: hpi.suchkov@gmail.com

² - Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина. E-mail: petrischev@ukr.net

Разработана в виде дифференциального уравнения физико-математическая модель процесса преобразования электромагнитной энергии в акустическую в полом ферромагнитном стержне, намагниченном по окружности постоянным поляризующим магнитным полем. С помощью интегрального преобразования Фурье получено общее решение неоднородного дифференциального уравнения для режима бегущих крутильных волн. Оценен вклад жесткости намагниченного стержня в интенсивность возбуждаемого акустического поля. На модельном примере исследованы и объяснены частотные особенности электромагнитно-акустического преобразования. Установлена связь между геометрическими параметрами модели преобразователя и свойствами материала изделия с амплитудой возбуждаемых крутильных волн на заданной частоте. Результаты исследований могут применяться в энергетической, атомной, химической и других областях промышленности при ультразвуковом контроле трубчатых изделий. Библ. 11, рис. 5.

Ключевые слова: крутильные волны, электромагнитно-акустическое преобразование, трубчатое изделие, волновая характеристика преобразователя.

Введение. Стальные трубки малого диаметра широко применяются в энергетической, атомной, химической и других областях промышленности и должны подвергаться обязательному ультразвуковому неразрушающему контролю [2]. Применение для такого контроля традиционных контактных методов сложно и дорого [2,3,8] из-за затрат на зачистку изделий и необходимости применения контактной жидкости. Для выявления в стенках трубок дефектов в виде трещин, расслоений, пор, областей с аномалиями физико-механических характеристик и др. эффективно применение недиспергирующих крутильных волн [2,3], которые возможно эффективно возбуждать только с помощью бесконтактного электромагнитно-акустического (ЭМА) способа возбуждения и приема ультразвуковых импульсов [10,11]. Недиспергирующие крутильные волны [2] обладают высокой чувствительностью к дефектам и значительной устойчивостью к воздействию помех различного вида при ультразвуковом контроле ферромагнитных стержней малого диаметра. Однако в информационных источниках сведений о теоретических и модельных исследованиях по возбуждению недиспергирующих крутильных волн ЭМА преобразователями (ЭМАП) не обнаружено.

Целью работы является математическое и компьютерное моделирование процесса преобразования электромагнитной энергии в акустическую и последующее создание основ расчета и проектирования ЭМАП для ультразвукового контроля полых ферромагнитных стержней малого диаметра недиспергирующими крутильными волнами.

Содержание и результаты разработки. Крутильные колебания поперечных сечений полого ферромагнитного стержня можно возбудить с помощью ЭМАП, конструкция которого схематически показана на рис. 1, где 1 – ферромагнитный полый стержень (трубка); 2 – проводник, по которому протекает постоянный электрический ток I_0 ; 3 – катушка (источник переменного магнитного поля). Проводник

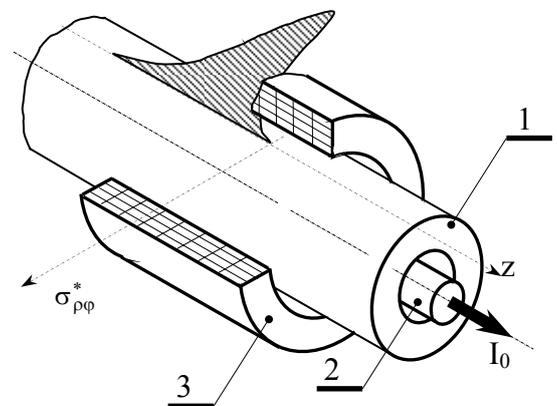


Рис. 1

2 является источником постоянного поля подмагничивания, вектор напряженности которого в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) (ось Oz совмещена с осью полого ферромагнитного стержня) имеет один круговой компонент $H_{\varphi}^0 = I_0 / (2\pi\rho)$, где ρ - текущее значение радиальной координаты. Причем $\rho \geq R_0$ (R_0 - радиус проводника 2). Поле подмагничивания ориентирует домены в объеме цилиндра таким образом, что переменное магнитное поле катушки 3 вызывает сдвиговые деформации.

Для того чтобы учесть особенности напряженно-деформированного состояния намагниченного ферромагнитного цилиндра (рис. 2) рассмотрим его элемент длиной dz (рис. 2, а). В пределах этого элемента выделим двумя плоскостями φ и $\varphi + d\varphi$ сегмент (рис. 2, б). Вектор смещения материальных частиц сегмента в соответствии с [9] имеет один круговой компонент $u_{\varphi} = \rho\varphi$, где ρ - текущее значение радиальной координаты; φ - угол взаимного поворота двух бесконечно близко расположенных поперечных сечений полого цилиндра. Полагая, что угол взаимного поворота поперечных сечений φ зависит от значений координаты z , приходим к выводу, что единственным отличным от нуля компонентом тензора деформации является величина

$$\varepsilon_{\varphi z} = \varepsilon_{z\varphi} = (\rho \partial \varphi / \partial z) / 2.$$

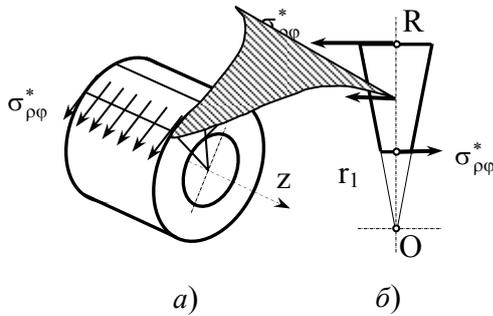


Рис. 2

Физическое состояние элемента объема деформируемого, предварительно намагниченного ферромагнетика определяется линеаризованными уравнениями, которые следуют из более общих соотношений феноменологической теории магнитоэластических явлений [1]. Если в любой точке деформируемого ферромагнетика выполняется сильное неравенство $|\vec{H}^0(x_k)| \gg |\vec{H}(x_k)|$, где $\vec{H}^0(x_k)$ - вектор напряженности постоянного поля подмагничивания; x_k - координаты точки в декартовой (физической) системе координат; $\vec{H}(x_k) = \vec{H}^*(x_k) + \vec{h}(x_k)$, где $\vec{H}^*(x_k)$ и $\vec{h}(x_k)$ - амплитудные значения изменяющихся во времени по закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$; ω - круговая частота; t - время) векторов напряженности магнитного поля внешнего источника (например, катушки с переменным током) и внутреннего магнитного поля, которое возникает из-за движения магнитных доменов в механически деформируемом ферромагнетике, то из нелинейных соотношений [1] следует линейное приближение, которое записывается в виде

$$\sigma_{mn} = c_{mnk\ell}^H \frac{\partial u_k}{\partial x_{\ell}} - m_{pkmn} H_p^0 (H_k^* + h_k), \quad B_j = m_{pjqs} H_p^0 \frac{\partial u_s}{\partial x_q} + \mu_{jm}^{\varepsilon} (H_m^* + h_m), \quad (1, 2)$$

где σ_{mn} - амплитудное значение компонента тензора механических напряжений, изменяющегося во времени по закону $e^{i\omega t}$; $c_{mnk\ell}^H$ - модуль упругости ферромагнетика, который экспериментально определяется в режиме постоянства (равенства нулю) магнитного поля (символ H) или, говоря иными словами, модуль упругости размагниченного ферромагнетика; u_k - амплитудное значение k -го компонента, изменяющегося во времени по закону $e^{i\omega t}$ вектора смещения материальных частиц деформируемого ферромагнетика. Символом m_{pkmn} обозначена магнитоэластическая константа, числовое значение которой, в принципе, зависит от величины и направления постоянного поля подмагничивания. Очевидно, что в случае поликристаллического металла материальные константы $c_{mnk\ell}^H$ и m_{pkmn} являются компонентами изотропных тензоров четвертого ранга и определяются следующими соотношениями:

$$c_{mnk\ell}^H = \lambda \delta_{mn} \delta_{k\ell} + G(\delta_{mk} \delta_{n\ell} + \delta_{m\ell} \delta_{nk}),$$

$$m_{pkmn} = m_2 \delta_{pk} \delta_{mn} + \frac{m_1 - m_2}{2} (\delta_{pm} \delta_{kn} + \delta_{pn} \delta_{km}),$$

где λ и G - константы Ламе (модули упругости); $\delta_{mn}, \dots, \delta_{km}$ - символы Кронекера; m_1 и m_2 - линейно независимые, экспериментально определяемые константы. Способ экспериментального определения констант m_1 и m_2 для магнитоэластических ферритов изложен в работе [6].

Символом B_j в соотношении (2) обозначено амплитудное значение j -го компонента вектора

магнитной индукции, изменяющегося во времени по закону $e^{i\omega t}$; μ_{jm}^ε - компонент тензора магнитной проницаемости намагниченного ферромагнетика, который экспериментально определяется в режиме постоянства (равенства нулю) механической деформации (символ ε). При записи соотношений (1) и (2) по умолчанию было учтено, что выполняется положение о суммировании по дважды повторяющимся индексам.

Изменение напряженно-деформированного состояния в направлении оси z ферромагнетика, намагниченного в окружном направлении, сопровождается появлением внутреннего магнитного поля, вектор напряженности которого практически полностью определяется аксиальным компонентом h_z . При этом будем полагать, что магнитная индукция ферромагнитного стержня не изменяется в пределах его поперечного сечения, что существенно упрощает математическое описание напряженно-деформированного состояния тонкостенных трубок.

В этом случае из общей формулировки (1) следует соотношение для расчета амплитудных значений напряжений, действующих в пределах выделенного сегмента

$$\begin{aligned}\sigma_{\rho\varphi} &= \sigma_{\rho\varphi}^* = -m_{2112} H_\varphi^0 H_\rho^* = -\frac{m_1 - m_2}{4\pi\rho} I_0 H_\rho^*, \\ \sigma_{\varphi z} &= 2G\varepsilon_{\varphi z} - m_{2313} H_\varphi^0 (H_z^* + h_z) = G\rho \frac{\partial\varphi}{\partial z} - \frac{m_1 - m_2}{4\pi\rho} I_0 (H_z^* + h_z),\end{aligned}\quad (3)$$

где символами H_ρ^* и H_z^* обозначены компоненты вектора напряженности переменного магнитного поля катушки. При этом вектор $\vec{H}^*(\rho, z)$ удовлетворяет уравнениям Максвелла по определению.

Указанная система напряжений формирует в каждой точке внутри объема выделенного сегмента магнитоэлектрические силы (силы Джоуля), вектор объемной плотности которых имеет один отличный от нуля компонент f_φ^* , причем

$$f_\varphi^* = \frac{\partial\sigma_{\rho\varphi}^*}{\partial\rho} + \frac{\partial\sigma_{z\varphi}}{\partial z} + 2\frac{\sigma_{\rho\varphi}^*}{\rho} = G\rho \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - \frac{m_1 - m_2}{4\pi\rho} I_0 \frac{\partial h_z}{\partial z} - \frac{m_1 - m_2}{4\pi\rho} I_0 \left(\frac{1}{\rho} H_\rho^* + \frac{\partial H_\rho^*}{\partial\rho} + \frac{\partial H_z^*}{\partial z} \right).$$

В соответствии с принципом Даламбера алгебраическая сумма моментов внутренних и внешних сил в любой момент времени уравнивается моментом сил инерции движущихся материальных частиц. Определим эти моменты относительно оси Oz .

На поверхностях $\rho = R$ и $\rho = r_1$ (на внешней и внутренней боковых поверхностях полого стержня) выделенного сегмента действуют напряжения $\sigma_{\rho\varphi}^*$ (рис. 2, б), которые создают момент сил

$$M_\sigma = 2\pi \left[R^2 \sigma_{\rho\varphi}^*(R, z) - r_1^2 \sigma_{\rho\varphi}^*(r_1, z) \right] dz. \quad (4)$$

Распределенная по объему сегмента с плотностью f_φ^* сила Джоуля создает момент

$$M_f = dz \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^R \rho (f_\varphi^*(\rho, \varphi, z)) d\rho d\varphi = dz \left[\frac{\pi}{2} (R^4 - r_1^4) G \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - \frac{m_1 - m_2}{4} I_0 (R^4 - r_1^4) \frac{\partial h_z}{\partial z} - M_f^* \right], \quad (5)$$

где $M_f^* = \frac{m_1 - m_2}{2} I_0 \int_{r_1}^R \rho \left(\frac{1}{\rho} H_\rho^* + \frac{\partial H_\rho^*}{\partial\rho} + \frac{\partial H_z^*}{\partial z} \right) d\rho$ - момент сил Джоуля магнитного поля внешнего источника (катушки). В случае изотропной по магнитным свойствам среды из уравнения Максвелла $\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}^*}{\partial t} = -\mu \frac{\partial\vec{H}^*}{\partial t}$ следует, что $\text{div}\vec{H}^* = 0$. Тогда $M_f^* = 0$.

Момент инерции материальных частиц выделенного сегмента определяется следующим образом:

$$M_m = dz \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^R \rho \left(\rho_0 \rho d\rho d\varphi \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} \right) = dz \left[\frac{\pi}{2} (R^4 - r_1^4) \rho_0 \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} \right], \quad (6)$$

где ρ_0 - плотность ферромагнетика.

Так как в любой момент времени должно выполняться равенство $M_\sigma + M_f = M_m$, то подстанов-

ка в это равенство соотношений (4), (5) и (6) приводит к следующему результату:

$$GJ_p \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - J_p \rho_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{m_1 - m_2}{4} I_0 (R^4 - r_1^4) \frac{\partial h_z}{\partial z} = \mu^*(z), \quad (7)$$

где $J_p = \pi(R^4 - r_1^4)/2$ - полярный момент инерции поперечного сечения полого стержня; ρ_0 - плотность; $\mu^*(z) = \frac{m_1 - m_2}{2} I_0 [RH_p^*(R, z) - r_1 H_p^*(r_1, z)] + M_l^*$ - линейная плотность внешних крутящих моментов.

Исключим из уравнения движения элемента стержня (7) неизвестную производную $\partial h_z / \partial z$. Из уравнения Максвелла $\text{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$ следует условие $\text{div} \vec{B} = \text{div}(\sqrt{\nu} \vec{B} + \vec{B}^* + M \vec{B}(h)) = 0$, где $\sqrt{\nu} \vec{B} = \vec{e}_k m_{pkqs} H_p^0(\partial u_s / \partial x_q)$; \vec{e}_k - единичный орт координатной линии системы координат; $M \vec{B} = \vec{e}_k \mu_{km}^e h_m$. Так как $\text{div} \vec{B}^* = 0$ по определению,

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sqrt{\nu} B_z + \mu_3^e h_z) = 0. \quad (8)$$

Так как $\sqrt{\nu} B_z = m_{2323} H_\varphi^0 \varepsilon_{\varphi z} = \frac{m_1 - m_2}{8\pi} I_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z}$, то из (8) следует, что $\frac{\partial h_z}{\partial z} = -\frac{m_1 - m_2}{8\pi \mu_3^e} I_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$.

Подставляя найденную величину $\partial h_z / \partial z$ в уравнение движения (7), получаем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{J_p \rho_0}{[GJ_p]^B} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\mu^*(z)}{[GJ_p]^B}, \quad (9)$$

где $[GJ_p]^B$ - жесткость на скручивание намагниченного ферромагнитного стержня, причем

$$[GJ_p]^B = GJ_p [1 + \Delta(GJ_p)], \quad \text{где } \Delta(GJ_p) = \frac{[(m_1 - m_2) I_0]^2 (R^2 - r_1^2)}{32\pi \mu_3^e GJ_p} - \text{увеличение крутильной жесткости при}$$

намагничивании или ΔE - эффект в режиме кручения полых цилиндров поляризованных окружным магнитным полем. Для никеля ($G = 66$ ГПа; $\mu_3^e = 30\mu_0 = 3,77 \cdot 10^{-5}$ Гн/м; $m_1 = 1$ Гн/м; $m_2 \cong -m_1/2$), при токе $I_0 = 6$ А и размерах $R = 2 \cdot 10^{-3}$ м и $r_1 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м получаем $\Delta(GJ_p) = 3,3 \cdot 10^{-2}$. Т.е. жесткость стержня на скручивание изменяется на 3,3%, что, соответственно, вызовет увеличение скорости распространения недиспергирующих крутильных волн не более чем на 1,7%.

Таким образом, можно констатировать, что учет связности упругих и магнитных полей приводит к поправкам, которые в большинстве случаев не оказывают существенного влияния на количественные и качественные характеристики получаемых результатов.

Полагая, что все процессы в деформируемом стержне изменяются во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$, перепишем уравнение (9) в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + k_s^2 \varphi = \frac{\mu^*(z)}{[GJ_p]^B}, \quad (10)$$

где $k_s = \omega / \sqrt{\nu_s^B}$ - волновое число, а $\nu_s^B = \sqrt{[GJ_p]^B} / (\rho_0 J_p)$ - скорость волн сдвига или крутильных волн в намагниченном ферромагнитном стержне.

Рассмотрим решение уравнения (10) для распространяющейся гармонической крутильной волны. Как правило, в промышленности используют трубки, длина которых существенно превышает их диаметр, поэтому будем считать их бесконечно длинными. Будем полагать, что внешние крутящие моменты сосредоточены в некотором объеме стержня в окрестности начала координат, ограниченном слева и справа сечениями $z = \pm A$. Помимо этого потребуем, чтобы источник, порождающий внешние нагрузки, удовлетворял условию физической реализуемости, что эквивалентно существованию несобственного интеграла по переменной z от линейной плотности сил $\mu^*(z)$.

Поскольку при $|z| \rightarrow \infty$ источники возмущений отсутствуют, то искомое решение уравнения (10) должно удовлетворять условиям физической реализуемости напряженно деформируемого состояния, т.е.

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \left\{ \varphi; \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right\} = 0. \quad (11)$$

Для того, чтобы обеспечить выполнение условий (11) необходимо и достаточно положить, что волновое число k_s является комплексной величиной, т.е. $k_s = k_s^0(1 - i\alpha)$, где $k_s^0 = \omega/v_s^0$ - волновое число, определенное без учета частотно-зависимого поглощения энергии ультразвуковых волн; v_s^0 - скорость волн сдвига, измеренная в области очень низких частот, в которой поглощение энергии упругих колебаний можно не принимать во внимание; α - сколь угодно малая безразмерная величина - коэффициент затухания. В этом случае выражение для расчета углов поворотов поперечных сечений стержня в гармонических волнах, уходящих влево и вправо от источника, $\varphi^{(\pm)}(z, t) = \Phi^{(\pm)} e^{\pm i k_s z} e^{i \omega t}$ ($\Phi^{(\pm)}$ - угол поворота поперечного сечения стержня во фронте крутильной волны) принимает следующий вид: $\varphi^{(\pm)}(z, t) = \Phi^{(\pm)} e^{\pm k_s^0 \alpha z} e^{i(\omega t \pm k_s^0 z)}$. Для волны, уходящей влево от источника, сомножитель $e^{k_s^0 \alpha z}$ при $z \rightarrow -\infty$ обращается в нуль. Для уходящей вправо волны сомножитель $e^{-k_s^0 \alpha z}$ также обращается в нуль при $z \rightarrow \infty$.

Выполнение условий физической реализуемости (11) позволяет применить для решения уравнения (10) метод интегральных преобразований [4].

При решении уравнения (10) введем интегральные образы функций $\varphi(z)$ и $\mu^*(z)$ как прямое преобразование Фурье, заданное следующими выражениями:

$$\varphi(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(z) e^{-i\lambda z} dz, \quad \mu^*(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(z) e^{-i\lambda z} dz, \quad (12)$$

где λ - неизвестный параметр интегрального преобразования, подлежащий определению в ходе решения задачи.

Переход к оригиналам функций, т.е. к величинам $\varphi(z)$ и $\mu^*(z)$ осуществляется путем вычисления следующих интегралов:

$$\varphi(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\lambda) e^{i\lambda z} d\lambda, \quad \mu^*(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(\lambda) e^{i\lambda z} d\lambda. \quad (13)$$

Существование интегралов (12) и (13) обеспечивается условиями физической реализуемости источника внешних сил (это источник конечной мощности) и предельными условиями (11) для динамического напряженно-деформированного состояния стержня.

Подвергая прямому интегральному преобразованию Фурье левую и правую части уравнения (10), после двукратного интегрирования по частям в первом слагаемом левой части получаем $\varphi(\lambda)(k_s^2 - \lambda^2) = \frac{\mu^*(\lambda)}{[GJ_p]^B}$, откуда следует решение в терминах интегральных образов

$$\varphi(\lambda) = \frac{\mu^*(\lambda)}{[GJ_p]^B (k_s^2 - \lambda^2)}$$
 и формальное решение уравнения (10)

$$\varphi(z) = \frac{1}{[GJ_p]^B} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu^*(\lambda) e^{i\lambda z}}{(k_s^2 - \lambda^2)} d\lambda. \quad (14)$$

При вычислении интеграла (14) необходимо принимать во внимание, что волновое число k_s является комплексным со сколь угодно малой мнимой частью $k_s^0 \alpha$. Сообразно этому, можно предположить, что и параметр интегрального преобразования также является комплексным числом с вещественной частью λ . Т.е. в качестве параметра интегрального преобразования при вычислении интеграла (14) необходимо рассматривать комплексную величину $\xi = \lambda + i\zeta$. При таком подходе Фурье-образы $\mu^*(\xi)$ и $\mu^*(\lambda)$ совпадают при $\zeta = 0$, т.е. на вещественной оси комплексной плоскости $\xi = \lambda + i\zeta$. Поскольку линейная плотность внешних крутящих моментов соответствует физически реализуемому источнику, постольку функции $\mu^*(\xi)$ и $\mu^*(\lambda)$ являются аналитическими. Из теоремы единственности для аналитических функций [7] следует, что любую функцию, определенную для действительных значений переменной, можно продолжить до аналитической функции комплексной

переменной не более чем одним способом. Говоря иными словами, если $\mu^*(\xi)$ и $\mu^*(\lambda)$ совпадают хотя бы в одной точке комплексной плоскости, то они суть одна и та же функция. Следовательно, интеграл (14) является частью интеграла по комплексной плоскости ξ . Поскольку речь идет об интегрировании аналитических функций, интегрирование по плоскости сводится к интегрированию по замкнутому контуру.

Рассмотрим волну, уходящую вправо от источника внешних сил, т.е. будем считать, что $z > 0$. Тогда контур интегрирования при определении угла поворота $\varphi(z)$ будет целиком находиться в верхней полуплоскости комплексной плоскости ξ , рис. 3. При положительных ζ и z и $z \rightarrow \infty$, выполняется условие (11) и подынтегральное выражение в формуле (14) обращается в нуль. Внутри контура интегрирования знаменатель подынтегрального выражения $k_s^2 - \xi^2$ обращается в нуль в точке $\xi_1 = -k_s^0 + ik_s^0\alpha$. В этой точке подынтегральная функция теряет аналитичность. Окружив точку ξ_1 малой окружностью C_ρ с радиусом $\rho \rightarrow 0$, мы исключим тем самым точку ξ_1 из верхней полуплоскости. После этой операции можно утверждать, что подынтегральное выражение (14) является аналитической функцией во всех точках области, окруженной контуром. В этом случае интеграл по замкнутому контуру равен нулю. Контур интегрирования состоит из дуги бесконечного радиуса C_∞ , интеграл вдоль которой в соответствии с леммой Жордана [7] равен нулю, отрезка AB , интеграл вдоль которого является искомым интегралом (14), и малой окружности C_ρ , интеграл по которой предстоит вычислить. Интегралы по отрезкам CD и C_1D_1 взаимно уничтожаются, так как это по сути один и тот же отрезок, который проходит в двух противоположных направлениях. Воспользовавшись теоремой Коши [7], запишем

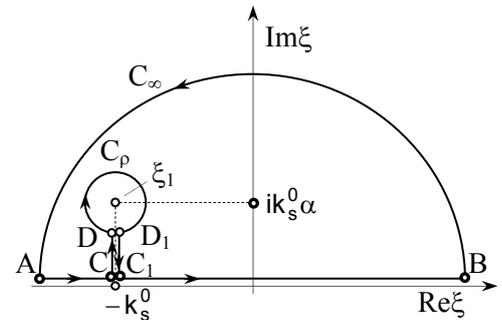


Рис. 3

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu^*(\lambda)e^{i\lambda z}}{(k_s^2 - \lambda^2)} d\lambda = - \oint_{C_\rho} \frac{\mu^*(\xi)e^{i\xi z}}{(k_s^2 - \lambda^2)} d\xi. \quad (15)$$

При вычислении интеграла по окружности C_ρ воспользуемся теоремой о среднем и представим числитель в виде $\mu^*(\xi_1)e^{i\xi_1 z}$. Что касается знаменателя, то $k_s^2 - \xi^2 = (k_s - \xi)(k_s + \xi)$. При $\xi \rightarrow \xi_1$ сомножитель $k_s - \xi = 2k_s^0 - ik_s^0\alpha$. Второй сомножитель в разложении знаменателя $k_s + \xi = \rho e^{i\psi}$, где ρ - фиксированное сколь угодно малое число, а ψ - полярный угол, изменяющийся в пределах от 0 до 2π . Так как $k_s + \xi = \rho e^{i\psi}$, то $d\xi = i\rho e^{i\psi} d\psi$, и правую часть выражения (15) запишем в виде

$$\oint_{C_\rho} \frac{\mu^*(\xi)e^{i\xi z}}{(k_s^2 - \xi^2)} d\xi = \frac{i\mu^*(\xi_1)e^{i\xi_1 z}}{2k_s^0 - ik_s^0\alpha} \int_0^{2\pi} \frac{\rho e^{i\psi} d\psi}{\rho e^{i\psi}} = \frac{2i\pi}{2k_s^0 - ik_s^0\alpha} \mu^*(\xi_1)e^{i\xi_1 z}. \quad (16)$$

Следуя методу предельного поглощения [5], выполним в полученном результате предельный переход при $\alpha \rightarrow 0$. При этом

$$\varphi(z) = - \frac{i\pi}{[GJ_p]_P k_s} e^{-ik_s z} \mu^*(-k_s). \quad (17)$$

В формуле (17) $k_s \equiv k_s^0$ - индекс нуль опущен. Фурье-образ $\mu^*(-k_s)$ в формуле (17) вычисляется в соответствии с определением (12) при $\lambda = -k_s$. Подставляя развернутое выражение для величины $\mu^*(-k_s)$ в формулу (17), получаем конечный вид решения уравнения (10) для волны, уходящей вправо от источника внешних сил

$$\varphi(z) = - \frac{i}{2[GJ_p]_P k_s} e^{-ik_s z} \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(z)e^{ik_s z} dz. \quad (18)$$

Следует подчеркнуть, что выражение (18) определяет пространственно-развитую амплитуду

гармонически изменяющихся во времени углов поворотов поперечных сечений полого ферромагнитного стержня.

Рассуждая аналогичным образом, можно получить решение для пространственно-развитой амплитуды крутильной волны, которая уходит влево от источника возмущений

$$\varphi(z) = -\frac{i}{2[GJ_p]^\beta k_s} e^{-ik_s z} \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(z) e^{-ik_s z} dz. \quad (19)$$

Представленные формулами (18) и (19) результаты можно записать в следующем виде:

$$\varphi(z) = \begin{cases} \Phi^{(-)} e^{-ik_s z}, & z > A, \\ \Phi^{(+)} e^{ik_s z}, & z < -A, \end{cases} \quad (20)$$

где $\Phi^{(\pm)}$ - смещения материальных частиц стержня во фронте волны; $\pm A$ - границы области существования переменного магнитного поля или физическая бесконечность для источника переменного магнитного поля, причем

$$\Phi^{(\pm)} = -\frac{i}{2[GJ_p]^\beta k_s} \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(z) e^{\mp ik_s z} dz. \quad (21)$$

Поскольку характер распределения внешних нагрузок полностью определяется конструкцией их источника, то величины $\Phi^{(\pm)}$ содержат в своем аналитическом определении информацию о конструкции и основных параметрах источника механических возмущений.

Рассмотрим модельный пример (рис. 4) процесса возбуждения крутильных волн с помощью ЭМАП, конструкция которого схематически показана на рис. 1. Расчетная схема такого преобразователя показана на рис. 4, а, на котором изображена силовая линия магнитного поля катушки в некоторый фиксированный момент времени t_0 . Так как вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}^*(\rho, z)$ является касательным вектором в каждой точке силовой линии, то это позволяет качественно оценить характер изменения амплитудных значений компонентов вектора $\vec{H}^*(\rho, z)$ в пространстве. На рис. 4, б показаны модельные представления распределения вдоль оси z компонентов вектора $\vec{H}^*(\rho, z)$. Штриховой кривой на этом рисунке показано пространственное изменение радиальной компоненты вектора напряженности переменного магнитного поля катушки.

В присутствии постоянного кругового поляризуемого магнитного поля $H_\varphi^0(\rho)$ на поверхности ферромагнитного стержня формируются касательные напряжения Джоуля $\sigma_{\rho\varphi}^* = (m_1 - m_2) H_\varphi^0 H_\rho^* / 2$. Эти напряжения создают крутящие моменты с плотностью $\mu^*(z)$, характер изменения которой по длине стержня показан на рис. 4, в. При качественной (модельной) оценке результатов вычисления интеграла (21) можно воспользоваться аппроксимацией функции $\mu^*(z)$, показанной на рис. 4, в заштрихованными прямоугольниками. Полагая,

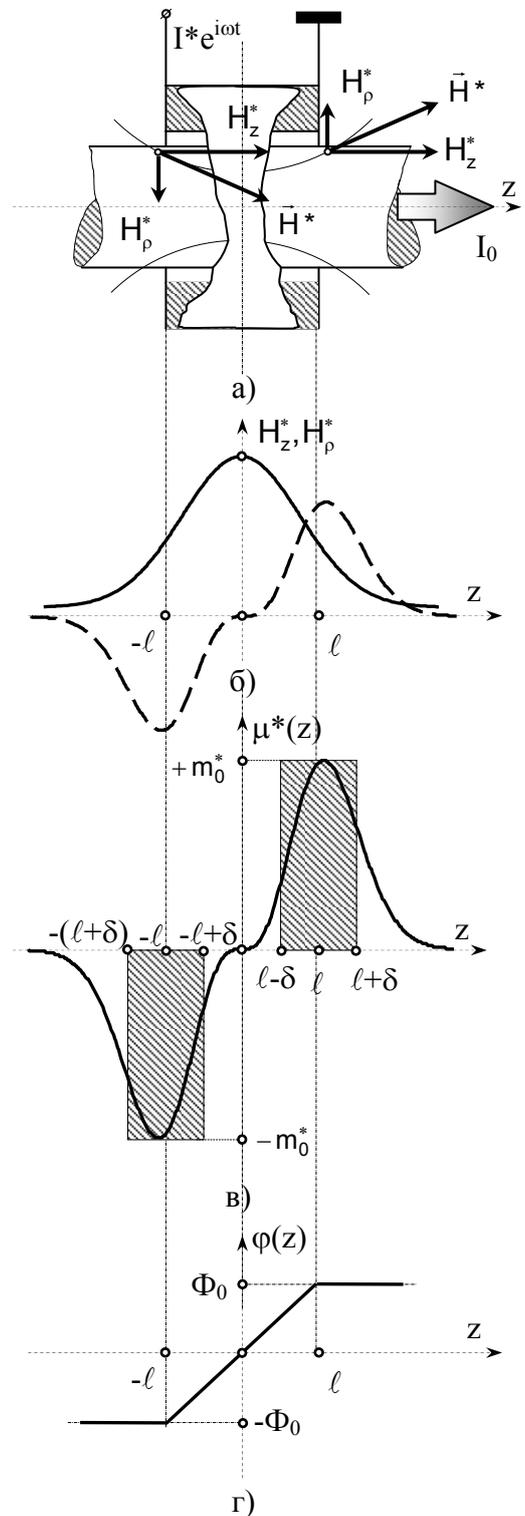


Рис. 4

что $\mu^*(z) = m_0^*$ при $\ell - \delta \leq z \leq \ell + \delta$ и $\mu^*(z) = -m_0^*$ при $-\ell - \delta \leq z \leq -\ell + \delta$, получаем следующий результат:

$$\Phi^{(\pm)} = \mp \frac{2m_0 \ell \delta}{GJ_p} W(k_s),$$

где символом $W(k_s)$ обозначена зависящая от частоты (волнового числа k_s) функция, числовые значения которой определяются по формуле

$$W(k_s) = \frac{\text{sink}_s \ell}{k_s \ell} \frac{\text{sink}_s \delta}{k_s \delta}.$$

При $k_s \rightarrow 0$ функция $W(k_s) = 1$ и $\Phi^{(\pm)} = \mp 2m_0 \ell \delta / [GJ_p]^B = \mp M^* \ell / [GJ_p]^B$, где $M^* = 2\delta m_0$ – внешний крутящий момент. Последний результат означает, что сечения $z = \ell + \delta$ и $z = -\ell - \delta$ поворачиваются на угол $\pm \Phi_0$, величина которого определяется по формуле $\Phi_0 = M^* \ell / [GJ_p]^B$, т.е. в полном соответствии с элементарной теорией кручения стержней [6]. Участки стержня слева и справа от сечений $z = -\ell - \delta$ и $z = \ell + \delta$ поворачиваются при этом как единое жесткое целое. Расчетные данные изменения углов поворотов поперечных сечений $\Phi^{(\pm)}$ при $k_s \rightarrow 0$ приведены на рис. 4, з.

Отмеченное соответствие результатов решения уравнения (10) с результатами известной теории [9] кручения стержней кругового поперечного сечения свидетельствует в пользу достоверности выражения (21) для расчета амплитуды углов поворотов поперечных сечений стержня во фронте крутильной волны.

Рассмотрим, как изменяются повороты поперечных сечений стержня по мере возрастания частоты смены знака магнитного поля катушки. На рис. 5 показаны расчетные данные изменения модуля функции $W(k_s \ell)$ от изменения безразмерного волнового числа. Расчет числовых значений функции произведен в предположении, что $\delta = \ell / 2$. Из приведенных данных следует, что с ростом значений безразмерного волнового числа $k_s \ell$ или, что то же самое, безразмерной частоты $\omega \tau_0$ ($\tau_0 = \ell / v_s$ – масштабирующий временной интервал) резко уменьшаются значения функции $W(k_s)$, периодически достигая на частотах, которым соответствуют значения $k_s \ell = m\pi$ ($m = 1, 2, 3, \dots$), нулевых значений. Соответственно значениям функции $W(k_s)$ меняется величина углов поворотов поперечных сечений полого стержня во фронте крутильной волны. Причиной отмеченных особенностей поведения функции $W(k_s)$ является интерференция упрругих волн.

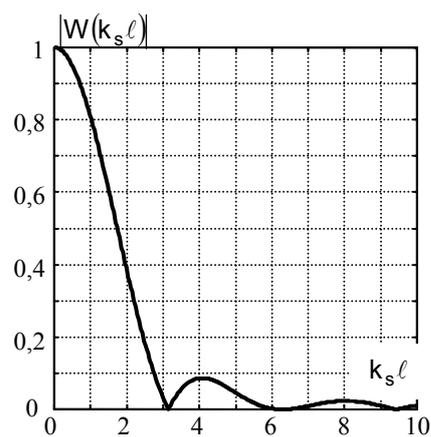


Рис. 5

Для объяснения результатов, приведенных на рис. 5, рассмотрим малый участок стержня, ограниченный поперечными сечениями $z' \pm \Delta z$, находящийся в поле действия внешних крутящих моментов в области $(\ell - \delta < z' < \ell + \delta)$. Материальные частицы этого участка стержня движутся под действием внешних сил и обмениваются импульсом с соседними частицами, т.е. выделенный участок стержня можно рассматривать как некоторый элементарный (в смысле мощности) излучатель, который генерирует стационарное поле углов поворотов поперечных сечений, характеризующееся стационарным распределением фаз по длине стержня. Другой малый участок, ограниченный сечениями $-z' \pm \Delta z$ ($-\ell - \delta < -z' < -\ell + \delta$), можно интерпретировать как другой элементарный излучатель, генерирующий свое стационарное поле углов поворотов, которое на данной частоте имеет ту же длину волны, что и поле, излучаемое первым, симметрично расположенным, малым участком, и характеризуется так же стационарным распределением фаз по длине стержня. Между этими двумя распределениями фаз существует постоянный фазовый сдвиг, который пропорционален $2k_s z'$ и в зависимости от частоты колебаний и расстояния между излучающими участками может приобретать значения в интервале от 0 до 2π . В зависимости от величины этого фазового сдвига может наблюдаться либо взаимное подавление излучения двух симметрично расположенных относительно плоскости

$z = 0$ участков стержня, либо сложение этих полей, которое максимально усиливает результирующее значение углов поворотов поперечных сечений стержня. При некоторых значениях частоты (безразмерного волнового числа) разность фаз между стационарными полями, излучаемыми различными элементарными участками стержня, расположенными симметрично относительно плоскости $z = 0$, достигает такой величины, что наступает полная взаимная компенсация углов поворотов поперечных сечений. Такая ситуация соответствует нулевым амплитудам углов поворотов и периодически повторяется с ростом частоты.

Функция $W(k_s)$, частотно-зависимое изменение которой обсуждалось выше, является, по существу, частотной характеристикой рассматриваемого ЭМАП и её можно, в принципе, так и называть. Однако это определение не является исчерпывающе полным. Действительно, при одних и тех же значениях частоты и геометрических параметров конструкции ЭМАП значения амплитуд углов поворотов для стержней из различных материалов будут различными. Это в достаточной мере очевидно, так как значения функции $W(k_s)$ целиком определяются значениями волнового числа $k_s = \omega/v_s$. С учетом этого обстоятельства представляется целесообразным называть функцию $W(k_s)$ не частотной, а волновой характеристикой ультразвукового преобразователя. Предлагаемый термин наиболее полно отражает внутреннее содержание аналитического описания процесса возбуждения упругих волн внешними силами, распределенными в объеме деформируемой трубки.

Волновая характеристика ультразвукового преобразователя, являющаяся по своей сути математической моделью устройства, имеет не только теоретическое, но и вполне четко определенное практическое значение. Действительно, имея в своем распоряжении достаточно полную (в смысле перечня учитываемых физико-механических и геометрических параметров объекта) математическую модель устройства, можно выполнить необходимые расчеты и, не прибегая к длительному и дорогостоящему натурному моделированию, сформулировать рекомендации по выбору вариантов конструктивного исполнения ЭМАП, обладающего наперед заданными параметрами и характеристиками.

Выводы. Разработана физико-математическая модель процесса электромагнитно-акустического преобразования, математическая часть которого сформулирована в виде дифференциального уравнения вынужденных крутильных колебаний в полом ферромагнитном стержне, предварительно намагниченном в окружном направлении.

Дана количественная оценка ΔE -эффекту при кручении. Показано, что связность упругих и магнитных полей в первом приближении можно не учитывать.

Построено общее решение дифференциального уравнения вынужденных бегущих крутильных колебаний в бесконечном стержне.

Анализ общего решения дифференциального уравнения и компьютерное моделирование позволили выделить часть решения в виде волновой характеристики преобразователя, которая устанавливает связь между геометрическими параметрами преобразователя и свойствами материала изделия с амплитудой возбуждаемых крутильных волн на заданной частоте. Такое теоретическое описание преобразователя позволяет проектировать ЭМАП с наперед заданными характеристиками. Для преобразователей такого типа, в сравнении с традиционными, не требуется обязательная зачистка поверхности изделия и использование контактной жидкости.

1. Власов К.Б. Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред // Изв. АН СССР. Сер. физическая. – 1957. – Т. 21. – № 8. – С. 1140–1148.

2. Ермолов И.Н., Ланге Ю.В. Неразрушающий контроль. – М.: Машиностроение, 2004. – 864 с.

3. Ермолов И.Н. Неразрушающий контроль. – М.: Высшая школа, 1991. – 283 с.

4. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.

5. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – М.: Мир, 1974. – 327 с.

6. Патент України № 18475. G01R 33/18. Спосіб визначення фізико-механічних констант полікристалічних магнітострікційних (ферромагнітних) матеріалів // Петрищев О.М., Трохимець А.П., Трохимець В.А. Опубл. 15. 11. 2006. Бюл. № 11.

7. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – М.: Наука, 1974. – 672 с.

8. Судакова К.В., Казюкевич И.Л. О повышении эффективности контроля качества металлургической продукции // В мире неразрушающего контроля. – 2004. – № 3. – С. 8–10.

9. Феофанов В.И. Сопроотивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 512 с.

10. Suchkov G.M., Taranenko Yu.K., Khomyak Yu.V. A Non-Contact Multifunctional Ultrasonic Transducer for Measurements and Non-Destructive Testing // Measurement Techniques. – 2016. – No 12. – Vol. 59. – Iss. 9. – Pp. 990–993.

11. Zhichao Cai, Suzhen Liu, Chuang Zhang, Oingxin Yang. Microscopic Mechanism and Experiment Research of Electromagnetically Induced Acoustic Emission // IEEE Transactions on Magnetics. – 2015. – Vol. 51. – No 11. Code 9401804. – 4pgs.

УДК 620.179.16: 620.179.17

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНО-АКУСТИЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРИ ЗБУДЖЕННІ КРУТИЛЬНИХ ХВИЛЬ

С.Ю. Плеснецов¹, канд.техн.наук, О.М. Петришев², докт.техн.наук, Р.П. Мигушенко¹, докт.техн.наук, Г.М. Сучков¹, докт.техн.наук

¹ - Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна. E-mail: hpi.suchkov@gmail.com

² - Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна. E-mail: petrishchev@ukr.net

У вигляді диференціального рівняння розроблено фізико-математичну модель процесу перетворення електромагнітної енергії в акустичну в порожнистому феромагнітному стрижні, який намагнічений по периметру перетину постійним поляризуючим магнітним полем. За допомогою інтегрального перетворення Фур'є отримано загальне рішення неоднорідного диференціального рівняння для режиму біжучих крутильних хвиль. Оцінений внесок жорсткості намагніченого стрижня в інтенсивність збудженого акустичного поля. На модельному прикладі досліджені і пояснені частотні особливості електромагнітно-акустичного перетворення. Встановлено зв'язок між геометричними параметрами моделі перетворювача і властивостей матеріалу виробу з амплітудою збуджених крутильних хвиль на заданій частоті. Результати досліджень можуть застосовуватися в енергетичній, атомній, хімічній та інших галузях промисловості при ультразвуковому контролі трубчатих виробів. Бібл. 11, рис. 5.

Ключові слова: крутильні хвилі, електромагнітно-акустичне перетворення, трубчатий виріб, хвильова характеристика перетворювача.

MODELING OF ELECTROMAGNETIC-ACOUSTIC CONVERSION WHEN EXCITED TORSIONAL WAVES

S.Yu. Plesnetsov¹, O.N. Petrishchev², R.P. Migushchenko¹, G.M. Suchkov¹

¹ - National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", 2, Kirpichova str., Kharkiv, 61002, Ukraine. E-mail: hpi.suchkov@gmail.com

² - National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", 37, Prospect Peremohy, Kyiv, 03056, Ukraine. E-mail: petrishchev@ukr.net

Physical and mathematical model of the process of transformation of electromagnetic energy into acoustic energy in the hollow ferromagnetic rod circumferentially magnetized by permanent polarizing magnetic field designed in the form of differential equations. With the help of the Fourier integral the general solution of the inhomogeneous differential equation for torsional mode of traveling waves was solved. The contribution of the stiffness of the rod magnetized in the intensity of the excited acoustic field was estimated. In the model example frequency characteristics of electromagnetic - acoustic conversion were investigated and explained. The relationship between the geometric parameters of the converter model and product properties of the material with the amplitude of the excited torsional waves at a given frequency was discovered. The research results can be used in the energy, nuclear, chemical and other industrial areas appropriate for ultrasonic inspection of tubular products. References 11, figures 5.

Keywords: torsional wave, electromagnetic - acoustic conversion, the tubular article, the wave converter characteristic.

1. Vlasov K. B. Several issues of elastic ferromagnetic (magnetostrictive) environments theory // Izvestia AN SSSR. Seria fizicheskaya. – 1957. – Vol. 21. – No 8. – Pp. 1140–1148. (Rus)
2. Ermolov Y.N., Lange Iu.V. Non-destructive testing. – Moskva: Mashinostroenie, 2004. – 864 p.
3. Ermolov Y.N. Non-destructive testing. – Moskva: Vysshaia shkola, 1991. – 283 p. (Rus)
4. Koshliakov N.S., Glyner E.B., Smirnov M.M. Partial derivative equations of mathematical physics. – Moskva: Vysshaia shkola, 1970. – 710 p. (Rus)
5. Myttra R., Ly S. The analytical methods of waveguide theory. – Moskva: Mir, 1974. – 327 p. (Rus)
6. Patent Ukrainy No 18475. Method for determining the physical and mechanical parameters of polycrystalline ferromagnetic or magnetostrictive material / Petryshchev O.M., Trokhymets A.P., Trokhymets V.A. Opubl. 15.11.2006. Biul. No 11. (Ukr)
7. Smyrnov V.Y. High math course. Volume III. Part 2. – Moskva: Nauka, 1974. – 672 p. (Rus)
8. Sudakova K.V., Kaziukovich Y.L. On increase of metallurgic product quality testing efficiency // V mire nerazrushaiushchego kontrolya. – 2004. – No 3. – Pp. 8–10. (Rus)
9. Feodosev V.Y. Strength of materials. – Moskva: Nauka, 1986. – 512 p. (Rus)
10. Suchkov G.M., Taranenko Yu.K., Khomyak Yu.V. A Non-Contact Multifunctional Ultrasonic Transducer for Measurements and Non-Destructive Testing // Measurement Techniques. – 2016. – No 12. – Vol. 59. – Issue 9. – Pp. 990–993.
11. Zhichao Cai, Suzhen Liu, Chuang Zhang, Oingxin Yang. Microscopic Mechanism and Experiment Research of Electromagnetically Induced Acoustic Emission // IEEE Transactions on Magnetics. – 2015. – Vol. 51. – No 11. – Code 9401804. – 4 p.

Надійшла 02.12.2016
Остаточний варіант 21.02.2017