

ТРИВИМІРНА ПОЛЬОВА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ У ТОРЦЕВІЙ ЗОНІ РОТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА

Ю.М. Васьковський, докт.техн.наук, **С.С. Цивінський**
 Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут",
 пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна.
 e-mail: yun157@gmail.com

Розроблено тривимірну польову математичну модель електромагнітних процесів у торцевих зонах ротора турбогенератора в несиметричних режимах його роботи, при яких частота індукованих струмів у роторі дорівнює 100 Гц, та виконано на її основі відповідні дослідження. Наведено результати моделювання – розподіли вихрових струмів і втрат у контактних зонах клинів і зубців та обґрунтовано технічні рішення щодо їхнього зменшення. Бібл. 7, рис. 8.

Ключові слова: турбогенератор, торцева зона ротора, кінцеві клини ротора, тривимірна польова математична модель.

Вступ. У процесі експлуатації потужних турбогенераторів (ТГ) неодноразово спостерігалися випадки uszkodження елементів конструкції торцевих зон роторів – кінцевих клинів і суміжних ділянок зубців, контактних поверхонь бандажних кілець тощо. Підвищена пошкоджуваність цих елементів обумовлена фізичними процесами, що виникають у роторах ТГ в асинхронних і несиметричних режимах роботи [4]. Особливо значні uszkodження спостерігаються в несиметричних режимах, коли в роторі індукуються струми частоти 100 Гц. На активній довжині ротора ці струми протікають в аксіальному (уздовж осі ротора) напрямку, а на торцях ротора замикаються в тангенціальному (поперек осі) напрямку, перетинаючи ділянки зубців і кінцевих клинів через їхні контактні поверхні. З огляду на надзвичайну складність проведення експериментальних досліджень зазначених фізичних процесів обґрунтування технічних рішень щодо підвищення надійності роторів ТГ можливе лише на базі достовірних польових математичних моделей. Але розробка таких моделей також зустрічає суттєві труднощі, оскільки геометрія торцевих зон ротора є занадто складною, а розподіл електромагнітного поля має тривимірний характер. Тим не менше, при певних припущеннях електромагнітні і теплові процеси в торцевих зонах роторів ТГ були досліджені на двовимірних польових моделях в роботах [1,3,5,6]. За результатами досліджень були запропоновані технічні рішення щодо удосконалення конструкції окремих елементів ротора, наприклад, [2]. Були спроби виконати тривимірне моделювання процесів у роторі ТГ [4,7]. Але зазначені моделі не враховують низку важливих факторів і не в повній мірі забезпечують потрібний рівень достовірності результатів моделювання. Тому актуальним є розробка та практична реалізація адекватної тривимірної польової математичної моделі електромагнітних процесів в торцевих зонах роторів ТГ у несинхронних режимах роботи та наукове обґрунтування оптимальних технічних рішень для зменшення негативного впливу зазначених процесів на надійність конструкції ротора ТГ, що є метою статті. Дослідження проведено на прикладі найбільш небезпечного несиметричного режиму роботи ТГ.

Математична модель. Розрахункова область зображена на рис. 1, *a* і представляє собою циліндр, радіус і довжина якого дорівнюють відповідно зовнішньому радіусу і довжині осердя статора. В осерді статора виконано пази, в яких протікають струми обмотки статора у відповідності до заданої схеми обмотки. На рис 1, *б* показано розташування цих струмів (позначені літерою "Г") у вигляді тонких ниток струму, розміщених у геометричних центрах кожного шару пазу (обмотка статора – двохарова петльова). Струми в пазах статора протікають уздовж активної довжини машини в аксіальному напрямку і "зникають" на торцях розрахункової області. Задана трифазна система пазових струмів обмотки статора є джерелом електромагнітного поля в моделі. Лобові частини обмотки статора в моделі не враховуються, оскільки їхній

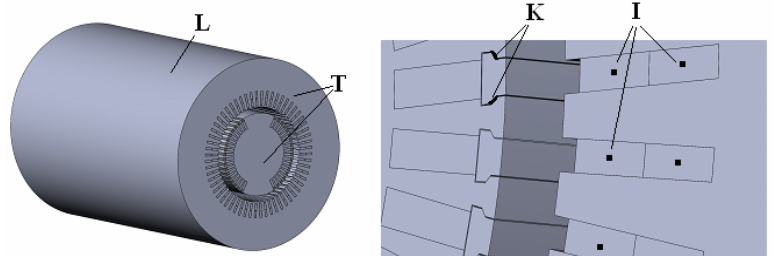


Рис. 1

вплив на формування струмів у роторі ТГ є незначним. Через те, що осердя статора виконується шихтованим, воно вважається неелектропровідним.

У розточці статора розташований циліндр бочки ротора, на якому виконано пази, що закриті пазовими клинами. Бочка ротора виконується масивною з електропровідної турбороторної сталі. Пазові клини також є електропровідними – клини виконуються із спеціальних сплавів дюралюмінію, бронзи тощо. Електричний контакт між клинами і зубцями існує тільки на *плечиках клинів*, які на рис. 1, б на одному з пазів позначені літерою “К”. Саме на цих ділянках під дією відцентрових сил при обертанні ротора клин спирається на зубець, і між ними виникає міцний контакт. На інших ділянках периметра між клином і зубцем існує повітряний проміжок (приблизно 0,5 ... 1 мм), який не дозволяє вихровим струмам перетікати в тангенціальному (поперечному) напрямку. Таким чином на плечиках *кінцевих клинів* виникає суттєва густина вихрових струмів і, відповідно, локального нагріву, що безпосередньо призводить до ушкодження кінцевих клинів.

У загальному вигляді система рівнянь тривимірного електромагнітного поля для величин, що змінюються у часі за гармонійним законом, може бути записана наступним чином:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) + j\omega\sigma \vec{A} + \sigma \nabla \varphi = \vec{J}_c, \quad \nabla \cdot \left(j\omega\sigma \vec{A} + \sigma \nabla \varphi - \vec{J}_c \right) = 0 \quad (1)$$

де $\vec{A} = \vec{e}_x A_x + \vec{e}_y A_y + \vec{e}_z A_z$ – комплексна амплітуда векторного магнітного потенціалу; φ – скалярний електричний потенціал; μ, σ – магнітна проникність і електропровідність; ω – кутова частота зміни величин у часі; \vec{J}_c – вектор густини сторонніх струмів. Оскільки індуковані струми вільно розтікаються в електропровідних середовищах і електричні заряди на окремих ділянках ротора не накопичуються, будемо припускати, що градієнт електричного потенціалу дорівнює нулю ($\nabla \varphi = 0$), і система (1) спрощується до рівняння

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) + j\omega\sigma \vec{A} = \vec{J}_c \quad (2)$$

Розв’язок рівняння (2) повинен задовольняти умові неперервності струмів у роторі: $\nabla \cdot \vec{J} = 0$, де \vec{J} – вектор густини струму в роторі. Струми в фазах обмотки статора задаються за виразами, що забезпечують відповідний характер розподілу електромагнітного поля в активній зоні і потрібну конфігурацію ліній індукованого струму в масивному роторі ТГ

$$\vec{I}_A = I_m, \quad \vec{I}_B = -I_m [\cos(-2\pi/3) - j \sin(-2\pi/3)], \quad \vec{I}_C = -I_m [\cos(-4\pi/3) - j \sin(-4\pi/3)], \quad (3)$$

де I_m – амплітуда струму зворотної послідовності чергування фаз, яка виникає в несиметричних режимах роботи ТГ. Оскільки постійне магнітне поле обмотки збудження не індукуює струми в електропровідних елементах ротора, приймається, що струм в обмотці збудження ТГ дорівнює нулю.

Рівняння (2), (3) доповнюються наступними граничними умовами на торцевій “Т” і боковій “L” поверхнях циліндру розрахункової області (рис. 1, а)

$$\vec{n} \cdot \vec{J} = 0, \quad \vec{n} \times \vec{A} = 0, \quad (4)$$

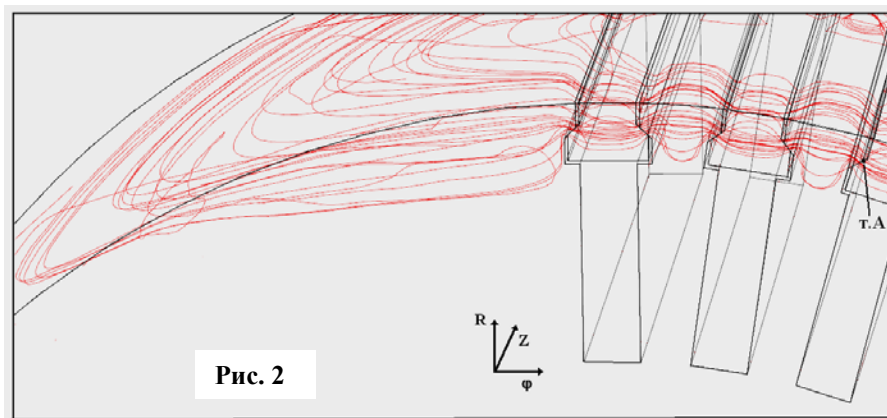
де \vec{n} – одиничний вектор нормалі до поверхні.

Перше рівняння в системі (4) обумовлює відсутність складової вектора густини струму, яка направлена уздовж вектора нормалі до граничних поверхонь (умова “електричної ізоляції”) – струми можуть протікати тільки уздовж дотичних до граничних поверхонь, не перетинаючи самих поверхонь. Друге рівняння показує, що на граничних поверхнях векторний магнітний потенціал має напрямок тільки уздовж вектора нормалі до поверхні (умова “магнітної ізоляції”), тобто відсутні магнітні потоки розсіювання через граничні поверхні. Магнітна проникність μ приймається сталою і визначається за величиною магнітної індукції основного магнітного потоку ТГ.

Математична модель (2) – (4) чисельно реалізована методом скінченних елементів у середовищі комплексу COMSOL Multiphysics 4.4. Слід зазначити, що практична чисельна реалізація задачі такого класу має суттєві труднощі і потребує великих витрат обчислювальних ресурсів ЕОМ. Це викликано, з одного боку, великими загальними розмірами розрахункової області і необхідністю змодель-

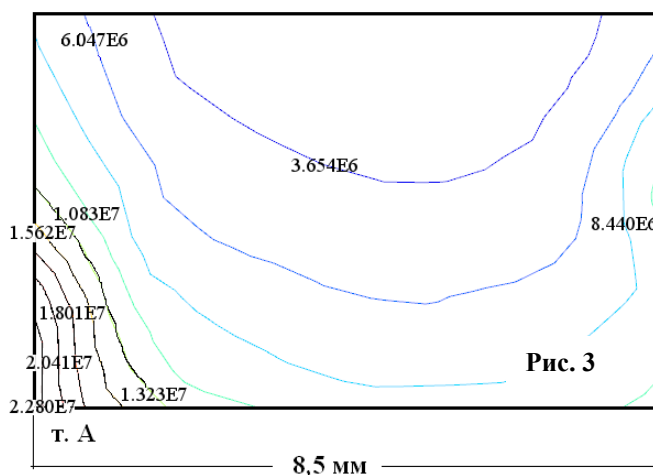
лювати в ній індуковані вихрові струми з адекватним характером їхнього розподілу, а з іншого боку – необхідністю аналізу електромагнітних явищ високої інтенсивності в межах невеликих за розміром локальних ділянок розрахункової області. Якщо для реального ТГ діаметр і довжина розрахункової області дорівнюють, наприклад, 2,5 м і 4,35 м, то ширина плечика клина, на якій досліджуються процеси, дорівнює тільки 0,006–0,008 м. Окрім того, як відомо, глибина проникнення електромагнітного поля в електропровідне середовище при частоті 100 Гц дорівнює усього 1–2 мм. Таким чином, для розв’язання поставленої задачі потрібна неоднорідна сітка скінченних елементів (ССЕ) з великою кількістю елементів, які з різною локальною густиною покривають розрахункову область. Шляхом чисельного експерименту встановлено, що для отримання адекватного розв’язку поставленої задачі необхідно використовувати ССЕ, що містить приблизно 9 млн. скінченних елементів. Використання такої ССЕ вимагає приблизно 250 Гбайт оперативної пам’яті ЕОМ. Тому для розв’язання задачі використовувалася спеціальна потужна 8-ми ядерна ЕОМ з об’ємом оперативної пам’яті 264 Гбайт, де кожне ядро має тактову частоту 2,6 ГГц. Процесорний час розв’язання одного варіанту задачі на такій ЕОМ складав приблизно 4 години.

Результати досліджень. Моделювання проводилося на прикладі ТГ потужністю 200 МВт, що має наступні вихідні дані: зовнішній і внутрішній діаметри статора 2,5 м та 1,235 м відповідно, довжина статора і ротора – 4,35 м, діаметр ротора – 1,075 м, число пазів статора – 60, число пазів ротора – 36, ширина паза ротора – 0,0325 м, висота паза ротора – 0,15 м, висота клина ротора – 0,033 м, ширина широкої частини клина ротора – 0,0455 м, ширина плечика клина ротора – 0,0085 м, матеріал бочки ротора – сталь з електропровідністю $\sigma=3,5 \cdot 10^6$ См/м, базовий матеріал клина – дюралюміній Д16Т, який має $\sigma=1,75 \cdot 10^7$ См/м. Частота індукованих струмів у роторі відповідає несиметричному



режиму роботи ТГ і дорівнює 100 Гц. Амплітуда струму зворотного порядку чергування фаз обмотки статора задавалася наступним чином. Спочатку методом послідовних наближень вирішувалася задача знаходження струмів обмотки статора прямого порядку чергування фаз, при яких за відсутності струму обмотки ротора магнітна індукція в повітряному проміжку ТГ

має таке саме значення, як і в номінальному синхронному режимі. В цій задачі ротор вважався неелектропровідним, оскільки індуковані струми в роторі в синхронному режимі не виникають. Далі в межах допустимої несиметрії струмів фаз обмотки статора, яка згідно з стандартом ДСУ 533-2000 складає 8% від амплітуди номінального струму ТГ, задавалася амплітуда струму зворотного порядку, яка для даного ТГ склала 410 А.



На рис. 2 зображено фрагмент розрахункової картини розподілу ліній індукованих струмів у торцевій зоні ротора на ділянці, що межує з великим зубцем ротора. З наведеної картини видно адекватний характер розтікання струмів у торцевій зоні електропровідного ротора ТГ, що підтверджує достовірність розробленої математичної моделі. Зокрема спостерігається суттєве збільшення густини струмів у місцях їхнього перетікання із зубця в клин і з клина в зубець через поверхні контактних плечиків клина. Саме дослідження розподілу струмів та теплових втрат на зазначених контактних поверхнях має важливе значення для оцінки надійності функціонування конструктивних елементів тор-

цевих зон ротора ТГ. Важливим також є оцінка аксіальної довжини кінцевих клинів, де спостерігається суттєве підвищення густини струмів, що дає можливість сформулювати рекомендації щодо вибору оптимальної довжини кінцевих клинів спеціальної конструкції.

На рис. 3 зображено ізолінії густини струму на поверхні плечика клина, ширина якого дорівнює 8,5 мм. Лівий край рисунку відповідає верхній частині контактної поверхні плечика клина, яка розташована ближче до поверхні ротора (позначена на рис. 2 як т. А). На цій ділянці густина струму досягає небезпечних значень до 23 ... 25 А/мм², але із збільшенням відстані швидко зменшується.

На рис. 4 зображено залежності розподілу густини струму уздовж ширини плечика клина $b_{\text{п}}$ на різних відстанях від торця ротора (координаті 0 відповідає точка А на рис. 2). Цифрою 1 позначена залежність, яка розрахована безпосередньо на торці ротора, цифрою 2 – залежність густини струму на глибині 3 мм від торця ротора. Цифрами 3, 4, 5 позначені відповідні залежності на глибинах 6, 9 і 12 мм. З рис. 4 видно різкий спад густини струму на плечиках клина при збільшенні відстані від торця ротора: вже на відстані приблизно 12...15 мм від торця ротора максимальна густина струму на плечиках клина зменшується у 2 рази. Зазначений висновок підтверджують зображені на рис. 5 залежності величини густини струму на плечиках клина від аксіальної довжини ротора L_{R} . Цифрою 1 позначена відповідна залежність на верхній частині контактної поверхні (т. А), а цифрою 2 – залежність на нижній частині контактної поверхні.

З рис. 5 видно, що на відстані приблизно 0,25...0,3 м від торця ротора тангенціально спрямовані струми через плечики кінцевих клинів практично не протікають, тобто на подальшій довжині всі індуковані струми протікають лише в аксіальному напрямку уздовж ротора. Цей важливий розрахунковий результат дає можливість обґрунтувати доцільну довжину кінцевих клинів спеціальної конструкції.

У подальшому досліджувалися варіанти удосконалення кінцевих клинів. Одним із технічних рішень є виготовлення клинів з матеріалу з підвищеною електропровідністю. На рис. 6 і рис. 7 зображено залежності *середніх питомих втрат в об'ємі* клина довжиною 0,25 м і *середніх питомих втрат на поверхні плечика* клина від електропровідності матеріалу клина.

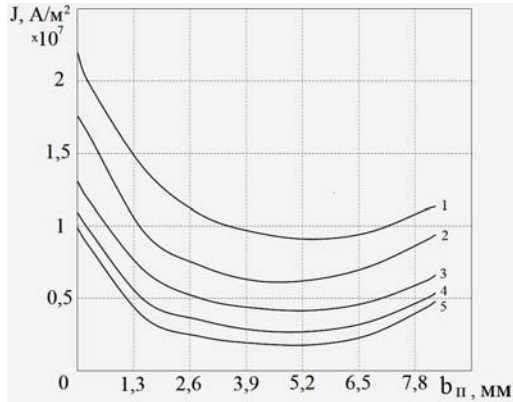


Рис. 4

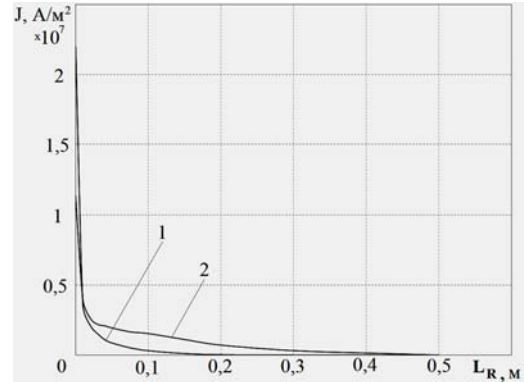


Рис. 5

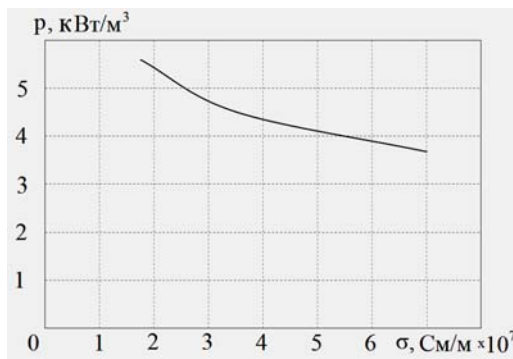


Рис. 6

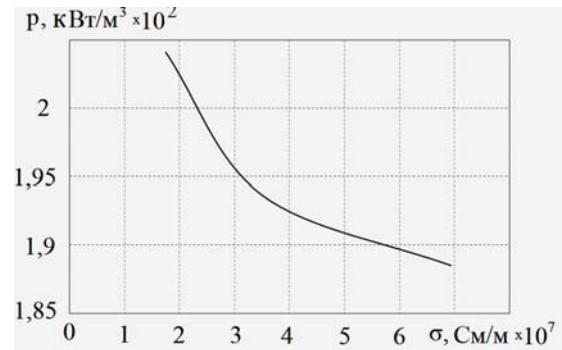


Рис. 7

Якщо питомі втрати в об'ємі клина з дюралюмінію Д16Т незначні (приблизно $5,6 \text{ кВт/м}^3$), то у зоні плечика клина середні питомі втрати сягають великих значень – приблизно 204 кВт/м^3 . Локальні питомі втрати на торці ротора є ще більшими. При виконанні клинів з бронзи ВрХ0,5, яка має електропровідність $5 \cdot 10^7 \text{ См/м}$, втрати у зоні плечика клина зменшуються до 191 кВт/м^3 , тобто в 1,073 рази. Таким чином, хоча використання високоелектропровідних кінцевих клинів і є можливим способом зменшення втрат, але радикального їх зменшення таким чином досягти не вдається.

Інше технічне рішення вперше було запропоновано у роботах [1, 2] і пов'язане з тим, що в зоні верхньої частині плечика клина 1 (рис. 8) виконується круглий отвір 2 діаметром 2...3 мм, що дозволяє видалити зони максимального локального нагріву і зменшити концентрації вихрових струмів і теплових втрат в зоні контакту клина з зубцем за рахунок зменшення кривизни ліній струмів. Перевірка такого технічного рішення на тривимірній моделі показала, що хоча інтегральні втрати в кінцевому клині змінюються мало – на 1...2 %, максимальні локальні значення густини струмів і питомих втрат у верхній частині плечика клина зменшуються відповідно в 1,07...1,09 і 1,14...1,19 рази.

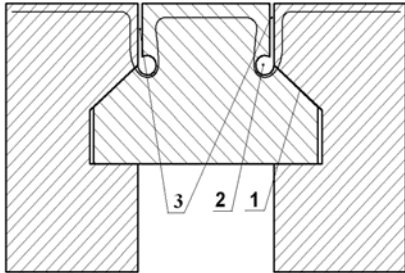


Рис. 8

Найбільш ефективним способом зменшення втрат у кінцевих клинах є збільшення площі електричного контакту між кінцевим клином і зубцем, що дає можливість вільно замикатися на торці ротора тангенціальним струмом. Для цього був змодельований варіант виконання кінцевої зони ротора, в якій повітряні проміжки 3 між клином і зубцем (рис. 8) були заповнені електропровідним матеріалом, що має електропровідність таку саму, як і дюралюмінію Д16Т. У результаті отримано наступні дані. Якщо середні питомі втрати в об'ємі клина без заповнення проміжків 3 склали $5,597 \text{ кВт/м}^3$, то при заповненні проміжків – $4,923 \text{ кВт/м}^3$, тобто зменшилися в 1,137 рази. Середні питомі втрати на поверхні плечика клина без заповнення проміжків дорівнювали $204,1 \text{ кВт/м}^3$, а при заповненні проміжків – $82,93 \text{ кВт/м}^3$, тобто втрати безпосередньо на плечиках клинів зменшилися у 2,46 рази. Це технічне рішення в певній мірі ідентичне створенню повних короткозамикаючих кілець на торці ротора для замикання тангенціально спрямованих індуктованих струмів ротора, яке застосовується в асинхронних машинах з короткозамкненим ротором типу «біляча клітка».

Сумарне зменшення локальних втрат на плечиках клинів при різних варіантах сумісного використання зазначених технічних рішень може складати 1,22 ... 2,63 рази. Менша величина характеризує сумісне використання першого і другого варіантів виконання кінцевих клинів, більша величина – сумісне використання першого і третього варіантів виконання кінцевих клинів.

Висновки. Розроблена тривимірна польова математична модель електромагнітних процесів у торцевих зонах ротора ТГ дозволяє змодельовувати явища локального збільшення вихрових струмів і втрат на контактних поверхнях «кінцевий клин – зубець», що виникають у несиметричних режимах роботи ТГ і можуть суттєво знижувати надійність його роботи. Для достовірної реалізації такої моделі методом скінченних елементів потрібна сітка скінченних елементів з кількістю скінченних елементів 8...10 млн.

Результати математичного моделювання дозволили виявити закономірності розподілу вихрових струмів і втрат на контактних поверхнях «кінцевий клин – зубець» та науково обґрунтувати технічні рішення щодо їхнього зменшення. Зокрема серед таких рішень є: збільшення площі електричного контакту між кінцевими клинами і зубцями ротора, використання кінцевих клинів спеціальної конфігурації (виконання в зоні верхньої частині плечика клина круглого отвору невеликого діаметру), виконання кінцевих клинів з матеріалу з більшою електропровідністю у порівнянні з електропровідністю дюралюмінію. Показано, що зменшення локальних питомих втрат на плечиках клинів при різних варіантах сумісного використання зазначених технічних рішень може складати 1,22...2,63 рази, що підвищує надійність роторів ТГ. Показано, що доцільна довжина кінцевих клинів ротора в потужних ТГ дорівнює 0,25...0,3 м.

1. Васьковський Ю.Н., Цивинський С.С., Гайденко Ю.А. Оптимизация концевых клиньев ротора турбогенератора для повышения надежности его работы в несимметричных режимах работы // Электротехника і електро-механіка. – 2004. – № 3. – С. 26 - 28.

2. Васьковський Ю.М., Цивинський С.С., Тутко О.І. Кінцевий клин ротора турбогенератора. Патент України № 52366, 2010.

3. Счастливий Г.Г., Тутко О.І., Васьковський Ю.М., Ахременко В.Л. Фізичні процеси в роторі енергетичних і електричних машин і способи підвищення їх надійності // Праці Інституту електродинаміки НАН України. – 2010. – № 26. – С. 105-113

4. Liang Y.P., Lu Y.P., Zhu K.N., Ge B.J., Cai W. Analysis and computation of 3D eddy current in turbogenerator rotor end region at asynchronous operation / IEEE International IEMDC 03, Madison, WI, USA, 1-4 June 2003. – Vol. 1. – Pp. 578 - 562.

5. Pantelyat M.G., Saphonov A.N., Shulzhenko N.G. Finite element analysis of the electromagnetic field in synchronous turbogenerator rotor slot wedges // Proc. of the 14th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering, Graz, Austria, September 2010. – Pp. 76 - 80.

6. Riley C.P. Negative sequence losses in turbine generator rotors // XX International Conference "Electrical Machines" (ICEM), Marseille, France, 2-5 September 2012. – Pp. 1364 - 1368.

7. Takahashi K., Hattori K., Nakahara A., Saeki M. Three dimensional harmonic field and eddy current analysis for rotor end region of turbine generator // IEEE International Conference "Electric Machines & Drives" (IEMDC '07), Antalya, Turkey, 3-5 May 2007. – Vol. 1. – Pp. 477 - 481.

УДК 621.313.17

ТРЕХМЕРНАЯ ПОЛЕВАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТОРЦЕВОЙ ЗОНЕ РОТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА

Ю.Н. Васьковський, докт.техн.наук, С. С. Цивинський

**Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт",
пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина. e-mail: yun157@gmail.com**

Разработана трехмерная полевая математическая модель электромагнитных процессов в торцевых зонах ротора турбогенератора в несимметричных режимах его работы, при которых частота индуцированных токов в роторе равна 100 Гц. Проведены на ее основе соответствующие исследования. Приведены результаты моделирования – распределения вихревых токов и потерь в контактных зонах концевых клиньев и зубцов, обоснованы технические решения по их уменьшению.

Библ. 7, рис. 8.

Ключевые слова: турбогенератор, торцевая зона ротора, концевые клинья ротора, трехмерная полевая математическая модель.

THREE DIMENSIONAL MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN THE END ZONE OF THE TURBOGENERATOR ROTOR

Yu.M. Vaskovskyi, S.S. Tsivinskiy

National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnic Institute",

pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine. e-mail: yun157@gmail.com

In the operation of powerful turbogenerators (TG) there are cases of damage of the end wedges and related areas of the rotor teeth. Increased of damages of these elements caused by physical processes that occur in the rotors of TG in the asynchronous and asymmetric modes. At the ends of the rotor induced currents consistently cross over from teeth to end wedges through their contact surfaces. On these surfaces, there is a large current density and local heating. The study of these phenomena can be doing only on the basis of the field mathematical models. The purpose of this paper is to develop a three-dimensional mathematical model of the electromagnetic processes in the end zones of the rotor TG in asymmetrical modes and carrying relevant studies. The results of modeling are: the distribution of eddy currents and losses in the contact zones of the end wedges and teeth, technical solutions for their decreasing. References. 7, figures 8.

Key words: turbogenerator, end rotor zone, end rotor wedges, three-dimensional mathematical model of the field.

1. Vaskovsky Yu.N., Tsivinsky S.S., Gaidenko Yu.A. Optimization of the end wedges of the rotor turbogenerator to improve the reliability of its work in the single-ended modes // Elektrotehnika i Elektromekhanika. – 2004. – No 3. – Pp. 26 - 28. (Rus)

2. Vaskovsky Yu.M., Tsivinsky S.S., Tytko A.I. The end wedge of the rotor of turbogenerator. Patent UA No 52366. 2010. (Ukr)

3. Schastliviy H.H., Tytko O.I., Vaskovsky Yu.M., Akhremenko V.L. Physical processes in the rotor of the electrical machines and methods of improve their reliability // Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy. – 2010. – No 26. – Pp. 105-113. (Ukr)

4. Liang Y.P., Lu Y.P., Zhu K.N., Ge B.J., Cai W. Analysis and computation of 3D eddy current in turbogenerator rotor end region at asynchronous operation / IEEE International IEMDC 03, Madison, USA, 1-4 June 2003. – Vol. 1. – Pp. 578 - 562.

5. Pantelyat M.G., Saphonov A.N., Shulzhenko N.G. Finite element analysis of the electromagnetic field in synchronous turbogenerator rotor slot wedges // Proc. of the 14th International IGTE Symposium on Numerical Field Calculation in Electrical Engineering, Graz, Austria, September 2010. – Pp. 76 - 80.

6. Riley C.P. Negative sequence losses in turbine generator rotors // XX International Conference "Electrical Machines" (ICEM), Marseille, France, 2-5 September 2012. – Pp. 1364 - 1368.

7. Takahashi K., Hattori K., Nakahara A., Saeki M. Three dimensional harmonic field and eddy current analysis for rotor end region of turbine generator // IEEE International Conference " Electric Machines & Drives" (IEMDC '07), Antalya, Turkey, 3-5 May 2007. – Vol. 1. – Pp. 477 - 481.

Надійшла 02.04.2015

Остаточний варіант 15.10.2015