

УДК 621.313.8

УВЕЛИЧЕНИЕ НАГРУЗКИ НА ЭЛЕКТРОПРИВОД ПРИ ДЕЙСТВИИ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО МОМЕНТА

А.Е. Антонов, докт.техн.наук, **В.Г. Киреев**, канд.техн.наук, **И.С. Петухов**, докт.техн.наук
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина, e-mail: aoc@ied.org.ua

Рассмотрен механизм возникновения нагрузки на привод электродвигателя при изменении его положения в пространстве. Показано, что источником нагрузки является гироскопический момент, при действии которого возрастает сопротивление в опорах вращения ротора. Получена зависимость нагрузочного момента от величины кинетического момента ротора и угловой скорости его пространственного разворота. Установлено, что для устройств активной компенсации гироскопического момента определяющим при выборе мощности компенсирующего привода является время выхода компенсирующего устройства на рабочий режим. Библ. 5, рис. 5, табл. 1.
Ключевые слова: высокооборотный электропривод, гироскопический момент, тормозной момент.

Существует класс электромеханических устройств, в которых электропривод обеспечивает вращение ротора в режиме холостого хода со стабилизированной скоростью. Такие электроприводы используются, в частности, в оптико-механических сканирующих устройствах [5] и корректируемых трехступенных гироскопах систем наведения [2]. Кроме того, регулируемый по скорости электропривод может быть использован при построении устройств, компенсирующих негативное проявление гироскопического момента в ручном режущем электроинструменте с повышенным значением кинетического момента вращающейся части [1]. Особенность работы такого инструмента состоит в следующем. При резком изменении пространственного положения корпуса с вращающимся высокооборотным ротором возникает весьма ощутимый гироскопический момент, вызывающий движение устройства по неожиданной траектории, что иногда становится причиной тяжелого травматизма работающего с ним специалиста. В качестве эффективного средства повышения безопасности эксплуатации электроинструмента было предложено устанавливать в корпусе прибора дополнительное компенсирующее устройство, ротор которого, вращаясь навстречу ротору основного привода и обладая таким же по величине кинетическим моментом, нейтрализует негативное действие гироскопического момента [1]. Ротор компенсирующего устройства вращается в режиме холостого хода и выполняет только функцию создания кинетического момента, не совершая никакой полезной работы.

Традиционно при расчете привода двигателя, работающего в режиме холостого хода, учитываются два вида нагрузки – аэродинамическое трение и сопротивление в подшипниках, обусловленное действием силы тяжести ротора и центробежными силами, прижимающими шарики к дорожке наружной обоймы [4]. Вместе с тем, существует еще один источник осевых и радиальных сил, нагружающих скоростные подшипники ротора перечисленных выше типов устройств. Это силы гироскопической реакции, возникающие как при пространственном развороте одностепенных вращающихся систем, так и при создании управляющего момента в трехступенном корректируемом гироскопе. В результате этих действий возникает гироскопический момент, воздействующий на корпус устройства через точки соприкосновения шариков и дорожек подшипников, в которых вращается роторная часть устройства. В результате возрастает сила, зажимающая шарики между обоймами подшипника. Эту дополнительную нагрузку необходимо учитывать при построении именно тех приборов и устройств, ротор которых вращается в режиме холостого хода, когда дополнительная нагрузка, возникающая при действии гироскопического момента, может быть соизмеримой с традиционно учитываемыми нагрузками [4]. В результате мощность электропривода окажется недостаточной, что приведет к недопустимому падению частоты вращения ротора. В существенно меньшей степени этот фактор увеличения нагрузки на подшипники повлияет на работу силового электропривода, момент вращения которого многократно превышает момент сопротивления при холостом ходе.

Гироскопический момент возникает только в том случае, когда имеется составляющая угловой скорости поворота прибора, не совпадающая по направлению с осью вращения ротора

$$M = H \cdot \Omega \cdot \sin \alpha ,$$

где H – кинетический момент ротора; Ω – внешняя угловая скорость поворота корпуса; α – угол между векторами H и Ω .

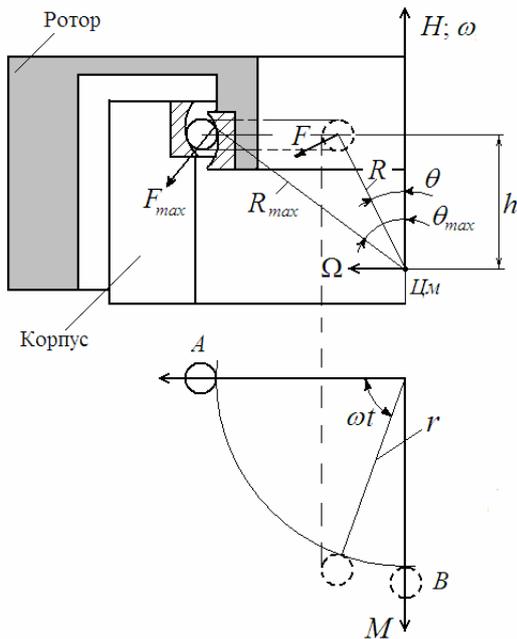


Рис.1

векторов H и Ω эти шарики располагаются по левую сторону от оси вращения.

Положение точек соприкосновения шариков и дорожек подшипника, через которые прикладываются силы гироскопической реакции, определяется количеством сжимаемых шариков и углом контакта подшипника β , который представляет собой угол между плоскостью, проходящей через центры шариков, и линией, соединяющей центр шарика с точкой его контакта с дорожкой кольца (рис. 2). Заметим, что в радиально-упорных подшипниках угол контакта β никогда

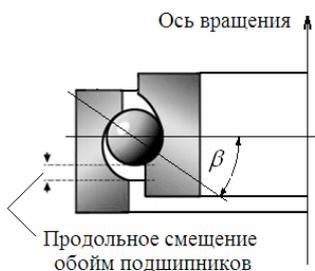


Рис.2

не принимает нулевого значения, так как при выборке люфтов в подшипниковой паре во время сборки устройства происходит взаимное продольное смещение внешней и внутренней обойм. В результате плоскости качения шариков по дорожкам обойм не совпадают с плоскостью центров шариков.

Для понимания механизма возникновения усилий в подшипнике при действии гироскопического момента рассмотрим один из шариков подшипника, заключенный между дорожками внутренней и наружной обойм (рис. 1). Сила гироскопической реакции F , действующая со стороны обоймы на шарик, прикладывается на плече R , которое представляет собой перпендикуляр, опущенный из точки соприкосновения шарика с обоймой на направление вектора гироскопического момента. При качении шарика по дорожке обоймы плоскость, в которой на шарик действует сила гироскопической реакции, перемещается параллельно самой себе. При этом синхронно изменяются величина плеча R , его угловое положение относительно оси вращения (угол θ) и угол, под которым вектор силы расположен по отношению к поверхности дорожки. Очевидно, что максимальной величины сила прижатия обоймы к шарикам F_{\max} достигает в тот момент, когда он находится в плоскости, нормальной вектору гироскопического момента M (на рис. 1 точка A), и обращается в нуль при расположении шарика в плоскости, содержащей вектор M (точка B). Максимальные значения R_{\max} и θ_{\max} также соответствуют расположению шарика в точке A .

Условимся угол поворота шарика, который вращается вокруг продольной оси подшипника вместе с сепаратором с угловой скоростью ω , отсчитывать от положения, соответствующего точке A (рис. 1). Тогда мгновенные значения осевой и радиальной составляющих силы гироскопической реакции составят

То есть, при прочих равных условиях величина гироскопического момента и соответственно сила прижатия шариков к дорожке обоймы подшипника достигает своего максимального значения при взаимно ортогональном расположении вектора кинетического момента ротора H и вектора внешней угловой скорости Ω .

Рассмотрим ротор, установленный в корпусе прибора в подшипнике (рис. 1), при возникновении внешней угловой скорости Ω для случая максимума гироскопического момента ($\alpha = \pi/2$). Вектор гироскопического момента M всегда проходит через центр масс ротора Цм , расположен нормально вектору внешней угловой скорости Ω и направлен всегда так, чтобы совместить вектор кинетического момента ротора H с вектором угловой скорости Ω по кратчайшему пути.

При возникновении гироскопического момента силы гироскопической реакции F прижимают обойму подшипника, жестко соединенную с ротором, к шарикам, расположенным в зоне действия сжимающего усилия. Для случая расположения внутренней обоймы подшипника на роторе и приведенного на рис. 1 положения

$$F_O = \frac{M}{R_i} \sin \theta_i \cdot \cos \omega t; \quad F_P = \frac{M}{R_i} \cos \theta_i \cdot \cos \omega t. \quad (1)$$

Плечо силы R и угол θ в соответствии с рис. 1 изменяются так:

$$R_i = \sqrt{r^2 \cdot \cos^2 \omega t + h^2}; \quad \sin \theta_i = \frac{r \cdot \cos \omega t}{R_i}; \quad \cos \theta_i = \frac{h}{R_i}, \quad (2)$$

где r – радиус дорожки качения шарика; h – расстояние от плоскости касания шарика с дорожкой обоймы до центра масс ротора.

Подставив (2) в (1), получаем окончательно

$$F_O = \frac{M \cdot r \cos^2 \omega t}{r^2 \cdot \cos^2 \omega t + h^2}; \quad F_P = \frac{M \cdot h \cos \omega t}{r^2 \cdot \cos^2 \omega t + h^2}. \quad (3)$$

При этом угол ωt в пределах зоны сжатия шарика изменяется от $-\pi/2$ до $+\pi/2$.

Поскольку в подшипнике имеется некоторое количество шариков z , расположенных с угловым сдвигом друг относительно друга по окружности на угол $\varphi = 2\pi/z$, то в каждый момент времени сила гироскопической реакции распределяется на все шарики, находящиеся в зоне сжатия. Принимая фазовый сдвиг шарика, находящегося в точке A , нулевым, можно записать выражения для осевой и радиальной составляющих силы реакции для любого j -го шарика, располагаемого в пределах полу-

окружности в зоне сжатия
$$F_{Oj} = \frac{M \cdot r_j \cos^2(\omega t + \varphi_j)}{r_j^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_j) + h^2}; \quad F_{Pj} = \frac{M \cdot h \cos(\omega t + \varphi_j)}{r_j^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_j) + h^2}.$$

Качественную и количественную оценку влияния гироскопического момента на рост сил сопротивления вращению, а также на характер изменения осевой и радиальной составляющих сил гироскопической реакции при изменении положения шарика в процессе качения проведем на примере ротора массой 0,56 кг и кинетическим моментом 1,814 кг·м²/с, вращающегося с частотой 4453 1/с (42544 об/мин) в паре подшипников SKF 7000CD, установленных таким образом, чтобы расстояние от плоскостей центров шариков до центра масс ротора h составило 10 мм. Габаритные размеры подшипника – $\varnothing 10 \times \varnothing 26 \times 8$ мм, диаметр шарика – 4,76 мм, число шариков – 8, расстояние от центра шарика до оси вращения – 6,6 мм, угол контакта – 15 градусов, максимальная частота вращения – 70000 об/мин.

Зависимости изменения осевой и радиальной сил, действующих со стороны внутренней обоймы такого подшипника при принятых величинах $h=10$ мм и $M=10$ Н·м, представлены на рис. 3.

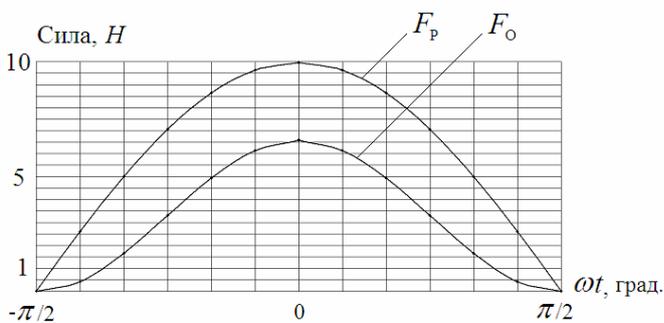


Рис.3

В данном случае радиальная составляющая силы оказалась больше, чем осевая, но отношение между ними может быть и другим в зависимости от соотношения h и r . Заметим, что величина гироскопического момента M , как это следует из (3), выполняет в полученных зависимостях роль лишь масштабного коэффициента, который влияет на величину сил реакции, но не влияет на характер изменения осевой и радиальной составляющих силы.

Чтобы оценить степень увеличения момента сопротивления подшипника за счет гироскопической реакции, воспользуемся рекомендациями [4], обобщив приведенные там выражения для расчета составляющих момента сопротивления подшипника с учетом допущений об абсолютной жесткости колец и шариков, а также идеальности их геометрии при отсутствии проскальзывания шариков

$$M_{Tp} = 1,4 \cdot F_P \cdot \lambda \left(1 + \frac{2r_B}{D_{III}} \right) + \frac{F_O \lambda}{\sin \beta} \left(\frac{2r_B}{D_{III}} + \cos \beta \right) + \frac{z F_{II} \lambda}{\cos \beta} \frac{r_B}{D_{III}}, \quad (4)$$

где F_P , F_O – радиальная и осевая нагрузки; F_{II} – центробежная сила, действующая на шарик; z – число шариков; λ – коэффициент трения качения, измеряемый в единицах длины; r_B – радиус дорожки внутреннего кольца; D_{III} – диаметр шарика.

Учтем, что ротор вращается в паре подшипников, сила его веса распределяется между подшипниками поровну, а рекомендуемая величина предварительного осевого натяга подшипников $F_H \approx 1,58F_p \cdot \text{tg}\beta$ [2] должна быть установлена с учетом всех составляющих радиальной нагрузки F_p . Заметим также, что в известных методиках расчета сопротивления подшипников, в том числе и в [4], непосредственно не рассматривается распределение радиальных усилий между шариками, которые, собственно и воспринимают радиальную и осевую нагрузки. В нашем случае сила, прижимающая внутреннюю обойму подшипника к шарикам, также не зависит ни от числа шариков, ни от их мгновенного положения при вращении ротора. Поэтому при определении потерь на сопротивление в подшипнике мы вправе воспользоваться тем значением силы, которое определили в соответствии с (3) для точки контакта единственного шарика в момент его расположения в плоскости действия гироскопического момента, т.е. при $\omega t = 0$.

Результаты расчета моментов сопротивления и необходимой мощности привода для номинальной частоты вращения 4453 1/с без учета и с учетом влияния гироскопической реакции на привод ротора приведены в таблице. Здесь приведена также мощность, необходимая для преодоления момента аэродинамического сопротивления ротора, рассчитанного в соответствии с [3].

Расчетные параметры	Без учета реакции	С учетом реакции
Составляющая момента сопротивления одного подшипника, обусловленная действием радиальной нагрузки, Н·м	$2,96 \cdot 10^{-4}$	$13,5 \cdot 10^{-4}$
Составляющая момента сопротивления одного подшипника, обусловленная действием осевой нагрузки с учетом предварительного натяга, Н·м	$3,42 \cdot 10^{-4}$	$34,6 \cdot 10^{-4}$
Составляющая момента сопротивления одного подшипника, обусловленная действием центробежных сил на шарики, Н·м	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-4}$
Суммарный момент сопротивления одного подшипника, Н·м	$12,8 \cdot 10^{-4}$	$54,5 \cdot 10^{-4}$
Потери мощности на сопротивление в паре подшипников, Вт	11,4	48,54
Аэродинамические потери, Вт	32,15	32,15
Необходимая полезная мощность приводного двигателя, Вт	43,59	80,69

Таким образом, учет действия гироскопического момента показал, что мощность приводного двигателя должна быть увеличена для принятых условий эксплуатации прибора более чем в 1,85 раза. В противном случае из-за недостатка мощности привода неизбежно произойдет снижение оборотов ротора.

В случае возникновения сил гироскопической реакции в устройстве, компенсирующем действие гироскопического момента [1], из-за падения оборотов ротора компенсация окажется неполной. Степень недокомпенсации будет зависеть при прочих равных условиях от скорости пространственного разворота инструмента, что, в свою очередь, во многом определяется физическими данными работающего с инструментом специалиста. При недостаточной мощности привод компенсирующего ротора, работая в режиме стабилизации частоты вращения и пытаясь преодолеть момент сопротивления, будет развивать максимальный и постоянный по величине момент вращения M_{Bp} , но обороты ротора при этом, естественно, будут снижаться. Но одновременно будет снижаться момент аэродинамического сопротивления и момент сопротивления подшипников, которые в разной степени зависят от угловой скорости вращения ротора. При постоянстве внешней угловой скорости Ω падение оборотов будет происходить до тех пор, пока тормозной и вращающий моменты не сравняются.

Введем в (4) составляющие, обусловленные действием гироскопического момента (3) и аэродинамического сопротивления [3]. В результате уравнение вращательного движения компенсирующего ротора можно записать в виде

$$I_p \frac{d\omega}{dt} = M_{Bp} - [1,4(F_B + F_p)\lambda \left(1 + \frac{2r_B}{D_{III}}\right) + \frac{F_H + F_O}{\sin \beta} \lambda \left(\frac{2r_B}{D_{III}} + \cos \beta\right) + \frac{F_U z r_B \lambda}{D_{III} \cos \beta}] - 1,06 \pi p \omega^2 (R_H^4 l_H + R_{Bn}^4 l_{Bn} + 0,4R_H^5) \sqrt{\frac{v}{\omega R_H^2}}, \quad (5)$$

где R_H и $R_{Bн}$ – наружный и внутренний радиусы стакана ротора; l_H и $l_{Bн}$ – длина наружной и внутренней цилиндрической поверхности стакана ротора; ν – кинематическая вязкость воздуха; I_p – осевой момент инерции ротора; ρ – массовая плотность воздуха.

В результате численного решения (5) с помощью аппарата *Matlab* получена зависимость изменения оборотов компенсирующего ротора при принятых параметрах и условиях эксплуатации электроинструмента, которая показана на рис. 4.

Оказалось, что за время действия гироскопического момента, которое определяется временем переноса инструмента из одного положения в другое и ограничено единицами секунд, скорость вращения и, соответственно, кинетический момент компенсирующего ротора уменьшается примерно на 1%. Такое изменение кинетического момента практически не будет ощущаться оператором в виде остаточного действия гироскопического момента из-за неполной компенсации гироскопической реакции. В случае же непрерывного действия внешней угловой скорости Ω торможение ротора будет происходить в течение 10 минут (рис. 4) вплоть до совпадения тормозного и вращающего моментов. При этом частота вращения компенсирующего ротора снизится по отношению к частоте вращения рабочего ротора почти в 2 раза.

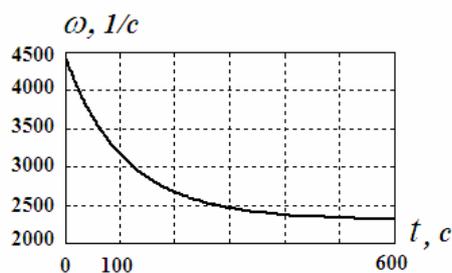


Рис.4

Казалось бы, что ввиду ограниченного времени действия гироскопического момента и незначительного падения оборотов ротора мощность привода компенсирующего устройства может быть выбрана именно исходя из допустимого уровня падения оборотов. Однако, недостаточная мощность привода отрицательно влияет и на другой важный параметр компенсирующего устройства – время его выхода на рабочий режим. Временные зависимости разгона ротора, полученные при решении уравнения (5) для трех значений моментов вращения, приведены на рис. 5: зависимости 1 и 2 получены без учета и с учетом действия гироскопического момента, соответственно; зависимость 3 – при моменте вращения 0,066 Н·м.

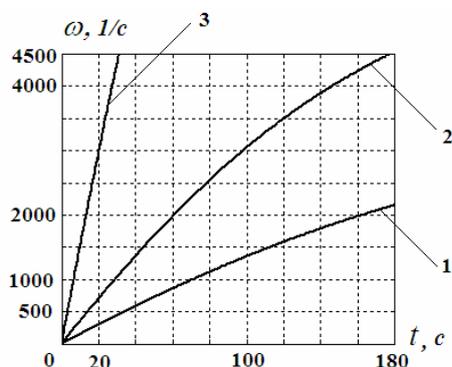


Рис.5

Из рис. 5 следует, что, даже обеспечив мощность привода с учетом нагрузки, обусловленной действием гироскопического момента (кривая 2), время разгона ротора до номинальной частоты составляет почти три минуты, что не приемлемо с точки зрения времени готовности инструмента к работе. Примем время готовности устройства к работе до 30 секунд. Тогда в результате решения (5) получаем величину необходимого момента вращения 0,066 Н·м. Разгону ротора при таком моменте соответствует графическая зависимость 3 на рис. 5. Поскольку величина момента вращения в этом случае намного превышает момент сопротивления, разгон происходит по практически линейному закону. Заметим, что полностью возможности приводного устройства компенсирующего ротора будут использованы только во время разгона, поэтому при расчете и проектировании приводного двигателя, учитывая ограниченное время его работы при максимальной мощности, вполне можно допустить повышенную плотность тока в обмотках.

Рассуждения, приведенные нами для случая построения компенсирующего ротора, где неполная компенсация гироскопического момента практически не будет ощущаться при работе с электроинструментом, не могут быть применены для сканирующих или гироскопических устройств, где недостаток мощности приводного двигателя неизбежно будет приводить к недопустимому падению оборотов ротора. В сканирующих устройствах момент инерции вращающейся оптической системы, как правило, многократно превышает момент инерции ротора приводного двигателя. Как следствие, при изменении углового положения объекта, на котором установлено сканирующее устройство, величина момента сопротивления в опорах приводного двигателя, вызванного действием гироскопического момента, может достигнуть величины, превышающей расчетное значение. При работе корректируемых гироскопов следящих систем, в которых приемные оптические устройства расположены непосредственно на роторе [2], гироскопический момент возникает практически непрерывно. А одним из основных требований, предъявляемых к приводу собственного вращения такого гироскопа,

как раз и является жесткая стабилизация частоты вращения ротора, которая задает частоту модуляции изображения цели в фокальной плоскости и задает точность определения координат цели.

Выводы. 1. При действии гироскопического момента, возникающего при изменении углового положения ротора, увеличивается нагрузка на подшипники, что приводит к росту момента трения в опорах. 2. При расчете предварительного осевого натяга подшипников ротора необходимо учитывать действие радиальной составляющей силы гироскопической реакции. 3. Учет дополнительной нагрузки на подшипники, связанной с действием гироскопического момента в сканирующих и гироскопических устройствах, необходим для правильного выбора мощности приводного двигателя и обеспечения возможности стабилизации частоты вращения ротора, определяющей точность работы таких устройств. 4. Ввиду кратковременности действия гироскопического момента временным возрастанием момента трения в подшипниках ротора, входящего в состав устройства компенсации гироскопической реакции, можно пренебречь. Учитывая это, расчет привода компенсирующего ротора должен производиться исходя из максимально допустимого или заданного времени выхода компенсирующего устройства на рабочий режим с учетом всех действующих факторов нагрузки.

1. Антонов А.Е., Филоменко А.А. Активная компенсация реактивных моментов в электрических машинах магнитоэлектрического типа // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України. – 2014. – Випуск 39. – С. 20–24.
2. Голодяев А.И. Тепловая головка самонаведения ракеты, нечувствительная к генераторам инфракрасных пульсирующих помех. Патент РФ № 2419060, 2011.
3. Павлов В.А. Основы проектирования и расчета гироскопических приборов. – Л.: Судостроение, 1967. – С. 146–150.
4. Приборные шариковые подшипники. Справочник. – М.: Машиностроение, 1981. – 75 с.
5. Якушенков Ю.Г. Проектирование оптико-электронных приборов. – Москва: Логос, 2000. – 488 с.

УДК 621.313.8

ЗРОСТАННЯ НАВАНТАЖЕННЯ НА ЕЛЕКТРОПРИВОД ПРИ ДІЇ ГІРОСКОПІЧНОГО МОМЕНТУ

О.Є. Антонов, докт.техн.наук, **В.Г. Кіреєв**, канд.техн.наук, **І.С. Петухов**, докт.техн.наук

**Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.**

E-mail: aoc@ied.org.ua

Розглянуто механізм виникнення зусиль, що додатково навантажують привод електродвигуна, при зміні його просторового положення. Показано, що джерелом додаткового навантаження є гіроскопічний момент, при дії якого зростає опір в опорах обертання ротора. Отримано залежність моменту навантаження від величини кінетичного моменту ротора і кутової швидкості його просторового розвороту. Встановлено, що для пристроїв активної компенсації гіроскопічного моменту визначним при виборі потужності компенсуючого приводу є час виходу компенсуючого пристрою на робочий режим. Бібл. 5, рис. 5, табл. 1.

Ключові слова: високообертовий електропривод, гіроскопічний момент, гальмівний момент.

INCREASE OF THE ELECTRIC DRIVE LOAD UNDER ACTION OF GYROSCOPIC MOMENT

A. Antonov, V. Kireyev, I. Petukhov

Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,

pr. Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

E-mail: aoc@ied.org.ua

The mechanism of the load on the drive motor, when changing its position in space is considered. As shown, the source of the load is the gyroscopic moment, the action of which the resistance increases in the rotor bearings. The dependence of the load torque from the kinetic moment of the rotor and from the rotor angular velocity of its rotation is obtained. It was found that for devices with active compensation of the gyroscopic moment mainly in the choice of drive power there is time to operation. References 5, figures 5, table 1.

Key words: a high-speed electric drive, the gyroscopic moment, the braking moment.

1. Antonov A., Filomenko A. Active compensation of reactive moments in electrical machines of magnetoelectric type // Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy. – 2014. – No 39. – Pp. 20–24. (Rus)
2. Golodyaev A.I. Infrared homing of self-guided missile, which is insensitive to infrared pulsating hindrance. Patent RU No 2419060, 2011. (Rus)
3. Pavlov V.A. The Basics of design and calculation of gyroscopic devices. – Leningrad: Sudostroenie, 1967. – Pp. 146–150.
4. Device ball-shaped bearings. Spravochnik. – Moskva: Mashinostroenie, 1981. – 75 p. (Rus)
5. Yakushenkov U. Planning of optical-electronic devices. – Moskva: Logos, 2000. – 488 p. (Rus)

Надійшла 30.03.2016
Остаточний варіант 15.07.2016