

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАТОРА СТРУМУ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ  
ФЕРОМАГНІТНОГО ГІСТЕРЕЗИСУ ДЖАЙЛСА-АТЕРТОНА**

**Б.С. Стогній**, акад. НАН України, **М.Ф. Сопель**, канд. техн. наук, **В.І. Паньків**,  
**Є.М. Танкевич**, докт. техн. наук  
Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна. E-mail: [pankiv.volodimir@gmail.com](mailto:pankiv.volodimir@gmail.com)

*Подано коротку характеристику і основні рівняння теорії феромагнітного гістерезису Джайлса-Атертона, а також відомості про її застосування в світовій практиці для побудови математичної моделі трансформатора струму (ТС), розрахунків та досліджень електромагнітних процесів у цих апаратах. Запропоновано і обґрунтовано вдосконалення математичної моделі ТС, побудованої на основі цієї теорії, шляхом опису його безгістерезисної характеристики намагнічування (ХН) дробово-раціональною функцією другого порядку замість модифікованої функції Ланджевіна. За розробленою моделлю розраховано перехідні струми ТС типу ТФКН-330 з магнітопроводами з різних марок сталі та з різними способами апроксимації його ХН при короткому замиканні в первинній мережі та проведено їхній порівняльний аналіз. Розглянуто можливості застосування оптимізаційного генетичного методу диференціальної еволюції для визначення коефіцієнтів запропонованої моделі. Бібл. 11, рис. 3.*

**Ключові слова:** трансформатор струму, математична модель, характеристика намагнічування, апроксимація, феромагнітний гістерезис, електромагнітні процеси.

**Вступ.** Теорія феромагнітного гістерезису Джайлса-Атертона (Дж-А) розглядає процес намагнічування феромагнітного матеріалу як протидію сил тертя будь-якій зміні в намагнічуванні (при переміщенні доменної стінки всередині матеріалу через наявність дефектних місць у матеріалі, меж між кристалами, домішок та ін.) і таким чином розглядається як фізична модель феромагнітного гістерезису [4,5]. У загальному дана теорія представляє собою нелінійні диференціальні рівняння першого порядку, які характеризуються рядом коефіцієнтів, що мають певний фізичний зміст. Ідентифікація цих коефіцієнтів можлива за допомогою вимірної початкової характеристики намагнічування (ХН) та основної гістерезисної петлі [5].

Значним недоліком даної теорії є використання модифікованої функції Ланджевіна для апроксимації безгістерезисної ХН. Як буде показано нижче, дана апроксимуюча формула з дуже низькою точністю описує безгістерезисну ХН і, відповідно, з низькою точністю виконується побудова часткових петель гістерезису при використанні цієї теорії.

У світовій практиці створено і використовується в інженерних розрахунках та дослідженнях досить багато моделей трансформатора струму (ТС), які базуються на теорії Дж-А. Зокрема в роботі [7] розроблено модель ТС у програмному середовищі дослідження електромагнітних перехідних процесів АТР/ЕМТР з використанням функцій TACS (функцій аналізу перехідних процесів у системах управління). У роботі [1] розроблено модель ТС, де замість функції Ланджевіна для опису безгістерезисної ХН використано модифіковану апроксимуючу функцію, яка дещо підвищує точність опису процесів намагнічування сталей магнітопроводів ТС. Одну модель ТС, яка теж базується на даній теорії, розроблено і впроваджено в програмному середовищі для інженерних розрахунків та дослідження електромагнітних процесів PSCAD/EMTDC. Недоступність цих моделей у вільному для користувачів доступі обмежує їхнє використання для досліджень електромагнітних перехідних процесів у групах ТС, їхній вплив на струмові кола релейного захисту та розроблення методів і засобів з підвищення точності ТС цифровим способом.

Метою роботи є розроблення моделі ТС на основі принципів теорії Дж-А та її удосконалення шляхом заміни апроксимуючої формули в цій моделі для безгістерезисної ХН на більш точну.

**Основні рівняння.** В основу даної моделі покладено рівняння для безгістерезисної ХН, яка описує зміну намагніченості від середньої напруженості поля (ефективного поля). Безгістерезисна ХН використовується як ядро (основа) для моделювання впливів вигину і переміщення доменної стінки, тобто зворотного і прямого руху доменних стінок, але не враховує втрати, спричинені внаслідок руху

доменної стінки. Як таку характеристику використано модифіковану функцію Ланджевіна, що має наступний вигляд:

$$M_{an}(H) = M_s \left[ \coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \left(\frac{a}{H_e}\right) \right], \quad (1)$$

де  $H_e = H + \alpha M$  – напруженість ефективного поля, яке проявляється внаслідок зсуву доменів;  $H$  – зовнішнє застосоване поле;  $\alpha$  – середній параметр поля, який представляє міждоменний зв'язок,  $M_s$  – намагніченість насичення. Константа  $a$  – так званий параметр форми безгістерезисної ХН, який відображає зростання температури феромагнетика [2]. Слід відзначити, що за  $M_s$  прийнято вважати точку, де збігаються початкова ХН, зростаюча та спадаюча частини граничної петлі гістерезису.

З рівняння енергетичного балансу намагнічування отримано співвідношення для диференціальної проникності прямої намагніченості  $dM_{irr}/dH_e = (M_{an} - M_{irr})/k\delta$ , де  $k$  – коефіцієнт, який відображає зв'язок з гістерезисними втратами,  $\delta$  – коефіцієнт знаку, який набуває значення  $+1$ , коли  $dH/dt > 0$  та  $-1$ , коли  $dH/dt < 0$ .

Впродовж процесу намагнічування доменна стінка феромагнітного матеріалу не тільки переходить від одного центрального захвату до іншого, а й вигинається, коли домени утримуються на центральних захватах. Такий вигин доменної стінки пов'язаний із зворотною зміною процесу намагнічування. Виходячи з деяких фізичних енергетичних припущень про вигин доменної стінки [4], отримано лінійно залежне співвідношення для зворотної намагніченості  $M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr})$ , де  $c$  – коефіцієнт зворотності, який знаходиться в межах  $[0, \dots, 1]$ .

Оскільки сумарна намагніченість – це сума прямої намагніченості та зворотної намагніченості, тобто  $M = M_{irr} + c(M_{an} - M_{irr})$ , то сумарна диференціальна проникність для феромагнітного матеріалу може бути представлена у наступному вигляді [4]:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1+c} \cdot \frac{M_{an} - M}{\delta k / \mu_0 - \alpha(M_{an} - M)} + \frac{c}{1+c} \cdot \frac{dM_{an}}{dH}. \quad (2)$$

Перехід від намагніченості до індукції  $B$  описується співвідношенням

$$B = \mu_0(H + M), \quad (3)$$

де  $\mu_0$  – магнітна проникність вакууму.

З метою застосування розглянутої теорії опису гістерезису для моделювання електромагнітних процесів у ТС використано два основні рівняння ТС. Перше з них – це рівняння за законом Ампера, записане для магнітопроводу

$$\Delta H = (w_1 \Delta I_1 - w_2 \Delta I_2) / l, \quad (4)$$

де  $w_1, w_2$  – кількість витків первинної та вторинної обмоток відповідно,  $l$  – довжина шляху магнітного потоку,  $\Delta H$  – приріст напруженості магнітного поля,  $\Delta I_1$  – приріст первинного струму,  $\Delta I_2$  – приріст вторинного струму.

Друге рівняння отримане шляхом порівнювання швидкості зміни потокозчеплення до падіння напруги у вторинному колі

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} N_2 S = I_2 R_2 + \frac{\Delta I_2}{\Delta t} L_2, \quad (5)$$

де  $S$  – площа поперечного перерізу магнітопроводу ТС,  $\Delta t$  – крок інтегрування;  $\Delta B$  – зміна магнітної індукції в магнітопроводі;  $R_2$  – сума вторинного навантаження і опору вторинної обмотки (у тому числі опір проводу),  $L_2$  – сума індуктивностей вторинної обмотки і індуктивності навантаження (у тому числі індуктивність проводу).

Вирази (2)–(5) утворюють набір з чотирьох рівнянь, які дають змогу ітераційно розрахувати чотири невідомі  $\Delta I_2, \Delta H, \Delta B$  і  $\Delta M$  на кожному кроці інтегрування.

**Удосконалення моделі ТС.** Як вже відзначалося раніше, Джайлс і Атертон використовували у своїх дослідженнях модифіковану функцію Ланджевіна (1) для опису безгістерезисної ХН, яка є основою для побудови гістерезисних циклів. Проте в деяких працях вказувалося на суттєві похибки апроксимації модифікованою функцією Ланджевіна експериментальних даних ХН. У [10] запропоновано використовувати гіперболічний тангенс або дробово-лінійну функцію, що практично з такою самою

точністю описують ХН, що й модифікована функція Ланджевiна. У [1] запропоновано бiльш точний спiсiб апроксимацiї ХН

$$M_{an}(H) = M_s \frac{a_1 H_e + H_e^b}{a_3 + a_2 H_e + H_e^b}, \quad (6)$$

де  $a_1, a_2, a_3, b$  – коефiцiєнти апроксимацiї.

У данiй роботi пропонується для апроксимацiї безгiстерезисної ХН замiсть функцiї Ланджевiна використовувати дробово-рацiональну функцiю другого порядку наступного вигляду:

$$M_{an}(H) = \frac{s_1 H_e + s_2 H_e^2}{p_0 + p_1 H_e + p_2 H_e^2}, \quad (7)$$

де  $s_1, s_2, p_0, p_1, p_2$  – коефiцiєнти апроксимацiї.

На рис. 1 представлено порiвняння точностi апроксимацiї експериментальних даних ХН готових магнiтопроводiв ТС з рiзних марок сталi: 1511 (рис. 1, а), 1512 (рис. 1, б), 3406 (рис. 1, в), 3408 (рис. 1, г), де 1 – експериментальнi данi ХН; 2 – апроксимацiя згiдно з формулою (1); 3 – апроксимацiя згiдно з формулою (6); 4 – апроксимацiя згiдно з формулою (7). Коефiцiєнти апроксимуючих формул у всiх випадках розраховувалися за допомогою методу найменших квадратiв.

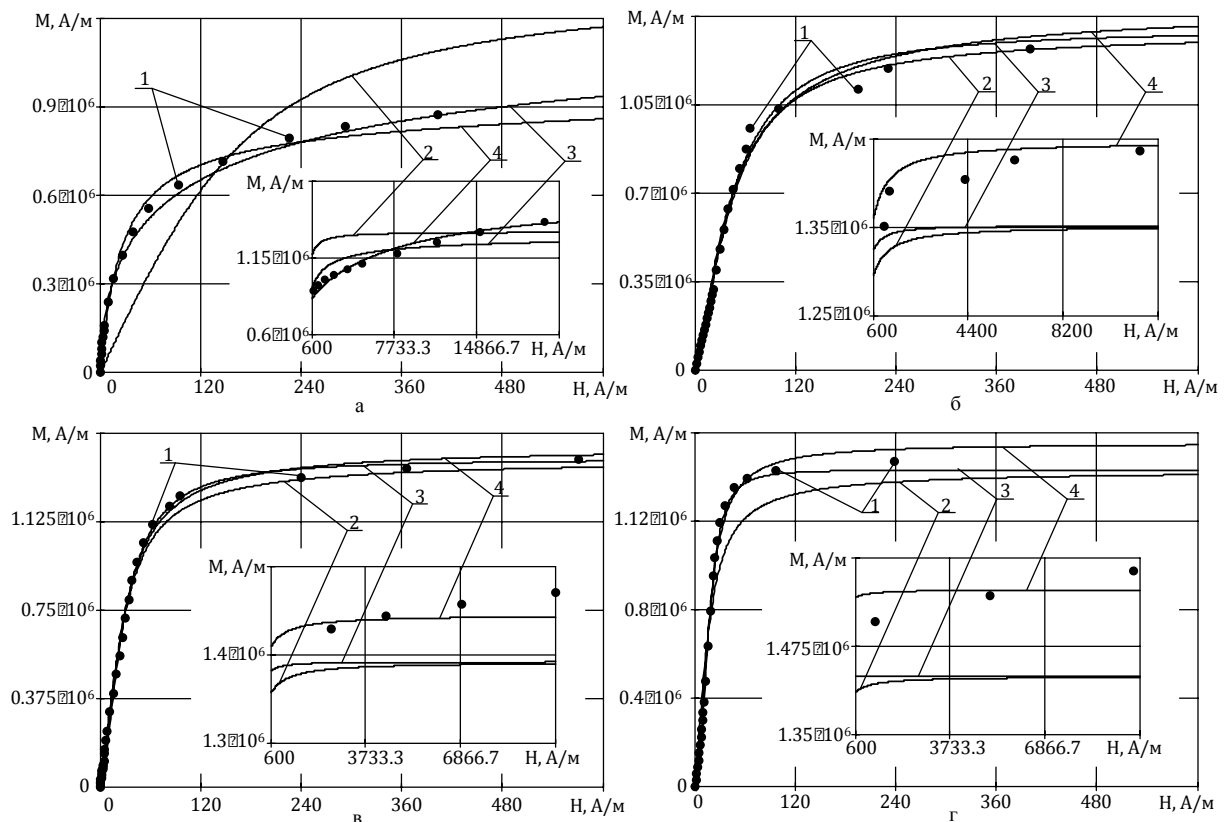
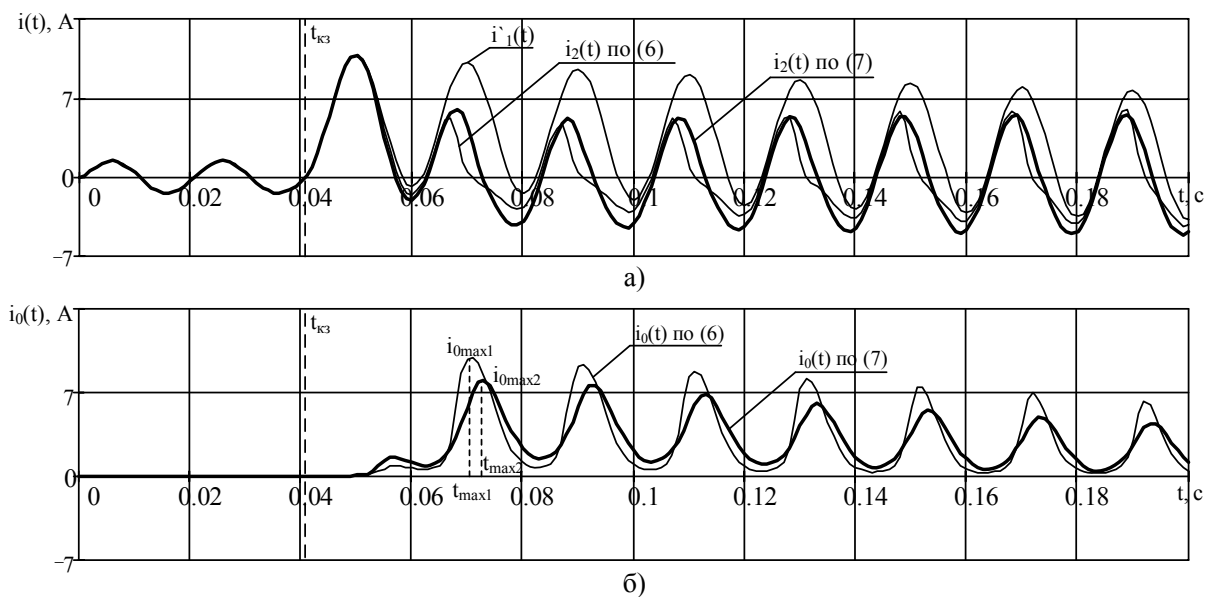


Рис. 1

Як видно функцiя Ланджевiна (1) у всiх досліджуваних випадках з великою похибкою описує зону насичення ХН. Для деяких сталей (рис. 1, а та рис. 1, г) вона з низькою точнiстю описує плечову зону ХН, а для сталi (рис. 1, а) – i лiнiйну частину до плечової зони. Функцiя (6), запропонована в роботi [1], дає набагато кращу точнiсть апроксимацiї у порiвняннi з функцiєю Ланджевiна, проте тiльки до зони насичення. У всiх показаних на рис. 1 випадках, починаючи iз зони насичення, апроксимована нею ХН проходить дещо нижче вiдносно експериментальних точок ХН. Для усунення цього недолiку в роботi запропонована функцiя (7), що значно краще описує (крiм початкової i плечової зони) також i зону насичення ХН. Ефект її застосування покажемо на прикладi моделювання перехiдних струмiв ТС з магнiтопроводом зi сталi марки 1511, апроксимацiя ХН якою функцiєю Ланджевiна i функцiєю, запропонованою в роботi [1], є гiршими у порiвняннi з апроксимацiєю ХН магнiтопроводiв з iнших марок сталi (рис. 1, а).

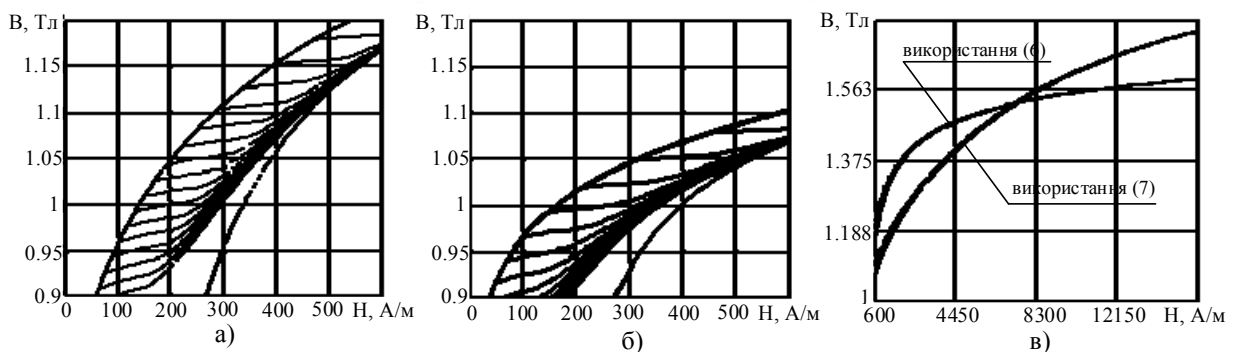
**Приклад.** ТС типу ТФКН-330 з наступними даними: номінальний первинний струм  $I_{1н} = 2000$  А; номінальний вторинний струм  $I_{2н} = 1$  А; кількість витків первинної обмотки  $w_1 = 1$ ; кількість витків вторинної обмотки  $w_2 = 1995$ ; середня довжина лінії магнітного потоку  $l_c = 0.957$  м; площа поперечного перерізу магнітопроводу  $S = 15.3 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>; опір вторинної обмотки  $Z_{2обм} \approx R_{2обм} = 8.2$  Ом. Номінальний опір вторинного навантаження  $Z_{2н} = 40$  Ом з коефіцієнтом потужності  $\cos \varphi_n = 0.8$ . Струм короткого замикання (КЗ), який використовувався при дослідженні, має вигляд  $i_1(t) = \sqrt{2}I_1(\cos(\varphi_1)e^{-t/T_1} - \cos(\omega t + \varphi_1))$  з наступними параметрами: момент виникнення КЗ  $\varphi_1 = 0^\circ$ , діюче значення струму КЗ  $I_1 = 8000$  А, стала часу пошкодження  $T_1 = 0.15$  с. Результати моделювання, а саме перехідні струми ТС при використанні різних способів апроксимації безгістерезисної ХН показані на рис. 2.



**Рис. 2**

При моделюванні використовувалася апроксимація безгістерезисної ХН функцією (6) з праці [1] та функцією (7), запропонованою у даній роботі. При цьому гістерезисні параметри теорії Дж-А  $c, k, \alpha$ , які не зв'язані з апроксимуючою формулою, зберігалися сталими для обох випадків. Функцію Ланджевіна не взято для порівняння через дуже низьку точність апроксимації (рис. 1, а). Максимальна миттєва струмова похибка ТС (рис. 2, б) при використанні апроксимуючої формули (6) становить  $i_{0\max 1} = 9.987$  А, яка досягається через 0.0298 с після виникнення пошкодження. У той саме час при більш точній апроксимації безгістерезисної ХН з використанням формули (7) у моделі Дж-А максимальна миттєва струмова похибка становить  $i_{0\max 2} = 8.038$  А, яка досягається через 0.0319 с після виникнення пошкодження.

На рис. 3, а, б показано гістерезисні криві в області плечової зони, розраховані для досліджува-



**Рис. 3**

ного випадку з використанням різних апроксимуючих функцій для безгістерезисної ХН. Рис. 3, *а* відображає гістерезисні криві при використанні формули (6), рис. 3, *б* – при використанні формули (7), рис. 3, *в* відображає область насичення магнітопроводу ТС з апроксимаціями його ХН функціями (6) та (7).

Взагалі можливе використання як функції Ланджевіна, так і функції, запропонованої в роботі [1] за умови, що вони точно описують експериментальні дані безгістерезисної ХН. В іншому випадку розрахунки міститимуть значні похибки, як показано у даній роботі.

**Методи визначення коефіцієнтів моделі.** В оригінальній теорії Дж-А для опису гістерезисних явищ слід визначити п'ять коефіцієнтів  $\alpha, a, k, c, M_s$ . Детальна інформація щодо процедури їхнього визначення запропонована в [5]. Однак у [6] відзначено, що ця процедура не дає можливості точно відтворити гістерезис, оскільки не зрозуміло, які "фіксовані точки" на вимірних кривих повинні бути використані для розрахунку коефіцієнтів. Більш того, неявний характер рівнянь для розрахунку цих коефіцієнтів вносить значну проблему в можливість знаходження розв'язку або помилкового визначення коефіцієнтів. З метою підвищення точності визначення коефіцієнтів для опису гістерезису відповідно до оригінальної теорії Дж-А в роботі [2] запропоновано модифіковану процедуру для розрахунку цих коефіцієнтів.

Однак використання точніших апроксимуючих безгістерезисну ХН формул (6) та (7) пов'язано з появою нових коефіцієнтів, що робить неможливим застосування процедур розрахунку коефіцієнтів, запропонованих у [2,5]. З метою забезпечення можливості використання запропонованої апроксимуючої формули (7) і відповідно підвищення точності опису явища гістерезису ТС можливе застосування сучасних генетичних оптимізаційних методів, які вже набули великої популярності в світовій практиці для розв'язання різноманітних інженерних задач.

Генетичні алгоритми – це еволюційні алгоритми пошуку оптимуму функції, що використовуються для вирішення задач оптимізації і моделювання шляхом застосування концепції природного відбору, комбінування і варіацій, а також механізмів, які нагадують біологічну еволюцію. Взагалі оптимізаційні генетичні алгоритми розвиваються досить стрімко, і вже існує значний перелік методів, які є генетичними алгоритмами, або тісно пов'язаними з ними. Зокрема до таких методів належать: оптимізація за потоком частинок (Particle swarm optimization), диференціальна еволюція (Differential evolution), меметичні мета-евристичні алгоритми, зокрема алгоритм перетасування стрибаючих жабок (Shuffled frog leaping algorithm), алгоритм імітації відпалу (Simulated annealing) та ін. Для прикладу розглянемо застосування алгоритму диференціальної еволюції для розрахунку параметрів запропонованої моделі.

Алгоритм диференціальної еволюції (ДЕ), розроблений Сторном і Прайсом у 1995 році, є потужним методом стохастичного пошуку, який базується на розвитку популяцій і є дуже ефективним для пошуку глобального оптимуму в неперервній області пошуку [11]. Алгоритм використовує три найважливіші параметри управління, а саме: розмірність популяції, коефіцієнт масштабування та оператори схрещування, мутації і відбору, які можуть значно впливати на оптимізаційну продуктивність генетичних алгоритмів [9].

Структура популяції для параметрів моделі ТС на основі теорії Дж-А з модифікованою безгістерезисною ХН має наступний вигляд:

$$pop^{(n)} = \begin{bmatrix} \alpha_1^{(n)} & c_1^{(n)} & k_1^{(n)} & s_{1_1}^{(n)} & s_{2_1}^{(n)} & p_{1_1}^{(n)} & p_{2_1}^{(n)} & p_{3_1}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_m^{(n)} & c_m^{(n)} & k_m^{(n)} & s_{1_m}^{(n)} & s_{2_m}^{(n)} & p_{1_m}^{(n)} & p_{2_m}^{(n)} & p_{3_m}^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

де кожний рядок матриці відображає окремого індивідуала (точку в оптимізаційному 9-ти вимірному просторі),  $n$  – номер генерації,  $m$  – розмірність популяції.

Спершу кожний індивідуал початкової популяції  $pop^{(0)}$  задається випадково і оцінюється відповідно до цільової функції  $f(x_i^{(n)})$ . Для прикладу, початкове значення  $j$ -ого параметру ( $j = 1, \dots, 8$ ) для  $i$ -ого індивідуалу ( $i = 1, \dots, m$ ) початкової популяції  $pop^{(0)}$  матриці (8) розраховується як

$$x_{ij}^{(0)} = x_{\min j}^{(0)} + rand(0,1) \cdot (x_{\max j}^{(0)} - x_{\min j}^{(0)}),$$

де  $rand(0,1)$  відображає рівномірно розподілену випадкову величину в межах від 0 до 1;  $x_{\max j}^{(0)}, x_{\min j}^{(0)}$  – наперед задані межі значень параметрів моделі ТС на основі теорії Дж-А. Для аморфних матеріалів та нетекстурованих сталей у [3] запропоновано діапазон таких меж. Більш узагальнені межі для феромагнітних матеріалів запропоновано в праці [8]. Діапазон меж параметрів розробленої моделі ТС з апроксимацією безгістерезисної ХН за формулою (7) потребує дослідження для тих марок сталей, з яких виготовляються магнітопроводи ТС.

Після заповнення матриці початкової популяції алгоритм ДЕ працює з оператором мутації (Mutation Operator) доти, поки цей оператор не створить мутуючий вектор  $V_i^{(n)}$  для кожного індивідуалу  $X_i^{(n)}$ . Вектор  $X_i^{(n)}$  прийнято називати цільовим вектором, і для  $n$ -ої популяції існує пов'язаний з ним мутуючий вектор  $V_i^{(n)} = \{v_{i,1}^{(n)}, v_{i,2}^{(n)}, \dots, v_{i,8}^{(n)}\}$ , який може бути згенерований за певною стратегією мутації. П'ять найбільш використовуваних стратегій мутації, які часто використовують у генетичних алгоритмах, описано в [9]:

- випадковий мутуючий вектор (вар. 1):  $V_{i,j}^{(n)} = X_{\eta^i,j}^{(n)} + F \cdot (X_{r_2^i,j}^{(n)} - X_{r_3^i,j}^{(n)})$ ;
- випадковий мутуючий вектор (вар. 2):  $V_{i,j}^{(n)} = X_{\eta^i,j}^{(n)} + F \cdot (X_{r_2^i,j}^{(n)} - X_{r_3^i,j}^{(n)}) + F \cdot (X_{r_4^i,j}^{(n)} - X_{r_5^i,j}^{(n)})$ ;
- найкращий мутуючий вектор (вар. 1):  $V_{i,j}^{(n)} = X_{best,j}^{(n)} + F \cdot (X_{\eta^i,j}^{(n)} - X_{r_2^i,j}^{(n)})$ ;
- найкращий мутуючий вектор (вар. 2):  $V_{i,j}^{(n)} = X_{best,j}^{(n)} + F \cdot (X_{\eta^i,j}^{(n)} - X_{r_2^i,j}^{(n)}) + F \cdot (X_{r_3^i,j}^{(n)} - X_{r_4^i,j}^{(n)})$ ;
- комбінація мутуючих векторів:  $V_{i,j}^{(n)} = X_{i,j}^{(n)} + F \cdot (X_{best,j}^{(n)} - X_{i,j}^{(n)}) + F \cdot (X_{\eta^i,j}^{(n)} - X_{r_2^i,j}^{(n)})$ ,

де індекси  $r_1^i, r_2^i, r_3^i, r_4^i, r_5^i$  – взаємовиключні цілі, випадково згенеровані в межах від 1 до  $N$  (кількість популяцій), які відмінні від індексу  $i$ . Ці індекси випадково генеруються для кожного мутуючого вектора. Масштабуючий коефіцієнт  $F$  – параметр для масштабування вектора різниці.  $X_{best}^{(n)}$  – це найкращий вектор індивідуалу, який відповідає найкращому значенню цільової функції для  $n$ -ої популяції.

Після процедури мутації використовується оператор схрещування (Crossover Operator) для кожної пари цільового вектора  $X_i^{(n)}$  та відповідного йому мутуючого вектора  $V_i^{(n)}$  для генерування пробного вектору  $U_i^{(n)} = \{u_{i,1}^{(n)}, u_{i,2}^{(n)}, \dots, u_{i,8}^{(n)}\}$ . У базовій версії алгоритму ДЕ використовується біном (форма) схрещування наступного вигляду:

$$u_{i,j}^{(n)} = \begin{cases} v_{i,j}^{(n)}, & \text{якщо } (rand_j[0,1] \leq C) \text{ або } (j = j_{rand}); \\ x_{i,j}^{(n)} & \text{– в іншому випадку,} \end{cases}$$

де  $C$  – константа, яка контролює частину значень параметрів, скопійованих з мутуваного вектора, задається користувачем у межах діапазону  $[0, \dots, 1]$ ;  $j_{rand}$  – випадково вибране ціле число у діапазоні  $[1, \dots, 8]$ . Біном оператора схрещування копіює  $j$ -й параметр мутуючого вектора  $V_i^{(n)}$  у відповідності до елемента у пробному векторі  $U_i^{(n)}$ , якщо  $(rand_j[0,1] \leq C)$  або  $(j = j_{rand})$ . В іншому випадку копіюється відповідний елемент з цільового вектора  $X_i^{(n)}$ . Умову  $j = j_{rand}$  введено для забезпечення того, що пробний вектор  $U_i^{(n)}$  відрізнятиметься від його відповідного цільового вектора  $X_i^{(n)}$  щонайменше одним параметром. Якщо значення деяких параметрів новоствореного пробного вектора перевищують відповідні вищі чи нижчі заздалегідь введені межі, ці параметри випадково і рівномірно

перезаповнюються у межах цього діапазону. Виконується оцінка значення цільової функції для всіх пробних векторів  $U_i^{(n)}$  на поточній популяції.

Далі виконується операція відбору (Selection Operator). Значення цільової функції кожного пробного вектора  $f(U_i^{(n)})$  порівнюється з відповідною їй цільовою функцією  $f(X_i^{(n)})$  на поточній  $n$ -ій популяції. Якщо цільова функція у точці пробного вектора менша, ніж відповідна цільова функція в точці цільового вектора, то пробний вектор замінює цільовий вектор і вводить популяцію в нову генерацію. В іншому випадку цільовий вектор зберігатиметься для наступної генерації. Операція відбору може бути записана як:

$$X_i^{(n)} = \begin{cases} U_i^{(n)}, & \text{якщо } f(U_i^{(n)}) \leq f(X_i^{(n)}); \\ X_i^{(n)} & \text{– в іншому випадку.} \end{cases}$$

Генерація трьох вищеописаних процедур повторюється доти, доки не виконаються певні критерії, серед яких зазвичай використовують досягнення мінімально можливої цільової функції, досягнення максимально дозволеної кількості генерацій  $N$  або їхню комбінацію.

Як цільову функцію  $f$  для визначення параметрів теорії Дж-А прийнято використовувати наступне співвідношення:

$$f = \int_0^T [B_{екс}(t) - B_{Дж-А}(t)]^2 dt,$$

де  $B_{екс}(t)$ ,  $B_{Дж-А}(t)$  – відповідно експериментальна та теоретична індукції, визначені при одному і тому самому полі збудження  $H(t)$  (тобто досліджуються при одному і тому самому вхідному струмі  $i_1(t)$ ) за період  $T$  [2].

**Висновки.** Розроблена математична модель ТС, яка ґрунтується на теорії Джайлса-Атертона, відрізняється від існуючих моделей, побудованих на основі цієї теорії, більш точним представленням безгістерезисної характеристики намагнічування магнітопроводу. Використання моделі забезпечує більшу достовірність розрахунків електромагнітних процесів у ТС і є перспективним інструментом оцінювання їхнього впливу на точність засобів та систем вимірювання, на струмові кола і роботу систем релейного захисту, точність та ефективність розв'язання ряду інших важливих і актуальних задач електроенергетики.

1. *Annakkage U.D., McLaren P.G., Jayasinghe R.P., Parker A.D.* A current transformer model based on the Jiles-Atherton theory of ferromagnetic hysteresis // IEEE Transaction on power delivery. – 2000. – Vol. 15. – No 1. – Pp. 57-61.

2. *Benabou A., Clenet S., Piriou F.* Comparison of Preisach and Jiles-Atherton models to take into account hysteresis phenomenon for finite element analysis // Journal of magnetism and magnetic materials (Elsevier). – 2003. – Vol. 261. – No 1-2. – Pp. 139-160.

3. *Chwastek K., Szczygłowski J.* Identification of a hysteresis model parameters with genetic algorithms // Mathematics and Computers in Simulation. – 2006. – Vol. 71. – Pp. 206-211.

4. *Jiles D.C., Atherton D.L.* Theory of ferromagnetic hysteresis // Journal of magnetism and magnetic materials. – 1986. – Vol. 61. – Pp. 48-60.

5. *Jiles D.C., Thoele J.B.* Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of model parameters from experimental hysteresis loops // IEEE Transactions on magnetics. – 1989. – Vol. 25. – No 5. – Pp. 3928-3930.

6. *Kis P.* Jiles-Atherton model implementation to edge finite element method, thesis to the Ph.D Dissertation, Dept. of Broadband Infocommunications and Electromagnetic Theory, Budapest University of Technology and Economics, Budapest, 2006, – 143 p.

7. *Liu S.-T., Huang S.-R., Chen H.-W.* Using TACS functions within EMTP to set up current-transformer model based on the Jiles-Atherton theory of ferromagnetic hysteresis // IEEE Transaction on power delivery. – 2007. – Vol. 22. – No 4. – Pp. 2222-2227.

8. *Naghizadeh R.-A., Vahidi B., Hosseinian S.H.* Parameter identification of Jiles-Atherton model using SFLA // Computation and mathematics in electrical and electronic engineering. – 2012. – Vol. 31. – No 4. – Pp. 1293-1309.

9. *Qin A.K., Huang V.L., Sugunthan P.N.* Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization // IEEE Transactions on evolutionary computation. – 2009. – Vol. 13. – No 2. – Pp. 398-417.

10. *Tziouvaras D.A., McLaren P., Alexander G., et al.* Mathematical models for current, voltage and coupling capacitor voltage transformers // IEEE Transaction on power delivery. – 2000. – Vol. 15. – No 1. – Pp. 62-72.

11. *Vesterstrom J., Thomsen R.* A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems // CEC2004. Conference on Evolutionary computation (June 19-23, 2004); IEEE, 2004. – Pp. 1980-1987.

УДК 621.314.2.015

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАТОРА ТОКА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ФЕРРОМАГНИТНОГО ГИСТЕРЕЗИСА ДЖАЙЛСА-АТЕРТОНА**

**Б.С. Стогний**, акад. НАН Украины, **М.Ф. Сопель**, докт.техн.наук, **В.И. Панькив**, **Е.Н. Танкевич**, докт.техн.наук  
**Институт электродинамики НАН Украины,**  
**пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.**  
**E-mail: [pankiv.volodimir@gmail.com](mailto:pankiv.volodimir@gmail.com)**

*Дана краткая характеристика и основные уравнения теории ферромагнитного гистерезиса Джайлса-Атертона, а также сведения о ее применении в мировой практике для построения математической модели трансформатора тока, расчетов и исследований электромагнитных процессов в этих аппаратах. Предложено и обосновано совершенствование математической модели трансформатора тока, построенной на основе теории Джайлса-Атертона, путем описания его безгистерезисной характеристики намагничивания дробно-рациональной функцией второго порядка вместо модифицированной функции Ланджевина. По разработанной модели трансформатора тока рассчитаны переходные токи трансформатора тока типа ТФКН-330 с магнитопроводами из различных марок стали и различными способами аппроксимации его характеристики намагничивания при коротком замыкании в первичной сети, а также выполнен их сравнительный анализ. Коротко рассмотрены возможности применения оптимизационного генетического метода дифференциальной эволюции для определения коэффициентов предложенной модели. Библ. 11, рис. 3.*

**Ключевые слова:** трансформатор тока, математическая модель, характеристика намагничивания, аппроксимация, ферромагнитный гистерезис, электромагнитные процессы.

## **CURRENT TRANSFORMER MATHEMATICAL MODEL BASED ON THE JILES-ATHERTON THEORY OF FERROMAGNETIC HYSTERESIS**

**B.S. Stognii, M.F. Sopol, V.I. Pankiv, Ye.M. Tankevych**  
**Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,**  
**pr. Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.**  
**E-mail: [pankiv.volodimir@gmail.com](mailto:pankiv.volodimir@gmail.com)**

*This paper deals with a brief description and the basic equations of the Jiles-Atherton theory of ferromagnetic hysteresis, and information about its application in world practice to construct a mathematical model of the current transformer, calculations and research of electromagnetic processes in these devices. Improving of mathematical model of current transformer based on the Jiles-Atherton theory have been proposed and justified, by the way of describing it anhysteretic magnetization curve by second order fractional rational function instead modified Langevin function. According to the developed model of current transformer, transient currents of TFKN-330 type of current transformer with different steel grades of magnetic cores and with different ways of describing its anhysteretic magnetization curve have been calculated and their comparative analysis have been made. Briefly examined the possibility of using optimization genetic algorithm of differential evolution to determine the parameters of proposed model. References 11, figures 3.*

**Keywords:** current transformer, mathematical model, magnetization curve, approximation, ferromagnetic hysteresis, electromagnetic processes.

Надійшла 20.01.2016