

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ СО СТОХАСТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩЕЙСЯ НЕПРЕРЫВНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ

Д.С. Ивашенко¹, Н.И. Супруновская^{2*}, канд.техн.наук

¹ – Amazon.com, Inc., Terry Ave N, Seattle, Washington, United States,

E-mail: ivas-90@mail.ru

² – Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина,

E-mail: jednat1@gmail.com

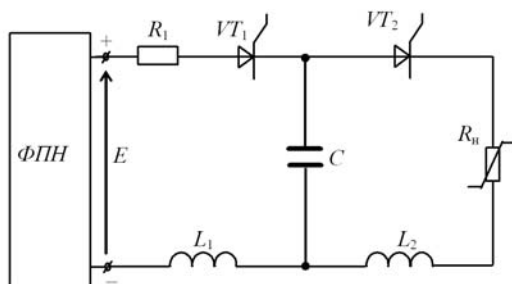
Предложена модификация метода разностных уравнений, позволяющая анализировать переходные процессы в цепях со стохастической нагрузкой, характеризующейся непрерывной случайной величиной. Описан способ перехода от стохастического разностного уравнения относительно искомой электрической характеристики цепи к детерминированному разностному уравнению относительно математического ожидания искомой характеристики. В качестве примера рассмотрен переходный процесс в цепи второго порядка со стохастической нагрузкой, имеющей непрерывное равномерное распределение. Библ. 10, рис. 1.

Ключевые слова: переходные процессы, разряд конденсатора, стохастическая нагрузка, случайный процесс.

Введение. При электроимпульсном воздействии на гетерогенные среды их электрическое сопротивление R_n может изменяться случайным образом [7–10], вызывая стохастические переходные процессы [2, 4, 6]. Для анализа циклических случайных процессов в цепях формирователей разрядных импульсов (ФРИ) разрабатывались динамические стохастические модели на основе метода разностных уравнений [1, 4–7]. Но ограничением такого подхода является то, что он позволяет исследовать лишь процессы, в которых стохастический параметр цепи характеризуется конечным множеством значений дискретной случайной величины.

Поэтому целью данной работы было развитие метода разностных уравнений для анализа сложных циклических последовательностей взаимосвязанных переходных процессов в электрических цепях со стохастически изменяющимися параметрами, характеризующимися непрерывными случайными величинами.

Анализ случайных процессов в электроимпульсных установках проводился на примере процессов в зарядной и разрядной цепи полупроводниковых ФРИ для электроискрового диспергирования металлических гранул в жидкости [4, 6–9]. Электрическая схема такого ФРИ представлена на рисунке.



Принято допущение, что электрическое сопротивление нагрузки R_n в разрядном контуре ФРИ неизменно в течение длительности каждого разряда конденсатора C , но в паузе между разрядами оно может изменяться, и его величина может характеризоваться непрерывной равномерно распределенной случайной величиной, изменяемой от r_{min} до r_{max} . При этом функция плотности вероятности R_n равна

$$f_{R_n}(r_n) = \begin{cases} 0, & r_n \notin [r_{min}; r_{max}], \\ 1/(r_{max} - r_{min}), & r_n \in [r_{min}; r_{max}], \end{cases} \quad (1)$$

Для анализа переходных процессов в цепях схемы надо определить вероятные значения напряжения на конденсаторе в

квазиустановившихся режимах работы ФРИ.

Был разработан подход, суть которого состоит из последовательного выполнения следующих шагов.

1. Представление электрических и энергетических характеристик электрических цепей ФРИ в виде случайных величин, зависимость от величины стохастического электрического сопротивления R_n нагрузки ФРИ.

2. Получение аналитических выражений, отражающих функциональные зависимости электрических и/или энергетических характеристик цепи от стохастического электрического сопротивления цепи в течение длительности каждого из переходных процессов.

3. Составление разностного уравнения, описывающего зависимость между ненулевыми начальными и конечными условиями переходных процессов.

4. Переход от анализа стохастического уравнения, описывающего взаимосвязь ненулевых начальных и конечных условий переходных процессов, к анализу системы детерминированных разностных уравнений относительно математического ожидания ненулевых начальных условий переходных процессов.

5. Решение системы детерминированных разностных уравнений с получением выражения для математического ожидания ненулевых начальных условий любого наперед заданного переходного процесса в цепочке взаимосвязанных процессов.

Первый шаг не предполагает осуществления вычислений – он лишь обозначает, что все параметры цепи, зависящие от стохастического сопротивления нагрузки, будут рассматриваться как случайные величины [3].

© Ивашенко Д.С., Супруновская Н.И., 2016

*ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-7499-9142>

Второй шаг предполагает получение аналитических выражений, отражающих зависимости электрических и/или энергетических характеристик от стохастического сопротивления цепи в течение переходных процессов, они получены в работах [4, 6].

Напряжение U_{C3} заряда конденсатора C зависит от начального напряжения U_{0C3} , на нем, как в [4]:

$$U_{C3} = E + (E - U_{0C3})e^{-\pi/2Q_1}, \quad (2)$$

где E – напряжение на выходе формирователя постоянного напряжения (ФПН), $Q_1 = (L_1/C)^{1/2}/R_1$ – добротность цепи заряда конденсатора C , а L_1 и R_1 – ее индуктивность и активное сопротивление.

При колебательном разряде конденсатора C на нагрузку сопротивлением R_n , осуществляемом при добротности разрядной цепи $Q_2 = (L_2/C)^{1/2}/R_n$ (где R_n – случайная величина из распределения сопротивления в диапазоне $[r_{min}; r_{max}]$), конечное напряжение разряда конденсатора определяется по формуле [6, 7]

$$U_{Cp} = -U_{0Cp} e^{-\pi/2Q_2}, \quad (3)$$

где U_{0Cp} – напряжение на конденсаторе в начале его разряда.

Далее, как и при классическом применении метода разностных уравнений [1, 5], необходимо составить разностное уравнение, связывающее ненулевые начальные условия переходных процессов [4, 6]. Для этого выразим напряжение, до которого разрядится конденсатор на n -ом цикле повторения переходных процессов U_n , через напряжение, до которого разрядился конденсатор на предыдущем цикле U_{n-1} . Данное выражение может быть получено путем подстановки соотношения (2) в соотношение (3)

$$U_n = (E + (E - U_{n-1})e^{-\pi/2Q_1})e^{-\pi/2Q_2} = -U_{n-1} e^{-\pi/2Q_1} e^{-\pi/2Q_2} + E(1 + e^{-\pi/2Q_1})e^{-\pi/2Q_2}. \quad (4)$$

Уравнение (4) является стохастическим разностным уравнением первого порядка относительно напряжения U_n . Уравнение является стохастическим, т.к. добротность разрядного контура Q_2 – случайная величина.

Перейдем от стохастического уравнения к детерминированному разностному уравнению относительно $M[U_n]$ – математического ожидания искомой величины U_n . Для этого рассмотрим математическое ожидание левой и правой части уравнения (4) и воспользуемся известными свойствами математического ожидания [3]

$$M[U_n] = -e^{-\pi/2Q_1} M[U_{n-1}] M[e^{-\pi/2Q_2}] + E(1 + e^{-\pi/2Q_1}) M[e^{-\pi/2Q_2}]. \quad (5)$$

Уравнение (5) является детерминированным разностным уравнением относительно $M[U_n]$, но перед тем как его решить, необходимо вычислить неизвестный коэффициент $M[e^{-\pi/2Q_2}]$.

Вероятностные характеристики сопротивления R_n известны, а величина $e^{-\pi/2Q_2}$ – это функция от R_n . Поэтому путем применения известного подхода к анализу вероятностных характеристик функциональных преобразований случайных величин [4] можно выразить искомую вероятностную характеристику

$$M[e^{-\pi/2Q_2}] = (-2\sqrt{L_2}/\pi\sqrt{C}) \cdot (e^{-\pi\sqrt{C} \cdot r_{max}/2\sqrt{L_2}} - e^{-\pi\sqrt{C} \cdot r_{min}/2\sqrt{L_2}}) / (r_{max} - r_{min}). \quad (6)$$

Тогда разностное уравнение (5) относительно искомого математического ожидания примет вид

$$M[U_n] = -2\pi\sqrt{CL_2} \cdot (e^{-\pi\sqrt{C} \cdot r_{max}/2\sqrt{L_2}} - e^{-\pi\sqrt{C} \cdot r_{min}/2\sqrt{L_2}}) \cdot (-e^{-\pi/2Q_1} \cdot M[U_{n-1}] + E(1 + e^{-\pi/2Q_1})) / (r_{max} - r_{min}). \quad (7)$$

Уравнение (7) – это стандартное детерминированное разностное уравнение первого порядка относительно $M[U_n]$. Зададим начальное условие $M[U_0] = U_0$ и выполним такие замены переменных:

$$a = -2\pi\sqrt{CL_2} \cdot (e^{-\pi\sqrt{C} \cdot r_{max}/2\sqrt{L_2}} - e^{-\pi\sqrt{C} \cdot r_{min}/2\sqrt{L_2}}) / (r_{max} - r_{min}), \quad b = -e^{-\pi/2Q_1}, \quad c = E(1 + e^{-\pi/2Q_1}).$$

Тогда уравнение (7) примет вид $M[U_n] = abM[U_{n-1}] + ac$. (8)

Применив стандартные методы решения детерминированных разностных уравнений первого порядка, получим решение уравнения $M[U_n] = (ac/(1 - ab)) + \{U_0 - (ac/(1 - ab))\}(ab)^n$. (9)

Полученное выражение (9) позволяет определить математическое ожидание напряжения, до которого разрядится конденсатор, на любом наперед заданном цикле повторения переходных процессов.

Выводы. Предложен подход к анализу взаимосвязанных переходных процессов в цепях со стохастической нагрузкой, электрическое сопротивление которой характеризуется непрерывной случайной величиной с произвольным вероятностным распределением. Такой подход не связан с конкретным видом вероятностного распределения и может применяться для произвольного распределения (равномерного, нормального и т.п.).

Развит метод разностных уравнений для анализа переходных процессов в цепях со стохастически изменяемыми параметрами. Модифицированный метод предполагает переход от стохастического разностного уравнения к детерминированному разностному уравнению относительно математического ожидания искомой величины. Предложенный метод применен для анализа переходных процессов в зарядной и разрядной цепи конденсатора полупроводникового формирователя разрядных импульсов со стохастической нагрузкой, характеризующейся непрерывной случайной величиной.

1. Жуиков В.Я., Сучик В.Е. Способы анализа схем вентильных преобразователей с переменной структурой и производными воздействующими источниками методом разностных уравнений. – К.: КПИ, 1982. – 47 с.
2. Кашьяп Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
3. Лисьев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: МЭСИ, 2006. – 199 с.
4. Супруновская Н.И., Иващенко Д.С. Многоуровневая модель взаимозависимых переходных процессов в цепях электроразрядных установок со стохастической нагрузкой // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 5. – С. 5–13.
5. Тонкаль В.Е., Руденко В.С., Жуиков В.Я., Сучик В.Е., Денисюк С.П., Новосельцев А.В. Вентильные преобразователи переменной структуры. – К.: Наук. думка, 1989. – 336 с.
6. Щерба А.А., Иващенко Д.С., Супруновская Н.И. Развитие метода разностных уравнений для анализа переходных процессов в цепях электроразрядных установок при стохастическом изменении сопротивления нагрузки // Техн. електродинаміка. – 2013. – № 3. – С. 3–11.
7. Щерба А.А., Супруновская Н.И., Иващенко Д.С. Моделирование нелинейного сопротивления электроискровой нагрузки с учетом его изменения при протекании и отсутствии разрядного тока в нагрузке // Техн. електродинаміка. – 2014. – № 5. – С. 23–25.
8. Ivanova O.M., Danylenko M.I., Monastyrsky G.E., Kolomytsev V.I., Koval Y.M., Shcherba A.A., Zaharchenko S.M., Portier R. Investigation of the formation mechanisms for Ti-Ni-Zr-Cu nanopowders fabricated by electrospark Erosion method in cryogenic liquids // Metallofizika i Noveishie Tekhnologii. – 2009. – Vol. 31. – No 5. – Pp. 603–614.
9. Monastyrsky G.E., Yakovenko P.A., Kolomytsev V.I., Koval Yu.N., Shcherba A.A., Portier R. Characterization of spark-eroded shape memory alloy powders obtained in cryogenic liquids // Materials Science and Engineering A. – 2008. – Vol. 481-482. – Iss. 1-2. – Pp. 643–646.
10. Rezinkina, M., Bydianskaya, E., Shcherba, A. Alteration of brain electrical activity by electromagnetic field // Environmentalist. – 2007. – Vol. 27. – No 4. – Pp. 417–422.

УДК 621.3.011

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ ЛАНЦЮГАХ ЗІ СТОХАСТИЧНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ, ЩО ХАРАКТЕРИЗУЄТЬСЯ НЕПЕРЕРВНОЮ ВИПАДКОВОЮ ВЕЛИЧИНОЮ

Д.С. Івашченко¹, Н.І. Супруновська², канд.техн.наук

¹ – Amazon.com, Inc., Terry Ave N, Seattle, Washington, United States,

E-mail: ivas-90@mail.ru

² – Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна,

E-mail: jednat1@gmail.com

Виконано модифікацію методу різницевих рівнянь, що дозволяє аналізувати перехідні процеси в ланцюгах зі стохастичним навантаженням, що характеризується неперервною випадковою величиною. Описано спосіб переходу від стохастичного різницевого рівняння відносно шуканої електричної характеристики ланцюга до детермінованого різницевого рівняння відносно математичного очікування шуканої характеристики. Як приклад було розглянуто перехідний процес у ланцюзі другого порядку зі стохастичним навантаженням, що має неперервний рівномірний розподіл. Бібл. 10, рис. 1.

Ключові слова: перехідні процеси, розряд конденсатора, стохастичне навантаження, випадковий процес.

TRANSIENTS IN CIRCUITS WITH STOCHASTIC LOAD, WHICH CHARACTERIZED BY CONTINUOUS RANDOM VARIABLE

D.S. Ivashchenko¹, N.I. Suprunovska²

¹ – Amazon.com, Inc., Terry Ave N, Seattle, Washington, United States,

E-mail: ivas-90@mail.ru

² – Institute of Electrodynamics NAS of Ukraine, pr. Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

E-mail: jednat1@gmail.com

Modification of method of difference equations, allowing to analyze transients in circuits with stochastic load, which characterized by a continuous random variable has been implemented. A method for the transition from stochastic a difference equations with respect to the sought electrical characteristics of the circuit to a deterministic difference equation with respect to average of distribution of the sought characteristics has been described. As an example the transient in a circuit of the second order with the stochastic load having continuous uniform distribution has been considered. References 10, figure 1.

Keywords: transients, discharge of capacitor, stochastic load, random process.

1. Zhuikov V.Ya., Suchik V.E. Methods for analysis of circuits of rectifier converters with variable structure and any influencing sources by method of difference equations. – Kiev: Kievskii Politekhnicheskii Institut, 1982. – 47 p. (Rus)
2. Kashyap R.L., Rao A.R. Construction of dynamic stochastic models based on experimental data. – Moskva: Nauka, 1983. – 384 p. (Rus)
3. Lisyev V.P. Probability theory and the mathematical statistics. – Moskva: MESI, 2006. – 199 p. (Rus)
4. Suprunovska N.I., Ivashchenko D.S. Multilevel model of interdependent transients in circuits of electro-discharge installations with stochastic load // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – No 5. – Pp. 5–13. (Rus)
5. Tonkal V.E., Rudenko V.S., Zhuykov V.Ya., Suchik V.E., Denisyuk S.P., Novoseltsev A.V. Valve inverters with graded structure. – Kiev: Naukova dumka, 1989. – 336 p. (Rus)
6. Shcherba A.A., Ivashchenko D.S., Suprunovska N.I. Development of difference equations method for analysis of transient processes in the circuits of electro-discharge systems at stochastic changing of load resistance // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – No 3. – Pp. 3–11. (Rus)
7. Shcherba A.A., Suprunovska N.I., Ivashchenko D.S. Modeling of nonlinear resistance of electro-spark load taking in to account its changes during discharge current flowing in the load and at zero current in it // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2014. – No 5. – Pp. 23–25. (Rus)
8. Ivanova O.M., Danylenko M.I., Monastyrsky G.E., Kolomytsev V.I., Koval Y.M., Shcherba A.A., Zaharchenko S.M., Portier R. Investigation of the formation mechanisms for Ti-Ni-Zr-Cu nanopowders fabricated by electrospark Erosion method in cryogenic liquids // Metallofizika i Noveishie Tekhnologii. – 2009. – Vol. 31. – No 5. – Pp. 603–614.
9. Monastyrsky G.E., Yakovenko P.A., Kolomytsev V.I., Koval Yu.N., Shcherba A.A., Portier R. Characterization of spark-eroded shape memory alloy powders obtained in cryogenic liquids // Materials Science and Engineering A. – 2008. – Vol. 481-482. – Iss. 1-2. – Pp. 643–646.
10. Rezinkina, M., Bydianskaya, E., Shcherba, A. Alteration of brain electrical activity by electromagnetic field // Environmentalist. – 2007. – Vol. 27. – No 4. – Pp. 417–422.

Надійшла 03.02.2016

Остаточний варіант 24.03.2016