УДК 621.314

ОПТИМІЗАЦІЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРИФАЗНОЇ ЧОТИРИПРОВІДНОЇ СИСТЕМИ ЖИВЛЕННЯ З ПАРАЛЕЛЬНИМ АКТИВНИМ ФІЛЬТРОМ У НЕСИМЕТРИЧНОМУ СИНУСОЇДНОМУ РЕЖИМІ

М.Ю.Артеменко[1], докт.техн.наук, **Л.М.Батрак**[1], **В.М.Михальський**[2], докт.техн.наук, **С.Й.Поліщук**[2], канд.техн.наук

[1] – **Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна**.

[2] – **Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна, e-mail: artemenko_m_ju@ukr.net, mikhalsky@ied.org.ua**

Запропоновано розв'язання деяких екстремальних задач для параметрів, що визначають енергетичні характеристики трифазної чотирипровідної системи живлення з паралельним активним фільтром у синусоїдному несиметричному режимі, і які можуть бути використані для оптимального керування роботою активного компенсатора. Бібл. 7, рис. 1.

Ключові слова: повна потужність, коефіцієнт потужності, складова нульової послідовності, активний фільтр.

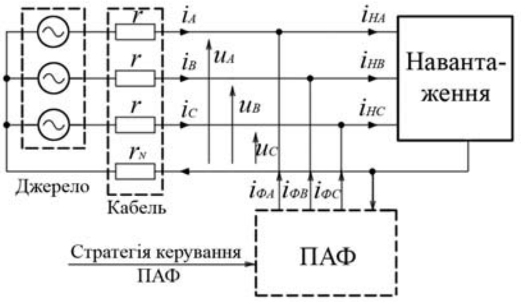
Вступ. Для сучасного стану розвитку енергетики характерні інтенсивне використання силової перетворювальної техніки, збільшення потужності одиничних споживачів, взаємний вплив навантажень, що призводять як до збільшення втрат енергії в цілому та зменшення надійності роботи обладнання, так і до погіршення якості електропостачання.

Суттєве практичне значення має детально розглянуте в [5] розв'язання задач підвищення ефективності та якості електропостачання за наявності несиметрії напруги та струму навантаження, що обумовлює неврівноважені режими багатофазної (в т.ч. трифазної) мережі живлення. Можна виділити два основних напрямки в дослідженнях цих проблем. Перший – це роботи, спрямовані на вирішення конкретних завдань, таких як, наприклад, компенсація реактивної потужності, компенсація відмінних від основної гармонік струму, споживаного з мережі, поліпшення енергетичних показників. Другий – це роботи, спрямовані на поглиблення розуміння фізичних процесів, що проходять в електричних колах у синусоїдних та несинусоїдних режимах. Одним з ключових питань при цьому є коректне визначення повної потужності мережі живлення та її складових, яке вже тривалий час є предметом полеміки та дискусій.

Відзначимо, що згаданою тематикою сьогодні займаються як фахівці в галузі електроенергетики, так і фахівці в галузі силової перетворювальної техніки. На жаль, при цьому не завжди використовуються результати досліджень у цих споріднених галузях техніки і, як наслідок, виникають розбіжності та неоднозначності. В першу чергу це стосується термінології. Певну вдалу спробу поєднати різні підходи в дослідженні синусоїдних режимів при несиметричній напрузі трифазної мережі зроблено в [4] та деяких інших роботах, де встановлюється зв'язок понять теорії миттєвої потужності з класичними інтегральними енергетичними характеристиками. Зауважимо, що навантаження в наведених роботах розглядається незмінним, що дозволяє уникнути необхідності застосування активної компенсації. Для аналізу таких систем використовуються тривимірні комплексні вектори напруг та струмів, за допомогою яких описується синусоїдний енергетичний режим трифазної системи при несиметрії напруг мережі живлення та навантаження. При підключенні незбалансованого навантаження до мережі з несиметричною напругою розглянуто метод врівноваження режиму, що забезпечує передачу енергії у навантаження з мінімальними втратами.

Проте, при цьому має бути коректно визначена саме повна потужність трифазної чотирипровідної системи живлення як максимальна активна потужність навантаження, що може бути досягнута в процесі передачі енергії від трифазного джерела при заданих її втратах на активних опорах силового кабелю [2]. З цією метою в даній статті запропоновано розв'язання деяких екстремальних задач для параметрів, що визначають енергетичні характеристики трифазної системи живлення в синусоїдному несиметричному режимі: визначення повної потужності та її квадратичних складових з урахуванням співвідношення активних опорів силового чотирипровідного кабелю; мінімізація потужності втрат та середньоквадратичного значення споживаного струму; максимізація коефіцієнта потужності тощо. Ці результати можуть бути використані для розробки оптимальних стратегій керування паралельними активними фільтрами з метою компенсації неактивних складових повної потужності в умовах динамічної зміни параметрів навантаження.

Повна потужність та її складові. Синусоїдний процес з круговою частотою ω в перерізі трифазного чотирипровідного кола (рисунок) повністю задається трикоординатними векторами миттєвих значень фазних напруг та струмів



$$\mathbf{u}(t)=\begin{Vmatrix}u_A(t)\\u_B(t)\\u_C(t)\end{Vmatrix}=\sqrt{2}\begin{Vmatrix}U_A\cos(\omega t+\varphi_A)\\U_B\cos(\omega t+\varphi_B)\\U_C\cos(\omega t+\varphi_C)\end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{i}(t)=\begin{Vmatrix}i_A(t)\\i_B(t)\\i_C(t)\end{Vmatrix}=\sqrt{2}\begin{Vmatrix}I_A\cos(\omega t+\psi_A)\\I_B\cos(\omega t+\psi_B)\\I_C\cos(\omega t+\psi_C)\end{Vmatrix},$$

яким відповідають тривимірні комплексні вектори діючих значень [4]

$$\overline{\mathbf{u}}=\begin{Vmatrix}U_Ae^{j\varphi_A}\\U_Be^{j\varphi_B}\\U_Ce^{j\varphi_C}\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\dot U_A\\\dot U_B\\\dot U_C\end{Vmatrix};\qquad \overline{\mathbf{i}}=\begin{Vmatrix}I_Ae^{j\psi_A}\\I_Be^{j\psi_B}\\I_Ce^{j\psi_C}\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\dot I_A\\\dot I_B\\\dot I_C\end{Vmatrix}.$$

Зокрема, через зазначені вектори виражається активна потужність [5]

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T\mathbf{u}^T(t)\mathbf{i}(t)dt=U_AI_A\cos(\varphi_A-\psi_A)+U_BI_B\cos(\varphi_B-\psi_B)+U_CI_C\cos(\varphi_C-\psi_C)=\mathrm{Re}(\overline{\mathbf{u}}^T\overline{\mathbf{i}}^*),\qquad(1)$$

де $T=2\pi/\omega$ – період мережної напруги; ^{T} – знак транспонування; * – знак комплексного спряження.

Потужність втрат на ділянці силового кабелю мережі з опором кожного фазового проводу r та опором нейтрального проводу r_N визначається виразом

$$\Delta P=(I_A^2+I_B^2+I_C^2)r+I_N^2r_N,\qquad(2)$$

де $I_N^2=\frac{1}{T}\int_0^T i_N^2(t)dt$ – квадрат діючого значення струму нейтралі $i_N(t)=i_A(t)+i_B(t)+i_C(t),$ що може бути представлений у вигляді $I_N^2=\dot I_N(\dot I_N)^*=(\dot I_A+\dot I_B+\dot I_C)(\dot I_A+\dot I_B+\dot I_C)^*=(\overline{\mathbf{i}}^T\mathbf{j})(\mathbf{j}^T\overline{\mathbf{i}})^*;\ \mathbf{j}^T=\begin{Vmatrix}1&1&1\end{Vmatrix}.$

З урахуванням цього перетворимо вираз (2) до матрично-векторної форми наступним чином:

$$\Delta P=\overline{\mathbf{i}}^T\overline{\mathbf{i}}^*r+(\overline{\mathbf{i}}^T\mathbf{j})(\mathbf{j}^T\overline{\mathbf{i}})^*r_N=\overline{\mathbf{i}}^T\overline{\mathbf{i}}^*r+\overline{\mathbf{i}}^T(\mathbf{j}\mathbf{j}^T)\overline{\mathbf{i}}^*r_N=\mathbf{i}^T(r\mathbf{I}+r_N\mathbf{j}\mathbf{j}^T)\mathbf{i}^*=\mathbf{i}^T\mathbf{R}\mathbf{i}^*,\qquad(3)$$

де $\mathbf{I}=\begin{Vmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{Vmatrix}$ – одинична матриця; $\mathbf{R}=r\mathbf{I}+r_n\mathbf{j}\mathbf{j}^T=\begin{Vmatrix}r+r_n&r_n&r_n\\r_n&r+r_n&r_n\\r_n&r_n&r+r_n\end{Vmatrix}=\mathbf{R}^T$ – матриця опорів втрат, симетрична відносно головної діагоналі.

У процесі оптимізації часової залежності вектора фазних струмів знехтуємо впливом падіння напруг на активних опорах силового кабелю в порівнянні з напругами джерела живлення. Виокремимо в комплексних векторах діючих значень фазних напруг та струмів вектори дійсних та уявних частин $\overline{\mathbf{u}}=\mathbf{u}_R+j\mathbf{u}_I$; $\overline{\mathbf{i}}=\mathbf{i}_R+j\mathbf{i}_I$, тоді екстремальна задача максимізації активної потужності трифазного навантаження при заданих фазних напругах та обмеженнях на потужність втрат у чотирипровідному кабелі формалізується наступним чином:

$$P=\mathrm{Re}(\overline{\mathbf{u}}^T\overline{\mathbf{i}}^*)=\mathrm{Re}[(\mathbf{u}_R+j\mathbf{u}_I)^T(\mathbf{i}_R-j\mathbf{i}_I)]=\mathbf{u}_R^T\mathbf{i}_R+\mathbf{u}_I^T\mathbf{i}_I\to\max;$$

$$\Delta P=(\mathbf{i}_R+j\mathbf{i}_I)^T\mathbf{R}(\mathbf{i}_R-j\mathbf{i}_I)=\mathbf{i}_R^T\mathbf{R}\mathbf{i}_R-j\mathbf{i}_R^T\mathbf{R}\mathbf{i}_I+j\mathbf{i}_I^T\mathbf{R}\mathbf{i}_R+\mathbf{i}_I^T\mathbf{R}\mathbf{i}_I=$$

$$= \mathbf{i}_R{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_R - j\mathbf{i}_I{}^T \mathbf{R}^T \mathbf{i}_R + j\mathbf{i}_I{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_R + \mathbf{i}_I{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_I = \mathbf{i}_R{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_R + \mathbf{i}_I{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_I = \mathrm{const}.$$

Відповідно до методики розв'язання подібних екстремальних задач [1] утворимо функцію Лагранжа з множником λ при обмеженні-рівності

$$L(\mathbf{i}_R, \mathbf{i}_I, \lambda) = \mathbf{u}_R{}^T \mathbf{i}_R + \mathbf{u}_I{}^T \mathbf{i}_I + \lambda(\mathbf{i}_R{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_R + \mathbf{i}_I{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_I - \Delta P) = (\mathbf{u}_R + \lambda \mathbf{R} \mathbf{i}_R)^T \mathbf{i}_R + (\mathbf{u}_I + \lambda \mathbf{R} \mathbf{i}_I)^T \mathbf{i}_I - \lambda \Delta P,$$

продиференціюємо її за всіма скалярними невідомими – координатами векторів $(\boldsymbol{i}_R)_k, (\boldsymbol{i}_I)_k; k = 1,2,3$ та складемо систему рівнянь для їхнього визначення

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial (\mathbf{i}_R)_k} = (\mathbf{u}_R + \lambda \mathbf{R} \mathbf{i}_R)^T \mathbf{j}_k + (\lambda \mathbf{R} \mathbf{j}_k)^T \mathbf{i}_R = (\mathbf{u}_R + \lambda \mathbf{R} \mathbf{i}_R)^T \mathbf{j}_k + \lambda \mathbf{j}_k{}^T \mathbf{R}^T \mathbf{i}_R = (\mathbf{u}_R + 2\lambda \mathbf{R} \mathbf{i}_R)^T \mathbf{j}_k = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial (\mathbf{i}_I)_k} = (\mathbf{u}_I + 2\lambda \mathbf{R} \mathbf{i}_I)^T \mathbf{j}_k{}^T = 0; \\ \mathbf{i}_R{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_R + \mathbf{i}_I{}^T \mathbf{R} \mathbf{i}_I = \Delta P, \end{cases} \tag{4}$$

де $\mathbf{j}_k = \partial \mathbf{i}_R / \partial (\mathbf{i}_R)_k$; $\mathbf{j}_1{}^T = \|1 \;\; 0 \;\; 0\|$; $\mathbf{j}_2{}^T = \|0 \;\; 1 \;\; 0\|$; $\mathbf{j}_3{}^T = \|0 \;\; 0 \;\; 1\|$.

З перших шести скалярних рівнянь системи (4) випливає співвідношення для оптимального значення комплексного вектора фазних струмів $\overline{\mathbf{u}} + 2\lambda \mathbf{R} \overline{\mathbf{i}}_{опт} = 0$, звідки

$$\overline{\mathbf{i}}_{опт} = -(2\lambda)^{-1} \mathbf{R}^{-1} \overline{\mathbf{u}}. \tag{5}$$

Знайдемо вирази для оберненої матриці з виразу (5)

$$\mathbf{R}^{-1} = [r\mathbf{I} + r_n \mathbf{j}\mathbf{j}^T]^{-1} = \frac{1}{r}(\boldsymbol{I} - \frac{r_N / r}{1 + (r_N / r)\mathbf{j}^T \mathbf{j}} \mathbf{j}\mathbf{j}^T) = \frac{1}{r}(\boldsymbol{I} - \frac{r_N / r}{1 + 3r_N / r} \mathbf{j}\mathbf{j}^T) = \frac{1}{r}(\boldsymbol{I} - \frac{r_N}{r + 3r_N} \mathbf{j}\mathbf{j}^T)$$

та матрично-векторного добутку

$$\mathbf{R}^{-1}\overline{\mathbf{u}} = \frac{1}{r}(\boldsymbol{I} - \frac{r_N}{r + 3r_N} \mathbf{j}\mathbf{j}^T)\overline{\mathbf{u}} = \frac{1}{r}[\overline{\mathbf{u}} - \frac{r_N}{r + 3r_N}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)\mathbf{j}] = \frac{1}{r}(\overline{\mathbf{u}} - \frac{3r_N}{r + 3r_N} \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3}\mathbf{j}) = \frac{1}{r}\overline{\mathbf{u}}_\sigma;$$

де $\overline{\mathbf{u}}_\sigma = \overline{\mathbf{u}} - \sigma_0 \dfrac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3}\mathbf{j}$; $\qquad \sigma_0 = \dfrac{3r_N}{r + 3r_N}$.

Опорному комплексному вектору $\overline{\boldsymbol{u}}_\sigma$ відповідає вектор миттєвих значень фазних напруг з частково послабленою складовою нульової послідовності

$$\mathbf{u}_\sigma(t) = \mathbf{u}(t) - \sigma_0 \frac{u_+}{3}\mathbf{j}; \qquad u_+ = \mathbf{j}^T \mathbf{u}(t),$$

причому величина коефіцієнта послаблення σ_0 дорівнює такому, що мінімізує втрати енергії в силовому кабелі чотирипровідної трифазної мережі при несинусоїдних фазних напругах [6].

Підставляючи вираз (5) в сьоме рівняння системи (4), знаходимо

$$\Delta P = \overline{\mathbf{i}}_{опт}{}^T \mathbf{R} \overline{\mathbf{i}}_{опт}{}^* = (-\frac{1}{2\lambda})^2 \overline{\boldsymbol{u}}^T \mathbf{R}^{-1} \overline{\mathbf{u}}^*,$$

звідки
$$-\frac{1}{2\lambda} = \sqrt{\frac{\Delta P}{\overline{\mathbf{u}}^T \mathbf{R}^{-1} \overline{\mathbf{u}}^*}} = \sqrt{\frac{\Delta P r}{\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^*}},$$

а вирази для величин, що оптимізуються, набувають значень

$$\overline{\boldsymbol{i}}_{опт} = \sqrt{\frac{\Delta P r}{\overline{\boldsymbol{u}}^T \overline{\boldsymbol{u}}_\sigma^*}} \frac{1}{r} \overline{\boldsymbol{u}}_\sigma = \sqrt{\frac{\Delta P / r}{\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^*}} \overline{\mathbf{u}}_\sigma; \qquad P_{\max} = \mathrm{Re}(\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{i}}_{опт}^*) = \sqrt{\frac{\Delta P / r}{\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^*}} \overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^* = \sqrt{(\Delta P / r) \overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^*}. \tag{6}$$

Оскільки повна потужність трифазної системи *S* дорівнює максимальній активній потужності при заданих втратах [2], то

$$S = P_{\max} = \sqrt{(\Delta P / r) \overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^*}. \tag{7}$$

Перейдемо до тривимірних комплексних векторів діючих значень симетричних складових фазних напруг та струмів

$$\underline{\mathbf{u}} = \begin{Vmatrix} \dot U_0 \\ \dot U_+ \\ \dot U_- \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} U_0 e^{j\varphi_0} \\ U_+ e^{j\varphi_+} \\ U_- e^{j\varphi_-} \end{Vmatrix}; \qquad \underline{\mathbf{i}} = \begin{Vmatrix} \dot I_0 \\ \dot I_+ \\ \dot I_- \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} I_0 e^{j\psi_0} \\ I_+ e^{j\psi_+} \\ I_- e^{j\psi_-} \end{Vmatrix}$$

за допомогою співвідношень

$$\overline{\mathbf{u}} = \overline{\mathbf{F}}\,\underline{\mathbf{u}}; \qquad \overline{\mathbf{i}} = \overline{\mathbf{F}}\,\underline{\mathbf{i}},$$

де $\overline{\mathbf{F}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \tilde a & \dot a \\ 1 & \dot a & \tilde a \end{Vmatrix}$; $\dot a = e^{j2\pi/3}$; $\tilde a = (\dot a)^*$ − модифікована матриця Fortesque [4], що задовольняє умовам $\overline{\mathbf{F}}^{-1} = \overline{\mathbf{F}}^*$; $\overline{\mathbf{F}}^{\mathbf{T}} = \overline{\mathbf{F}}$.

Тоді після перетворень отримуємо

$$\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^* = (\overline{\mathbf{F}}\,\underline{\mathbf{u}})^T (\overline{\mathbf{F}}\,\underline{\mathbf{u}} - \sigma_0 \frac{\dot U_A + \dot U_B + \dot U_C}{3} \mathbf{j})^* = \underline{\mathbf{u}}^T (\underline{\mathbf{u}}^* - \frac{\sigma_0}{3} (\dot U_A + \dot U_B + \dot U_C)^* \overline{\mathbf{F}}\mathbf{j}) =$$

$$= \underline{\mathbf{u}}^T (\underline{\mathbf{u}}^* - \sigma_0 (\dot U_0)^* \mathbf{j}_1) = \begin{Vmatrix} \dot U_0 & \dot U_+ & \dot U_- \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \dot U_0 (1-\sigma_0) \\ \dot U_+ \\ \dot U_- \end{Vmatrix}^* = U_0^2 (1-\sigma_0) + U_+^2 + U_-^2;$$

$$\Delta P / r = \overline{\mathbf{i}}^T \overline{\mathbf{i}}^* + (\overline{\mathbf{i}}^T \mathbf{j})(\overline{\mathbf{i}}^T \mathbf{j})^* r_N / r = (\overline{\mathbf{F}}\,\underline{\mathbf{i}})^T (\overline{\mathbf{F}}\,\underline{\mathbf{i}})^* + \sqrt{3} \dot I_0 \sqrt{3} (\dot I_0)^* r_N / r = \underline{\mathbf{i}}^T\, \underline{\mathbf{i}}^* + 3 I_0^2 r_N / r =$$

$$= I_+^2 + I_-^2 + I_0^2 (1 + 3 r_N / r) = I_0^2 / (1-\sigma_0) + I_+^2 + I_-^2, \quad 1/(1-\sigma_0) = 1 + 3 r_N / r.$$

Введемо комплексні вектори, координати яких складаються з симетричних складових $\underline{\mathbf{u}}_\sigma = \begin{Vmatrix} \dot U_0 \sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot U_+ \\ \dot U_- \end{Vmatrix}$; $\underline{\mathbf{i}}_\sigma = \begin{Vmatrix} \dot I_0 / \sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot I_+ \\ \dot I_- \end{Vmatrix}$, а квадрати норми дорівнюють вищезгаданим величинам

$$\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{u}}_\sigma^* = U_\sigma^2 = \overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^* = U_0^2 (1-\sigma_0) + U_+^2 + U_-^2; \qquad \underline{\mathbf{i}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^* = I_\sigma^2 = \Delta P / r = I_0^2 / (1-\sigma_0) + I_+^2 + I_-^2,$$

тоді повна потужність трифазної системи з виразу (7) може бути виражена співвідношенням

$$S = \sqrt{(\Delta P / r) \overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}_\sigma^*} = I_\sigma U_\sigma. \tag{8}$$

Добутки введених векторів $\underline{\boldsymbol{u}}_\sigma$; $\underline{\boldsymbol{i}}_\sigma$ визначають усі складові потужності чотирипровідної трифазної системи в синусоїдному несиметричному режимі:

– активну потужність

$$P = \mathrm{Re}(\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*) = \mathrm{Re}\left(\begin{Vmatrix} \dot U_0 \sqrt{1-\sigma_0} & \dot U_+ & \dot U_- \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \dot I_0 / \sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot I_+ \\ \dot I_- \end{Vmatrix}^* \right) = U_0 I_0 \cos\delta_0 + U_+ I_+ \cos\delta_+ + U_- I_- \cos\delta_- =$$

$$= \mathrm{Re}\left(\begin{Vmatrix} \dot U_0 & \dot U_+ & \dot U_- \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \dot I_0 \\ \dot I_+ \\ \dot I_- \end{Vmatrix}^* \right) = \mathrm{Re}(\underline{\mathbf{u}}^T\, \underline{\mathbf{i}}^*) = \mathrm{Re}[(\overline{\mathbf{F}}^{-1} \overline{\mathbf{u}})^T (\overline{\mathbf{F}}^{-1} \overline{\mathbf{i}})^*] = \mathrm{Re}[\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{F}}^* (\overline{\mathbf{F}}^{-1})^* \overline{\mathbf{i}}^*] = \mathrm{Re}(\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{i}}^*),$$

де $\delta_i = \varphi_i - \psi_i$; $i = 0, +, -$;

– реактивну потужність

$$Q = \mathrm{Im}(\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*) = U_0 I_0 \sin\delta_0 + U_+ I_+ \sin\delta_+ + U_- I_- \sin\delta_- = \mathrm{Im}(\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{i}}^*);$$

– векторну потужність небалансу, введену в [4]:

$$\underline{\mathbf{n}} = \underline{\mathbf{i}}_\sigma \times \underline{\mathbf{u}}_\sigma = \begin{Vmatrix} \dot{I}_0/\sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot{I}_+ \\ \dot{I}_- \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} \dot{U}_0\sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot{U}_+ \\ \dot{U}_- \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \dot{I}_+\dot{U}_- - \dot{I}_-\dot{U}_+ \\ \dot{I}_-\dot{U}_0\sqrt{1-\sigma_0} - \dot{I}_0\dot{U}_-/\sqrt{1-\sigma_0} \\ \dot{I}_0\dot{U}_+/\sqrt{1-\sigma_0} - \dot{I}_+\dot{U}_0\sqrt{1-\sigma_0} \end{Vmatrix}. \tag{9}$$

Між зазначеними складовими мають місце квадратичні співвідношення, зумовлені властивостями скалярного та векторного добутків комплекснозначних векторів [4]

$$\begin{aligned} S^2 = I_\sigma^2 U_\sigma^2 = (\underline{\mathbf{i}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*)(\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{u}}_\sigma^*) = (\underline{\mathbf{i}}_\sigma^T \underline{\mathbf{u}}_\sigma^*)(\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*) + \underline{\mathbf{n}}^T \underline{\mathbf{n}}^* = (\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*)(\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{i}}_\sigma^*)^* + \underline{\mathbf{n}}^T \underline{\mathbf{n}}^* = \\ = (P + jQ)(P - jQ) + \underline{\mathbf{n}}^T \underline{\mathbf{n}}^* = P^2 + Q^2 + N^2, \end{aligned} \tag{10}$$

де $N^2 = \underline{\mathbf{n}}^T \underline{\mathbf{n}}^*$ – квадрат норми векторної потужності небалансу, яка в [2] називається потужністю несиметрії.

Максимізація коефіцієнта потужності. Процес споживання енергії трифазного джерела характеризує коефіцієнт потужності, що в синусоїдному несиметричному режимі має вигляд [2]

$$k_P = P/S = k_З k_H,$$

де $k_З = P/\sqrt{P^2+Q^2}$ – коефіцієнт зсуву, $k_H = \sqrt{P^2+Q^2}/\sqrt{P^2+Q^2+N^2}$ – коефіцієнт несиметрії.

Умовою нульової потужності несиметрії $(N = 0;\ k_H = 1)$ є комплексна пропорційність векторів, векторний добуток яких утворює векторну потужність небалансу [4], тобто для даного випадку

$$\underline{\mathbf{i}}_\sigma = \dot{G}\,\underline{\mathbf{u}}_\sigma, \tag{11}$$

де $\dot{G}$ – довільне комплексне число.

Умовою нульової реактивної потужності $(Q = 0;\ k_З = 1)$ є дійснозначна пропорційність окремих координат зазначених векторів

$$\underline{\mathbf{i}}_\sigma = \begin{Vmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 \end{Vmatrix} \underline{\mathbf{u}}_\sigma,$$

де g_1, g_2, g_3 – довільні дійсні числа, але якщо вони різні, то $N \neq 0$.

Лише при дійснозначній пропорційності цих векторів

$$\underline{\mathbf{i}}_\sigma = g\,\underline{\mathbf{u}}_\sigma \tag{12}$$

коефіцієнт потужності досягає одиничного значення разом із множниками, що його утворюють $(Q = 0;\ N = 0;\ k_P = k_З = k_H = 1)$.

При корекції споживаних струмів трифазного джерела паралельним активним фільтром (рисунок) коефіцієнт пропорційності в формулі (12) обирається з умови нульової активної потужності фільтра відповідно до виразу з [6]

$$g = \frac{P}{\frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{u}^T(t)\mathbf{u}_\sigma(t)dt} = \frac{P}{\underline{\mathbf{u}}_\sigma^T \underline{\mathbf{u}}_\sigma} = \frac{P}{U_0^2(1-\sigma_0) + U_+^2 + U_-^2}, \tag{13}$$

а вектор струмів фільтра формують відповідно до виразу

$$\mathbf{i}_Ф(t) = \begin{Vmatrix} i_{ФA}(t) \\ i_{ФB}(t) \\ i_{ФC}(t) \end{Vmatrix} = \mathbf{i}_H(t) - \mathbf{i}(t) = \begin{Vmatrix} i_{HA}(t) \\ i_{HB}(t) \\ i_{HC}(t) \end{Vmatrix} - g\mathbf{u}_\sigma(t).$$

Якщо умова (11) не виконується, квадрат потужності несиметрії може бути знайдений за прямою формулою, що випливає з виразу (9)

$$N^2 = \underline{\mathbf{n}}^T\, \underline{\mathbf{n}}^* = \mathrm{mod}^2(\dot{I}_+\dot{U}_- - \dot{I}_-\dot{U}_+) + \mathrm{mod}^2(\dot{I}_-\dot{U}_0\sqrt{1-\sigma_0} - \dot{I}_0\dot{U}_-/\sqrt{1-\sigma_0}) +$$

$$+\mathrm{mod}^2(\dot{I}_0\dot{U}_+/\sqrt{1-\sigma_0} - \dot{I}_+\dot{U}_0\sqrt{1-\sigma_0}) = (I_+U_-)^2 + (I_-U_+)^2 - 2I_+U_-I_-U_+\cos(\delta_+ - \delta_-) + \quad (14)$$

$$+I_0{}^2(U_+{}^2 + U_-{}^2)/(1-\sigma_0) + U_0{}^2(I_-{}^2 + I_+{}^2)(1-\sigma_0) - 2I_0U_0[I_+U_+\cos(\delta_0 - \delta_+) + I_-U_-\cos(\delta_0 - \delta_-)].$$

Від відомого виразу з роботи [1] співвідношення (14) відрізняється наявністю доданків, зумовлених величиною $U_0 \neq 0$.

Мінімізація потужності втрат. Екстремальна задача мінімізації потужності втрат в чотирипровідному кабелі при фіксованій активній потужності, що споживається від трифазного джерела, формулюється наступним чином:

$$\Delta P = \mathbf{i}_R{}^T\mathbf{R}\mathbf{i}_R + \mathbf{i}_I{}^T\mathbf{R}\mathbf{i}_I \to \min; \qquad P = \mathrm{Re}(\overline{\mathbf{u}}^T\,\overline{\mathbf{i}}^*) = \mathbf{u}_R^T\,\mathbf{i}_R + \mathbf{u}_I^T\mathbf{i}_I = \mathrm{const}.$$

Утворимо функцію Лагранжа з множником μ при обмеженні-рівності

$$L(\mathbf{i}_R, \mathbf{i}_I, \mu) = \mathbf{i}_R{}^T\mathbf{R}\mathbf{i}_R + \mathbf{i}_I{}^T\mathbf{R}\mathbf{i}_I + \mu(\mathbf{u}_R{}^T\mathbf{i}_R + \mathbf{u}_I{}^T\mathbf{i}_I - P) = (\mu\mathbf{u}_R + \mathbf{R}\mathbf{i}_R)^T\,\mathbf{i}_R + (\mu\mathbf{u}_I + \mathbf{R}\mathbf{i}_I)^T\,\mathbf{i}_I - \mu P,$$

та складемо систему рівнянь для визначення координат векторів $(\boldsymbol{i}_R)_k, (\boldsymbol{i}_I)_k$; $k = 1,2,3$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial(\mathbf{i}_R)_k} = (\mu\mathbf{u}_R + \mathbf{R}\mathbf{i}_R)^T\,\mathbf{j}_k + (\mathbf{R}\mathbf{j}_k)^T\,\mathbf{i}_R = (\mu\mathbf{u}_R + 2\mathbf{R}\mathbf{i}_R)^T\,\mathbf{j}_k = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial(\mathbf{i}_I)_k} = (\mu\mathbf{u}_I + 2\mathbf{R}\mathbf{i}_I)^T\,\mathbf{j}_k{}^T = 0; \\ \mathbf{u}_R{}^T\mathbf{i}_R + \mathbf{u}_I{}^T\mathbf{i}_I = P. \end{cases} \quad (15)$$

З перших шести скалярних рівнянь системи (15) випливає співвідношення для оптимального значення комплексного вектора фазних струмів

$$\mu\overline{\mathbf{u}} + 2\mathbf{R}\,\overline{\mathbf{i}}_{опт} = \mathbf{0}, \quad \text{звідки}$$

$$\overline{\mathbf{i}}_{опт} = -\frac{\mu}{2}\mathbf{R}^{-1}\overline{\mathbf{u}} = -\frac{\mu}{2r}\overline{\mathbf{u}}_\sigma.$$

Цей вектор обумовлює споживання енергії, що характеризується активною потужністю

$$P = \mathrm{Re}(\overline{\boldsymbol{u}}^T\overline{\boldsymbol{i}}^*_{опт}) = -\frac{\mu}{2r}\mathrm{Re}(\overline{\mathbf{u}}^T\overline{\mathbf{u}}^*_\sigma) = -\frac{\mu}{2r}(\overline{\mathbf{u}}^T\overline{\mathbf{u}}^*_\sigma) = (-\frac{\mu}{2r})[U_0^2(1-\sigma_0) + U_+^2 + U_-^2] = (-\frac{\mu}{2r})U_\sigma^2,$$

і відповідає значенню коефіцієнта $\quad -\dfrac{\mu}{2} = \dfrac{Pr}{\overline{\mathbf{u}}^T\overline{\mathbf{u}}^*_\sigma} = \dfrac{Pr}{U_\sigma^2}.$

Оптимальна величина шуканого вектора фазних струмів співпадає з залежністю (12) при коефіцієнті пропорційності (13)

$$\overline{\mathbf{i}}_{опт} = \frac{P}{\overline{\mathbf{u}}^T\overline{\mathbf{u}}^*_\sigma}\overline{\mathbf{u}}_\sigma \quad (16)$$

та забезпечує мінімальне значення потужності втрат

$$\Delta P_{\min} = \mathbf{i}^T{}_{опт}\mathbf{R}\mathbf{i}_{опт}{}^* = \frac{Pr}{U_\sigma^2}(\mathbf{R}^{-1}\overline{\mathbf{u}})^T\,\mathbf{R}\frac{Pr}{U_\sigma^2}\overline{\mathbf{u}}_\sigma\frac{1}{r} = \frac{P^2r}{U_\sigma^4}\overline{\mathbf{u}}^T\overline{\mathbf{u}}_\sigma = \frac{P^2r}{U_\sigma^2} = \frac{P^2r}{U_0^2(1-\sigma_0) + U_+^2 + U_-^2}. \quad (17)$$

Таким чином, засоби паралельної активної фільтрації трифазної чотирипровідної системи живлення, що використовують пропорційно-векторне формування лінійних струмів джерела з частковим послабленням складової нульової послідовності відповідно до параметрів силового кабелю [3], забезпечують близький до одиниці коефіцієнт потужності та мінімальні втрати енергії при заданій потужності навантаження.

Мінімізація вхідних струмів. Екстремальна задача мінімізації середньоквадратичного значення вхідних струмів трифазної чотирипровідної системи живлення при заданій активній потужності навантаження формулюється наступним чином:

$$I^2 = I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 = \overline{\mathbf{i}}^T \overline{\mathbf{i}}^* = \mathbf{i}_R{}^T \mathbf{i}_R + \mathbf{i}_I{}^T \mathbf{i}_I \to \min;$$

$$P = \mathrm{Re}(\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{i}}^*) = \mathbf{u}_R{}^T \mathbf{i}_R + \mathbf{u}_I{}^T \mathbf{i}_I = \mathrm{const}.$$

Розв'язок цієї задачі може бути формально отриманий з попереднього при нульовому значенні опору нейтрального проводу та одиничному опорі кожного фазового проводу, тоді потужність втрат ΔP попередньої задачі чисельно дорівнює величині, що мінімізується в даній задачі. При цьому $\sigma_0 = 0$, і в формулі (16) для оптимального вектора фазного струму слід покласти $\overline{\mathbf{u}}_\sigma = \overline{\mathbf{u}}$:

$$\overline{\mathbf{i}}_{onm} = \frac{P}{\overline{\mathbf{u}}^T \overline{\mathbf{u}}^*} \overline{\mathbf{u}} = \frac{P}{U_A^2 + U_B^2 + U_C^2} \overline{\mathbf{u}}. \qquad (18)$$

Формула (18) та мінімальне середньоквадратичне значення споживаного струму

$$I = \frac{P}{\sqrt{U_A^2 + U_B^2 + U_C^2}}$$

відповідають алгоритму Fryze [7] компенсації неактивних струмів трифазного джерела. Це підтверджує коректність вищенаведених розв'язків розглянутих екстремальних задач.

Висновки.

1. Вектор струмів трифазного джерела, що максимізує активну потужність навантаження при заданій потужності втрат у чотирипровідному кабелі, має бути пропорційним вектору миттєвих значень фазних напруг з частково послабленою складовою нульової послідовності з величиною коефіцієнта послаблення σ_0.

2. Енергетичні процеси в синусоїдному несиметричному режимі трифазної чотирипровідної системи електроживлення повністю задаються тривимірними комплексними векторами, координати яких складаються з симетричних складових $\underline{\mathbf{u}}_\sigma = \left\| \dot{U}_0 \sqrt{1-\sigma_0} \;\; \dot{U}_+ \;\; \dot{U}_- \right\|^T$; $\underline{\mathbf{i}}_\sigma = \left\| \dot{I}_0 / \sqrt{1-\sigma_0} \;\; \dot{I}_+ \;\; \dot{I}_- \right\|$. Добуток норм цих векторів дорівнює повній потужності, а їхній скалярний та векторний добутки визначають усі квадратичні складові повної потужності.

3. Отримано нову пряму формулу для обчислення квадрата модуля потужності небалансу трифазної чотирипровідної системи електроживлення, що відрізняється від відомих наявністю доданків, зумовлених ненульовою величиною складової нульової послідовності вектора фазних напруг.

4. Паралельний активний фільтр трифазної чотирипровідної системи живлення, що використовує пропорційно-векторне формування струмів джерела з частковим послабленням складової нульової послідовності відповідно до параметрів силового кабелю, забезпечує близький до одиниці коефіцієнт потужності та мінімальні втрати енергії при заданій потужності навантаження.

5. Отримання класичної формули компенсації неактивних струмів трифазного джерела за алгоритмом Fryze як окремого випадку розв'язку екстремальної задачі мінімізації потужності втрат у чотирипровідному кабелі при фіксованій активній потужності навантаження підтверджує коректність вищенаведених розв'язків розглянутих екстремальних задач.

1. *Лурье Л.С.* Кажущаяся мощность трехфазной системы // Электричество. – 1951. – №1. – С. 47–53.

2. *Маевский О.А.* Энергетические показатели вентильных преобразователей. – М.: Энергия, 1978. – 320 с.

3. *Поліщук С.Й., Артеменко М.Ю., Михальський В.М., Шаповал І.А., Батрак Л.М.* Стратегія керування паралельним активним фільтром з частковим послабленням складової нульової послідовності напруг трифазної чотирипровідної мережі // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 3. – С. 12–19.

4. *Сиротин Ю.А.* Векторная мгновенная мощность и энергетические режимы трехфазных цепей // Технічна електродинаміка. – 2013. – №6. – С. 57–65.

5. *Шидловский А.К., Мостовяк В.И., Москаленко Г.А.* Уравновешивание режима многофазных цепей. – Киев: Наук. думка. – 1990. – 272 с.

6. *Патент* UA № 84949. Україна, МПК H02P 9/00. Спосіб керування паралельним активним фільтром чотирипровідної трифазної мережі / *Поліщук С.Й., Артеменко М.Ю., Михальський В.М., Батрак Л.М.* Опубл.11.11.2013. Бюл. № 21.

7. *Fryze S.* Active, reactive and apparent power in circuits with non-sinusoidal voltage and current // Przeglad Elektrotechniczny. – 1931. – № 7-8. – Pp. 193–203.

УДК 621.314

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕХФАЗНОЙ ЧЕТЫРЕХПРОВОДНОЙ СИСТЕМЫ ПИТАНИЯ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ АКТИВНЫМ ФИЛЬТРОМ В НЕСИММЕТРИЧНОМ СИНУСОИДАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

М.Е.Артеменко[1], докт.техн.наук, **Л.Н.Батрак**[1], **В.М.Михальский**[2], докт.техн.наук, **С.И.Полищук**[2], канд.техн.наук
[1] – **Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина**.
[2] – **Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.**
e-mail: mikhalsky@ied.org.ua

Предложено решение некоторых экстремальных задач для параметров, определяющих энергетические характеристики трехфазной четырехпроводной системы питания с параллельным активным фильтром в синусоидальном несимметричном режиме, которые могут быть использованы для оптимального управления работой активного компенсатора. Библ. 7, рис. 1.

Ключевые слова: полная мощность, коэффициент мощности, составляющая нулевой последовательности, активный фильтр.

ENERGY PERFORMANCE OPTIMIZATION OF THE THREE PHASE FOUR WIRE POWER SUPPLY SYSTEM WITH A PARALLEL ACTIVE FILTER IN THE UNBALANCED SINUSOIDAL MODE

M.Yu.Artemenko[1], **L.M.Batrak**[1], **V.M.Mykhalskyi**[2], **S.Y.Polishchuk**[2]
[1] – **National Technical University of Ukraine "Kyiv polytechnic institute", Peremohy pr., 37, Kyiv, 03056, Ukraine,**
[2] – **Institute of Electrodynamics of National Academy of Sciences of Ukraine, Peremohy pr., 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.**
e-mail: mikhalsky@ied.org.ua

The solution of some extreme problems for parameters that determine the energy performance of the three-phase power supply system in the sinusoidal unbalanced mode has been proposed: determination of total power and its quadratic components taking into account the ratio of resistances of the four-wire power cable, minimizing power losses and consumed rms current, maximizing the power factor. These results can be used to develop optimal control strategies of the parallel active filter to compensate the inactive components of total power under conditions of dynamic change of load parameters. References 7, figure 1.

Key words: total power, power factor, zero sequence component, active filter.

1. *Lurie L.S.* Apparent power three-phase system // Elektrichestvo. – 1951. – № 1. – Pp. 47–53. (Rus)

2. *Majewski O.A.* Energy data of rectifier converters. – Moskva: Energiia, 1978. – 320 p. (Rus)

3. *Polishchuk S.Y., Artemenko M.Yu., Mykhalskyi V.M., Batrak L.M., Shapoval I.A.* Shunt active filter control strategy with partial decrease of zero-sequence voltage in three-phase four-wire system // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – № 3. – Pp. 12–19. (Ukr)

4. *Sirotin Yu.A.* Vectorial instantaneous power and energy modes in three-phase circuits // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – № 6. – Pp. 57–65. (Rus)

5. *Shidlovskii A.K., Mostoviak V.I., Moskalenko G.A.* Balancing mode of polyphase circuits. – Kiev: Naukova dumka. – 1990. – 272 p. (Rus)

6. *Polishchuk S.Y., Artemenko M.Yu. e.a.* Control method for shunt active filter of three-phase four-wire network. Patent UA № 84949, 2013. (Ukr)

7. *Fryze S.* Active, reactive and apparent power in circuits with non-sinusoidal voltage and current // Przeglad Elektrotechniczny. – 1931. – № 7-8. – Pp. 193−203.

Надійшла 13.11.2014