

ГАРМОНИЧЕСКИЙ СОСТАВ ТОКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВИБРАТОРА

А.А. Черно*, канд.техн.наук

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова,

Пр. Героев Сталинграда, 9, Николаев, 54025, Украина.

e-mail: alexcherno@gmail.com

Аналитически доказано, что частотный спектр тока электромагнитного вибратора включает в себя все нечетные гармоники и не содержит четных. Экспериментально установлено, что наибольшими по амплитуде являются первая и третья гармоники тока, а разность фаз между ними является монотонно убывающей функцией частоты в области резонанса. Это свойство можно использовать для управления частотой вибрационного привода. Библ. 10, рис. 2.

Ключевые слова: электромагнитный вибратор, гармонический состав тока.

Введение. Вибрационные установки применяются во многих отраслях промышленности для уплотнения бетонных смесей, вибрационного транспортирования, сепарации и обеспечения многих других технологических процессов [2, 3, 6]. Благодаря своей простоте, на сегодняшний день наиболее распространены установки с центробежным приводом [6]. Но электромагнитный вибрационный привод является более перспективным, поскольку имеет ряд преимуществ: высокая надежность, большой рабочий ресурс, простота реализации независимого управления амплитудой и частотой колебаний, возможность создания вибраций с частотой более 100 Гц, высокий КПД при работе на частоте, близкой к резонансной [3, 10]. Основным недостатком электромагнитного вибропривода – сложность и высокая цена системы автоматического управления, которая должна обеспечивать устойчивые колебания в окколорезонансном режиме с заданной амплитудой [9]. Поэтому актуальной задачей является исследование возможности упрощения и снижения стоимости системы управления электромагнитным приводом вибрационных установок за счет сокращения числа используемых в ней датчиков.

Анализ предыдущих исследований. Для обеспечения качественного технологического процесса с минимальными энергозатратами в системе управления на основании анализа входящих с датчиков сигналов должны определяться две величины: амплитуда колебаний рабочего органа $X_{p.o}$ и фазовый сдвиг φ_{Fx} между относительным перемещением якоря и сердечника электромагнита x и электромагнитной силой F [9]. Первая нужна для формирования сигнала обратной связи в замкнутой системе управления амплитудой вибрации, а вторая – для регулирования частоты: путем поддержания величины φ_{Fx} на уровне около -60° достигается максимум КПД привода [10].

В работе [9] рассматривается трехмассовая колебательная система виброустановки, где якорь электромагнита жестко крепится к рабочему органу, а сердечник электромагнита и динамический виброгаситель – к промежуточной массе. При этом достигается практически полная стабилизация промежуточной массы, и относительные перемещения x практически совпадают с перемещениями рабочего органа, которые измеряются с помощью установленного на нем акселерометра. Фазовый сдвиг φ_{Fx} в этом случае определяется путем обработки сигналов с акселерометра и датчика тока: первый несет информацию о текущей фазе перемещения x , а второй – электромагнитной силы F .

Однако в вибрационных установках массой более 50 кг практически невозможно обеспечить абсолютно жесткое соединение якоря с рабочим органом и стабилизацию промежуточной массы. Кроме того, установленный на рабочем органе акселерометр может быть отдален от якоря электромагнита, поэтому его можно применять только для вычисления амплитуды $X_{p.o}$, а для определения фазового сдвига φ_{Fx} необходимо, кроме датчика тока, использовать еще 2 акселерометра, установив их на якорь и сердечнике электромагнита. Это приведет к существенному усложнению системы управления, повышению ее стоимости и снижению надежности.

Развитие современного электропривода переменного тока характеризуется уменьшением количества используемых датчиков за счет усовершенствования алгоритмов обработки сигналов с датчиков тока и напряжения. Так в системах векторного управления асинхронными двигателями [7] это позволило избавиться от датчиков магнитного поля и датчиков скорости вращения. Аналогично, в электромагнитном вибрационном приводе систему фазовой автоподстройки частоты можно построить на основе анализа сигнала с датчика тока без использования дополнительных датчиков вибрации.

Для этого необходимо выявить особенности гармонического состава тока в обмотке электромагнита, несущие информацию об отношении частоты вибрации к резонансной частоте установки.

Целью данной работы является исследование гармонического состава тока электромагнитного вибратора для определения возможности использования сигнала с датчика тока в системе автоматического управления частотой вибрационного привода.

Аналитическое исследование гармонического состава тока. Запишем уравнение Кирхгофа для электрической цепи вибратора [2]

$$Ri(t) + \frac{\partial \psi(i, x)}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \psi(i, x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = U \cos \omega_l t, \quad (1)$$

где R – активное сопротивление обмотки; i – ток; ψ – потокосцепление; x – перемещение якоря электромагнита относительно сердечника; U и ω_l – амплитуда и частота подаваемого на обмотку напряжения. Ток и перемещение в данном случае будем рассматривать как функции одной переменной $i(t)$, $x(t)$, поэтому в (1) для них используются не частные, а полные производные. Считая ω_l частотой основной гармонической составляющей тока, представим функцию $i(t)$ в виде суммы из m гармоник (не считая 0-й) и запишем выражения для тока и его производной

$$i(t) = \sum_{k=0}^m i_k \cos(k\omega_l t + \varphi_k); \quad \frac{di}{dt} = -\omega_l \sum_{k=0}^m k i_k \sin(k\omega_l t + \varphi_k). \quad (2, 3)$$

Результаты расчетов и экспериментов [10] показали, что на частотах, близких к резонансной, колебания якоря электромагнита относительно сердечника можно считать синусоидальными

$$x(t) = X \cos(2\omega_l t + \varphi_x); \quad \frac{dx}{dt} = -2\omega_l X \sin(2\omega_l t + \varphi_x), \quad (4, 5)$$

где X и φ_x – амплитуда и фаза относительных перемещений.

Тогда задача заключается в том, чтобы аналитически определить номера присутствующих в спектре гармоник при питании обмотки синусоидальным напряжением с частотой ω_l и синусоидальных колебаниях якоря электромагнита относительно сердечника с частотой $2\omega_l$. Такая постановка задачи позволяет брать за основу только уравнение (1) с учетом (4) и не рассматривать уравнения электромагнитных и механических процессов, описывающих взаимосвязь тока и перемещений.

Разложим функцию $\psi(i, x)$ в ряд Тейлора [1], ограничив максимальную степень величиной n

$$\psi(i, x) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \left(i \frac{\partial}{\partial i} + x \frac{\partial}{\partial x} \right)^{k} \psi(i, x) \Big|_{i=0, x=0}. \quad (6)$$

Считая n четным числом, отделим четные и нечетные члены ряда (6)

$$\psi(i, x) = \sum_{k=0}^{n/2} \frac{1}{(2k)!} \left(i \frac{\partial}{\partial i} + x \frac{\partial}{\partial x} \right)^{2k} \psi(i, x) \Big|_{i=0, x=0} + \sum_{k=0}^{n/2-1} \frac{1}{(2k+1)!} \left(i \frac{\partial}{\partial i} + x \frac{\partial}{\partial x} \right)^{2k+1} \psi(i, x) \Big|_{i=0, x=0}. \quad (7)$$

Применим к (7) формулу бинома Ньютона [7]

$$\psi(i, x) = \sum_{k=0}^{n/2} \frac{1}{(2k)!} \sum_{j=0}^{2k} C_{2k}^j i^j x^{2k-j} \frac{\partial^{2k} \psi(i, x)}{\partial i^j \partial x^{2k-j}} \Big|_{i=0, x=0} + \sum_{k=0}^{n/2-1} \frac{1}{(2k+1)!} \sum_{j=0}^{2k+1} C_{2k+1}^j i^j x^{2k+1-j} \frac{\partial^{2k+1} \psi(i, x)}{\partial i^j \partial x^{2k+1-j}} \Big|_{i=0, x=0},$$

где $C_i^j = i! / (j!(i-j)!)$ – число сочетаний из i по j .

Отделим слагаемые с четными и нечетными степенями i

$$\begin{aligned} \psi(i, x) = & \sum_{k=0}^{n/2} \frac{1}{(2k)!} \sum_{j=0}^k C_{2k}^{2j} i^{2j} x^{2k-2j} \frac{\partial^{2k} \psi(i, x)}{\partial i^{2j} \partial x^{2k-2j}} \Big|_{i=0, x=0} + \sum_{k=1}^{n/2} \frac{1}{(2k)!} \sum_{j=1}^k C_{2k}^{2j-1} i^{2j-1} x^{2k-2j+1} \frac{\partial^{2k} \psi(i, x)}{\partial i^{2j-1} \partial x^{2k-2j+1}} \Big|_{i=0, x=0} + \\ & + \sum_{k=0}^{n/2-1} \frac{1}{(2k+1)!} \left(\sum_{j=0}^k C_{2k+1}^{2j} i^{2j} x^{2k-2j+1} \frac{\partial^{2k+1} \psi(i, x)}{\partial i^{2j} \partial x^{2k-2j+1}} \Big|_{i=0, x=0} + \sum_{j=0}^k C_{2k+1}^{2j+1} i^{2j+1} x^{2k-2j} \frac{\partial^{2k+1} \psi(i, x)}{\partial i^{2j+1} \partial x^{2k-2j}} \Big|_{i=0, x=0} \right). \end{aligned}$$

Поскольку функция $\psi(i, x)$ нечетная по переменной i , слагаемые с четными степенями i равны нулю. Тогда

$$\begin{aligned} \psi(i, x) = & \sum_{k=1}^{n/2} \frac{1}{(2k)!} \sum_{j=1}^k C_{2k}^{2j-1} i^{2j-1} x^{2k-2j+1} \frac{\partial^{2k} \psi(i, x)}{\partial i^{2j-1} \partial x^{2k-2j+1}} \Big|_{i=0, x=0} + \\ & + \sum_{k=0}^{n/2-1} \frac{1}{(2k+1)!} \sum_{j=0}^k C_{2k+1}^{2j+1} i^{2j+1} x^{2k-2j} \frac{\partial^{2k+1} \psi(i, x)}{\partial i^{2j+1} \partial x^{2k-2j}} \Big|_{i=0, x=0}. \quad (8) \end{aligned}$$

Продифференцировав (8) по i и по x , получаем частные производные

$$\frac{\partial \psi(i, x)}{\partial i} = \sum_{k=1}^{n/2} \sum_{j=1}^k D_{1_{k,j}} i^{2j-2} x^{2k-2j+1} + \sum_{k=0}^{n/2-1} \sum_{j=0}^k D_{2_{k,j}} i^{2j} x^{2k-2j}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \psi(i, x)}{\partial x} = \sum_{k=1}^{n/2} \sum_{j=1}^k D_{3_{k,j}} i^{2j-1} x^{2k-2j} + \sum_{k=1}^{n/2-1} \sum_{j=0}^{k-1} D_{4_{k,j}} i^{2j+1} x^{2k-2j-1}, \quad (10)$$

где

$$D_{1_{k,j}} = \frac{2j-1}{(2k)!} C_{2k}^{2j-1} \frac{\partial^{2k} \psi(i, x)}{\partial i^{2j-1} \partial x^{2k-2j+1}} \Big|_{x=0}; \quad D_{2_{k,j}} = \frac{2j+1}{(2k+1)!} C_{2k+1}^{2j+1} \frac{\partial^{2k+1} \psi(i, x)}{\partial i^{2j+1} \partial x^{2k-2j}} \Big|_{x=0};$$

$$D_{3_{k,j}} = \frac{2k-2j+1}{(2k)!} C_{2k}^{2j-1} \frac{\partial^{2k} \psi(i, x)}{\partial i^{2j-1} \partial x^{2k-2j+1}} \Big|_{x=0}; \quad D_{4_{k,j}} = \frac{2k-2j}{(2k+1)!} C_{2k+1}^{2j+1} \frac{\partial^{2k+1} \psi(i, x)}{\partial i^{2j+1} \partial x^{2k-2j}} \Big|_{x=0}.$$

Подставив (2) и (4) в (9), с учетом (3) определяем 2-е слагаемое левой части (1)

$$\frac{\partial \psi(i, x)}{\partial i} \frac{di}{dt} = -\omega_l \sum_{k=1}^{n/2} \sum_{j=1}^k D_{1_{k,j}} \cdot \left(\sum_{r=0}^m I_r \cos(r\omega_l t + \varphi_r) \right)^{2j-2} \left(\sum_{r_1=0}^m r_1 I_{r_1} \sin(r_1 \omega_l t + \varphi_{r_1}) \right) \times$$

$$\times X^{2k-2j+1} \cos^{2k-2j+1}(2\omega_l t + \varphi_x) - \omega_l \sum_{k=0}^{n/2-1} \sum_{j=0}^k D_{2_{k,j}} \cdot \left(\sum_{r=0}^m I_r \cos(r\omega_l t + \varphi_r) \right)^{2j} \times$$

$$\times \left(\sum_{r_1=0}^m r_1 I_{r_1} \sin(r_1 \omega_l t + \varphi_{r_1}) \right) X^{2k-2j} \cos^{2k-2j}(2\omega_l t + \varphi_x). \quad (11)$$

В первой составляющей правой части (11) поэтапно раскроем скобки и применим формулу перемножения тригонометрических функций

$$\left(\sum_{r=0}^m I_r \cos(r\omega_l t + \varphi_r) \right)^{2j-2} \left(\sum_{r_1=0}^m r_1 I_{r_1} \sin(r_1 \omega_l t + \varphi_{r_1}) \right) = \left(\sum_{r=0}^m I_r \cos(r\omega_l t + \varphi_r) \right)^{2j-3} \left(\sum_{r_2=0}^m I_{r_2} \cos(r_2 \omega_l t + \varphi_{r_2}) \right) \times$$

$$\times \left(\sum_{r_1=0}^m r_1 I_{r_1} \sin(r_1 \omega_l t + \varphi_{r_1}) \right) = \left(\sum_{r=0}^m I_r \cos(r\omega_l t + \varphi_r) \right)^{2j-3} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m r_1 I_{r_1} I_{r_2} \cos(r_2 \omega_l t + \varphi_{r_2}) \sin(r_1 \omega_l t + \varphi_{r_1}) =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\sum_{r=0}^m I_r \cos(r\omega_l t + \varphi_r) \right)^{2j-3} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m r_1 I_{r_1} I_{r_2} \cdot (\sin((r_1 + r_2)\omega_l t + (\varphi_{r_1} + \varphi_{r_2})) + \sin((r_1 - r_2)\omega_l t + (\varphi_{r_1} - \varphi_{r_2}))) =$$

$$= \frac{1}{4} \left(\sum_{r=0}^m I_r \cos(r\omega_l t + \varphi_r) \right)^{2j-4} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m \sum_{r_3=0}^m r_1 I_{r_1} I_{r_2} I_{r_3} \cdot (\sin((r_1 + r_2 + r_3)\omega_l t + (\varphi_{r_1} + \varphi_{r_2} + \varphi_{r_3})) +$$

$$+ \sin((r_1 + r_2 - r_3)\omega_l t + (\varphi_{r_1} + \varphi_{r_2} - \varphi_{r_3})) + \sin((r_1 - r_2 + r_3)\omega_l t + (\varphi_{r_1} - \varphi_{r_2} + \varphi_{r_3})) +$$

$$+ \sin((r_1 - r_2 - r_3)\omega_l t + (\varphi_{r_1} - \varphi_{r_2} - \varphi_{r_3}))) =$$

$$= \frac{1}{2^{2j-2}} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m \dots \sum_{r_{2j-1}=0}^m r_1 \cdot \left(\prod_{h=1}^{2j-1} I_{r_h} \right) \sum_{i_1=0}^1 \sum_{i_2=0}^1 \dots \sum_{i_{2j-1}=0}^1 i_1 \sin \left(\left(r_1 + \sum_{q=2}^{2j-1} (-1)^{i_q} r_q \right) \omega_l t + \varphi_{r_1} + \sum_{q=2}^{2j-1} (-1)^{i_q} \varphi_{r_q} \right).$$

Выполнив такие же действия над 2-й составляющей правой части (11), получим аналогичный результат, отличающийся только степенью двойки ($2j$ вместо $2j-2$) и количеством сумм, множителей и слагаемых ($2j+1$ вместо $2j-1$).

Применим для (11) формулы понижения степени [5]

$$\cos^{2k-2j+1}(2\omega_l t + \varphi_x) = \frac{1}{2^{2k-2j}} \sum_{q=0}^{k-j} C_{2k-2j+1}^q \cos(2(2k-2j+1-2q)\omega_l t + (2k-2j+1-2q)\varphi_x);$$

$$\cos^{2k-2j}(2\omega_l t + \varphi_x) = \frac{C_{2k-2j}^{k-j}}{2^{2k-2j}} + \frac{1}{2^{2k-2j-1}} \sum_{q=0}^{k-j-1} C_{2k-2j}^q \cos(4(k-j-q)\omega_l t + 2(k-j-q)\varphi_x).$$

Будем считать, что если верхний предел суммы меньше нижнего, то ее значение равно нулю.

Подставим полученные в ходе преобразований выражения в (11) и еще раз применим формулу перемножения тригонометрических функций

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi(i, x)}{\partial i} \frac{di}{dt} = & -\omega_I \sum_{k=1}^{n/2} \sum_{j=1}^k \frac{D_{1k,j}}{2^{2k-1}} X^{2k-2j+1} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m \dots \sum_{r_{2j-1}=0}^m r_1 \cdot \left(\prod_{h=1}^{2j-1} I_{r_h} \right) \sum_{i_1=0}^1 \sum_{i_2=0}^1 \dots \sum_{i_{2j-1}=0}^1 \sum_{q=0}^{k-j} C_{2k-2j+1}^q \times \\
& \times \sin \left(\left(2(-1)^{i_1} (2k-2j+1-2q) + r_1 + \sum_{s=2}^{2j-1} (-1)^{i_s} r_s \right) \omega_I t + (-1)^{i_1} (2k-2j+1-2q) \varphi_x + \varphi_{r_1} + \sum_{s=2}^{2j-1} (-1)^{i_s} \varphi_{r_s} \right) - \\
& - \omega_I \sum_{k=0}^{n/2-1} \sum_{j=0}^k \frac{D_{2k,j}}{2^{2k}} X^{2k-2j} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m \dots \sum_{r_{2j+1}=0}^m r_1 \cdot \left(\prod_{h=1}^{2j+1} I_{r_h} \right) \sum_{i_1=0}^1 \sum_{i_2=0}^1 \dots \sum_{i_{2j+1}=0}^1 i_1 \cdot \left[C_{2k-2j}^{k-j} \times \right. \\
& \times \sin \left(\left(r_1 + \sum_{s=2}^{2j+1} (-1)^{i_s} r_s \right) \omega_I t + \varphi_{r_1} + \sum_{s=2}^{2j+1} (-1)^{i_s} \varphi_{r_s} \right) + \sum_{i_0=0}^1 \sum_{q=0}^{k-j-1} C_{2k-2j}^q \times \\
& \times \sin \left(\left(4(-1)^{i_0} (k-j-q) + r_1 + \sum_{s=2}^{2j+1} (-1)^{i_s} r_s \right) \omega_I t + 2(-1)^{i_0} (k-j-q) \varphi_x + \varphi_{r_1} + \sum_{s=2}^{2j+1} (-1)^{i_s} \varphi_{r_s} \right) \left. \right]. \quad (12)
\end{aligned}$$

Подставив (2) и (4) в (10), с учетом (5) выполним аналогичные преобразования для 2-го слагаемого левой части (1). В результате получим

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi(i, x)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = & -2\omega_I \sum_{k=1}^{n/2} \sum_{j=1}^k \frac{D_{3k,j}}{2^{2k-1}} X^{2k-2j+1} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m \dots \sum_{r_{2j-1}=0}^m \left(\prod_{h=1}^{2j-1} I_{r_h} \right) \sum_{i_1=0}^1 \sum_{i_2=0}^1 \dots \sum_{i_{2j-1}=0}^1 \left[C_{2k-2j}^{k-j} \times \right. \\
& \times \sin \left(\left(2 + (-1)^{i_1} \left(r_1 + \sum_{s=2}^{2j-1} (-1)^{i_s} r_s \right) \right) \omega_I t + \varphi_x + (-1)^{i_1} \left(\varphi_{r_1} + \sum_{s=2}^{2j-1} (-1)^{i_s} \varphi_{r_s} \right) \right) + \sum_{i_0=0}^1 \sum_{q=0}^{k-j-1} C_{2k-2j}^q \times \\
& \times \sin \left(\left(2 + (-1)^{i_1} \left(4(-1)^{i_0} (k-j-q) + r_1 + \sum_{s=2}^{2j-1} (-1)^{i_s} r_s \right) \right) \omega_I t + \varphi_x + (-1)^{i_1} \left(2(-1)^{i_0} (k-j-q) \varphi_x + \varphi_{r_1} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum_{s=2}^{2j-1} (-1)^{i_s} \varphi_{r_s} \right) \right) \left. \right] - 2\omega_I \sum_{k=1}^{n/2-1} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{D_{4k,j}}{2^{2k}} X^{2k-2j} \sum_{r_1=0}^m \sum_{r_2=0}^m \dots \sum_{r_{2j+1}=0}^m \left(\prod_{h=1}^{2j+1} I_{r_h} \right) \sum_{i_0=0}^1 \sum_{i_1=0}^1 \dots \sum_{i_{2j+1}=0}^1 \sum_{q=0}^{k-j-1} C_{2k-2j-1}^q \times \\
& \times \sin \left(\left(2 + (-1)^{i_1} \left(2(-1)^{i_0} (2k-2j-1-2q) + r_1 + \sum_{s=2}^{2j+1} (-1)^{i_s} r_s \right) \right) \omega_I t + \right. \\
& \left. + \varphi_x + (-1)^{i_1} \left(\varphi_{r_1} + \sum_{s=2}^{2j+1} (-1)^{i_s} \varphi_{r_s} + (-1)^{i_0} (2k-2j-1-2q) \varphi_x \right) \right). \quad (13)
\end{aligned}$$

Главная особенность полученных выражений (12), (13) состоит в том, что каждый множитель при $\omega_I t$ представляет собой сумму из нечетного количества целых чисел. Эту особенность используем для доказательства отсутствия в спектре тока четных гармоник. Обозначим множество произведений амплитуд четных гармоник тока как Π_{even} , нечетных – Π_{odd} , а произведений, в которые входят амплитуды четных и нечетных гармоник – Π . Подставим (2), (12) и (13) в (1) и приравняем гармонические составляющие с одинаковыми частотами

$$\begin{aligned}
RI_k \cos(k\omega_I t + \varphi_k) + \sum_{i=1}^{N_0(k)} A_{0,i}(k) \Pi_{even_i}(k) \sin(k\omega_I t + \alpha_{0,i}(k)) + \sum_{i=1}^{N_1(k)} A_{1,i}(k) \Pi_{odd_i}(k) \sin(k\omega_I t + \alpha_{1,i}(k)) + \\
+ \sum_{i=1}^{N_2(k)} A_{2,i}(k) \Pi_i(k) \sin(k\omega_I t + \alpha_{2,i}(k)) = U_k \cos \omega_I t, \quad \text{при } k = 0, 1, \dots, m, \quad (14)
\end{aligned}$$

где $N_0(k)$, $N_1(k)$ и $N_2(k)$ – количество произведений Π_{even} , Π_{odd} и Π в k -м уравнении соответственно; $A_{0,i}(k)$, $A_{1,i}(k)$, $A_{2,i}(k)$ – коэффициенты при произведениях; $\alpha_{0,i}(k)$, $\alpha_{1,i}(k)$, $\alpha_{2,i}(k)$ – фазы гармоник k -го уравнения.

Учитывая упомянутое выше свойство выражений (12) и (13), четный множитель при $\omega_I t$ может быть получен только при наличии хотя бы одного четного r_h , а нечетный – только при наличии хотя бы одного нечетного r_h . Поэтому в системе (14) для четных k произведения $\Pi_{odd} = 0$, а для нечетных – $\Pi_{even} = 0$. Тогда, учитывая, что все гармоники напряжения U_k , кроме первой, равны нулю, и считая m четным числом, на основании (14) составим систему уравнений для четных k

$$\left\{ \begin{array}{l} RI_0 + \sum_{i=1}^{N_0(0)} A_{0,i}(0) \Pi_{\text{even}_i}(0) \sin \alpha_{0,i}(0) + \sum_{i=1}^{N_2(0)} A_{2,i}(0) \Pi_i(0) \sin \alpha_{2,i}(0) = 0; \\ RI_2 \cos \varphi_2 + \sum_{i=1}^{N_0(2)} A_{0,i}(2) \Pi_{\text{even}_i}(2) \sin \alpha_{0,i}(2) + \sum_{i=1}^{N_2(2)} A_{1,i}(2) \Pi_i(2) \sin \alpha_{1,i}(2) = 0; \\ -RI_2 \sin \varphi_2 + \sum_{i=1}^{N_0(2)} A_{0,i}(2) \Pi_{\text{even}_i}(2) \cos \alpha_{0,i}(2) + \sum_{i=1}^{N_2(2)} A_{1,i}(2) \Pi_i(2) \cos \alpha_{1,i}(2) = 0; \\ \vdots \\ RI_m \cos \varphi_m + \sum_{i=1}^{N_0(m)} A_{0,i}(m) \Pi_{\text{even}_i}(m) \sin \alpha_{0,i}(m) + \sum_{i=1}^{N_2(m)} A_{1,i}(m) \Pi_i(m) \sin \alpha_{1,i}(m) = 0; \\ -RI_m \sin \varphi_m + \sum_{i=1}^{N_0(m)} A_{0,i}(m) \Pi_{\text{even}_i}(m) \cos \alpha_{0,i}(m) + \sum_{i=1}^{N_2(m)} A_{1,i}(m) \Pi_i(m) \cos \alpha_{1,i}(m) = 0. \end{array} \right.$$

Одним из решений этой системы является $I_0 = I_2 = \dots = I_m = 0$ при любых $I_1, I_3, \dots, I_{m-1}, \varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_m$. Поскольку ни одна из амплитуд гармоник тока не может одновременно принимать разные значения, полученное решение можно считать единственным, которое не противоречит физическому смыслу задачи.

Для доказательства того, что амплитуды нечетных гармоник не равны нулю, рассмотрим частный случай, где максимальная степень ряда Тейлора (6) $n = 2$. Тогда с учетом (2) – (5), (12) и (13) уравнение (1) запишется в следующем виде:

$$R \sum_{k=0}^m I_k \cos(k\omega_I t + \varphi_k) - \omega_I D_{2,0,0} \sum_{r=0}^m r I_r \sin(r\omega_I t + \varphi_r) - \omega_I X \sum_{r=0}^m I_r \times \\ \times \left((0,5rD_{1,1,1} + 2D_{3,1,1}) \sin((r+2)\omega_I t + \varphi_r + \varphi_x) + (0,5rD_{1,1,1} - 2D_{3,1,1}) \sin((r-2)\omega_I t + \varphi_r - \varphi_x) \right) = U \cos \omega_I t.$$

Приравняв гармонические составляющие с одинаковыми частотами, получим следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} RI_1 \cos(\omega_I t + \varphi_1) - \omega_I D_{2,0,0} I_1 \sin(\omega_I t + \varphi_1) - \omega_I X I_3 \cdot (1,5D_{1,1,1} - 2D_{3,1,1}) \sin(\omega_I t + \varphi_3 - \varphi_x) + \\ + \omega_I X I_1 \cdot (0,5D_{1,1,1} - 2D_{3,1,1}) \sin(\omega_I t - \varphi_1 + \varphi_x) = U \cos \omega_I t; \\ RI_3 \cos(3\omega_I t + \varphi_3) - 3\omega_I D_{2,0,0} I_3 \sin(3\omega_I t + \varphi_3) - \omega_I X I_1 \cdot (0,5D_{1,1,1} + 2D_{3,1,1}) \sin(3\omega_I t + \varphi_1 + \varphi_x) - \\ - \omega_I X I_5 \cdot (2,5D_{1,1,1} - 2D_{3,1,1}) \sin(3\omega_I t + \varphi_5 - \varphi_x) = 0; \\ \vdots \\ RI_k \cos(k\omega_I t + \varphi_k) - k\omega_I D_{2,0,0} I_k \sin(k\omega_I t + \varphi_k) - \omega_I X I_{k-2} \cdot (0,5(k-2)D_{1,1,1} + 2D_{3,1,1}) \times \\ \times \sin(k\omega_I t + \varphi_{k-2} + \varphi_x) - \omega_I X I_{k+2} \cdot (0,5(k+2)D_{1,1,1} - 2D_{3,1,1}) \sin(k\omega_I t + \varphi_{k+2} - \varphi_x) = 0; \\ \vdots \\ RI_m \cos(m\omega_I t + \varphi_m) - m\omega_I D_{2,0,0} I_m \sin(m\omega_I t + \varphi_m) - \omega_I X I_{m-2} \cdot (0,5(m-2)D_{1,1,1} + 2D_{3,1,1}) \times \\ \times \sin(m\omega_I t + \varphi_{m-2} + \varphi_x) = 0, \end{array} \right. \quad (15)$$

где $k = 1, 3, \dots, m$; m – нечетное число.

Предположим, что $I_1 = 0$. Тогда из первого уравнения системы (15) следует, что при нулевой амплитуде X (вibrator неподвижен) амплитуда третьей гармоники I_3 бесконечна, что противоречит физическому смыслу задачи. Это означает, что $I_1 \neq 0$ при любых X . Амплитуды остальных гармоник тока, согласно (15), при $X = 0$ принимают нулевые значения.

Если любая из амплитуд высших нечетных гармоник тока $I_k = 0$ при ненулевом X , то из системы уравнений (15) следует

$$I_{k+2} = -I_{k-2} \frac{0,5(k-2)D_{1,1,1} + 2D_{3,1,1}}{0,5(k+2)D_{1,1,1} - 2D_{3,1,1}} \cdot \frac{\sin(k\omega_I t + \varphi_{k-2} + \varphi_x)}{\sin(k\omega_I t + \varphi_{k+2} - \varphi_x)}, \\ I_{k+j+2} = \frac{I_{k+j}}{X} \cdot \frac{R \cos((k+j)\omega_I t + \varphi_{k+j}) - (k+j)\omega_I D_{2,0,0} \sin((k+j)\omega_I t + \varphi_{k+j})}{(0,5(k+j+2)D_{1,1,1} - 2D_{3,1,1}) \omega_I \sin((k+j)\omega_I t + \varphi_{k+j+2} - \varphi_x)},$$

где $k = 3, 5, \dots, m$; $j = 2, 4, \dots, m - (k + 2)$. Тогда при малых значениях амплитуды колебаний можно считать, что I_1 практически не зависит от X , а амплитуды высших гармоник, начиная с $(k + 2)$ -й, обратно

пропорциональны величине X' . Нетрудно заметить, что можно найти ненулевые значения X , при которых бесконечное увеличение числа гармоник m приведет к бесконечному увеличению амплитуды последней гармоники I_m , что также противоречит физическому смыслу рассматриваемой задачи.

Таким образом, математически доказано, что при работе электромагнитного вибратора ($X \neq 0$) в его обмотке протекает несинусоидальный ток, в спектре которого присутствуют все нечетные гармонические составляющие и отсутствуют четные.

Экспериментальные исследования. В [10] описан эксперимент по исследованию энергетических характеристик вибрационного конвейера с электромагнитным приводом. При этом были получены осциллограммы сигналов с датчиков. Выполнив преобразование Фурье сигнала с датчика тока, вычисляем амплитуды его гармонических составляющих (рис. 1). Полученные амплитуды четных гармоник соизмеримы с погрешностью вычислений, поэтому можно считать, что в спектре тока они отсутствуют. Это подтверждает результаты аналитического исследования, проведенного в данной работе.

Из высших гармоник наибольшей по амплитуде является 3-я. Ее уровень всего в 3 раза ниже уровня основной гармонической составляющей и как минимум на порядок выше уровня остальных нечетных гармоник. Аналогичные результаты были получены на виброустановке, описанной в [8], а также при численном моделировании. Поэтому именно 3-я гармоника тока может быть использована в системе управления частотой вибрации.

Поскольку высшие гармоники тока обусловлены ЭДС, возникающей вследствие движения якоря, их фазы зависят от фазы механических колебаний. Поэтому разность фаз между третьей и первой гармониками $\Delta\varphi_{\text{Д}} = \varphi_3 - 3\varphi_1$ зависит от фазового сдвига между электромагнитной силой и перемещением $\varphi_{\text{ФХ}}$, и, следовательно, является функцией частоты. На рис. 2 показана полученная экспериментальным путем зависимость $\Delta\varphi_{\text{Д}}(\omega)$, где $\omega = 2\omega_l$ – частота вибрации. При этом резонансная частота составляла около 57 Гц. При переходе через резонанс фазовый сдвиг $\Delta\varphi_{\text{Д}}$ плавно уменьшается от 150° до 65° , а на резонансе составляет около 90° . Согласно [10], наибольший КПД электромагнитного привода наблюдается на частотах 0,95 – 0,99 от резонансной в зависимости от нагрузки. В данном случае этот диапазон составляет 54 – 56,5 Гц, что соответствует фазовому сдвигу между третьей и первой гармониками тока $100^\circ - 135^\circ$.

Таким образом, при управлении частотой виброустановки в качестве сигнала обратной связи можно использовать разность фаз между третьей и первой гармониками тока $\Delta\varphi_{\text{Д}}$. При этом в качестве входного сигнала необходимо задать требуемое значение $\Delta\varphi_{\text{Д}}$, которое соответствует режиму работы с наибольшей энергетической эффективностью.

Выводы. Аналитически доказано, что при работе электромагнитного вибратора в его обмотке протекает несинусоидальный ток, в спектре которого присутствуют все нечетные гармонические составляющие, а четные гармоники отсутствуют. Первая и третья гармоники тока могут быть использованы в системе автоматического управления частотой вибрационного привода. Для этого необходимо вычислять разность фаз между ними и использовать ее в качестве сигнала обратной связи. Это позволит вдвое сократить количество используемых в системе датчиков и, тем самым, уменьшить стоимость и повысить надежность электропривода.

1. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. – М.: Наука, 1965. – 608 с.
2. Виштак Т.В., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Динамические режимы электромагнитного вибратора // Технічна електродинаміка. – 2011. – № 3. – С. 60 – 66.
3. Ланець О.С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом. Теоретичні основи та практика створення. – Львів: НУЛП, 2008. – 324 с.
4. Михайлов Е.В., Патронова Н.Н., Тепляков В.В. Теория вероятностей в примерах и задачах: Ч. 1. Комбинаторика. Случайные события и их вероятности. – Архангельск: САФУ, 2013. – 141 с.

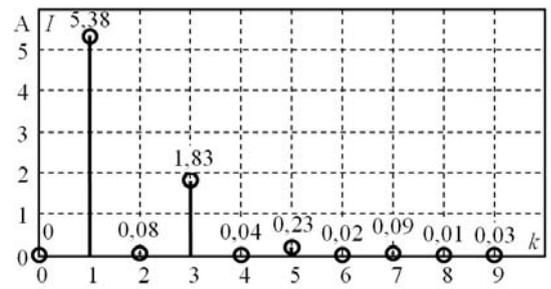


Рис. 1

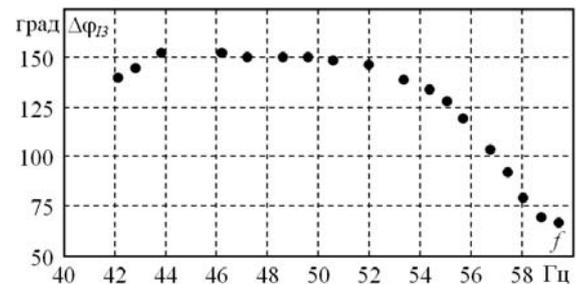


Рис. 2

5. Новоселов С.И. Специальный курс тригонометрии. – М.: Высшая школа, 1967. – 536 с.
6. Осадчий В.В., Батраченко И.В., Мыктыук Д.В. Регулируемый электропривод дебалансного вибро-возбудителя // Электромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук, 2012. – Вип. 3 (19). – С. 194–197.
7. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. – М.: Издательский центр "Академия", 2006. – 265 с.
8. Черно А.А. Динамическая модель электромагнитного вибрационного привода // Технічна електродинаміка. – 2014. – № 2. – С. 37 – 43.
9. Черно А.А. Управление резонансным электромагнитным вибрационным приводом с использованием алгоритма цифровой фильтрации на основе дискретного преобразования Фурье // Проблемы управления и информатики. – 2014. – № 4. – С. 111 – 125.
10. Cherny O.O., Monchenko M. Yu. Energy efficiency of the vibratory device electromagnetic drive system // Технічна електродинаміка. – 2016. – № 1. – С. 20 – 25.

УДК 621.313.3:621.318.3

ГАРМОНІЧНИЙ СКЛАД СТРУМУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВІБРАТОРА

О.О.Черно, канд.техн.наук

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова,

Пр.. Героев Сталинграда, 9, Николаев, 54025, Украина.

e-mail: alexcherno@gmail.com

Аналитично доведено, що частотний спектр струму електромагнітного вібратора включає в себе всі непарні гармоніки і не містить парних. Експериментально встановлено, що найбільшими за амплітудою є перша і третя гармоніки струму, а різниця фаз між ними є монотонно спадною функцією частоти в області резонансу. Цю властивість можна використовувати для керування частотою вібраційного привода. Бібл. 10, рис. 2.

Ключові слова: електромагнітний вібратор, гармонічний склад струму

HARMONIC COMPONENTS OF ELECTROMAGNETIC VIBRATOR CURRENT

O.O.Cherno

National University of Shipbuilding named by admiral Makarov,

av. Geroev Stalingrada, 9, Nikolaev, 54025.

E-mail: alexcherno@gmail.com

The aim of the work is to study the current harmonic components of electromagnetic vibrator to make possible of its frequency control by using only current sensor signal. It was found analytically, that the current spectrum has all the odd harmonics and has not any even ones. Experimental investigations have also been performed. It was found, that the first and the third current harmonics have the highest amplitude. The phase difference between them is a monotonically decreasing function of frequency in the resonance region, so this property can be used to control the frequency of the electromagnetic vibratory drive. References 10, figures 2.

Key words: electromagnetic vibrator, current harmonic components.

1. Budak B.M., Fomin C.V. Multiple integrals and series. – Moskva: Nauka, 1965. – 608 p. (Rus)
2. Vyshtak T.V., Kondratenko I.P., Rashchepkin A.P. Dynamic modes of the electromagnetic oscillator // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2011. – No 3. – Pp. 60 – 66. (Rus)
3. Lanets A.S. High efficiency interresonance vibrating machines with electromagnetic drive. Theoretical foundations and building practice. – Lviv: NULP, 2008. – 324 p. (Ukr)
4. Mikhailov E.V., Patronova N.N., Teplakov V.V. Probability theory in the examples and tasks: Part 1. Combinatorics. Random events and their probabilities. – Arkhangelsk: SAFU, 2013. – 141 p. (Rus)
5. Novosiolov S.I. Special course of trigonometry. – Moskva: Vysshaya shkola, 1967. – 536 p. (Rus)
6. Osadchii V.V., Batrachenko I.V., Myktyuk D.V. Adjustable electric drive of unbalanced vibro-exciter // Elektromekhanichni i energozberigaiuchi systemy. – 2012. – No 3 (19). – Pp. 194 – 197. (Rus)
7. Sokolovskii G.G. AC drives with frequency regulation. – Moskva: Akademiia, 2006. – 265 p. (Rus)
8. Cherny A.A. Dynamic model of electromagnetic vibration drive // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2014. – No 2. – Pp. 37–43. (Rus)
9. Cherny A.A. Control of resonant electromagnetic vibrational drive using a digital filtering algorithm based on discrete Fourier transform // Problemy upravleniia i informatiki. – 2014. – No 4. – Pp. 111 – 125. (Rus)
10. Cherny O.O., Monchenko M.Yu. Energy efficiency of the vibratory device electromagnetic drive system // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2016. – No 1. – Pp. 20 – 25.

Надійшла 24.01.2017

Остаточний варіант 08.02.2017