



# ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ • ВІДДІЛЕННЯ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИХ ПРОБЛЕМ ЕНЕРГЕТИКИ

ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА  
ТА ЕЛЕКТРОФІЗИКА

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАРАМЕТРІВ  
ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНЕ  
ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ  
ТА УСТАНОВКИ

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ  
В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ

**№1**  
**2025**

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ\*

**Кириленко О.В.** головний редактор,  
академік НАН України  
**Шидловський А.К.** академік НАН України  
**Блінов І.В.** докт.техн.наук  
**Буткевич О.Ф.** заступник головного  
редактора, професор  
академік НАН України  
**Жаркін А.Ф.** докт.техн.наук  
**Кенсицький О.Г.** член-кор. НАН України  
**Кондратенко І.П.** член-кор. НАН України,  
**Кузнецов В.Г.** заступник головного  
редактора, професор  
**Липківський К.О.** професор  
член-кор. НАН України  
**Мазуренко Л.І.** академік НАН України  
**Михальський В.М.** докт.техн.наук  
**Стогній Б.С.** член-кор. НАН України  
**Шаповал І.А.** член-кор. НАН України  
**Шидловська Н.А.** член-кор. НАН України  
**Щерба А.А.** докт.техн.наук  
**Юрченко О.М.** відповідальний секретар  
**Городжа Л.В.** канд.техн.наук

## EDITORIAL BOARD\*

**Kyrylenko O.V.** Editor-in-Chief,  
Member of NAS.Ukraine  
**Shydlovskiy A.K.** Member of NAS Ukraine  
**Blinov I.V.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Butkevych O.F.** Deputy Editor-in-Chief, Professor  
**Zharkin A.F.** Member of NAS Ukraine  
**Kensitskiy O.H.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Kondratenko I.P.,** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Kuznetsov V.H.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Lypkivskiy K.O.** Deputy Editor-in-Chief,  
Professor  
**Mazurenko L.I.** Professor  
**Mykhaskiy V.M.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Stohnii B.S.** Member of NAS Ukraine  
**Shapoval I.A.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Shydlovska N.A.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Shcherba A.A.** Corresponding Member of NAS Ukraine  
**Yurchenko O.M.** Dr.Sc. (Eng.)  
**Gorodzha L.V.** Executive Managing Editor,  
Ph.D.

\* Члени редакційної колегії працюють у Інституті електродинаміки НАН України, Київ  
Editorial board members work in the Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv

## INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

**Kyrylenko O.V.** Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv  
**Shydlovskiy A.K.** Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv  
**Hubanski S.** Professor, Chalmers University of Technology, Sweden  
**Zhuikov V.Ya.** Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv  
**Zagirnyak M.V.** Professor, The Kremenchuk M.Ostrogradskiy National University, Ukraine  
**Clare Jon C.** Professor, The University of Nottingham, Great Britain  
**Kulyk M.M.** Member of NAS Ukraine, Institute of General Energy of NAS Ukraine, Kyiv  
**Oleshchuk V.** Professor, Institute of Power Engineering of AS Moldova, Kishinev  
**Pavlik M.** Member of NAS Ukraine, Technical University of Lodz, Poland  
**Peresada S.M.** Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv  
**Pivniak H.H.** Member of NAS Ukraine, National Mining University, Dnipropetrovsk, Ukraine  
**Rozov V.Yu.** Professor, corresponding member of NAS of Ukraine,  
Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems of NAS of Ukraine,  
Kharkiv, Ukraine  
**Rossi K.** Professor, The University of Bologna, Italy  
**Sokol Ye.I.** Corresponding Member of NAS Ukraine, National Technical University "Kharkiv Polytechnical  
Institute", Ukraine, Kharkiv  
**Stakhiv P.H.** Professor, National University "Lviv Polytechnica", Ukraine, Lviv  
**Strzelecki R.** Professor, Gdansk University of Technology, Poland  
**Vasko P.F.** Dr.Sc. (Eng.), Institute of Renewable energy of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

Журнал "Технічна електродинаміка" включено до Переліку наукових фахових видань України категорія «А», представлений у загальнодержавній реферативній базі даних "УКРАЇНІКА НАУКОВА" та у міжнародних наукометричних базах даних SCOPUS, COMPENDEX, EBSCO, PROQUEST, CROSSREF, INDEX COPERNICUS, DOAJ.

### Адреса редакції:

03057, м. Київ, проспект Берестейський, 56,  
Інститут електродинаміки НАН України.

Тел. (044) 366 26 57. Email: [ted@ied.org.ua](mailto:ted@ied.org.ua) <https://techned.org.ua>

## ЗМІСТ

**Теоретична електротехніка та електрофізика**

- KUZNETSOV B.I., NIKITINA T.B., BOVDUI I.V., CHUNIKHIN K.V., KOLOMIETS V.V., KOBYLIANSKIY B.B. Improve of uncertain microsatellite magnetic cleanliness based on magnetic field spatial harmonics compensation ..... 3
- МИХАЙЛОВ В.М. Задача продовження плоскомеридіанного магнітостатичного поля з плоскої граничної поверхні феромагнетика ..... 12
- КРИЩУК Р.С., БЕРЕКА В.О. Електростатичне поле в повітряному проміжку системи плоско-паралельних електродів для обробки крапель води бар'єрним розрядом ..... 16

**Перетворення параметрів електричної енергії**

- ARTEMENKO M.Yu., KUTAFIN Yu.V., ШОПЫК V.V., MYKHALSKY V.M., SHAPOVAL I.A., POLISHCHUK S.Y. Generalized definition of the apparent power and energy-efficient strategies of active filtration in the reduced coordinate basis of a multiphase power supply system.....24
- ЯСЬКІВ В.І., ЮРЧЕНКО О.М., ЯСЬКІВ А.В. Синхронний випрямляч в імпульсному стабілізаторі постійної напруги на основі високочастотних магнітних підсилювачів.....35

**Електромеханічне перетворення енергії**

- ПЕТУХОВ І.С., КІРЕЄВ В.Г., АКИНІН К.П., ЛАВРИНЕНКО В.А. Вплив спектру струму живлення на пульсації обертального моменту безпазового моментного двигуна з постійними магнітами.....42
- САДОВОЙ О.В., КЛЮЄВ О.В., СОХІНА Ю.В. Використання фільтру Калмана у векторній системі екстремального керування асинхронною машиною .....47
- ПОПОВИЧ О.М., ЯШИН Р.В. Дослідження економії енергетичних і водних ресурсів в системі водопостачання багатоповерхового будинку за дворівневих стояків .....57

**Електроенергетичні системи та установки**

- БУРАТИНСЬКИЙ І.М., ЗАПОРОЖЕЦЬ А.О. Метод визначення встановленої потужності електростанцій розподіленої генерації з відновлюваними джерелами енергії та установкою зберігання електроенергії ..... 65
- ДЕНИСЮК С.П., ДЕРЕВ'ЯНКО Д.Г., БОГОЙКО І.І. Оцінка нерівномірності відбору електроенергії в системах розподілу та використання електроенергії з акумуляторними батареями ..... 70
- ЯГУП В.Г., ЯГУП К.В. Дослідження режимів компенсації реактивної потужності в системі електропостачання з каскадом трансформаторів ..... 82
- ШПОЛЯНСЬКИЙ О.Г. Оптиміальне розміщення секціоналайзерів для покращення надійності розподільних електричних мереж..... 89

**CONTENTS**

**Theoretical electrical engineering and electrophysics**

- KUZNETSOV B.I., NIKITINA T.B., BOVDUI I.V., CHUNIKHIN K.V., KOLOMIETS V.V.,  
KOBLYANSKIY B.B. Improve of uncertain microsatellite magnetic cleanliness based  
on magnetic field spatial harmonics compensation.....3  
MIKHAILOV V.M. Problem of axisymmetric steady magnetic field continuation  
from flat ferromagnetic boundary ..... 12  
KRYSHCHUK R.O., BEREKA V.O. Electrostatic field in the air gap of a plane-parallel electrode  
system For water droplet treatment using barrier discharge technology ..... 16

**Conversion of electric energy parameters**

- ARTEMENKO M.Yu., KUTAFIN Yu.V., CHOPYK V.V., MYKHALSKY V.M., SHAPOVAL I.A.,  
POLISHCHUK S.Y. Generalized definition of the apparent power and energy-efficient strategies  
of active filtration in the reduced coordinate basis of a multiphase power supply system.....24  
YASKIV V.I., YURCHENKO O.M., YASKIV A.V. Synchronous rectifier in dc voltage stabilizer  
based on high-frequency magnetic amplifiers..... 35

**Electromechanical energy conversion**

- PETUKHOV I.S., KIREYEV V.G., AKININ K.P., LAVRINENKO V.A. Influence of the supply  
current spectrum on the torque ripple of a slotless permanent magnet torque motor..... 42  
SADOVOI O.V., KLIUIEV O.V., SOKHINA Yu.V. Use of Kalman filter in vector system  
of extreme control of asynchronous machine..... 47  
POPOVYCH O.M., YASHYN R.V. Study of economy of energy and water resources  
in the water supply system of a high-story building with two-tier riser..... 57

**Electric power systems and installations**

- BURATYNSKYI I.M., ZAPOROZHETS A.O. Method of determining the installed capacity of distributed  
generation power plants with renewable energy sources and energy storage system ..... 65  
DENYSIUK S.P., DEREVIANKO D.G., BOHOIKO I.I. Assessment of unevenness of electricity withdrawal  
in electricity distribution and use systems with accumulatory batteries ..... 70  
YAGUP V.G., YAGUP K.V. Research of reactive power compensation modes in the electrical  
supply system with the cascade of transformers ..... 82  
SHPOLIANSKYI O.G. Optimal placement of sectionalizers to improve the reliability of electric  
distribution networks ..... 89

Наукові редактори К.О. ЛИПКІВСЬКИЙ, О.Ф. БУТКЕВИЧ  
Редактори І.О. БРАГІНЕЦЬ, І.М. КУЧЕРЯВА

## IMPROVE OF UNCERTAIN MICROSATELLITE MAGNETIC CLEANLINESS BASED ON MAGNETIC FIELD SPATIAL HARMONICS COMPENSATION

B.I. Kuznetsov<sup>1\*</sup>, T.B. Nikitina<sup>2\*\*</sup>, I.V. Bovdii<sup>1\*\*\*</sup>, K.V. Chunikhin<sup>1\*\*\*\*</sup>, V.V. Kolomiets<sup>2\*\*\*\*\*</sup>,  
B.B. Kobylanskiy<sup>2\*\*\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines And Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2/10, Komunalnykiv str., Kharkiv, 61046, Ukraine,

e-mail: [kuznetsov.boris.i@gmail.com](mailto:kuznetsov.boris.i@gmail.com).

<sup>2</sup> Educational scientific professional pedagogical Institute V.N. Karazin Kharkiv National University, 9a, Nosakov str., Bakhmut, 84511, Ukraine,

e-mail: [nnppiupa@ukr.net](mailto:nnppiupa@ukr.net).

*Problem of microsatellite magnetic cleanliness (MMC) improving by magnetic field (MF) spatial harmonics compensation and magnetic characteristics uncertainty (MCU) sensitivity reducing considered. Prediction and control by uncertain microsatellite MC design are geometric inverse magneto static problem (GIMSP) reduced to vector game solution. Vector payoff calculated based on development method for analytical calculation of magnetostatic field induction of spherical sources in the Cartesian coordinate system (CCS) using Wolfram Mathematica ® software. Both vector game solution calculated based on particles multi-swarm optimization (PMSO) algorithms from Pareto optimal solutions taking into account binary preference relations. Prediction model and location of compensating units in spherical coordinates as well as multipole harmonic coefficients of dipoles, quadrupoles and octupoles are calculated during prediction and control of uncertain microsatellite MC. Results of MC improving for microsatellite «Sich» family by compensation of dipoles, quadrupoles and octupoles components of initial MF spatial harmonics and reducing sensitivity to MCU are given. References 17, figures 2.*

**Keywords:** microsatellite magnetic cleanliness, magnetic characteristics uncertainty, prediction and control, geometric inverse magneto static problem, computer simulation.

**Introduction.** Ukraine is space power state [1, 2]. Satellites magnetic characteristics are subject to strict requirements [3]. To meet these requirements all Ukrainian satellites undergo measurement and standardization of technical characteristics at magnetodynamic complex of Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines And Systems (IPMS) of the National Academy of Sciences of Ukraine [4]. The requirements for spacecraft MC are usually presented in restrictions form on total microsatellite magnetic moment (MMM) and of the MF strength magnitude at on-board magnetometer installation point, which specified in following regulatory documents and microsatellite design guidelines [1, 3].

Microsatellite MC solving problems accuracy ensuring largely calculated by microsatellite model MF sources for prediction magnetic field mathematical model (MFMM) adequacy to actually measured microsatellite MF characteristics values in near zone. Microsatellite MFMM usually adopted in magnetic dipoles microsatellite set units form – multiple magnetic dipole models (MMDM) [5]. However feature of microsatellite magnetic characteristics is rather small value of MMM units and, in general, of entire microsatellite. For «SICH» family spacecraft MF at on-board magnetometer installation point mainly generated by «Potential» scientific equipment set. Contributions of quadrupole and octopole spherical harmonics become close to 80 %, and dipole harmonic contributes less than 20 % of MF level [6]. Therefore, to improve microsatellites MC necessary to take into account not only dipoles, but also quadrupoles, octupoles, etc. MF model spatial characteristics [3, 6].

© Kuznetsov B.I., Nikitina T.B., Bovdii I.V., Chunikhin K.V., Kolomiets V.V., Kobylanskiy B.B., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0002-1100-095X>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-9826-1123>;

\*\*\* <https://orcid.org/0000-0003-3508-9781>; \*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0001-9822-5870>;

\*\*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-9073-5793>; \*\*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0003-3226-5997>

© Publisher Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2025



This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

GIMSP is a typical task of ensuring the microsatellites MC [5]. Moreover, GIMSP used to solve two problems – prediction geometric inverse magneto static problem (PGIMSP) and control geometric inverse magneto static problem (CGIMSP) [5]. First, to calculate microsatellites initial MFMM based on real measurements in near zone, it is necessary to solve PGIMSP [5].

Then, based on PGIMSP solution it is necessary to calculate real microsatellite MF values in far zone that required – total MMM value and MF value at on-board magnetometer location point.

If actual values of these microsatellite MF do not meet MC requirements, then it is necessary to perform work on initial MF compensation for which it is necessary to solve CGIMSP [5]. CGIMSP solution calculated additional compensating MF sources locations and their MMM magnitude to compensate initial microsatellite MF. As result of CGIMSP solution, it is necessary calculated such compensating MF sources in microsatellite space, which compensated initial MF generated by microsatellite in far zone. In general CGIMSP is compensation system design problem for microsatellite output MF – system of active shielding of initial microsatellite MF in far zone.

In general terms GIMSP are incorrectly set tasks. Forward geometric magneto static problem (FGMSP) calculates MF at given space point as consequence of generation of this MF used cause – MF source located at space given point with given characteristics. When GIMSP solved – consequence is known – MF at space given point. GIMSP solution calculated cause – MF source spatial location and its characteristics. It is natural that FGMSP has unique solution. However, GIMSP solution may have several solutions. To realize consequence – given initial MF, various reasons may required - different locations and different characteristics of MF sources – causes that realized consequence – given MF at given space point. Such ambiguity GIMSP solution especially characteristic when GIMSP solution calculated based on optimization algorithms.

Microsatellites MFMM usually considered known accurately [1–6]. However, microsatellite units magnetic characteristics significantly depend on microsatellite operating modes and change during operation. Sources of such MCU are changes in microsatellite elements MMM values when microsatellite operating modes changed. In particular, MMM change most during follows operation modes: polarized relays in "on" and "off" positions, when battery in "charge" or "discharge" mode, during operation of high-frequency valves, electromagnets operation for opening hatches of astro sensors, etc. Antennas and radio frequency components used latch springs, control valves, and other moving parts. From initial cycles of their design their MMC values taken into account. In addition, entire technological branch of production of these parts involves monitoring magnetic characteristics of their material and conducting (if necessary) its demagnetization procedure. All units with magnetic drive (motors, linear motion converters, and all other mechanisms) require independent development to ensure their MMC. In particular, MMM of MPS 8S3P battery installed on "Sich 2-1" microsatellite changes within  $\pm 0.17 A \cdot m^2$ , when discharge current changes from minus 8 A to charge current 8 A. Naturally, that this MMM must be pre-compensated with active compensation system as battery charge-discharge current function to ensure specified battery MMM level of  $\pm (0.3 \div 6.2) \cdot 10^{-3} A \cdot m^2$ .

Note that for such microsatellite, taking into account MCU of their magnetic characteristics, terminology «uncertain microsatellite magnetic cleanliness» widely used [7–14]. Term "uncertain microsatellite magnetic cleanliness" denotes initial microsatellite MCU and their change during different operating modes microsatellite operation. According to latest standards of European Space Agency ECSS-E-HB-20-07A during space equipment testing, it is necessary to take into account test conditions, input data tolerances and measurements uncertainty [3]. Therefore designed system for controlling microsatellite MC must be robust to changes in parameters and possibly structure of microsatellite MFMM [15, 16].

In uncertainty conditions of microsatellite magnetic characteristics, when robust multispheroidal MFMM designed standard approach calculation of spatial location coordinates and spatial harmonics magnitude based on conditions of minimizing vector discrepancy between measured MF vector and predicted MFMM vector. However MCU vector calculated for "worst case" MMC from conditions of maximization same vector of discrepancy between measured MF vector and MFMM predicted vector [16]. This approach is standard for ensuring robustness of microsatellite MFMM design relative to microsatellite MCU [14].

Such GIMSP solution under uncertainty conditions is vector game solution [16]. To calculate such games solution Particle Swarm Optimization" (PSO) algorithm is used, which simulates social behavior of solution individuals in flock, and has higher speed of convergence to optimum [17]. Basic approach to vector game solution Pareto set calculation includes all solutions and that are not dominated by other solutions. To adapt PSO algorithm to Pareto-optimal solutions calculation for possible vector gain values set binary preference relations used that individual solutions Pareto-dominance determined [16].

**The goal of this work** is developed the method for prediction and control by microsatellite MC taking into account the uncertainties of microsatellite magnetic characteristics based on prediction geometric inverse magneto static problem and control geometric inverse magneto static problem solutions for calculation and compensation MF spatial spherical harmonics in order to improve uncertain microsatellite MC by compensation initial MF spatial harmonics and for reduced sensitivity to magnetic characteristics uncertainty.

**Definition of FGMSP.** Microsatellites MC problem solution success largely determined external microsatellites MFMM adequacy to microsatellites MF real values measurements in near zone [2, 3]. MF point sources most widely common approach. In this case MFMM described in spherical coordinate system (SCS). Microsatellites MFMM often adopted in MMDM form [5]. Parameters of this dipoles and their location coordinates in microsatellites space calculated in PGIMSP solution from condition of minimizing error between measured and MFMM predicted values of external MF at measurement microsatellites space points. On magnetodynamic stands microsatellites MF usually measured in Cartesian coordinate systems (CCS) related to microsatellites center. In microsatellites MMDM dipole sources positions also calculated in CCS related to microsatellites center. In addition, on magnetodynamic stands microsatellites electrical equipment component units MF often measured in CCS related to of these component units center of electrical equipment.

However, MFMM of these microsatellites component units calculated in SCS associated with these MF sources centers. In classical works on electrodynamics [5] Laplace equation solutions for MF scalar potential in SCS known [5]. This Laplace equation solution in SCS for outside region sphere  $r > R_0$  calculated in form [2]:

$$U = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta), \quad (1)$$

where  $P_n^m(\cos \theta)$  Legendre polynomials are associated with first kind of degree  $n$  and order  $m$ ;  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  are the spherical coordinates of observation point;  $g_n^m$  and  $h_n^m$  are the multipole harmonic coefficients in SCS.

It is not scalar potential that practically important, but MF strength projections. Microsatellite overall dimensions in different directions approximately same MF strength of elements and entire microsatellite MFMM calculated based on Laplace equation solutions for scalar magnetic field potential (1) in spherical spatial harmonics (SSH) strengths sum form with corresponding multipole coefficients:

$$H_r = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{n+1}{r^{n+2}} \{g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi\} \cdot P_n^m(\cos \theta), \quad (2)$$

$$H_\theta = - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{r^{n+2}} \{g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi\} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta}, \quad (3)$$

$$H_\varphi = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{m}{r^{n+2}} \{g_n^m \sin m\varphi - h_n^m \cos m\varphi\} \frac{P_n^m(\cos \theta)}{\sin \theta}. \quad (4)$$

Spatial harmonic analysis application based on MF harmonic composition study. This application result transition from MF measured values to MF integral characteristics namely harmonics multipole coefficients. Then MF calculated based on obtained multipole coefficients values in entire region. Description accuracy depends both on calculated multipole coefficients accuracy and on spatial harmonics number used source function expansion. This FGMSP microsatellite MF calculated using expressions (2) – (4) based on known MF sources coordinates and MF multipole coefficients values of these sources.

In modern works, for example, related to microsatellites MC [6–13] based on Laplace equation solutions for scalar potential for outside MF source analytical equations for magnetic induction projections in SCS obtained [6]. Moreover, these equations obtained only for several first spherical harmonics (up to 4) and for these equations associated Legendre polynomials written out by obtaining rather cumbersome equations [6]. However, to date there is no generalization of formula for case of  $n$ -harmonic. Additional it is often necessary to work in CCS [14] and in addition to transform coordinates from CCS to SCS, and then magnetic induction projections calculated from SCS to CCS.

Therefore, consider method for simplification of mathematical modeling of uncertain microsatellites MF based on analytical calculation of MF induction of spherical MF sources in CCS. Consider analytical equations for magnetic induction projections using spherical harmonics. We obtain equation for  $B_x$ :

$$B_x(x, y, z) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r^{n+2}} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[ m\phi'_x r (h_n^m \cos m\varphi - g_n^m \sin m\varphi) - (n+1) \left( r'_x + \frac{(\cos\theta)'_x r \cos\theta}{\cos^2\theta - 1} \right) (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \right] \times \\ & \times \sum_{m=0}^n \left[ P_n^m(\cos\theta) + (n-m+1) \frac{(\cos\theta)'_x r}{\cos^2\theta - 1} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_{n+1}^m(\cos\theta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Similarly, we obtain equations for  $B_y, B_z$  (note in case of  $B_z$  since  $\phi'_z = 0$  first term in curly brackets is zero)

$$B_y(x, y, z) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r^{n+2}} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[ m\phi'_y r (h_n^m \cos m\varphi - g_n^m \sin m\varphi) - (n+1) \left( r'_y + \frac{(\cos\theta)'_y r \cos\theta}{\cos^2\theta - 1} \right) (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \right] \times \\ & \times \sum_{m=0}^n \left[ P_n^m(\cos\theta) + (n-m+1) \frac{(\cos\theta)'_y r}{\cos^2\theta - 1} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_{n+1}^m(\cos\theta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$B_z(x, y, z) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r^{n+2}} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[ -(n+1) \left( r'_z + \frac{(\cos\theta)'_z r \cos\theta}{\cos^2\theta - 1} \right) (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \right] \times P_n^m(\cos\theta) + \\ & + (n-m+1) \frac{(\cos\theta)'_z r}{\cos^2\theta - 1} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_{n+1}^m(\cos\theta) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

It is quite simple to MF created by several, for example  $N_1$ , spheroidal MF sources with coordinates  $x_i, y_i, z_i$  relative to microsatellites center  $\{x_0, y_0, z_0\} = \{0, 0, 0\}$  and several, for example  $N_2$ , spherical MF sources that compensate for MF in given area, with coordinates  $x_j, y_j, z_j$  relative to microsatellites center. For this used superposition principle and obtain, for example, for  $x$ -projection

$$B_x^{result}(x_p, y_p, z_p) = \sum_{i=1}^{N_1} B_{xi}(x_p - x_i, y_p - y_i, z_p - z_i) + \sum_{j=1}^{N_2} B_{xj}(x_p - x_j, y_p - y_j, z_p - z_j), \quad (8)$$

where  $B_{xi}$  calculated by equation (8) with its parameters  $g_n^m$  and  $h_n^m$  and  $B_{xj}$  calculated by equation (12) with its parameters  $g_{nj}^m, h_{nj}^m$ . The same is true for other projections.

Thus, based on superposition principle, it is possible calculated MF at an arbitrary point in region outside spherical sources using equations (5) – (7). The advantage of these formulas over known ones [6] is: 1) magnetic induction projections in CCS explicitly written due to taking direct derivatives with respect to CCS coordinates; 2) their generalization to  $n$ -harmonic case; 3) there is no need to transform from one coordinate system to another, which is especially important in case of MF calculated from several spherical and sources; 4) equations relative compactness. Correctness of equations (5) – (7) confirmed by comparison with results calculated numerical partial derivatives with respect to coordinates  $x, y, z$ . Another check made using COMSOL® modeling by ellipsoid MF of revolution. COMSOL® model has ability to specify direction of ellipsoid magnetization, which made it possible to check correctness of equations (5) – (7) for first harmonics case.

Most microsatellite units MF sources are point type MF sources MFMM of which calculated in SCS. However number of microsatellite MF sources have extended shapes, for example electrical energy distributors. Initial MFMM of such extended MF sources are calculated in prolate elongated spheroidal coordinate system. For calculated MFMM of such extended MF sources in CCS it is necessary to obtain new



equations for magnetic induction projections in CCS similar to (5) – (8). Magnetic induction projections in CCS are calculated based on analytical calculation of MF induction of extended MF sources in prolate elongated spheroidal coordinate system.

**Definition of PGIMSP.** To ensure MMC it is necessary solved two inverse problems: PGIMSP and CGIMSP. First, consider definition of PGIMSP microsatellites MC. For measured MF values generated by microsatellites it is necessary calculated MF sources geometric coordinates location in microsatellites space in such a way that these sources generate MF with magnitude at measurement points in microsatellites near zone is equal to experimentally measured MF values on magnetodynamic stand. Naturally, this is GIMSP [5]. As result of PGIMSP solution, it is necessary calculated such MF sources in microsatellites space, which generated real MF in microsatellites near zone. PGIMSP solution is approximating problem of original MF in predictive MFMM form and therefore PGIMSP solution is MFMM designing and identifying problem based on experimental measurements.

Microsatellites prediction MFMM as a result of PGIMSP solution are calculated based on measured MF in near zone. But then this prediction MFMM used for calculated MF in far zone. For MMC control this prediction MFMM used for calculated microsatellites initial MMM and magnetic induction level at on-board magnetometer installation point.

In contrast to [1, 2] consider microsatellite units magnetic characteristics uncertainty vector  $\vec{G}$  in various operation modes. Also we consider microsatellite MF MM generated not only by dipoles, but also by quadrupoles and octupoles of microsatellite units.

Consider PGIMSP required parameters vector  $\vec{X}_p$  with spherical coordinates  $r_n$ ,  $\varphi_n$  and  $\theta_n$  of model units location in microsatellite space as well as multipole harmonic coefficients values of dipoles  $g_{n1}^0(\vec{G})$ ,  $g_{n1}^1(\vec{G})$ ,  $h_{n1}^1(\vec{G})$ , quadrupoles  $g_{n2}^2(\vec{G})$ ,  $h_{n2}^1(\vec{G})$ ,  $h_{n2}^2(\vec{G})$  and octupoles  $g_{n3}^1(\vec{G})$ ,  $g_{n3}^2(\vec{G})$ ,  $g_{n3}^3(\vec{G})$ ,  $h_{n3}^1(\vec{G})$ ,  $h_{n3}^2(\vec{G})$ ,  $h_{n3}^3(\vec{G})$  of these units. Then vector  $\vec{Y}_C(\vec{X}_p, \vec{G})$  with magnetic field predicted values at near field given points calculated based on (1) – (3). Consider vector  $\vec{E}(\vec{X}_p, \vec{G})$  with difference between vector  $\vec{Y}_C(\vec{X}_p, \vec{G})$  calculated based on (1) – (3) and microsatellite MF measured values vector  $\vec{Y}_M(\vec{G})$  at near field given points

$$\mathbf{E}(\mathbf{X}_p, \mathbf{G}) = \mathbf{Y}_M(\mathbf{G}) - \mathbf{Y}_C(\mathbf{X}_p, \mathbf{G}). \quad (9)$$

Then PGIMSP solution reduced to game  $\vec{E}(\vec{X}_p, \vec{G})$  solution calculated by minimizing payoff vector on required parameters vector  $\vec{X}_p$ , but maximizing same payoff vector on uncertainties vector  $\vec{G}$ .

Note that PGIMSP solution is ambiguous. Microsatellite units MMC measured during their manufacture and strictly regulated. Their location coordinates in microsatellite space are also precisely known. Therefore, for microsatellite units MMC given values and for their location given coordinates in microsatellite space FGMSP is solved and microsatellite MF magnitudes in near zone are calculated. Based on these MF values calculated in microsatellite near zone PGIMSP is solved. Naturally magnetic characteristics of microsatellite MF model sources and their microsatellite space location coordinates calculated during PGIMSP solution is not correspond to microsatellite real unit's magnetic characteristics. Model MF sources location coordinates in microsatellite space will also not be correspond to the real units location coordinates in microsatellite space. However, such correspondence between real units and model MF sources not required. Based on PGIMSP solution it is necessary to calculate only MF magnitudes in microsatellite near zone corresponding to MF actual values in near zone.

In addition, usually MF values in microsatellite near zone calculated based on FGMSP solution do not correspond to real MF values experimentally measured on magnetodynamic stand. This discrepancy is primarily due to mutual influence of magnetic fields of individual microsatellite units on each other. In addition, during microsatellite design individual satellite units, for example, electromagnetic relays, high-frequency valves, are arranged in this way that these units MMM directed oppositely to each other and initial individual units MMM compensated. Moreover, such individual units MMM compensation leads to quadrupole, octupole and higher order MF sources appearance.

Therefore reality PGIMSP solved based not on MF values in microsatellite near zone calculated during solving FGMSP, but based on experimentally measured microsatellite MF values on magnetic measuring stand. In addition, when PGIMSP solving based on experimentally measured MF values, task is to simplify MFMM by reducing of model MF sources number. Naturally, in this case, there can be no question of any

correspondence between of real microsatellite units magnetic characteristics and model MF sources, as well as spatial location coordinates of microsatellite units and model MF sources.

**Definition of CGIMSP.** Consider definition of CGIMSP microsatellites MC [5]. It consists in fact, that for calculated values of MMM and for magnetic induction level at on-board magnetometer installation point, it is necessary calculated compensating MF sources MMM and their spatial location geometric coordinates in microsatellites space in such a way that these MF sources generate such compensating MF that microsatellites resulting MMM values and resulting MF magnetic induction level at on-board magnetometer installation point meet microsatellites MC requirements. This is also GIMSP. As CGIMSP solution result it is necessary to find such compensating MF sources in microsatellites space, which generated compensating MF in outer microsatellites space. In fact, CGIMSP is compensation system design problem for microsatellites output MF – system of active shielding of microsatellites own MF.

Unlike [1, 2] to improve microsatellite MC introduced compensating units, consisting not only of compensating dipoles, but also of compensating quadrupoles and compensating octupoles generated compensating MF opposite initial microsatellite MF. Consider required parameters vector  $\vec{X}_C$  of this CGIMSP with spherical coordinates  $r_c$ ,  $\varphi_c$  and  $\theta_c$  of compensating units location in microsatellite space as well as multipole harmonic coefficients values of dipoles  $g_{C1}^0, g_{C1}^1, h_{C1}^1$ , quadrupoles  $g_{C2}^0, g_{C2}^1, g_{C2}^2, h_{C2}^1, h_{C2}^2$  and octupoles  $g_{C3}^0, g_{C3}^1, g_{C3}^2, g_{C3}^3, h_{C3}^1, h_{C3}^2, h_{C3}^3$  of these compensating units. Then, based on (1) – (3) calculated vector  $\vec{B}_C(\vec{X}_C, G)$  with compensating MF predicted values at near field given points. Consider vector  $\vec{B}_R(\vec{X}_C, \vec{G})$  with sum vector  $\vec{B}_C(\vec{X}_C, G)$  compensating MF calculated based on (1) – (3) and microsatellite initial MF vector  $\vec{B}(\vec{G})$  calculated as PGIMSP solution

$$\vec{B}_R(\vec{X}_C, \vec{G}_C) = \vec{B}(\vec{G}_C) + \vec{B}_C(\vec{X}_C). \quad (10)$$

Then CGIMSP solution for uncertain microsatellite MC reduced to game  $\vec{B}_R(\vec{X}_C, \vec{G})$  solution calculated by minimizing payoff vector on required parameters vector  $\vec{X}_C$  of compensating units, but maximizing same payoff vector on uncertainties vector  $\vec{G}_C$ .

Naturally CGIMSP solution is also controversial. Apparently most effective compensation of microsatellite initial MF can be achieved by compensating MF sources locating in model MF sources locations calculated during PGIMSP solution. However in practice, attempts are made to reduced compensating MF sources number. In this case, naturally there can be no question of any correspondence between CGIMSP and PGIMSP solutions.

In addition, to simplify technical implementation, permanent magnets usually used as microsatellite compensating MF sources. Electromagnets used potentially makes it possible MMC increased by units magnetic characteristics compensated for microsatellite different modes operation changed.

**Solution method.** Initial expansion coefficients values for spherical harmonics for PGIMSP solution and for CGIMSP solution calculated as GIMSP solution taking into account these real uncertainties of characteristics of microsatellite MC. Moreover, GIMSP solutions based on conditions of minimization of deviation vector of experimentally measured microsatellites MF values relative to calculated values of magnetic induction based on designed microsatellites MFMM, but at the same time on conditions of maximization same vector of deviations relative to microsatellites MC uncertainties vector. This approach is standard for ensuring robustness of designed microsatellites MMMF relative to uncertainties vector of microsatellites magnetic characteristics [16]. Both PGIMSP and CGIMSP for uncertain microsatellite MC reduced to vector game solutions minimized on initial parameters vector, including spherical coordinates and dipole, quadrupole and octopole harmonics of initial or compensating units but maximized on uncertainty vector of microsatellite magnetic characteristics. Both game vector payoff calculated based on Laplace equation solutions of scalar microsatellite magnetic field potential (2) – (4) using Wolfram Mathematica® software. Both vector games calculated from Pareto optimal solutions taking into account binary preference relations based on multiswarm stochastic multiagent optimization algorithms [7].

To solve vector game solutions stochastic multi-agent optimization algorithm used. Based on set of particles swarms, the number of which equal number of components of payoff vector game. In the standard particle swarm optimization (PSO) algorithm particle velocities change according to linear laws. In order to

increase speed of global solution finding, special nonlinear algorithms of stochastic multi-agent optimization used, in which movement of particle  $i$  of swarm  $j$  described by following expressions

$$v_{ij}(t+1) = w_{1j}v_{ij}(t) + c_{1j}r_{1j}(t)H(p_{1ij}(t) - \varepsilon_{1ij}(t))[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_{2j}r_{2j}(t)H(p_{2ij}(t) - \dots - \varepsilon_{2ij}(t))[y_j^*(t) - x_{ij}(t)] \quad (11)$$

$$u_{ij}(t+1) = w_{2j}u_{ij}(t) + c_{3j}r_{3j}(t)H(p_{3ij}(t) - \varepsilon_{3ij}(t))[z_{ij}(t) - \delta_{ij}(t)] + \dots + c_{4j}r_{4j}(t)H(p_{4ij}(t) - \varepsilon_{4ij}(t))[z_j^*(t) - \delta_{ij}(t)] \quad (12)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1), \quad g_{ij}(t+1) = \delta_{ij}(t) + u_{ij}(t+1), \quad (13)$$

where position  $x_{ij}(t)$  and velocity  $v_{ij}(t)$  particle  $i$  swarm  $j$  calculated required parameters variables vectors  $\vec{X}_p$  and  $\vec{X}_c$  when minimizing payoff vector games (9) – (10), position  $g_{ij}(t)$  and velocity  $u_{ij}(t)$  particle  $i$  swarm  $j$  calculated required parameters variables vectors  $\vec{G}$  and  $\vec{G}_c$  when maximizing payoff same vector games (9) – (10).

Optimization problems of scalar game solution, which are components of vector game payoff solved with individual swarms help. In order to find global vector game solution, individual swarms exchange information among themselves during calculated optimal solutions of local criteria. Information about global optimum obtained by particles of another swarm used to calculate movement velocities of particles of one swarm, which allows all potential Pareto-optimal solutions identified. For this purpose, at each step of movement of particle  $i$  of swarm  $j$  preference relationship functions of local solutions advantages used. In fact, this approach implements main idea of successively narrowing method trade-offs – from area initial set of possible solutions, based on information about relative importance of local solutions, all Pareto-optimal solutions cannot chosen according to available information about advantages of attitudes successively removed. Deletion carried out until globally optimal solution obtained. As a result of this approach, no potentially optimal solution will be removed at each narrowing step.

**Simulation results.** Basis of metrological support for determination in multi-magnetodipole format of magnetic characteristics of microsatellite units is work performed on specialized magnetic measuring stands. Main provisions of work organization for microsatellite magnetic characteristics reducing implemented by such leading developers of NASA, ESA, etc. space industry. IPMS has powerful specialized experimental base "Magnetodynamic Complex", Fig. 1, included in list of scientific objects constituted national property of



Fig. 1

Ukraine [4]. At IPMS magnetodynamic complex experimental part of fundamental studies of various technical objects magnetism and their physical models (spacecraft, ships, electric power equipment, building structures, pipelines) carried out. Analysis of MF spatio-temporal structure of these objects performed (including an ultra-small level with a self-induction lower than  $10^{-8}$  T). At IPMS stand experimental studies of developed methods and means aimed at purposefully changing magnetic characteristics of various technical objects carried out. Since 2003 magnetodynamic stand tested all orbital spacecraft launched into Earth orbit in Ukraine, namely "Microsat" (2003), "EgipSat-1" (2007), "Sich-2" (2011), "Sich-2-30" (2022).

Consider developed method used for prediction and control by uncertain microsatellite MC based on spatial harmonic analysis for MF at LEMI-016 magnetometer installation point generated by KPNCP space plasma sensor «Potential» scientific complex microsatellites «Sich» family [6] diagram of which shown in Fig. 2.

Microsatellite initial MF [6] spherical harmonic coefficients  $g_1^0 = 4.1 \cdot 10^{-3}$ ,  $g_1^1 = -8.4 \cdot 10^{-2}$ ,  $h_1^1 = 4.2 \cdot 10^{-2}$ ,  $g_2^0 = 1.411 \cdot 10^{-3}$ ,  $g_3^0 = 2.5 \cdot 10^{-4}$ . Dipole harmonic (magnetic moment field) relative contribution to initial MF less than 20 % and quadrupole and octupole spherical harmonics contribution to initial MF about 80% [18]. CGIMSP solution calculated spherical coordinates of compensating unit spatial location  $r_k = 0.0768617$ ;  $\varphi_k = 0.163995$ ;  $\theta_k = 3.90015$ , compensating quadrupole  $g_2^0 = 0.0249959$ ,  $g_2^1 = 0.981453$ ,

$g_2^2 = 0.271729$ ,  $h_2^1 = 0.62818$ ,  $h_2^2 = 0.620474$  and compensating octopole  $g_3^0 = 0.00160516$ ,  $g_3^1 = 0.0282545$ ,  $g_3^2 = 0.651052$ ,  $g_3^3 = -0.704719$ ,  $h_3^1 = 0.0031692$ ,  $h_3^2 = 0.175824$ ,  $h_3^3 = -1.11672$ . Due to compensating quadrupoles and octupoles installation possible microsatellite initial MF reduce by more than hundred times.

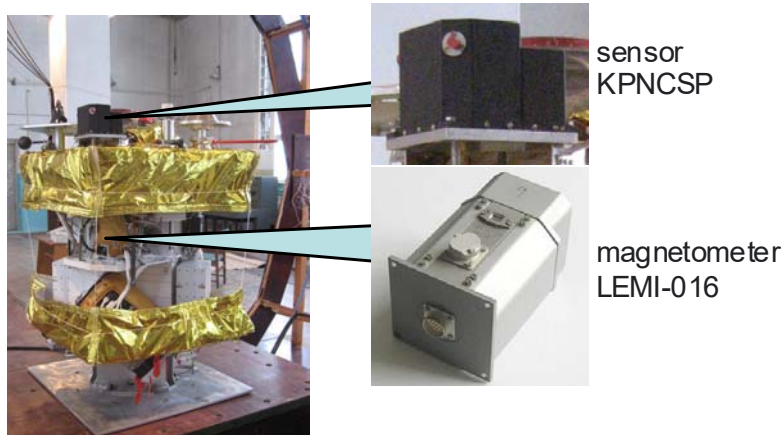


Fig. 2

**Conclusions.** For the first time the method for prediction and control by microsatellite MC taking into account the uncertainties of microsatellite magnetic characteristics based on prediction geometric inverse magneto static problem and control geometric inverse magneto static problem solutions for calculation and compensation MF spatial spherical harmonics for improved uncertain microsatellite MC by compensation initial MF spatial harmonics and for reduced sensitivity to magnetic characteristics uncertainty developed.

The method for mathematical modeling simplification of uncertain microsatellites MF based on analytical calculation of MF induction of spherical MF sources in Cartesian coordinate systems developed.

Prediction and control problem by uncertain microsatellite MC are geometric inverse magneto static problems. Microsatellite MF spatial spherical harmonics calculated based on Laplace equation solutions for MF scalar potential using Wolfram Mathematica® software. Both prediction geometric inverse magneto static problem and control geometric inverse magneto static problem solutions reduced to vector game solution calculated based on particles multi-swarm optimization algorithms from Pareto optimal solutions taking into account binary preference relations.

During prediction geometric inverse magneto static problem and control geometric inverse magneto static problem solutions for uncertain microsatellite MC model MF sources and compensating spherical MF sources spherical coordinates location and multipole harmonic coefficients of dipoles, quadrupoles and octupoles calculated.

Based on developed method MC of «Sich-2» microsatellite family generated by space plasma sensor KPNCP at onboard magnetometer LEMI-016 installation point improved. Compensating dipole, quadrupole and octupole reduced initial MF by more than hundred times.

**Conflict of interest.** The author of the article declares no conflict of interest.

1. Droughts S.A., Fedorov O.P. Space project Ionosat-Micro. Monograph. Kyiv: Akademiya Nauk Ukrainy, 2013. 218 p. (Rus).
2. Rozov V.Yu., Getman A.V., Petrov S.V. Spacecraft magnetism. *Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk Problemy suchasnoi elektrotekhniki*. Part 2. 2010. Pp. 144-147. (Rus).
3. ECSS-E-HB-20-07A. Space engineering: Electromagnetic compatibility hand-book. ESA-ESTEC. Noordwijk: Requirements & Standards Division, 2012. 228 p.
4. Baranov M.I., Rozov V.Yu., Sokol Ye.I. To the 100th anniversary of the National Academy of Sciences of Ukraine – the cradle of domestic science and technology. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2018. No 5. Pp. 3-11. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2018.5.01>.
5. Weikert S., Mehlem K., Wiegand A. Spacecraft magnetic cleanliness prediction and control. ESA Workshop on *Aerospace EMC*, Venice, Italy, May 2012. URL: <http://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/2012ESASP.702E..44W> (accessed at 15.06.2024).
6. Getman A.V. Spatial harmonic analysis of the magnetic field of the sensor of the neutral plasma component. *Eastern European Journal of Advanced Technologies*. 2010. Vol. 6. No 5(48). Pp. 35-38.
7. Janani Moorthy, Visakamoorthi Balasubramani, Muthukumar Palanisamy, Sung-ho Hur. Memory sampled-data control design for attitude stabilization of uncertain spacecraft with randomly missing measurements. *Advances in Space Research*. 2024. Vol. 74. Issue 3. Pp. 1276-1287. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2024.04.047>.
8. Zhiwei Hou, Xuejing Lan. Adaptive sliding mode and RBF neural network based fault tolerant attitude control for spacecraft with unknown uncertainties and disturbances. *Advances in Space Research*. 2024. Vol. 74. Issue 4. Pp. 1680-1692. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2024.05.021>.

9. Matsushima M., Tsunakawa H., Iijima Yu-Ichi, Nakazawa S., Matsuoka A., Ikegami S., Ishikawa T., Shibuya H., Hisayoshi Shimizu H., Takahashi F. Magnetic Cleanliness Program Under Control of Electromagnetic Compatibility for the SELENE (Kaguya) Spacecraft. *Space Sci. Rev.* 2010. Vol. 154. Pp. 253-264. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11214-010-9655-x>.
10. Boghosian M., Narvaez P., Herman R. Magnetic testing, and modeling, simulation and analysis for space applications. IEEE International Symposium on *Electromagnetic Compatibility*, Denver, CO, USA, 05–09 August 2013. Pp. 265-270. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISEMC.2013.6670421>.
11. Mehlem K., Wiegand A. Magnetostatic cleanliness of spacecraft. Asia-Pacific International Symposium on *Electromagnetic Compatibility*, Beijing, China, 12–16 April 2010. Pp. 936-944. DOI: <https://doi.org/10.1109/APEMC.2010.5475692>.
12. Chen X., Liu S., Sheng T., Zhao Y., Yao W. The satellite layout optimization design approach for minimizing the residual magnetic flux density of micro- and nano-satellites. *Acta Astronautica*. 2019. Vol. 163. Part B. Pp. 299-306. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.12.006>.
13. Yao W., Chen X., Luo W., Van Tooren M., Guo J. Review of uncertainty-based multidisciplinary design optimization methods for aerospace vehicles. *Progress in Aerospace Sciences*. 2011. Vol. 47. Issue 6. Pp. 450-479. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2011.05.001>.
14. Walton MA. *Managing uncertainty in space systems conceptual design using portfolio theory*. PhD dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 2002. 242 p.
15. Junge A., Marliani F. Prediction of DC Magnetic Fields for Magnetic Cleanliness on Spacecraft. *IEEE Int. Symp. EMC*, Long Beach, California, 14–18 August 2011. Pp. 834-839. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISEMC.2011.6038424>.
16. Sushchenko O., Averyanova Y., Ostroumov I., Kuzmenko N., Zaliskyi M., Solomentsev O., Kuznetsov B., Nikitina T., Havrylenko O., Popov A., Volosyuk V., Shmatko O., Ruzhentsev N., Zhyla S., Pavlikov V., Dergachov K., Tserme E. Algorithms for Design of Robust Stabilization Systems. *Computational Science and Its Applications – ICCSA 2022*. 2022. Vol. 13375. Pp. 198-213. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-10522-7\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-031-10522-7_15).
17. Hashim F.A., Hussain K., Houssein E.H., Mabrouk M.S., Al-Atabany W. Archimedes optimization algorithm: a new metaheuristic algorithm for solving optimization problems. *Applied Intelligence*. 2021. Vol. 51. Pp. 1531-1551. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01893-z>.

УДК 621.3.01

## ПОКРАЩЕННЯ МАГНІТНОЇ ЧИСТОТИ МІКРОСУПУТНИКА ІЗ НЕВИЗНАЧЕНОСТЯМИ НА ОСНОВІ КОМПЕНСАЦІЇ ПРОСТОРОВИХ ГАРМОНІК МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Б.І. Кузнецов<sup>1</sup>, докт. техн. наук, Т.Б. Нікітіна<sup>2</sup>, докт. техн. наук, І.В. Бовдуй<sup>1</sup>, канд. техн. наук, К.В. Чуніхін<sup>1</sup>, канд. техн. наук, В.В. Коломієць<sup>2</sup>, канд. техн. наук, Б.Б. Кобилянський<sup>2</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup> Інститут енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного НАН України,

вул. Комунальників, 2/10, Харків, 61046, Україна,

e-mail: [kuznetsov.boris.i@gmail.com](mailto:kuznetsov.boris.i@gmail.com).

<sup>2</sup> Навчально-науковий професійно-педагогічний інститут УПА,

вул. Носакова, 9а, Бахмут, 84511, Україна,

e-mail: [nnppiupa@ukr.net](mailto:nnppiupa@ukr.net).

**Вступ.** Розглянуто вирішення проблеми підвищення магнітної чистоти мікросупутників шляхом компенсації просторових гармонік магнітного поля та зменшення чутливості до невизначеності магнітних характеристик.

**Мета.** Розробка методу прогнозування та контролю магнітної чистоти мікросупутників із невизначеностями, який є геометричною оберненою проблемою магнітостатики мікросупутників, рішення якої зведено до розв'язання векторної гри. Векторний виграв розрахований на основі розробленого методу аналітичного розрахунку індукції магнітостатичного поля сферичних джерел у декартовій системі координат за допомогою програмного забезпечення Wolfram Mathematica®.

**Методологія.** Обидва рішення векторних ігор розраховані на основі алгоритмів оптимізації багатьох роїв частинок з Парето-оптимальних рішень з урахуванням бінарних відносин переваги.

**Оригінальність.** Під час проектування прогнозу та контролю магнітної чистоти мікросупутника із невизначеностями розраховано сферичні координати просторового розташування модельних і компенсаційних модулів та мультипольні гармонічні коефіцієнти диполів, квадруполів та октуполів.

**Результати.** Наведено результати підвищення магнітної чистоти мікросупутників сімейства «Січ» шляхом компенсації дипольних, квадрупольних та октупольних складових просторових гармонік вихідного магнітного поля датчика космічної плазми KPNCP в точці встановлення бортового магнітометра LEM1-016 та зменшення чутливості до невизначеності магнітних характеристик. Бібл. 17, рис. 2.

**Ключові слова:** магнітна чистота мікросупутника, невизначеність магнітних характеристик, прогнозування та керування, геометрична обернена задача магнітостатики, комп'ютерне моделювання.

Надійшла 24.06.2024  
Остаточний варіант 05.09.2024

## ЗАДАЧА ПРОДОВЖЕННЯ ПЛОСКОМЕРИДІАННОГО МАГНІТОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ З ПЛОСКОЇ ГРАНИЧНОЇ ПОВЕРХНІ ФЕРОМАГНЕТИКА

**В.М. Михайлов\***, докт. техн. наук

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,

вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна,

e-mail: [valery.m.mikhailov@gmail.com](mailto:valery.m.mikhailov@gmail.com).

*Сформульовано задачу продовження плоскомеридіанного магнітостатичного поля з плоскої граничної поверхні феромагнетика відносно магнітного потоку та скалярного потенціалу. Граничні умови для магнітного потоку не є класичними, оскільки шукана функція на границі невідома, а її нормальна похідна дорівнює нулю. Формулювання для скалярного потенціалу є задачею Коші для рівнянь в часткових похідних еліптичного типу. Аналітичні розв'язки задачі отримано за допомогою методу часткових розв'язків, безперервно залежних від параметра, та інтегрального перетворення Ханкеля. Доведено їхню достовірність. Показано, що подібні властивості мають задачі продовження плоскомеридіанних полів з плоскої границі ідеального провідника для магнітного поля та провідника для постійного у часі електричного поля. Встановлено, що лінії поля, котрі обмежують шуканий профіль, безпосередньо визначаються розв'язком задачі Коші для однієї з двох функцій. Розраховано еквіпотенціальні лінії задля визначення профілю полюсного наконечника електромагніту. Бібл. 7, рис. 2, табл. 1.*

**Ключові слова:** магнітостатичне поле, задача продовження поля, метод часткових розв'язків, інтегральне перетворення Ханкеля, полюсний наконечник електромагніту.

**Вступ.** В електромеханіці, технологіях обробки матеріалів, фізичних експериментах та приладобудуванні форму електродів, соленоїдів і полюсних наконечників визначають за допомогою розв'язків задач продовження поля з граничної поверхні [1–4]. У відомих роботах задачу продовження магнітостатичного поля з поверхні феромагнетика досліджено недостатньо [4]. Крім цього, два основних формулювання подібних задач (відносно потоку вектора та скалярного потенціалу) не порівнювалися для різних полів.

**Мета роботи** – формулювання та отримання аналітичних розв'язків задачі продовження плоскомеридіанного магнітостатичного поля з плоскої граничної поверхні феромагнетика та порівняння їх з подібними результатами для інших електричних і магнітних полів.

**Використання магнітного потоку.** Розглянемо плоску границю феромагнетика в циліндричних координатах  $r, \psi, z$  (рис. 1). Замінімо феромагнетик ідеальним феромагнітним півпростором  $z < 0$ .

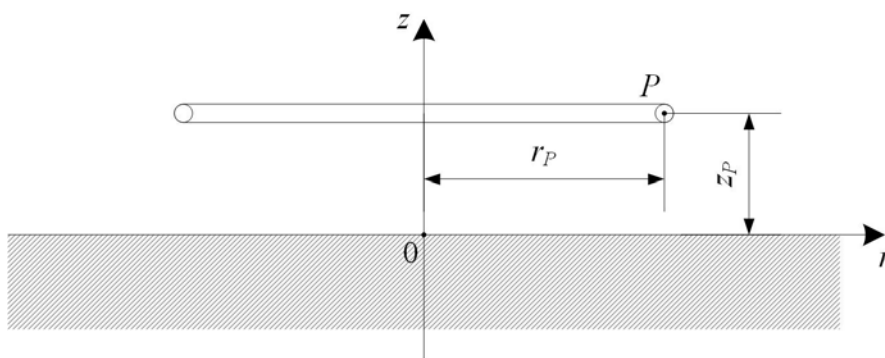


Рис. 1

У верхньому непровідному і немагнітному півпросторі  $z > 0$  необхідно відновити таке плоскомеридіанне магнітостатичне поле, котре на границі  $z=0$  має заданий розподіл нормальної проекції індукції  $\vec{B}$  ( $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ ,  $\vec{A}$  – векторний потенціал). Формулювання цієї задачі відносно магнітного потоку  $\Phi(r, z)$  має такий вигляд

© Михайлов В.М., 2025

\* ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7989-5932>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{z=0} = 2\pi r B_z(r, 0), \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad (2), (3)$$

де  $\Phi(r, z) = 2\pi r A_\psi(r, z)$ ,  $A_\psi(r, z)$  – єдина азимутальна проекція  $\vec{A}$ ;  $B_z(r, 0)$  – задана проекція  $\vec{B}$ .

Формулювання (1) – (3) відрізняється від класичного формулювання задачі Коші для рівнянь в часткових похідних еліптичного типу [5] граничними умовами (2), (3). Головні відмінності у тому, що на граничній поверхні шукана функція невідома, а її нормальна похідна дорівнює нулю. Фізичний смисл граничної умови (3) полягає у рівності нулю дотичної проекції  $B_r(r, 0)$ . Подібні властивості має задача продовження потоку  $\Phi_E(r, z)$  напруженості постійного плоскомеридіанного електричного поля з поверхні провідного півпростору (таблиця,  $\varphi(r, z)$  – потенціал електричного поля).

За припущенням аналітичності невідомої функції  $\Phi(r, 0)$  згідно теореми С. Ковалевської задача (1) – (3) має єдиний розв'язок. Використовуючи метод часткових розв'язків, безперервно залежних від параметра, та інтегральне перетворення Ханкеля [6], отримуємо

$$\Phi(r, z) = 2\pi r \int_0^\infty B_z(\lambda) J_1(\lambda r) \text{ch}(\lambda z) d\lambda, \quad (4)$$

$$\text{де } B_z(\lambda) = \int_0^\infty B_z(r, 0) r J_0(\lambda r) dr, \quad \lambda - \text{параметр.}$$

Середовище $z < 0$	Шукана функція	
	$\Phi(r, z)$	$\varphi_m(r, z)$
Ідеальний феромагнетик	Невідома. $\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right _{z=0} = 0.$	$\varphi_m(r, 0) = 0.$ Задача Коші.
Ідеальний провідник	$\Phi(r, 0) = 0.$ Задача Коші.	Не відома. $\left. \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} \right _{z=0} = 0.$
Провідник	$\Phi_E(r, z)$	$\varphi(r, z)$
	Невідома. $\left. \frac{\partial \Phi_E}{\partial z} \right _{z=0} = 0.$	$\varphi(r, 0) = 0.$ Задача Коші.

З розв'язку (4) витікає, що на відміну від задачі продовження магнітного потоку з плоскої поверхні ідеального провідника (таблиця), функція  $\Phi(r, 0)$  не є сталою.

**Використання скалярного потенціалу магнітного поля.** Формулювання задачі, що розглядатиметься, відносно скалярного потенціалу магнітного поля  $\varphi_m(r, z)$  ( $\vec{B} = -\mu_0 \text{grad} \varphi_m$ ,  $\mu_0$  – магнітна стала) має такий вигляд

$$\frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial z^2} = 0, \quad (5)$$

$$\varphi_m(r, 0) = \text{const}, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{1}{\mu_0} B_z(r, 0). \quad (7)$$

Зауважимо, що (5) – (7) є класичним формулюванням задачі Коші [5]. У граничній умові (6) відображено те, що потенціал  $\varphi_m(r, z)$  усюди, у тому числі й на границі  $z=0$ , визначений з точністю до деякої сталої, котра не впливає на проекції  $\vec{B}$ . Тому приймемо  $\varphi_m(r, 0) = 0$ . З урахуванням цього розв'язок задачі (5) – (7), отриманий тими же методами, має вигляд

$$\varphi_m(r, z) = -\frac{1}{\mu_0} \int_0^\infty B_z(\lambda) J_0(\lambda r) \text{sh}(\lambda z) d\lambda. \quad (8)$$

Розв'язку (8) відповідають формули для визначення проекцій  $\vec{B}$  у верхньому півпросторі

$$B_r(r, z) = -\int_0^\infty \lambda B_z(\lambda) J_1(\lambda r) \text{sh}(\lambda z) d\lambda, \quad (9)$$

$$B_z(r, z) = \int_0^\infty \lambda B_z(\lambda) J_0(\lambda r) \text{ch}(\lambda z) d\lambda. \quad (10)$$

У формулах (4), (8) – (10)  $J_0(\lambda r)$ ,  $J_1(\lambda r)$  – функції Бесселя першого роду нульового та першого порядку;  $B_z(\lambda)$  – інтегральне перетворення Ханкеля функції  $B_z(r, 0)$  [6].

**Достовірність та використання отриманих розв'язків.** Припустимо, що розв'язок (8) достовірний. Нехай  $P$  – деяка точка з координатами  $r_p, z_p$  у верхньому півпросторі (рис. 1). Тоді магнітний потік крізь поверхню, що обмежена нескінченно тонким кільцем радіуса  $r_p$  на відстані  $z_p$  від границі  $z=0$ , дорівнює

$$\Phi(r_p, z_p) = 2\pi \int_0^{r_p} r B_z(r, z_p) dr. \quad (11)$$

Після підстановки в (11) формули (10) та інтегрування отримуємо розв'язок (4). Крім цього, відповідні (4) формули для визначення проєкцій  $\vec{B}$  співпадають з формулами (9), (10). *Достовірність отриманих розв'язків доведено.*

З наведених у таблиці даних витікає, що для визначення профілю достатньо отримати тільки один з двох розв'язків задачі продовження поля: у випадках магнітостатичного (ідеальний феромагнетик) та постійного у часі електричного (провідник) полів – для потенціалів  $\varphi_m(r, z)$  та  $\varphi(r, z)$ , магнітного поля при різкому поверхневому ефекті (ідеальний провідник) – для магнітного потоку  $\Phi(r, z)$ . Це є розв'язок задачі Коші, за допомогою котрого розраховуються потрібні лінії поля. Для більш детального дослідження корисним може бути другий розв'язок, котрий пов'язаний з першим для магнітостатичного поля умовами спряження

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial z} = -\frac{1}{2\pi\mu_0 r} \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} = \frac{1}{2\pi\mu_0 r} \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (12), (13)$$

Умови (12) та (13) правильні і для плоскомеридіанних магнітних полів, що продовжуються з циліндричної граничної поверхні та осі  $z$ , оскільки вони не залежать від граничних умов.

**Визначення профілю полюсного наконечника електромагніту.** Нехай на плоскій поверхні феромагнетика зі сторони непровідного та немагнітного середовища треба створити магнітостатичне поле з заданим розподілом індукції

$$B_z(r, 0) = B_0 \exp(-a^2 r^2), \quad (14)$$

де  $B_0, a$  – параметри.

Для розрахунків координат екіпотенціальних ліній було використано формулу (8) та інтегральне перетворення Ханкеля для розподілу (14) [6]. Застосовано такі безрозмірні (з зірочками) та базисні величини:  $B_z^* = B_z/B_b$ ,  $\varphi_m^* = \varphi_m/\varphi_{mb}$ ,  $r^* = r/R$ ,  $z^* = z/R$ ,  $a^* = aR$ ,  $R$  – базисна довжина,  $\varphi_{mb} = \mu_0 B_b/R$ ,  $B_b = B_0$ .

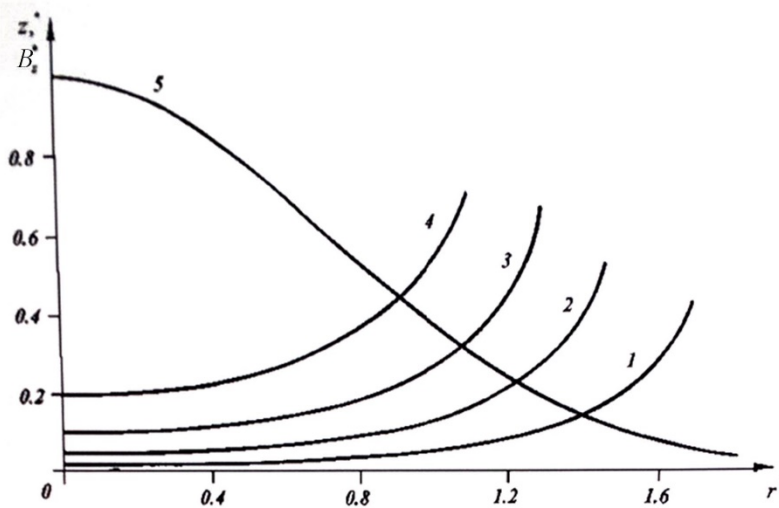


Рис. 1

На рис. 2 показано екіпотенціальні лінії 1–4 магнітостатичного поля над поверхнею феромагнетика (для кривої 1  $\varphi_m^* = -0,02$ , 2 – (-0,05), 3 – (-0,1), 4 – (-0,2)) та залежність  $B_z^*(r^*, 0)$  (крива 5,  $a^* = 1$ ). Будь-яка з ліній 1–4 може бути контуром основної частини профілю полюсного наконечника з феромагнетика, що забезпечує розподіл (14).

**Висновки.** 1. Два різних формулювання (за допомогою скалярного потенціалу та потоку вектора поля) задач продовження плоскомеридіанних електричних і магнітних полів з плоскої граничної поверхні та осі мають наступні загальні властивості. У тих випадках, коли в од-

ному з формулювань на границі шукана функція невідома, її нормальна похідна дорівнює нулю. При цьому друге формулювання є задачею Коші для рівняння еліптичного типу.

2. Задача продовження магнітостатичного поля з плоскої поверхні феромагнетика аналогічна задачі продовження постійного у часі електричного поля з плоскої поверхні провідника, а її формулювання відносно скалярного потенціалу є задачею Коші.



1. Belyy I.V., Fertik S.M., Khimenko L.T. Electromagnetic metal forming handbook. Ohio State University, 1996. 168 p.
2. Shneerson G.A., Dolotenko S.I., Krivosheev S.I. Strong and superstrong pulsed magnetic field generation. Berlin-Boston: De Gruyter, 2014. 429 p. DOI: <https://doi.org/10.1515/9783110252576>.
3. Якимов О.М. Математичне моделювання та оптимальний синтез аксіально-симетричних джерел магнітного поля з ферромагнітними елементами: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02. Вінницький національний технічний університет. Вінниця. 2013. 21 с.
4. Михайлов В.М. Функції Гріна плоскомеридіанних електричних та магнітних полів над плоскою граничною поверхнею. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 4. С. 5–9. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.005>.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 4. М.-Л.: ГИТТЛ, 1951. 804 с.
6. Лебедев Н.Н., Скальская И.П., Уфлянд Я.С. Сборник задач по математической физике. М.: ГИТТЛ, 1955. 420 с.
7. Михайлов В.М. Розрахунок профілів соленоїдів для отримання сильних імпульсних магнітних полів із заданим розподілом на осі. *Технічна електродинаміка*. 2020. № 4. С. 5–10. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.04.005>.

### PROBLEM OF AXISYMMETRIC STEADY MAGNETIC FIELD CONTINUATION FROM FLAT FERROMAGNETIC BOUNDARY

V.M. Mikhailov

National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”,  
2, Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine,  
e-mail: [valery.m.mikhailov@gmail.com](mailto:valery.m.mikhailov@gmail.com).

*The problem of axisymmetric steady magnetic field continuation from flat boundary surface of ferromagnetic is formulated for magnetic flux and scalar potential. Boundary conditions for magnetic flux are not classical because on boundary magnetic flux is unknown and its normal derivative equal zero. The formulation for scalar potential is Cauchy's problem for elliptical partial differential equation. Analytical solutions of the problem are obtained by method of partial solutions, which depend on parameter continuously, and Hankel's integral transformation. It is shown that there are similar properties in problems of axisymmetric fields continuation from flat boundaries of ideal conductor for magnetic field and conductor for steady electric field. It is fixed that field lines, which bound unknown profile, are determined directly by solution of Cauchy's problem for one from two functions. Equipotential lines are calculated to determine of electromagnetic pole profile. References 7, figures 2, table 1.*

**Keywords:** steady magnetic field, problem of field continuation, method of partial solutions, Hankel's integral transformation, electromagnet pole profile.

1. Belyy I.V., Fertik S.M., Khimenko L.T. Electromagnetic metal forming handbook. Ohio State University, 1996. 168 p.
2. Shneerson G.A., Dolotenko S.I., Krivosheev S.I. Strong and superstrong pulsed magnetic field generation. Berlin–Boston: De Gruyter, 2014. 429 p. DOI: <https://doi.org/10.1515/9783110252576>.
3. Yakimov O.M. Mathematical modeling and optimal synthesis axially-symmetrical magnetic field sources with ferromagnetic elements: author's abstract of Cand. tech. sci. diss.: 01.05.02. Vinnytsia National Technical University. Vinnytsia. 2013. 21 p. (Ukr)
4. Mikhailov V.M. Green's functions of axisymmetric electric and magnetic fields above flat boundary surface. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 4. Pp. 5–9. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.005>. (Ukr)
5. Smirnov V.I. The course of higher mathematics. Vol. 4. Moskva-Leningrad: GITTL, 1951. 804 p. (Rus)
6. Lebedev N.N., Skalskaia I.P., Ufliand Ya.S. Compilation of mathematical physics problem. Moskva: GITTL, 1955. 420 p. (Rus)
7. Mikhailov V.M. Calculation of profiles of solenoids for generation of high pulse magnetic fields with given distribution on axis. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2020. No 4. Pp. 5–10. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.04.005>. (Ukr)

Надійшла 04.04.2024  
Остаточний варіант 12.05.2024

## ЕЛЕКТРОСТАТИЧНЕ ПОЛЕ В ПОВІТРЯНОМУ ПРОМІЖКУ СИСТЕМИ ПЛОСКО-ПАРАЛЕЛЬНИХ ЕЛЕКТРОДІВ ДЛЯ ОБРОБКИ КРАПЕЛЬ ВОДИ БАР'ЄРНИМ РОЗРЯДОМ

Р.С. Крищук\*, канд. техн. наук, В.О. Берека\*\*, докт. філос.

Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: [dygogive@gmail.com](mailto:dygogive@gmail.com); [bereka.v@ukr.net](mailto:bereka.v@ukr.net).

Досліджується електростатичне поле в розрядній камері (РК), що призначена для очищення води від органічних забруднювачів за допомогою технології імпульсного бар'єрного розряду (ІБР). РК складається з вертикальних плоско-паралельних електродів, між якими знаходиться повітряний проміжок з краплинами води, а один з електродів ізольований діелектриком (бар'єр) від повітряного проміжку. Для виконання досліджень використовується комп'ютерне моделювання в двовимірній та тривимірній постановці. Метою роботи є порівняння розподілу напруженості електростатичного поля ІБР в повітряному проміжку та електричної ємності РК для встановлення оптимальної відстані між краплинами, визначення похибки розрахунку з використанням двовимірної постановки моделі РК. Виконано моделювання електростатичного поля з використанням рівняння Пуассона та методу скінченних елементів. Розрахунки виконані для двовимірної та тривимірної моделей за умов діаметру краплин 1 мм, довжини газового проміжку 3,36 мм та поданої напруги 3 кВ. Проведено дослідження впливу електропровідності краплин, а також відстані між ними на характеристики електростатичного поля бар'єрного розряду в об'ємі газового середовища, а також в об'ємі краплин. Проведено порівняння розрахованих значень електричної ємності РК в двовимірній та тривимірній моделях залежно від відстані між краплинами. Результати досліджень можуть бути використані під час застосування електророзрядної технології на основі імпульсного бар'єрного розряду в комплексах для обробки води, а саме при виборі параметрів руху оброблюваної рідини в плазмовій зоні. Бібл. 10, рис. 7.

**Ключові слова:** математична модель, електростатика, напруженість електричного поля, очищення води, бар'єрний розряд.

**Вступ.** Внаслідок стрімкого розвитку промисловості людство зіштовхнулося з проблемою нових органічних забруднювачів (EOPs або *emerging organic pollutants*), до яких відносять стійкі органічні забруднювачі (СОЗ) [1]. СОЗ можуть переноситися повітрям та водою (стічні та побутові стоки, ріки тощо), через що потрапляють до зовнішнього середовища. СОЗ є вкрай шкідливими для екосистеми через їхню токсичність, а також стійкість до більшості традиційних методів обробки води. Однак протягом останніх десятиліть активно досліджуються технології генерації хімічно активних частинок, таких як радикали ОН, О, молекули  $\text{H}_2\text{O}_2$ ,  $\text{O}_3$ , які здатні руйнувати стійкі СОЗ (зазвичай побудовані на основі бензольних кілець) та доводити їх до повної мінералізації. Такі технології отримали загальну назву «розвинені окисні технології» (AOT's – *advanced oxidation technologies*) і характеризуються тим, що генерація хімічно активних сполук з великими окисними потенціалами відбувається в нерівноваженій низькотемпературній плазмі електричного розряду за атмосферним тиском оточуючого повітря на границі розподілу плазми і водного середовища. Електричні розряди широко використовуються у різних сферах, включаючи сільське господарство [2], медичну обробку [3, 4], обробку води та вихлопних газів [5], покращення якості повітря та його дезодорацію [6]. Зважаючи на необхідність збереження чистого довкілля і вразливість водних екосистем до токсичних органічних забруднень, дослідження технологій очищення промислових стоків з СОЗ із застосуванням AOT's для оброблення води є актуальним завданням.

Одним із найефективніших видів AOT's є електророзрядна технологія з низькотемпературною плазмою на основі імпульсних бар'єрних розрядів (ІБР). Задля реалізації ІБР використовується електродна система з повітряним (газовим) проміжком між двома електродами, на які подається імпульсна напруга у вигляді коротких уніполярних імпульсів. Задля підтримання

© Крищук Р.С., Берека В.О., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0002-1933-0144>; \*\* <https://orcid.org/0000-0003-0888-2864>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

переважно лавинного типу розряду з генерацією низькотемпературної плазми один з електродів електрично ізольований діелектриком, який має назву *бар'єр*. Тому наявність струму через повітряний проміжок можливо лише за змінної в часі напруги, а величина струму залежить від швидкості зміни напруги. Систему плоскопаралельних електродів з повітряним проміжком будемо називати *розрядною камерою* (РК).

Руйнування СОЗ найбільш ефективно здійснюється на поверхні води, що межує з плазмою [7], де виконується утворення найбільшої кількості хімічно активних частинок. Тому ефективність очищення води підвищується, якщо максимальна площа поверхні забрудненої води оточена низькотемпературною плазмою, що досягається у разі поділу об'єму води на маленькі порції у вигляді краплин, які розміщені безпосередньо в зоні дії низькотемпературної плазми.

Приймаючи до уваги високу ефективність ІБР для очищення води, слід врахувати особливість технології – велику потребу в електричній енергії на промисловому рівні, особливо якщо ця технологія неоптимізована. Енергія витрачається в основному під час перетворення низької напруги у високу імпульсну напругу задля створення сильного електричного поля в плазмовій зоні РК, щоб досягати десятків кВ/см напруженості електричного поля [7]. Тому необхідно всебічно підвищувати енергоефективність ІБР, зокрема через оптимізацію подачі забрудненої води у повітряний проміжок РК та оптимізацію джерела живлення [7].

Відомо, що крапля води різко змінює електричне поле в міжелектродному проміжку (перетворюючи однорідне поле на неоднорідне), напруженість поля на бокових поверхнях краплин збільшується втричі [8], [9], що впливає на початкову напругу, за якій буде виникати розряд в повітряному проміжку РК, а також на тривалість часу існування плазми у порівнянні з тривалістю імпульсу напруги. Зміна відстані між вертикально падаючими краплинами у повітряному проміжку може впливати на локальне підсилення напруженості електричного поля. Таким чином, регулюючи відстань між краплинами, можливо збільшити енергоефективність ІБР, яку можна оцінити так: оброблення одиниці об'єму води відносно кількості затраченої енергії [7]. Вода вважається очищеною, якщо в ній органічні сполучення перетворилися на мінеральні речовини, які випадають в осад.

Задля дослідження залежності розподілу електростатичного поля від відстані між краплинами можна використовувати комп'ютерне моделювання розрядної камери (РК), що складається з електродів, діелектрика, повітря та води [10]. Двовимірна постановка моделі не враховує реальну геометрію краплин води, що може суттєво впливати на точність розрахунків електричних параметрів розрядної камери, зокрема електричної ємності, а також на розподіл і інтенсивність напруженості електричного поля в повітряному проміжку, зокрема поблизу поверхні води. Визначена електрична ємність  $\epsilon$ , зі свого боку, одним з параметрів для моделювання електричної схеми, що використовується для узгодження параметрів джерела живлення з параметрами РК [7].

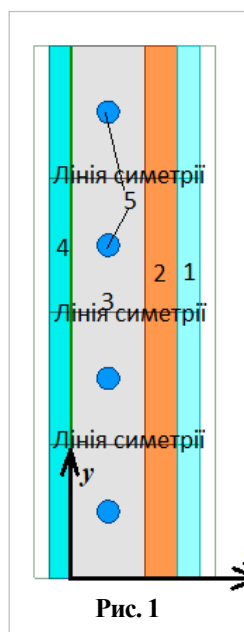


Рис. 1

Порівняння розподілу та інтенсивності напруженості електростатичного поля у тривимірній та двовимірній постановках надасть можливість оцінити похибку моделювання у разі двовимірної постановки. Дослідження залежності відстані між краплинами води в повітряному проміжку дає змогу встановити оптимальну кількість краплин (по суті витрати рідини) на основі аналізу локального підсилення напруженості електричного поля та підвищити енергоефективність очищення води.

**Метою роботи** є порівняння розподілу напруженості електростатичного поля ІБР в повітряному проміжку та електричної ємності РК задля встановлення оптимальної відстані між краплинами, визначення похибки розрахунку з використанням двовимірної постановки моделі РК.

Розрахункова модель розрядної камери (РК) для моделювання електричного поля методом скінченних елементів показана на рис. 1. Краплини розміщені у повітряному проміжку у вертикальному ряду з певним інтервалом, що дає змогу поділити РК на симетричні частини. Основні компоненти включають: 1 – анод, до якого прикладається висока напруга; 2 – діелектрик (*бар'єр*); 3 – повітряний проміжок; 4 – заземлений катод; 5 – вода у формі кулі.

На рис. 1 представлено двовимірну постановку задачі, яка інтерпретується на рис. 2 у тривимірній постановці. Очевидно, що в двовимірній моделі неможливо

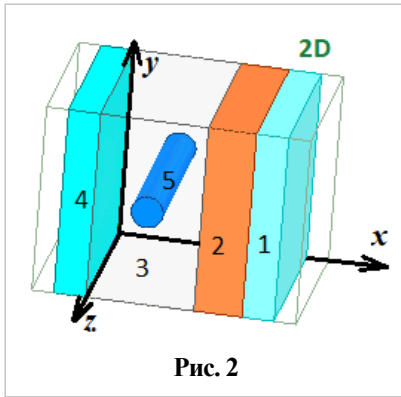


Рис. 2

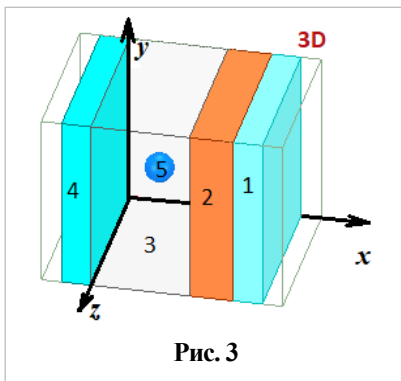


Рис. 3

точно відтворити геометричну фігуру краплини (куля), тому у двовимірній постановці краплини зображені у формі циліндрів уздовж координати  $z$ , як показано на рис. 2. На рис. 3 демонструється ескіз симетричної частини розрядної камери у тривимірній постановці, де краплина має форму кулі. Це ілюструє, що об'єм води у двовимірному представленні значно відрізняється від тривимірного представлення.

Задля визначення розподілу електростатичного поля застосовується основне рівняння електростатики — рівняння Пуассона [9]

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 \varepsilon_r \nabla \varphi) = -\rho, \Rightarrow \Delta \varphi = -\rho / \varepsilon_a, \quad \varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon_r. \quad (1)$$

Тут  $\varphi$  — електричний потенціал відображає потенціальну енергію для переміщення заряду;  $\nabla \varphi$  — градієнт електричного потенціалу;  $\nabla \cdot$  — дивергенція;  $\Delta$  — оператор Лапласа [9];  $\rho$  — об'ємна густина заряду;  $\varepsilon_0$  — електрична стала;  $\varepsilon_r$  — відносна діелектрична проникність;  $\varepsilon_a$  — абсолютна діелектрична проникність. Зв'язок між векторами напруженості, індукції електричного поля та електричним потенціалом

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad \mathbf{D} = \varepsilon_a \mathbf{E}. \quad (2)$$

Для моделювання РК використовується симетрична модель (рис. 2 та рис. 3) з однією краплиною, що обмежена лініями симетрії (рис. 1), які перпендикулярні до координати  $y$ . На лініях симетрії вектор напруженості електричного поля  $E$  має дотичну (тангенціальну  $\tau$ ) складову, а нормальна складова  $n$ , яка співпадає з координатою  $y$ , відсутня

$$E_\tau^+ = E_\tau^- \neq 0, \quad E_n^+ = E_n^- = 0. \quad (3)$$

На зовнішніх границях повітряної області, що на певній відстані від електродів, задається гранична умова електричної ізоляції, тобто поверхнева густина заряду  $\sigma$  рівна нулю. Оскільки за умовою вільні заряди в областях моделі 1...5 (рис. 1–3) відсутні ( $\rho = 0$ ), то рівняння (1) в кожній області моделі на рис. 1 і 2 має вигляд [9]

$$\Delta \varphi = 0. \quad (4)$$

На поверхнях провідників виконується гранична умова провідник–діелектрик

$$D_n^+ = \sigma, \quad (5)$$

де  $D_n^+$  — нормальна складова індукції на границі провідник–діелектрик зі сторони діелектрика;  $\sigma$  — поверхнева густина заряду, Кл/м<sup>2</sup>. З урахуванням (5) заряд на поверхні  $s$  границі провідник–діелектрик може бути розрахований за виразом

$$q = \int_s D_n^+ ds, \quad (6)$$

У процесі імпульсного бар'єрного розряду в розрядній камері із зростанням напруженості електричного поля у повітряному проміжку виникає іонізація і перенесення негативних зарядів від катоду 4 через проміжок 3 до діелектричного бар'єру 2 (рис. 1). Таким чином діелектричний бар'єр може бути заряджений [7]. Проте під час низькотемпературного розряду напруга на повітряному проміжку (між катодом та бар'єром) відповідає розрядній напрузі під час тривання розряду. Приймається гранична умова, що бар'єр не заряджений, тобто між повітрям 3 та діелектриком 2 поверхневі заряди відсутні [9]

$$D_n^+ - D_n^- = 0. \quad (7)$$

У РК між двома електрично провідними електродами 1 і 4 знаходиться подвійний діелектрик (рис. 1): повітряний проміжок 3 з краплинами води 5 та бар'єр 2. На поверхнях електродів 1 та 4, що межують з подвійним діелектриком може накопичуватися заряд. Наявність краплини води створює неоднорідне електричне поле в діелектрику. Електрична ємність подвійного діелектрика або кожного діелектрика окремо, розраховується за виразом [9]

$$C = \frac{q}{U_m} = \frac{2W_E}{U_m^2} = \frac{1}{U_m^2} \int (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) d\Omega, \quad (8)$$

Тут  $U_m$  – напруга між протилежними поверхнями діелектрика;  $W_E$  – енергія електричного поля;  $q$  – заряд;  $\Omega$  – об'єм діелектрика. Якщо розрядна камера без краплин води, то електричне поле є однорідне, і ємність газового проміжку або ємність діелектричного бар'єру може бути розрахована так

$$C = \frac{s_{yz} \cdot \epsilon_a}{l_x}, \quad (9)$$

де  $s_{yz}$  – площа протилежних поверхонь діелектрика в площині  $yOz$ ;  $l_x$  – товщина газового проміжку або діелектричного бар'єру по координаті  $x$  (рис. 1).

Задля виконання розрахунків розподілу напруженості електростатичного поля обрано ширину скляного бар'єру 1,5 мм, повітряного проміжку – 3,36 мм, радіус краплин води становить 0,5 мм. Для позначення питомої електропровідності матеріалу використовуємо символ  $\kappa$  (См/м). Катод приймаємо з нержавіючої сталі з електропровідністю  $\kappa \neq 0$  та відносною діелектричною проникністю 1. Анод з алюмінієвого сплаву з такими ж параметрами. Анод та катод мають ширину 1 мм. Скляний бар'єр, який стоїть між анодом та повітряним проміжком, характеризується електропровідністю  $\kappa = 0$  См/м та відносною діелектричною проникністю 5,5. Повітряний проміжок має електропровідність  $\kappa = 0$  і відносну діелектричну проникність 1,0006. У моделі враховуються краплини води двох типів: одні без електричної провідності ( $\kappa = 0$ ) См/м, інші – з електропровідністю ( $\kappa \neq 0$ ). Відносна діелектрична проникність  $\epsilon_r$  краплин води становить 81, що значно послаблює напруженість електричного поля в об'ємі води. Під час моделювання розподілу електричного поля задається електричний потенціал в аноді довільно, наприклад, 3 кВ [10], оскільки перехідні процеси та струми в РК не враховуються.

Якщо краплину води розмістити в однорідному електричному колі, то неоднорідне електричне поле навколо краплини та всередині краплини можна легко розрахувати аналітичним методом [9]. На бокових стінках краплини води (рис. 1) у двовимірній постановці моделі (рис. 2) індукція електричного поля  $D$  та напруженість  $E$  будуть мати в 1,98 од. [8, 9] більші значення в порівнянні з зовнішнім однорідним полем (без наявності краплин)

$$E_R/E_0^{(2D)} = D_R/D_0^{(2D)} = 1 + \frac{\epsilon_{a1} - \epsilon_{a2}}{\epsilon_{a1} + \epsilon_{a2}}, \quad (10)$$

а для тривимірної постановки (рис. 3) – в 2,95 од. –

$$E_R/E_0^{(3D)} = D_R/D_0^{(3D)} = 1 + 2 \frac{\epsilon_{a1} - \epsilon_{a2}}{\epsilon_{a1} + \epsilon_{a2}}. \quad (11)$$

Тут  $\epsilon_{a1}$ ,  $\epsilon_{a2}$  – діелектрична проникність відповідно краплини та повітря;  $E_R$ ,  $E_0$  – напруженість електричного поля на боковій поверхні краплини та відповідно напруженість однорідного електричного поля. Індeksi 2D та 3D відносяться до рис. 2 та рис. 3 відповідно. Якщо краплини електропровідні ( $\epsilon_{a1} \rightarrow \infty$ ), то відношення (10) та (11) будуть дорівнювати 2,00 та 3,00. Отже, на бокових поверхнях краплин води, що розміщені в однорідному полі, напруженість  $E$  та індукція  $D$  в 2,95...3 од. (1,98...2 од. у двовимірній постановці) буде більшою порівняно з однорідним електричним полем.

Всередині краплини напруженість  $E_1$  та індукція  $D_1$  розподілені рівномірно по всьому об'ємі і можуть бути розраховані відповідними виразами [9] за умови, що кожна краплина знаходиться в однорідному полі. Тоді відношення  $D_1/D_0$  та  $E_1/E_0$  можна знайти на основі [9]

$$E_1/E_0^{(2D)} = \frac{2\epsilon_{a2}}{\epsilon_{a1} + \epsilon_{a2}}, \quad D_1/D_0^{(2D)} = \frac{2\epsilon_{a1}}{\epsilon_{a1} + \epsilon_{a2}}, \quad (12)$$

$$E_1/E_0^{(3D)} = \frac{3\epsilon_{a2}}{\epsilon_{a1} + 2\epsilon_{a2}}, \quad D_1/D_0^{(3D)} = \frac{3\epsilon_{a1}}{\epsilon_{a1} + 2\epsilon_{a2}}. \quad (13)$$

Якщо краплина води є діелектрик ( $\epsilon_{a1} = 81$ ), то за виразами (12) і (13) всередині краплини напруженість  $E_1$  в 0,024 од. (рис. 2) і 0,036 од. (рис. 3) більша порівняно з однорідним полем, а індукція – в 1,98 та 2,93 од. У разі електропровідної краплини ( $\epsilon_{a1} \rightarrow \infty$ ) індукція  $D_1$  відповідно в 2 од. та 3 од. більша порівняно з  $D_0$ , а напруженість  $E_1$  рівна нулю. Отже, всередині краплин води напруженість  $E$  в 0,036...0 од. (0,024...0 од. у двовимірній моделі) буде більшою порівняно з однорідним електричним полем, а індукція  $D$  – в 2,95...3 (1,98...2) одиниць відповідно.

На рис. 4 показано розподіл напруженості електричного поля  $E$  по ширині повітряного проміжку вздовж координати  $x$  через центр краплини для тривимірної постановки моделі (рис. 3), розміри якої по координатах  $z$  та  $y$  однакові і становлять 4 мм. Такі розміри моделі є достатні, щоб кожна краплина була розміщена в однорідному електричному полі, як буде показано далі. Розрахунок виконано чисельним методом. На рис. 4 присутні 2 криві: краплина з електропровідністю  $\kappa = 0$  та краплина з електропровідністю  $\kappa > 0$ . Якщо краплина електрично провідна, в ній напруженість

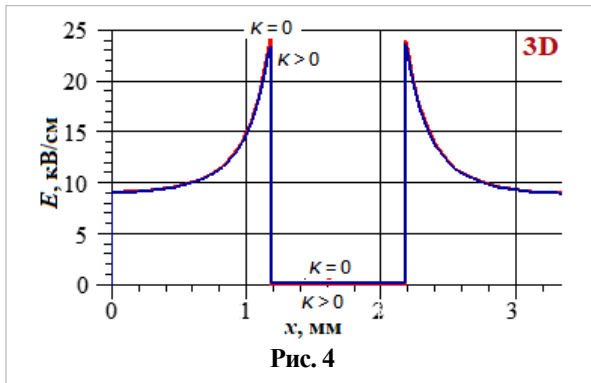


Рис. 4

дорівнює нулю. Видно, що на рис. 4 криві для провідної та непровідної краплин відрізняються несуттєво – в межах похибки. На краях повітряного проміжку – на катоді та бар’єрі – напруженість становить 9,1 кВ/см, що в 1,1 од. більше від однорідного поля, якщо б краплина була відсутня (8,25 кВ/см). На поверхні краплини напруженість майже в 3 рази більша порівняно з однорідним полем, що відповідає виразу (11). Якщо краплина діелектрик, в ній напруженість близька до нуля – 0,3 кВ/см, що відповідає виразу (13).

Якщо краплина електрично провідна (рис. 4), електрична ємність (8) повітряного проміжку становить  $43,46 \cdot 10^{-15}$  Ф, бар’єру –  $515,93 \cdot 10^{-15}$  Ф, ємність між електродами (послідовне з’єднання ємності проміжку та бар’єру) –  $40,07 \cdot 10^{-15}$  Ф. За наявності непровідної краплини – відповідно  $43,36 \cdot 10^{-15}$  Ф,  $516,06 \cdot 10^{-15}$  Ф,  $40,00 \cdot 10^{-15}$  Ф. Електрична провідність краплин води практично не впливає на електричну ємність РК. І при цьому ємність всієї розрядної камери за відсутності іонізації повітряного проміжку головним чином визначається ємністю повітряного проміжку –  $40 \cdot 10^{-15}$  Ф. У разі іонізації повітряного проміжку – при протіканні імпульсного струму через повітряний проміжок – ємність розрядної камери буде визначатися ємністю бар’єру –  $516 \cdot 10^{-15}$  Ф. При цьому напруга на бар’єрі буде відрізнятися від напруги на електродах на величину розрядної напруги повітряного проміжку. Під розрядною напругою будемо розуміти напругу між стінками повітряного проміжку, за якій настає протікання електричного струму через повітряний проміжок, яким заряджається та розряджається бар’єр під час очищення води.

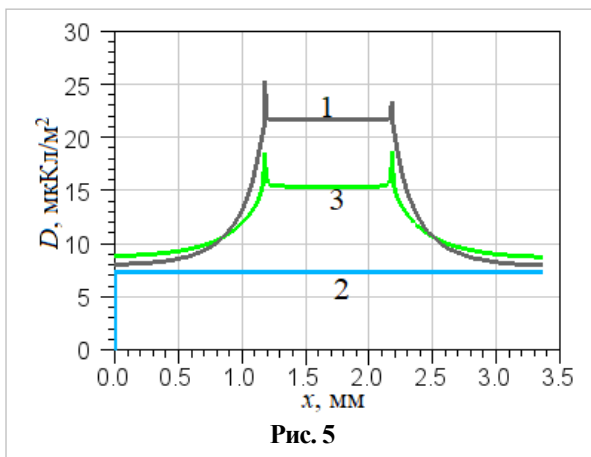


Рис. 5

На рис. 5 показано індукцію електричного поля, розраховану чисельним методом, яка дає змогу оцінити підсилення електричного поля в діелектричній краплині ( $\kappa = 0$ ) та на її поверхні по горизонтальній осі, проведеної через центр краплини, як на рис. 4. Де 1 – тривимірна постановка моделі (рис. 3), 2 – однорідне поле без краплин, 3 – двовимірна постановка (рис. 2). В краплині в тривимірній постановці (крива 1 – рис. 5) індукція ( $21,7$  мкКл/м<sup>2</sup>) в 2,96 од. більша порівняно з індукцією однорідного поля, що майже відповідає аналітичному методу – 2,95 од. (13). При цьому на бокових стінках повітряного проміжку ( $x = 0$  мм та  $x = 3,36$  мм) індукція підсилена в 1,1 од. –  $8,0$  мкКл/м<sup>2</sup>, як і напруженість (рис. 4). Тобто, діаметр краплини відносно ширини повітряного проміжку достатній для створення неоднорідного електричного поля по всій ширині проміжку. Індукція в краплині у двовимірній постановки моделі (рис. 5 – крива 3) становить  $15,4$  мкКл/м<sup>2</sup>, що в 2,1 од. більше порівняно з однорідним полем (крива 2), а має бути 1,98 за виразом (12) (похибка 5%). На краях краплини (рис. 5) маємо суттєве зростання індукції  $D$  електричного поля в порівнянні з індукцією всередині краплини, що не відповідає (10) та (11) і тому може бути віднесене до похибки. Тому у чисельному розрахунку розподілу напруженості електричного поля на поверхні краплин рекомендується перевірити адекватність моделі аналітичним методом розрахунку.

На рис. 6 показано розподіл напруженості електричного поля  $E$  для різних відстаней між краплями по вертикалі (рис. 1) для координати  $y$  та  $z$ , тривимірної і двовимірної моделей, а також

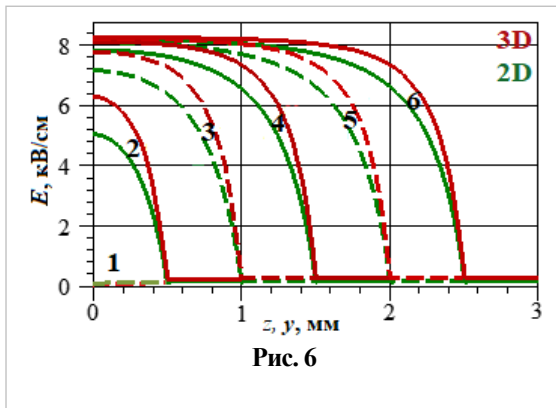


Рис. 6

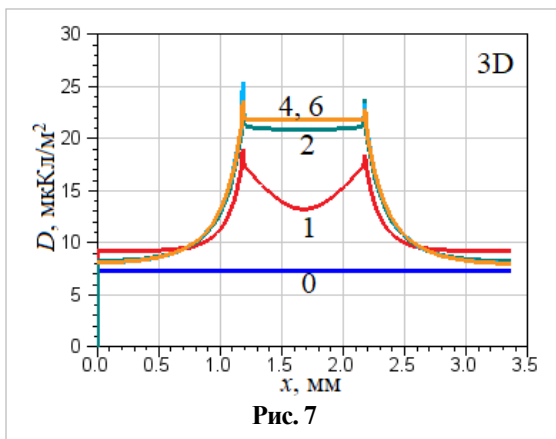


Рис. 7

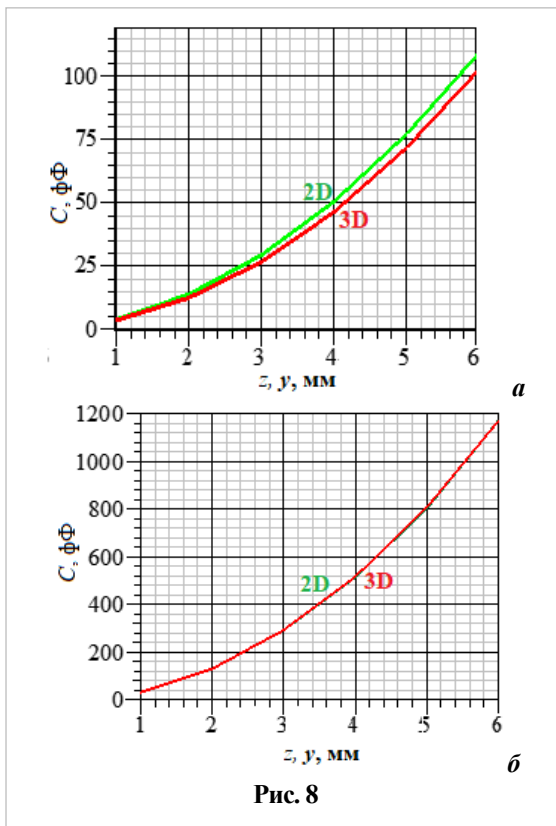


Рис. 8

шести варіантів розмірів по осям  $y$  та  $z$  – 1 мм, 2 мм, 3 мм, 4 мм, 5 мм та 6 мм, що відповідають індексам 1-6 на рис. 6. На рис. 7 – розподіл індукції електричного поля  $D$  по ширині повітряного проміжку з розмірами моделі по осям  $y$  та  $z$  – 1 мм, 2 мм, 4 мм, 6 мм, що відповідають індексам 1, 2, 4, 6. Індекс 0 – без наявності краплин.

Якщо розмір моделі становить 1 мм (рис. 6, крива 1), що дорівнює діаметру краплини, то між краплинами немає повітряного проміжку, і напруженість між краплинами по координатах  $y$  та  $z$  дорівнює нулю. При цьому індукція в краплині має найменше значення (рис. 7 – крива 1). Збільшення розміру моделі до 4 мм (рис. 6, рис. 7, криві 4) призводить до напруженості  $E$  між краплинами майже 8 кВ/см, що на 96% (11) відповідає напруженості однорідного поля (8,25 кВ/см). Збільшення відстані до 5 і 6 мм уже не призводить до суттєвого зростання напруженості між краплинами та індукції в краплинах. Отже, для моделі, що досліджується (рис. 1), при кроці між краплинами 4 мм досягається майже максимальна напруженість  $E$  між краплинами та оптимальна кількість краплин в повітряному проміжку. Тому можна припустити, що при кроці 4 мм буде здійснюватися максимальна іонізація повітря під час ІБР за максимальній кількості краплин. Потрібний крок розміщення краплин може досягатися завдяки зміні швидкості подачі краплин в РК, а також підбору величини тиску в камері подачі рідини, який додатково створюється допоміжним насосом.

На рис. 8 показано порівняння електричної ємності (8) повітряного проміжку (а) та бар'єру (б) в двовимірній (рис. 2) та тривимірній (рис. 3) постановках в залежності від зростання відстані між краплинами. Ємність залежить від площі електродів, тому зростання ємності на рис. 8 є нелінійне. Якщо відстані між краплинами становлять 4 мм, що за результатами на рис. 6 і 7 вибрано як оптимальні, то в двовимірній постановці ємність повітряного проміжку буде на 10% більшою, ніж у тривимірній (рис. 8, а). Присутність краплини в повітряному проміжку не впливає на ємність діелектричного бар'єру, тому на рис. 8, б дві криві однакові.

**Висновки.** Встановлено відстань між краплинами діаметром 1 мм, за якій досягається максимальна напруженість електричного поля  $E$  між ними, максимальна індукція електричного поля  $D$  всередині краплин та оптимальна по висоті повітряного проміжку кількість краплин в повітряному проміжку. Це дає змогу максимізувати площу поверхні води в повітряному проміжку і потенційно збільшити кількість корисних для очищення води активних

радикалів. Так, для краплин діаметром 1 мм встановлено, що за відстані між ними по вертикальній осі, паралельній площині електродів, більше 3 мм у тривимірній моделі напруженість в середній точці між краплинами на 94% відповідає однорідному електричному полю.

На бокових поверхнях краплин води, що розміщені в однорідному полі, напруженість  $E$  та індукція  $D$  в 2,95...3 од. (1,98...2 од. у двовимірній постановці) буде більшою порівняно з однорідним електричним полем. Всередині краплин води напруженість  $E$  в 0,036...0 од. (0,024...0 од. у двовимірній моделі) буде більшою порівняно з однорідним електричним полем, а індукція  $D$  – в 2,95...3 (1,98...2) одиниць відповідно.

Задля перевірки адекватності розрахунку чисельним методом рекомендується порівнювати показники напруженості та індукції електричного поля на поверхні краплини та всередині з результатами розрахунку аналітичним методом, коли краплина розміщена в однорідному електричному полі.

Електрична провідність краплин води в електростатичному полі практично не впливає на електричну ємність РК. Присутність краплини діаметром 1 мм в повітряному проміжку шириною 3,36 мм не впливає на ємність діелектричного бар'єру.

*Роботу виконано за темою: "Визначення конструктивних і режимних параметрів електродної системи модульного типу для здійснення бар'єрного розряду на рідину, що знаходиться в краплинно-плівковому стані" ("Електрокрапля", державний реєстраційний номер 0123U103013).*

1. Yongjian He, Wenjiao Sang, Wei Lu, Wenbin Zhang, Cheng Zhan and Danni Jia. Recent Advances of Emerging Organic Pollutants Degradation in Environment by Non-Thermal Plasma Technology: A Review. *Water*. 2022. Vol. 14. Article no 1351. DOI: <https://doi.org/10.3390/w14091351>.
2. Misra N.N., Schluter O., Cullen P.J. Cold Plasma in Food and Agriculture. Waltham, MA, USA: Academic Press, 2016. 380 p. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-801365-6.00001-9>.
3. Metelmann H.-R. von Woedtke T., Weltmann K.-D. Comprehensive Clinical Plasma Medicine. New York, USA: Springer International Publishing, 2018. 535 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-67627-2>.
4. Kolawole Adesina, Ta-Chun Lin, Yue-Wern Huang, Marek Locmelis, Daoru Han. A Review of Dielectric Barrier Discharge Cold Atmospheric Plasma for Surface Sterilization and Decontamination. *IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences*. 2024. Vol. 8. Issue 3. Pp. 235-306. DOI: <https://doi.org/10.1109/TRPMS.2024.3349571>.
5. Inhwan H., Jongku J., Taesuk Y., Jinmu J. Water electrode plasma discharge to enhance the bacterial inactivation in water. *Biotechnology and Biotechnological Equipment*. 2018. No 32. Pp. 530–534. DOI: <https://doi.org/10.1080/13102818.2017.1321969>.
6. Schmidt M., Holub M., Jogi I., Sikk M. Treatment of industrial exhaust gases by a dielectric barrier discharge. *The European Physical Journal Applied Physics*. 2016. No 2. Pp. 24708. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjap/2016150554>.
7. Божко І.В., Карлов О.М., Кондратенко І.П., Чарний Д.В. Розробка комплексу для обробки води імпульсним бар'єрним розрядом. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 6. С. 80-87. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.02.017>.
8. Васецький Ю.М. Електродинаміка. Основні поняття, потенціальні та квазістаціонарні поля: навч. посіб. К.: Вид-во Нац. авіац. ін-ту НАУ-друк, 2009. 160 с.
9. Карпов Ю.О., Ведміцький Ю.Г., Кухарчук В.В. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. 407 с.
10. Берека В.О., Божко І.В., Карлов О.М., Кондратенко І.П. Взаємоузгодження параметрів джерела живлення та робочої камери для обробки води імпульсним бар'єрним розрядом. *Технічна електродинаміка*. 2023. № 7. С. 81-88. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.081>.

## **ELECTROSTATIC FIELD IN THE AIR GAP OF A PLANE-PARALLEL ELECTRODE SYSTEM FOR WATER DROPLET TREATMENT USING BARRIER DISCHARGE TECHNOLOGY**

**R.O. Kryshchuk, V.O. Bereka**

**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,  
Beresteiskyi Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.**

**E-mail: [dygogive@gmail.com](mailto:dygogive@gmail.com); [bereka.v@ukr.net](mailto:bereka.v@ukr.net).**

*This study investigates the electrostatic field in a discharge chamber (DC) designed for water purification from organic pollutants using pulsed barrier discharge (PBD) technology. The DC consists of vertical plane-parallel electrodes, with an air gap containing water droplets between them, and one of the electrodes is insulated from the air gap by a dielectric (barrier). The research employs computer modeling in both two-dimensional and three-dimensional setups. Therefore, the aim of this work is to compare the distribution of the electrostatic field intensity of PBD in the air gap*



and the electrical capacitance of the DC to establish the optimal distance between droplets and to determine the calculation error using the two-dimensional DC model. Electrostatic field modeling was performed using the Poisson equation and the finite element method. Calculations were performed for two-dimensional and three-dimensional models with conditions of a droplet diameter of 1 mm, a gas gap length of 3.36 mm, and an applied voltage of 3 kV. The influence of droplet conductivity and the distance between them on the characteristics of the electrostatic field in the gas medium and in the droplets was investigated. A comparison of the calculated capacitance values of the DC in the two-dimensional and three-dimensional models depending on the distance between the droplets was conducted. The research results can be used in the application of electro-discharge technology based on pulsed barrier discharges in water treatment systems, specifically in selecting the parameters for the movement of the treated liquid in the plasma zone. References 10, figures 7.

**Keywords:** mathematical model, electrostatics, electric field intensity, water purification, barrier discharge.

1. Yongjian He, Wenjiao Sang, Wei Lu, Wenbin Zhang, Cheng Zhan and Danni Jia. Recent Advances of Emerging Organic Pollutants Degradation in Environment by Non-Thermal Plasma Technology: A Review. *Water*. 2022. Vol. 14. Article no 1351. DOI: <https://doi.org/10.3390/w14091351>.
2. Misra N.N., Schluter O., Cullen P.J. Cold Plasma in Food and Agriculture. Waltham, MA, USA: Academic Press, 2016. 380 p. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-801365-6.00001-9>.
3. Metelmann H.-R. von Woedtke T., Weltmann K.-D. Comprehensive Clinical Plasma Medicine. New York, USA: Springer International Publishing, 2018. 535 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-67627-2>.
4. Kolawole Adesina, Ta-Chun Lin, Yue-Wern Huang, Marek Locmelis, Daoru Han. A Review of Dielectric Barrier Discharge Cold Atmospheric Plasma for Surface Sterilization and Decontamination. *IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences*. 2024. Vol. 8. Issue 3. Pp. 235-306. DOI: <https://doi.org/10.1109/TRPMS.2024.3349571>.
5. Inhwan H., Jongku J., Taesuk Y., Jinmu J. Water electrode plasma discharge to enhance the bacterial inactivation in water. *Biotechnology and Biotechnological Equipment*. 2018. No 32. Pp. 530–534. DOI: <https://doi.org/10.1080/13102818.2017.1321969>.
6. Schmidt M., Holub M., Jogi I., Sikk M. Treatment of industrial exhaust gases by a dielectric barrier discharge. *The European Physical Journal Applied Physics*. 2016. No 2. Pp. 24708. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjap/2016150554>.
7. Bozhko I.V., Karlov O.M., Kondratenko I.P., Charnyi D.V. Development of a complex for water treatment with a pulsed barrier discharge. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 6. Pp. 80-87. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.02.017>. (Ukr)
8. Vasetskyi Y.M. Electrodynamics. Basic concepts, potential and quasi-stationary fields: teaching: manual. Kyiv: Vydavnytstvo Natsionalnoho aviatsionnoho universytetu NAU-Druk, 2009. 160 p. (Ukr)
9. Karpov Yu.O., Vedmitsky Yu.G., Kuharchuk V.V. Theoretical foundations of electrical engineering. Electromagnetic field: Vinnytsia: UNIVERSUM-Vinnytsia, 2008. 407 p. (Ukr)
10. Bereka I.V., Bozhko V.O., Brzhezytskyi Ya.O., Haran E.A. Trotsenko Simulation of the electric field in the electrode system to create of a pulsed barrier discharge in atmospheric air in the presence of water in the droplet-film state. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2020. No 2. Pp. 17-22. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.02.017>. (Ukr)

Надійшла 10.06.2024  
Остаточний варіант 24.06.2024

**GENERALIZED DEFINITION OF THE APPARENT POWER AND ENERGY-EFFICIENT STRATEGIES OF ACTIVE FILTRATION IN THE REDUCED COORDINATE BASIS OF A MULTIPHASE POWER SUPPLY SYSTEM**

M.Yu. Artemenko<sup>1\*</sup>, Yu.V. Kutafin<sup>1\*\*</sup>, V.V. Chopyk<sup>2\*\*\*</sup>, V.M. Mykhalsky<sup>2\*\*\*\*</sup>, I.A. Shapoval<sup>2\*\*\*\*\*</sup>, S.Y. Polishchuk<sup>2\*\*\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 37, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03056, Ukraine.

<sup>2</sup> Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, 56, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: [mikhalsky@ied.org.ua](mailto:mikhalsky@ied.org.ua).

*The paper substantiates the equivalence of determining the apparent power of a multiphase power supply system with different transmission line impedances using the Fryze-Buchholz-Deppenbrock method and on a reduced coordinate basis. Two energy-efficient control strategies for shunt active filtering in the reduced coordinate basis are proposed. The first strategy provides a unit value of the power factor, and the second strategy minimizes power losses in the transmission line while maintaining symmetry and the quasi-sinusoidal shape of the consumed currents. The advantages of using a reduced coordinate basis are a reduction in the number of sensors and key active filter regulators as well as the absence of the problem to organize the artificial grounding point for phase voltage measurements. A correction factor for the apparent power and power factor formulas was determined and verified in the presence of restrictions on the symmetrical and sinusoidal shape of the consumed currents. References 22, figures 5, tables 2.*

**Keywords:** apparent power, power factor, minimization of power losses, control strategy for shunt active filter, reduced coordinate basis.

**Introduction.** The apparent power is one of the key concepts of power theory, which has been evolving for more than a century and a half, and an overview of its main achievements is given in [1]. In theoretical terms, the correct determination of the apparent power involves solving the optimization problem of maximizing the active power, which is carried out using the methods of Lagrange multipliers [2] and integral inequalities [3]. In decomposing the apparent power into quadratic components, complex calculus [4, 5], electric field theory [6], and geometric algebra [7] are used. In practical terms, the study of the components of apparent power and power losses in a transmission line [8] is important for selecting and compensating associated currents or voltages through shunt or series filtering. Despite the variety of power theories [9] with corresponding definitions of apparent power and its decompositions, which are partly reflected in the current standard [10], there is a clear criterion [11] for the correctness of the apparent power definition for the needs of energy-efficient shunt active filtering. It corresponds to the physical meaning of the power factor and allows experimental verification for minimization of the power loss in the transmission line. Proposed a long time ago, it does not consider the requirements of modern standards for symmetry and sinusoidal shape of the consumed currents.

**The aim of the paper** is to generalize the apparent power formula for a multiphase power transmission system with different transmission line wire resistances in a reduced coordinate basis, substantiate and develop energy-efficient strategies for shunt active filtering while ensuring the symmetry and sinusoidal shape of the consumed currents, evaluate and verify the energy-saving effect of the proposed strategies.

© Artemenko M.Yu., Kutafin Yu.V., Chopyk V.V., Mykhalskyi V.M., Shapoval I.A., Polishchuk S.Y., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0001-9341-9238> ; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-8156-1277>;

\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-5046-5223>; \*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-8251-3111>;

\*\*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-9107-5061>; \*\*\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-6978-2747>

© Publisher Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2025



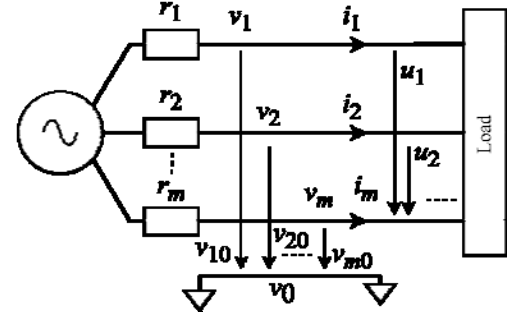
This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

**The apparent power definition as the geometric mean value of the voltage and current power losses.** The determination of the apparent power of a multiphase power supply system based on the Fryze-Depenbrock-Buchholz (FBD) method [12] for the case of different transmission line impedances is given in [2, 3]. At the same time, each of the wires of the m-phase system

(Fig. 1) with resistance  $r_k, k=1,2,\dots,m$  is represented by a separate phase, the energy processes in which are determined by the current  $i_k$  and the potential difference  $v_{k0} = v_k - v_0$  relative to the point of artificial grounding with the potential  $v_0 = \sum_{k=1}^m v_k g_k / \sum_{k=1}^m g_k; g_k = 1 / r_k$ .

As a result of solving the problem of maximizing the active power at given asymmetric sinusoidal source voltages and transmission line loss power using the Lagrange multiplier method in [2], and in the general case of periodic currents and voltages using Schwarz's inequality [3], the authors obtained identical expressions for the apparent power as the product of effective voltage and current values. Using notation  $T^{-1} \int_T \mathbf{x}^\wedge(t) \mathbf{y}(t) dt = \mathbf{x} \circ \mathbf{y}$  for the scalar product of arbitrary one-



**Fig. 1.** Multi-phase power supply system with a resistive transmission line model and coordinates of different reference frames

dimensional vectors, where  $\wedge$  is the transpose sign, these expressions are of the form

$$S = \sqrt{\mathbf{v}_+ \circ \mathbf{v}_+} \times \sqrt{\mathbf{i}_+ \circ \mathbf{i}_+} = VI, \quad (1)$$

where  $\mathbf{i}_+(t) = \left\| i_1 \sqrt{r_1/r} \quad i_2 \sqrt{r_2/r} \quad \dots \quad i_m \sqrt{r_m/r} \right\|$ ;  $\mathbf{v}_+(t) = \left\| v_{10} \sqrt{r/r_1} \quad v_{20} \sqrt{r/r_2} \quad \dots \quad v_{m0} \sqrt{r/r_m} \right\|$ ,  $r$  is the normalizing resistance of the transmission line.

The disadvantages of this approach are the increased dimensionality of voltage and current vectors describing the multiphase power supply system, and the associated increased number of sensors active filter regulators; the opaque physical content of the quantity  $v_0$  and the difficulty of measuring this value for practical implementation; the difficulty of calculating the ratio (1) when the resistance of one of the line wires is close to zero, since the resistance of this wire appears in the denominator of the corresponding coordinate vector  $\mathbf{v}_+(t)$ .

Let's take a closer look at the first drawback. Since the algebraic sum of the instantaneous values of the currents of a multiphase system (Fig. 1) is zero according to Kirchhoff's first law, only  $m-1$  of the current coordinates are independent. Let us choose as independent quantities  $m-1$  of the currents corresponding to the line wires, which can be represented by a vector  $\mathbf{i}(t) = \left\| i_1 \quad i_2 \quad \dots \quad i_{m-1} \right\|^\wedge$ , then the current of the neutral wire is given by the equation  $i_m(t) = -\mathbf{j}^\wedge \mathbf{i}(t)$ , where  $\mathbf{j}$  is a vector consisting of  $m-1$  unit.

The set of  $m$  voltages, appearing in the vector  $\mathbf{v}_+(t)$ , is also linearly dependent, since given the expression for the potential  $v_0$  of the artificial ground point:  $\sum_{k=1}^m v_{k0} g_k = \sum_{k=1}^m v_k g_k - v_0 \sum_{k=1}^m g_k = 0$ . Therefore, as

shown in a number of authors' works [13-19], the analysis of energy processes of multiphase power supply systems can be carried out in a reduced coordinate basis using a voltage vector of smaller dimensionality,  $\mathbf{u}(t) = \left\| u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{m-1} \right\|$ ;  $u_k = v_k - v_m$ ;  $k = 1, 2, \dots, m-1$ , which are calculated with respect to the potential  $v_m$  of neutral wire, which eliminates the problem of organizing an artificial grounding point. The determination of the apparent power using the specified reduced coordinate basis in the notation of this article corresponds to the expression

$$S = \sqrt{(\mathbf{i} \circ \mathbf{R} \mathbf{i}) \times (\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u})}, \quad (2)$$

where  $\mathbf{R} = \left\| \begin{matrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & r_{m-1} \end{matrix} \right\| + r_m \mathbf{j}^\wedge \mathbf{j}$  is a matrix of transmission line resistances that satisfies the matrix-vector equation

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{R} \mathbf{i}(t) + \mathbf{u}(t), \quad (3)$$

where  $\mathbf{e}(t)$  is an EMF vector of a multi-phase power source.

The multipliers of the root in (2) have a clear physical meaning [14]:  $\mathbf{i} \circ \mathbf{Ri} = T^{-1} \int_T [i_1^2(t)r_1 + i_2^2(t)r_2 + \dots + i_m^2(t)r_m] dt = P_{LS}$  is the power loss in the transmission line due to current flow;  $\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u} = P_{SC}$  is the power loss on the same transmission line impedances caused by short-circuit mode of the voltages measured at points of common coupling and  $\mathbf{i}_{SC}(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)$  is the current of this short-circuit mode.

Thus, according to (2), the apparent power of a multiphase system is the geometric mean value of the power losses from currents and voltages measured at the points of common coupling

$$S = \sqrt{P_{LS}P_{SC}}. \quad (4)$$

We will show that the definition of (1) has the same physical meaning. It is easy to see that the square of the second multiplier in (1)

$$I^2 = \mathbf{i}_+ \circ \mathbf{i}_+ = T^{-1}r^{-1} \int_T [i_1^2(t)r_1 + i_2^2(t)r_2 + \dots + i_m^2(t)r_m] dt = P_{LS} / r \quad (5)$$

is the normalized current power loss on the transmission line impedances.

Let's give a different physical meaning for the square of the first multiplier from (1). To do this, we denote  $\mathbf{D}_r = \text{diag}(r_1 \ r_2 \ \dots \ r_{m-1})$  and, provided  $\prod_{k=1}^m r_k \neq 0$  we find an equation for the inverse matrix

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{-1} &= (\mathbf{D}_r + r_m \mathbf{j} \mathbf{j}^\wedge)^{-1} = [\mathbf{D}_r (\mathbf{I} + r_m \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{j} \mathbf{j}^\wedge)]^{-1} = (\mathbf{I} + r_m \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{j} \mathbf{j}^\wedge)^{-1} \mathbf{D}_r^{-1} = \\ &= \left( \mathbf{I} - \frac{1}{g_m + \mathbf{j}^\wedge \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{j}} \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{j} \mathbf{j}^\wedge \right) \mathbf{D}_r^{-1} = \mathbf{D}_r^{-1} - \frac{1}{g_m + \mathbf{j}^\wedge \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{j}} \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{j} \mathbf{j}^\wedge \mathbf{D}_r^{-1} = \mathbf{D}_g - \frac{1}{g_+} \mathbf{g} \mathbf{g}^\wedge = \mathbf{G}, \end{aligned} \quad (6)$$

where  $\mathbf{D}_g = \mathbf{D}_r^{-1} = \text{diag}(g_1 \ g_2 \ \dots \ g_{m-1})$ ;  $\mathbf{g}^\wedge = \mathbf{j}^\wedge \mathbf{D}_g = \|\|g_1 \ g_2 \ \dots \ g_{m-1}\|\|$ ;  $g_+ = \sum_{k=1}^m g_k$ .

Given (6) and the relation between the coordinates of the vector  $\mathbf{u}(t)$  and the voltages  $v_{k0}$ ,

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_{m-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - v_m \\ v_2 - v_m \\ \dots \\ v_{m-1} - v_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ \dots \\ v_{m-10} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_{m0} \\ v_{m0} \\ \dots \\ v_{m0} \end{pmatrix} = \mathbf{v}_0 - v_{m0} \mathbf{j},$$

the equation for the vector of short-circuit currents will be as follows

$$\mathbf{i}_{SC}(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t) = \left( \mathbf{D}_g - \frac{1}{g_+} \mathbf{g} \mathbf{g}^\wedge \right) (\mathbf{v}_0 - v_{m0} \mathbf{j}) = \mathbf{D}_g \mathbf{v}_0 - \left( v_{m0} + \frac{\mathbf{g}^\wedge \mathbf{v}_0 - v_{m0} \mathbf{g}^\wedge \mathbf{j}}{g_+} \right) \mathbf{g}.$$

The last expression in parentheses is zero because

$$\mathbf{g}^\wedge \mathbf{v}_0 - v_{m0} \mathbf{g}^\wedge \mathbf{j} + g_+ v_{m0} = \sum_{k=1}^{m-1} v_{k0} g_k + v_{m0} (g_+ - \sum_{k=1}^{m-1} g_k) = \sum_{k=1}^m v_{k0} g_k = 0$$

due to the marked linear dependence of  $m$  voltages  $v_{k0}$ .

Let's express the short-circuit power loss in the voltage coordinates of the FBD method:

$$\begin{aligned} P_{SC} = \mathbf{u} \circ \mathbf{i}_{SC} &= (\mathbf{v}_0 - v_{m0} \mathbf{j}) \circ \mathbf{D}_g \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_0 \circ \mathbf{D}_g \mathbf{v}_0 - T^{-1} \int_T v_{m0}(t) [v_{10}(t)g_1 + v_{20}(t)g_2 + \dots + v_{m-10}(t)g_{m-1}] dt = \\ &= T^{-1} \int_T [v_{10}^2(t)r_1 + v_{20}^2(t)/r_2 + \dots + v_{m0}^2(t)/r_m] dt = (\mathbf{v}_+ \circ \mathbf{v}_+) / r = V^2 / r. \end{aligned} \quad (7)$$

Therefore, it is the square of the first multiplier in (1) divided by the normalizing resistance  $r$ .

After substituting (5), (7) in (1) and reducing the normalizing resistance, we obtain an expression for the apparent power formula similar to (4). The values that determine the apparent power in the two coordinate systems discussed above are summarized in Table 1 for comparative analysis.

**Table 1**

	By FBD method	Proposed
Coordinate basis	$\mathbf{i}_+(t) = \left\  i_1 \sqrt{r_1/r} \quad i_2 \sqrt{r_2/r} \quad \dots \quad i_m \sqrt{r_m/r} \right\ ;$ $\mathbf{v}_+(t) = \left\  v_{10} \sqrt{r/r_1} \quad v_{20} \sqrt{r/r_2} \quad \dots \quad v_{m0} \sqrt{r/r_m} \right\ $	$\mathbf{i}(t) = \left\  i_1 \quad i_2 \quad \dots \quad i_{m-1} \right\ ;$ $\mathbf{u}(t) = \left\  u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{m-1} \right\ ;$
Voltage power loss $P_{SC}$	$(\mathbf{i}_+ \circ \mathbf{i}_+)r$	$\mathbf{i} \circ \mathbf{Ri}$
Current power loss $P_{LS}$	$(\mathbf{v}_+ \circ \mathbf{v}_+)/r$	$\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}$
Apparent power $S$	$\sqrt{(\mathbf{v}_+ \circ \mathbf{v}_+) \times (\mathbf{i}_+ \circ \mathbf{i}_+)}$	$\sqrt{(\mathbf{i} \circ \mathbf{Ri}) \times (\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u})}$

An important practical aspect of changing the paradigm of the apparent power definition as the geometric mean value of current and voltage power losses is the possibility of its experimental verification as follows [1, 11]

$$S_E = P \sqrt{P_{LS} / P_{LS}^{MIN}}, \quad (8)$$

where  $P = \mathbf{v}_+ \circ \mathbf{i}_+ = \mathbf{u} \circ \mathbf{i}$  is the active power;  $P_{LS}^{MIN}$  is the minimum possible power loss in the transmission line caused by the active current according to the Fryze concept [20]. Measurement of three active powers with transparent physical content, which are included in the right part of (8), makes it possible to verify the theoretical determination of the apparent power [21], as well as its modification under additional restrictions on the consumed currents and voltages to improve the quality of electrical energy at the points of common coupling.

**The Influence of the Transmission Line Impedance Ratio on the Determination of Apparent Power and Energy-Efficient Active Filtering Strategies.** Of great importance for the theory of energy-efficient active filtration is the correct definition of the active current vector which, according to S. Fryze's conception [20], provides active power  $P$  at the points of common coupling at a unit value of the power factor  $\lambda = P/S$  and guarantees the minimum power loss  $P_{LS}^{MIN}$  in the transmission line. In [14–19] it is shown that the active current is a fraction of the short-circuit current vector  $\mathbf{i}_{SC}(t)$ , that is equal to the ratio of active power to voltage short-circuit power loss:

$$\mathbf{i}_A(t) = \frac{P}{P_{SC}} \mathbf{i}_{SC}(t) = \frac{P}{\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}} \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t). \quad (9)$$

The formation of such a current by means of shunt active filtration ensures the minimum power loss in the transmission line [17]

$$P_{LS}^{MIN} = \mathbf{i}_A \circ \mathbf{Ri}_A = \frac{P^2}{\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}} \quad (10)$$

and the energy-saving effect, which is estimated by the ratio of power losses in the transmission line in the absence and presence of a filter as follows

$$W = \frac{P_{LS}}{P_{LS}^{MIN}} = \frac{\mathbf{i} \circ \mathbf{Ri}}{\mathbf{i}_A \circ \mathbf{Ri}_A} = \frac{\mathbf{i} \circ \mathbf{Ri}}{P^2 / (\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u})} = \frac{S^2}{P^2} = \lambda^{-2}. \quad (11)$$

When deriving (11), the determination of the apparent power by (2) was used, which indicates its compliance with the criterion of compatibility with the physical content of the power factor [1, 11] in the most general case of periodic currents and voltages.

Since one of the constituent part of the apparent power  $P_{SC}$  appears in the denominator of the scalar coefficient (9), the determination of the apparent power affects the correct formation of the active current vector. Thus, for the case of identical resistances of line wires  $r_1 = r_2 = r_{m-1} = 0$  and zero resistance of neutral, the matrix of transmission line resistances is proportional to the unit matrix  $\mathbf{R} = r\mathbf{I}$ ,  $(\mathbf{i} \circ \mathbf{Ri}) \times (\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}) = r(\mathbf{i} \circ \mathbf{i}) \times r^{-1}(\mathbf{u} \circ \mathbf{u}) = (\mathbf{i} \circ \mathbf{i}) \times (\mathbf{u} \circ \mathbf{u})$ , and the apparent power can be determined by the Buchholz formula as a product of the effective values of voltage and current, and the active current becomes proportional to the vector of Fryze's formula [20] squared the effective value of the voltage vector in the denominator. However, as shown in [18], when the resistances of the line wires are equal and the neutral resistance is non-zero, the formation of active current according to the Fryze's formula does not provide a unit value of the power factor.

Let us substantiate the active current formula for the purposes of practical implementation of active

current in active filtration control systems for the general case of different resistances of line wires and neutral. Since in (2) and (9) the matrices  $\mathbf{R}, \mathbf{R}^{-1}$  can be determined with an accuracy of a constant multiplier, consider the matrices normalized with respect to the resistance of the neutral wire  $r_m$

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{r_m} \mathbf{R} = \begin{vmatrix} \rho_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{m-1}^{-1} \end{vmatrix} + \mathbf{j}^{\wedge} \mathbf{j}; \rho_k = r_m / r_k; k = 1, 2, \dots, m-1;$$

$$\bar{\mathbf{G}} = \bar{\mathbf{R}}^{-1} = \begin{vmatrix} \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{m-1} \end{vmatrix} - \frac{1}{\rho_+} \begin{vmatrix} \rho_1 \\ \dots \\ \rho_{m-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \rho_1 \\ \dots \\ \rho_{m-1} \end{vmatrix}^{\wedge}; \rho_+ = 1 + \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k$$

and find the equation for the reference vector of active current voltages

$$\mathbf{u}_\rho(t) = \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u}(t) = \begin{vmatrix} \rho_1 u_1 \\ \dots \\ \rho_{m-1} u_{m-1} \end{vmatrix} - \frac{\sum_{k=1}^{m-1} u_k \rho_k}{\rho_+} \begin{vmatrix} \rho_1 \\ \dots \\ \rho_{m-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (u_1 - u_0) \rho_1 \\ \dots \\ (u_{m-1} - u_0) \rho_{m-1} \end{vmatrix}; u_0 = \frac{\sum_{k=1}^{m-1} u_k \rho_k}{\rho_+}. \quad (12)$$

Taking into account the new notation, the equation for active current (9) will be as follows

$$\mathbf{i}_A(t) = \frac{P}{\mathbf{u} \circ \mathbf{u}_\rho} \mathbf{u}_\rho(t) = \frac{P}{T^{-1} \int_T \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k u_k(t) [u_k(t) - u_0(t)] dt} \begin{vmatrix} [u_1(t) - u_0(t)] \rho_1 \\ \dots \\ [u_{m-1}(t) - u_0(t)] \rho_{m-1} \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Normalized short-circuit power is simplified according to

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \circ \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u} &= r_m P_{SC} = T^{-1} \int_T \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k u_k(t) [u_k(t) - u_0(t)] dt = T^{-1} \int_T \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k u_k^2(t) dt - T^{-1} \int_T u_0(t) \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k u_k(t) dt = \\ &= T^{-1} \int_T \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k u_k^2(t) dt - \rho_+ T^{-1} \int_T u_0^2(t) dt = \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k U_k^2 - \rho_+ U_0^2, \end{aligned} \quad (14)$$

and the equation for apparent power will be as follows

$$S = \sqrt{(\mathbf{i} \circ \bar{\mathbf{R}}\mathbf{i}) \times (\mathbf{u} \circ \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u})} = \sqrt{\left( \sum_{k=1}^{m-1} I_k^2(t) \rho_k^{-1} + I_m^2 \right) \times \left( \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k U_k^2 - \rho_+ U_0^2 \right)}. \quad (15)$$

If the resistance of one of the line wires (for the  $n$ -th is certain) is zero, the equation for the reference vector of voltages can be found using the limit junction in the following

$$\lim_{\rho_n \rightarrow \infty} u_0 = \lim_{\rho_n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^{m-1} u_k \rho_k}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k} = u_n; u_{\rho k} \Big|_{k \neq n} = (u_k - u_n) \rho_k;$$

$$u_{\rho n} = \lim_{\rho_n \rightarrow \infty} \left( u_n - \frac{\sum_{k=1}^{m-1} u_k \rho_k}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} \rho_k} \right) \rho_n = u_n + \sum_{k=1; k \neq n}^{m-1} (u_n - u_k) \rho_k.$$

Thus, under the condition  $r_n = 0$  the equations of the apparent power and active current will be as follows

$$S = \sqrt{(\mathbf{i} \circ \bar{\mathbf{R}}\mathbf{i}) \times (\mathbf{u} \circ \mathbf{u}_{\rho}^{r_n=0})}; \mathbf{i}_A(t) = \frac{P}{\mathbf{u} \circ \mathbf{u}_{\rho}^{r_n=0}} \mathbf{u}_{\rho}^{r_n=0}(t), \quad (16)$$

where  $\mathbf{u}_{\rho}^{r_n=0}(t) = \begin{vmatrix} (u_1 - u_n) \rho_1 & \dots & u_n + \sum_{k=1, k \neq n}^{m-1} (u_n - u_k) \rho_k & \dots & (u_{m-1} - u_n) \rho_{m-1} \end{vmatrix}^{\wedge}.$

**The formulas of apparent power and active current which meet the requirements of modern IEEE standard.** The current standard [10] defines apparent power as the maximum active power that can be transmitted under sinusoidal and balanced conditions with the same RMS values of voltage and current. To fulfill this requirement for apparent power definition, equation (2), which includes periodic voltages and currents of arbitrary shape, needs to be corrected, but is useful as a basis for comparison.

Let the direct sequence detector [22] select a vector of symmetrical sinusoidal voltages  $\mathbf{u}_+(t)$  from the voltage vector of general periodic shape  $\mathbf{u}(t)$ , then the active current providing the power  $P$  at the points of the general coupling under the additional condition of the same form of consumed currents is determined as follows [15]

$$\mathbf{i}_{A+}(t) = \frac{P}{\mathbf{u} \circ \mathbf{u}_+} \mathbf{u}_+(t) = \frac{P}{\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+} \mathbf{u}_+(t). \quad (17)$$

This current differs from the active current (9), which consists of asymmetrical currents at different values of transmission line impedances and causes power loss in the transmission line

$$P_{LS+} = \mathbf{i}_{A+} \circ \mathbf{R} \mathbf{i}_{A+} = \left( \frac{P}{\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+} \right)^2 \times (\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R} \mathbf{u}_+) = \frac{P^2 (\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R} \mathbf{u}_+)}{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+)^2}. \quad (18)$$

The resulting value differs from the minimum value by (10). Let's find the ratio of the corresponding power losses

$$k_{LS+} = \frac{P_{LS}^{MIN}}{P_{LS+}} = \frac{P^2}{\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}} \Big/ \frac{P^2 (\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R} \mathbf{u}_+)}{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+)^2} = \frac{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+)^2}{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R} \mathbf{u}_+) \times (\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u})}. \quad (19)$$

This coefficient does not exceed a unit value, since  $(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}_+) \leq (\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u})$ , therefore

$$k_{LS+} \leq \frac{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+)^2}{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R} \mathbf{u}_+) \times (\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}_+)},$$

and the right side of the last inequality does not exceed the unity in according with the Cauchy-Schwartz inequality.

Gain in power loss when generating active current (17) in the transmission line

$$W_+ = \frac{P_{LS}}{P_{LS+}} = \frac{P_{LS}}{P_{LS}^{MIN}} \times \frac{P_{LS}^{MIN}}{P_{LS+}} = W k_{LS+} = \lambda^{-2} k_{LS+} \quad (20)$$

differs from (11) by a factor  $k_{LS+}$ . The value of the apparent power  $S_+$  subject to the limitation of the consumed currents is also subject to correction, since the minimum achievable value of losses  $P_{LS+}$  under this condition differs from (10). In this case, the formula for modified apparent power definition follows from (8), (11), (19)

$$S_+ = P \sqrt{P_{LS} / P_{LS+}} = P \sqrt{\lambda^{-2} k_{LS+}} = S \sqrt{k_{LS+}} = \frac{\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+}{\sqrt{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{R} \mathbf{u}_+) \times (\mathbf{u} \circ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u})}} S, \quad (21)$$

which allows experimental verification by measuring of the corresponding voltages and powers. Thus, the value  $k_{LS+}$  is a correction factor for calculating the apparent power and power loss gains when implementing limits on consumed currents to improve the quality of electrical energy at the points of common coupling.

**Virtual experiment.** The purpose of the experiment is to verify the formulas of apparent power (15) and (21) for the following ratios between the wires of a three-phase four-wire transmission line  $r_A = r; r_B = r/2; r_C = r/3; r_N = dr$ . Parameter  $d$  varies discretely within  $0.1 \leq d \leq 5$ , the voltage range of a three-phase four-wire network adopted symmetrical sinusoidal with an effective value  $U=220$  V. Nonlinear load is a rectifier according to the three-phase half-wave rectifier circuit (Fig. 1), operating on active resistance  $R=1 \Omega$ . Normalizing resistor resistance  $r$  is assumed to be equal to 1 m $\Omega$  to ensure a ratio  $P_{LS} \ll P \ll P_{SC}$  of at least 100 times for each inequality to ensure one percent instability of the load power under the action of current active filtering compensations and changes in the parameter  $d$ . The value of the transmission line neutral resistance  $r_N$  is set by the parameters of the units  $d$  and  $r$ . Without Filter and Short Circuit units calculate the load power in the absence of a filter and the short-circuit power, respectively, depending on the parameter  $d$ , which are then used for the operation of the Control System unit, which calculates the values of compensation currents depending on the chosen strategy. The Control System unit

(Fig. 2) works as follows: Up to time 0.1s there is no compensation, at time 0.1 s the compensation is turned on, which provides active current in the transmission line, at time 0.2 s compensation is turned on, which minimizes the power loss at symmetrical sinusoidal currents in the transmission line.

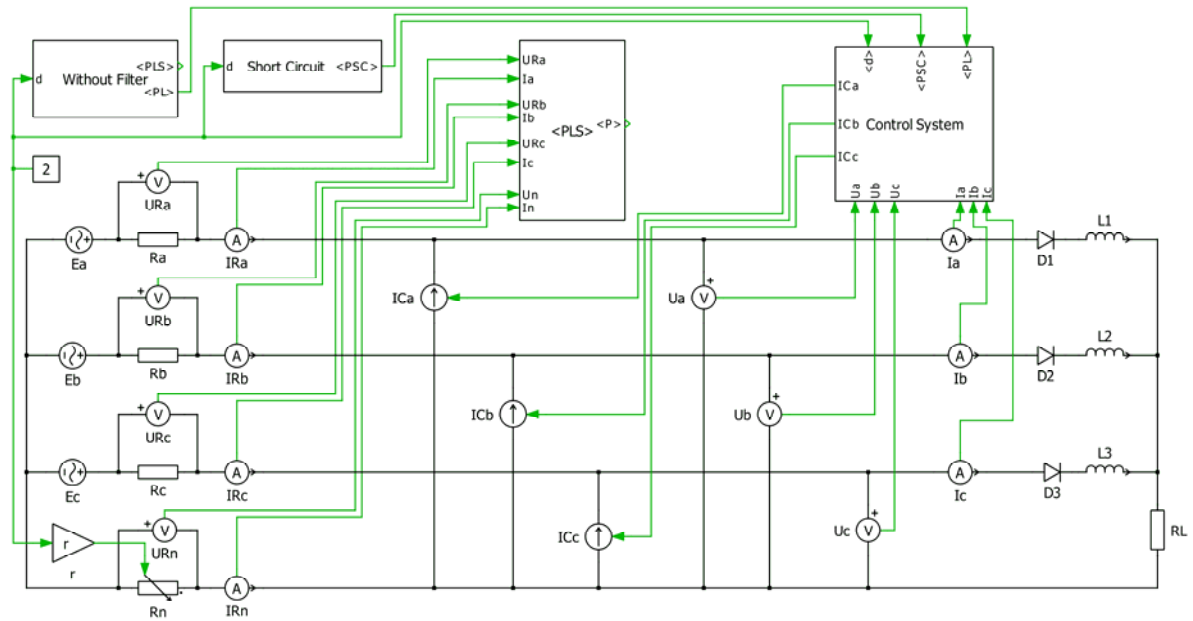


Fig. 2. Computer model of a three-phase four-wire power supply system

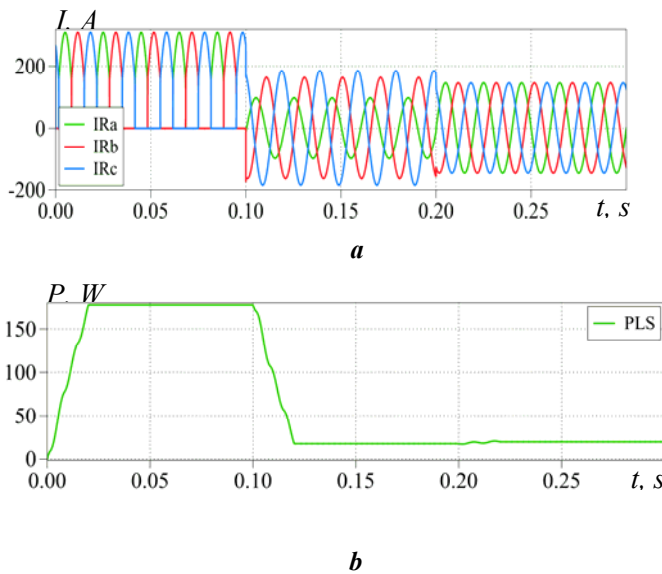


Fig. 3 Time diagrams of current consumption (a) and loss power (b) under different compensation modes

$$\bar{\mathbf{G}} = \bar{\mathbf{R}}^{-1} = \begin{vmatrix} \rho_A & 0 & 0 \\ 0 & \rho_B & 0 \\ 0 & 0 & \rho_C \end{vmatrix} - \frac{1}{\rho_+} \begin{vmatrix} \rho_A & \rho_A \\ \rho_B & \rho_B \\ \rho_C & \rho_C \end{vmatrix}^{\wedge}; \quad \rho_+ = 1 + \rho_A + \rho_B + \rho_C = 6d + 1.$$

According to (12), we determine the complex effective value

$$\dot{U}_0 = U(\rho_A + \tilde{a}\rho_B + \dot{a}\rho_C) / \rho_+ = U(d + 2d\tilde{a} + 3d\dot{a}) / \rho_+ = Ud(\tilde{a} + 2\dot{a}) / \rho_+ = \sqrt{3}Ude^{j5\pi/6} / \rho_+.$$

The relative voltage power loss does not depend on the selected load and, according to (14), is determined as follows

The adopted computer model of the network makes it possible to obtain the analytical dependence of the apparent power at (15) on the value of the parameter  $d$ . The matrices  $\bar{\mathbf{R}}, \bar{\mathbf{G}}$  for the given resistive parameters of the transmission line will be as follows

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{r_N} \mathbf{R} = \begin{vmatrix} \rho_A^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_B^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_C^{-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}^{\wedge};$$

$$\rho_A = \frac{r_N}{r_A} = \frac{dr}{r} = d; \quad \rho_B = \frac{r_N}{r_B} = \frac{dr}{r/2} = 2d;$$

$$\rho_C = \frac{r_N}{r_C} = \frac{dr}{r/3} = 3d;$$



$$\begin{aligned} \mathbf{u} \circ \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u} &= \rho_A U_A^2 + \rho_B U_B^2 + \rho_C U_C^2 - \rho_+ U_0^2 = d(1+2+3)U^2 - U^2 \frac{3d^2}{1+6d} = \\ &= \frac{dU^2(6+36d-3d)}{1+6d} = \frac{3dU^2(2+11d)}{1+6d} = U^2 \frac{1+5.5d}{1+1/6d}. \end{aligned}$$

The currents of the transmission line for the selected load are symmetrical sinusoidal within each third of the mains voltage period (Fig. 3 in the range 0-0.1s), so the normalized power of current losses at (15)

$$\begin{aligned} \mathbf{i} \circ \bar{\mathbf{R}}\mathbf{i} &= I_A^2 \rho_A^{-1} + I_B^2 \rho_B^{-1} + I_C^2 \rho_C^{-1} + I_N^2 = \frac{3 + \rho_A^{-1} + \rho_B^{-1} + \rho_C^{-1}}{T} \int_{-T/6}^{T/6} \frac{2U^2}{R^2} \cos^2(\omega t) dt = \\ &= \frac{U^2 [3 + d^{-1}(1+1/2+1/3)]}{R^2 T} \times \left[ \frac{T}{3} + \frac{2 \sin(2\omega T/6)}{2\omega} \right] = \frac{U^2 (1+11/18d)}{R^2} \times \left( 1 + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \right). \end{aligned}$$

Substitution of the obtained values of the relative power losses on the transmission line impedances in (15) gives a theoretical formula for the dependence of the apparent power on the parameter  $d$ :

$$S(d) = \frac{U^2}{R} \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}} \times \sqrt{\frac{(1+5.5d)(1+11/18d)}{1+1/6d}}. \quad (22)$$

Fig. 4 presents the graph of this dependence, which is fully confirmed by the plotted points, the ordinates  $S_1$  of which are calculated according to (4) as the geometric mean values of the experimentally obtained power losses  $P_{LS}, P_{SC}$ , summarized in Table 2.

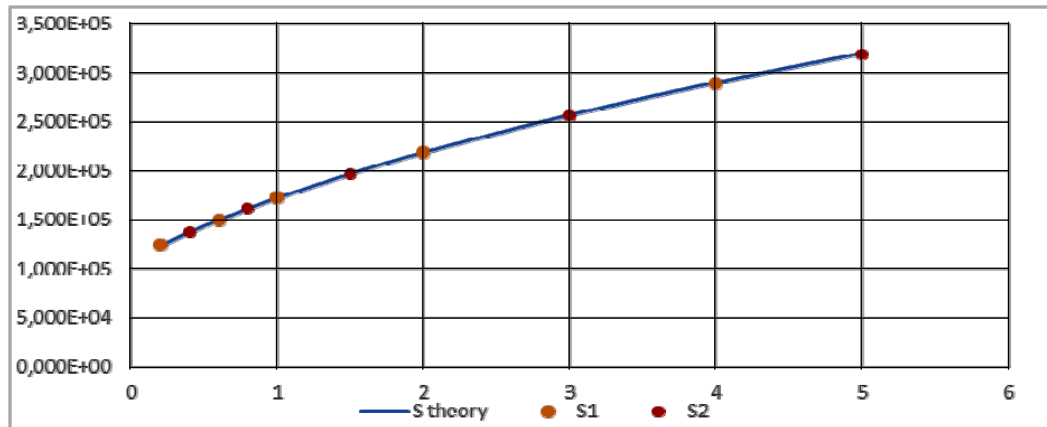


Fig. 4. Graph of the apparent power dependence on the parameter  $d$  by (15) and experimental points  $S_1, S_2$

To verify this apparent power functional dependence from other hand, we use (8) with experimental determination of the apparent power, where the minimum current loss power  $P_{LS}^{MIN}$  is created by the active current (13). In this computer model of the power supply system, this current will be as follows

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_A(t) &= \frac{P}{\mathbf{u} \circ \mathbf{u}_\rho} \mathbf{u}_\rho(t) = \frac{P}{r_N P_{SC}} \begin{vmatrix} (u_A - u_0) \rho_A \\ (u_B - u_0) \rho_B \\ (u_C - u_0) \rho_C \end{vmatrix} = \frac{P}{r P_{SC}} \begin{vmatrix} u_A - u_0 \\ 2(u_B - u_0) \\ 3(u_C - u_0) \end{vmatrix}; \\ u_0 &= \frac{u_A \rho_A + u_B \rho_B + u_C \rho_C}{1 + \rho_A + \rho_B + \rho_C} = \frac{(u_A + 2u_B + 3u_C)d}{1+6d} = \frac{u_A + 2u_B + 3u_C}{6+1/d}. \end{aligned}$$

where  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_+(t) = \begin{vmatrix} u_A & u_B & u_C \end{vmatrix}^{\wedge}$  is the instantaneous voltage vector at the points of common coupling.

The measurement results of  $P_{LS}^{MIN}$ ,  $P$  for each value of  $d$  are summarized in Table 2, on the basis of which the points of experimental values  $S_2$ , plotted on the graph (Fig. 2) of the theoretical dependence  $S(d)$  according to (22) are calculated. We state the complete coincidence of theoretical and experimental data.

**Table 2**

$d$	$P_{SC} \times 10^8$	$P_{LS}$	$P_{LS}^{MIN}$	$P \times 10^4$	$P_{LS+}$	$S_1 \times 10^5$	$S_2 \times 10^5$	$k_{LS+}$
0,2	2,772	55,348	16,818	6,830	19,617	1,239	1,239	0,857
0,4	2,733	68,979	17,043	6,827	19,601	1,373	1,373	0,869
0,6	2,715	82,600	17,146	6,824	19,586	1,497	1,498	0,875
0,8	2,704	96,209	17,201	6,821	19,570	1,613	1,613	0,879
1	2,697	109,808	17,233	6,819	19,554	1,721	1,721	0,881
1,5	2,686	143,758	17,265	6,812	19,515	1,965	1,966	0,885
2	2,681	177,640	17,267	6,805	19,477	2,182	2,183	0,887
3	2,675	245,201	17,236	6,791	19,399	2,561	2,562	0,888
4	2,672	312,492	17,187	6,778	19,322	2,889	2,890	0,889
5	2,670	379,516	17,131	6,764	19,245	3,183	3,184	0,890

To verify the formula of apparent power (21) in the presence of constraints on symmetrical sinusoidal consumed currents, we calculate the theoretical dependence of the coefficient  $k_{LS+}$  on the parameter  $d$  for a given load, build its graph and plot on it the points calculated from the measurement results  $P_{LS+}$ . Note that for symmetrical sinusoidal source voltages

$$k_{LS+} = \frac{(\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+)^2}{(\mathbf{u}_+ \circ \bar{\mathbf{R}}\mathbf{u}_+) \times (\mathbf{u}_+ \circ \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u}_+)}, \quad (23)$$

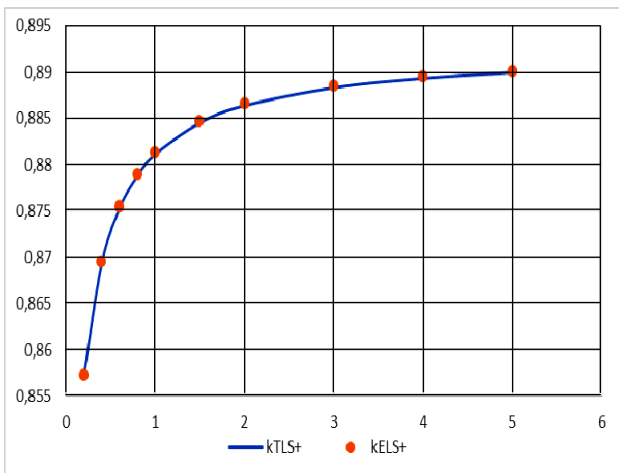
Moreover, for sinusoidal variable vectors, the integral scalar product is equal to the real part of their phasor product  $\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = T^{-1} \int_T \mathbf{x}^\wedge(t) \mathbf{y}(t) dt = \text{Re}(\mathbf{x}^\wedge \times \mathbf{y}^*)$ .

With this in mind, the components of (23) will be as follows

$$\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+ = 3U^2; \bar{\mathbf{R}}\mathbf{u}_+ / U = \left( \left\| \begin{matrix} \rho_A^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_B^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_C^{-1} \end{matrix} \right\| + \mathbf{j}^\wedge \mathbf{j} \right) \left\| \begin{matrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \dot{a} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \rho_A^{-1} \\ \rho_B^{-1} \tilde{a} \\ \rho_C^{-1} \dot{a} \end{matrix} \right\| = \frac{1}{d} \left\| \begin{matrix} 1 \\ \tilde{a} / 2 \\ \dot{a} / 3 \end{matrix} \right\|; \mathbf{u}_+ \circ \bar{\mathbf{R}}\mathbf{u}_+ = \frac{U^2}{d} \left\| \begin{matrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \dot{a} \end{matrix} \right\|^\wedge \left\| \begin{matrix} 1 \\ \tilde{a} / 2 \\ \dot{a} / 3 \end{matrix} \right\|^* = \frac{11U^2}{6d}.$$

$$\bar{\mathbf{G}}\mathbf{u}_+ = \mathbf{u}_\rho(t) = \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u}(t) = \left\| \begin{matrix} u_A \rho_A \\ u_B \rho_B \\ u_C \rho_C \end{matrix} \right\| - u_0 \left\| \begin{matrix} \rho_A \\ \rho_B \\ \rho_C \end{matrix} \right\| = d \left( \left\| \begin{matrix} u_A \\ 2u_B \\ 3u_C \end{matrix} \right\| - \frac{u_A + 2u_B + 3u_C}{6 + 1/d} \left\| \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\| \right);$$

$$\mathbf{u}_+ \circ \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u}_+ = U^2 \text{Re} \left\| \begin{matrix} 1 \\ 2\tilde{a} \\ 3\dot{a} \end{matrix} \right\|^\wedge \left\| \begin{matrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \dot{a} \end{matrix} \right\|^* - U^2 \text{Re} \left( \frac{1 + 2\tilde{a} + 3\dot{a}}{6 + 1/d} \right)^* \left\| \begin{matrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \dot{a} \end{matrix} \right\|^\wedge \left\| \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\|^* = U^2 \left( 6 - \frac{1}{2 + 1/3d} \right).$$



**Fig. 5.** Graph of the dependence of the gross power correction factor  $k_{LS+}$  on the parameter  $d$  with applied experimental points

Substituting the obtained values in (23) finally gives the theoretical functional dependence of the apparent power correction factor on the parameter  $d$ :

$$k_{LS+}(d) = \frac{3^2}{\frac{11}{6d} \times \left( 6 - \frac{1}{2 + 1/3d} \right) d} = \frac{9/11}{1 - \frac{1}{12 + 2/d}}$$

The graph of this dependence is presented in Fig. 5 by solid blue line. For a given model of a power supply system with a symmetrical sinusoidal voltages and different values of transmission line resistances, a symmetrical sinusoidal active current according to (17)

$$\mathbf{i}_{A+}(t) = \frac{P}{\mathbf{u}_+ \circ \mathbf{u}_+} \mathbf{u}_+(t) = \frac{P}{3U^2} \left\| \begin{matrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{matrix} \right\|.$$

The experimental values of the loss rates  $P_{LS+}$ , created by this current in the transmission line

depending on the parameter  $d$  are summarized in Table 2. Using them, according to (17), discrete experimental values of the correction coefficients  $k_{LS+}$ , located in the last column of Table 2 were calculated and plotted on the graph (Fig. 5) with orange dots.

And in this case, we state the complete coincidence of theoretical and experimental data. The action of symmetrical active filtration (after 0.2 s in Fig. 3) completely equalizes the amplitudes of the consumed currents, slightly inferior to energy-efficient active filtering in terms of the power of losses in the transmission line. For the one presented in Fig. 3 cases  $d = 2$  experimental data of power losses in Table 2 are  $P_{LS}^{MIN} = 17.267$  W and  $P_{LS} = 19.477$  W corresponding to the experimental correction factor  $k_{LS+}^E = 0.888$ , the theoretical value of this coefficient

$$k_{LS+}^T = \frac{9/11}{1 - \frac{1}{12 + 2/2}} = \frac{9 \times 13}{11 \times 12} = 0,886$$

corresponds to an error of 0.2%.

### Conclusions.

1. It is shown that the known formulas of apparent power for multiphase power transmission systems with different transmission line resistances, based on the FBD method, are fully equivalent to the proposed definition of apparent power in the form of the geometric average value of the power losses on the transmission line supports from currents and voltages at the points of common coupling. The advantages of the proposed definition are the reduced coordinate basis, the absence of the problem of organizing the artificial grounding point, the possibility of verifying the formula of the apparent power by measuring the corresponding power losses and its modification under conditions of additional restrictions on the consumed currents.

2. Formulas for the active current of multiphase power system with different transmission line resistances are obtained, which determine energy-efficient active filtration strategies in a reduced coordinate basis with the achievement of a unit power factor value.

3. A virtual experiment has developed and verified an active filtration strategy to improve the quality of electrical energy at the points of common coupling. This strategy ensures the minimum power loss of a multiphase power transmission system with different transmission line resistances at symmetrical sinusoidal consumed currents.

4. The corrective coefficient for the formulas of apparent power and power loss gain in the presence of restrictions on the consumed currents was determined and verified by a virtual experiment. Its value can be used to predict the maximum load of the network in compliance with the existing requirements for the quality of electrical energy at the points of common coupling.

1. Adrian A. Adăscălitei, Alexander E. Emanuel. Evolution of the Electric Power Compensation Definitions. *Annals of the University of Craiova, Electrical Engineering series*. 2015. No 39. Pp. 206–211.

2. Jacques L. Willems, Jozef A. Ghijselen. The Relation between the Generalized Apparent Power and the Voltage Reference. *L'Energia Elettrica*. 2004. Vol. 81. Pp. 37–45.

3. Jeon S.J. Definitions of Apparent Power and Power Factor in a Power System Having Transmission Lines With Unequal Resistances. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2005. Vol. 20. No 3. Pp. 1806–1811. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2005.848658>.

4. Czarnecki L.S. Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental of Power Theory. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2008. Vol. 84. No 6. Pp. 28–37.

5. Cristaldi L., Ferrero A., Superti Furga G. Power and Current Decompositions into Time- and Frequency-Domain Components: Analysis and Comparison. *ETEP*. September/October 1994. Vol. 4. No 5. Pp 359–367. DOI: <https://doi.org/10.1002/etep.4450040507>.

6. Calamaro N., Beck Y., Shmilovitz D. A review and insights on Poynting vector theory and periodic averaged electric energy transport theories. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2015. Vol. 42. Pp. 1279–1289. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2014.10.065>.

7. Seong-Jeub Jeon. Representation of Apparent Power of Non-sinusoidal Multi-line Power System Using Geometric Algebra. *Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers*. 2009. Vol. 58. No10. Pp. 2064–2070.

8. Zhemerov G., Ilina N., Tugay D. The theorem of minimum energy losses in three-phase four-wire energy supply system. IEEE 2nd International Conference on *Intelligent Energy and Power Systems (IEPS)*, Kyiv, Ukraine, June 7-11, 2016. Pp. 1–3. DOI: <https://doi.org/10.1109/IEPS.2016.7521889>.

9. Canturk S., Balci M.E., Hocaoglu M.H. On the Definition of Apparent Power. *Electrical Power Quality and Utilisation. Electrical Power Quality and Utilisation*. 2015. Vol. 18. No 2. Pp. 1–9.

10. IEEE Std. 1459-2010 Definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal non-sinusoidal, balanced or unbalanced conditions. 2010. DOI: <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.2010.5439063>.

11. Majordomo J.G., Usaola J. Apparent Power and Power Factor Definitions for Polyphase Non-Linear Loads when Supply Conductors Present Different Resistances. *European Trans. on Electrical Power*. 1993. Vol. 3. No 6. Pp. 415–420. DOI: <https://doi.org/10.1002/etep.4450030604>.
12. Depenbrock M. The FBD-method, a generally applicable tool for analyzing power relations. *IEEE Trans. On Power Systems*. May 1993. Vol. 8. No 2. Pp. 381–387. DOI: <https://doi.org/10.1109/59.260849>.
13. Artemenko M.Y. Apparent power of a three-phase power supply system in a non-sinusoidal mode and energy efficiency of shunt active filtration facilities. *Electronics and communications*. 2014. No 6. Pp. 38–47. DOI: <https://doi.org/10.20535/2312-1807.2014.19.6.112910>.
14. Artemenko M.Yu., Mykhalskyi V.M., Polishchuk S.Y. Determination of the apparent power of three-phase power supply systems as a theoretical basis for the construction of energy-efficient means of shunt active filtration. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 2. Pp. 25–34. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.02.025>. (Ukr)
15. Artemenko M.Yu., Polishchuk S.Y., Mykhalskyi V.M., Shapoval I.A. Apparent Power Decompositions of Three-Phase Power Supply System to Develop Control Algorithms of Shunt Active Filter. Proceedings of the IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Kyiv, Ukraine, May 29–June 2, 2017. Pp. 495–499. DOI: <https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100537>.
16. Artemenko M., Batrak L., Polishchuk S. New definition formulas for apparent power and active current of three-phase power system. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2019. No 95(8). Pp. 81–85. DOI: <https://doi.org/10.15199/48.2019.08.20>.
17. Artemenko M.Yu., Kutafin Yu.V., Mykhalskyi V.M., Polishchuk S.Y., Chopyk V.V., Shapoval I.A. Energy-efficient strategies of power active filtration based on optimal decompositions of load currents and corresponding loss capacities. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2020. No 3. Pp. 30–35. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2020.03.030>. (Ukr)
18. Artemenko M.Yu., Mykhalskyi V.M., Shapoval I.A. The theory of active filtration of multiphase power supply systems, aimed at minimizing the power loss in the transmission line. Kyiv: Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2021. 235 p. (Ukr)
19. Artemenko M.Yu., Chopyk V.V., Mykhalskyi V.M., Polishchuk S.Y., Shapoval I.A. Apparent Power and Energy Characteristics of a Multiphase Power Supply System. Proceedings of the IEEE 5th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES), Kremenchuk, Ukraine, September 27-30, 2023. Pp. 1-4. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES61502.2023.10402496>.
20. Fryze S. Moc czynna, bierna i pozorna układu 3–fazowego o odkształconych przebiegach napięć fazowych i prądów przewodowych. *Wybrane zagadnienia teoretycznych podstaw elektrotechniki*. 1966. Pp. 250–256.
21. Malengret M., Gaunt C.T. Active Currents, Power Factor, and Apparent Power for Practical Power Delivery Systems. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 133095–133113. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3010638>.
22. Rodríguez P., Teodorescu R., Candela I., Timbus A.V., Liserre M., Blaabjerg F. New Positive-sequence Voltage Detector for Grid Synchronization of Power Converters under Faulty Grid Conditions. 37th IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC'06), Jeju, Korea (South), 18-22 June 2006. Pp. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1109/pesc.2006.1712059>.

УДК 621.314

## УЗАГАЛЬНЕНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ПОВНОЇ ПОТУЖНОСТІ ТА ЕНЕРГОЕФЕКТИВНІ СТРАТЕГІЇ АКТИВНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ В СКОРОЧЕНОМУ КООРДИНАТНОМУ БАЗИСІ БАГАТОФАЗНОЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ

**М.Ю. Артеменко**<sup>1</sup>, докт. техн. наук, **Ю.В. Кутафін**<sup>1</sup>, докт. філос., **В.В. Чопик**<sup>2</sup>, канд. техн. наук, **В.М. Михальський**<sup>2</sup>, докт. техн. наук, **І.А. Шаповал**<sup>2</sup>, докт. техн. наук, **С.Й. Поліщук**<sup>2</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup> НТУ України «КПІ ім. І. Сікорського»,

пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна.

<sup>2</sup> Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

E-mail: [mikhalsky@ied.org.ua](mailto:mikhalsky@ied.org.ua).

У роботі обґрунтовано еквівалентність визначення повної потужності багатofазної системи електроживлення з різними опорами лінії передачі за методом Фриза-Бухгольца-Деппенброка та в скороченому координатному базисі. Запропоновано дві енергоефективні стратегії керування паралельною активною фільтрацією у скороченому координатному базисі. Перша стратегія забезпечує одичинне значення коефіцієнта потужності, а друга – мінімізує потужність втрат в лінії передачі під час дотримання симетрії та квазісинусоїдної форми споживаних струмів. Перевагами використання скороченого координатного базису є зменшення кількості датчиків і ключових регуляторів активних фільтрів, а також відсутність проблеми організації точки штучного заземлення для вимірювання напруг. Визначено та верифіковано коригувальний коефіцієнт для формул повної потужності та коефіцієнта потужності за наявності обмежень на симетричну та синусоїдну форму споживаних струмів. Бібл. 22, рис. 5, табл. 2.

**Ключові слова:** повна потужність, коефіцієнт потужності, мінімізація втрат потужності, стратегія керування активним фільтром, скорочений координатний базис.

Надійшла 09.05.2024

Остаточний варіант 12.09.2024

## СИНХРОННИЙ ВИПРЯМЛЯЧ В ІМПУЛЬСНОМУ СТАБІЛІЗАТОРІ ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ НА ОСНОВІ ВИСОКОЧАСТОТНИХ МАГНІТНИХ ПІДСИЛЮВАЧІВ

В.І. Яськів<sup>1\*</sup>, докт. техн. наук, О.М. Юрченко<sup>2\*\*</sup>, докт. техн. наук, А.В. Яськів<sup>3\*\*\*</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup> Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя,

вул. Руська, 56, Тернопіль, 46001, Україна,

e-mail: [yaskiv@yahoo.com](mailto:yaskiv@yahoo.com).

<sup>2</sup> Інститут електродинаміки НАН України,

просп. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна,

e-mail: [yuon@ied.org.ua](mailto:yuon@ied.org.ua).

<sup>3</sup> Економічний університет у Вроцлаві,

вул. Командорська, 118/120, Вроцлав, 53-345, Польща,

e-mail: [anna.vaskiv@ue.wroc.pl](mailto:anna.vaskiv@ue.wroc.pl).

*Сформульовано вимоги до напівпровідникових перетворювачів електроенергії з високим рівнем струму навантаження. Проведено огляд джерел за проблемою отримання максимального ККД в стабілізаторах постійної напруги з використанням синхронних випрямлячів на основі сучасних польових транзисторів. Описано запропоновані методи синхронного випрямлення в імпульсному стабілізаторі постійної напруги на основі високочастотних магнітних підсилювачів, які базуються на використанні уже наявних в перетворювачі сигналів та відсутності будь-яких додаткових елементів чи спеціалізованих драйверів в їхній схемотехніці. Описано принцип їхньої роботи, наведено теоретичні осцилограми, які підтверджено експериментально. Приведено результати експериментального дослідження ефективності таких перетворювачів. Зокрема, запропоновано метод синхронного випрямлення в імпульсному стабілізаторі постійної напруги на основі високочастотних магнітних підсилювачів з вихідною потужністю на рівні 300-400 Вт під час живлення його від джерела постійної напруги 310 В (еквівалент мережі промислової частоти) дало можливість отримати ККД на рівні 95 %. Бібл. 21, рис. 9.*

**Ключові слова:** синхронний випрямляч, польовий транзистор, імпульсний стабілізатор постійної напруги, високочастотний магнітний підсилювач, дросель насичення, ефективність.

**Вступ.** Сучасні спеціалізовані комп'ютерні системи часто потребують джерел електроживлення з високим рівнем струму навантаження за низьковольтного виходу, який може бути рівним десяткам, а іноді й сотням ампер [1]. При цьому визначальною характеристикою такого перетворювача є його ефективність. Відомо, що основними втратами в сучасних високочастотних перетворювачах напруги є втрати на діодах [2] вихідного високочастотного випрямляча. За високого рівня струму навантаження вони є особливо відчутними та суттєво знижують не тільки ефективність перетворювача, а й погіршують його масо-габаритні показники, рівень надійності, рівень електромагнітних завад, якість вихідних напруг, його динамічні характеристики. Так звані діоди Шотки, які можуть бути використані в ролі випрямних діодів вихідного високочастотного випрямляча, дещо знижують рівень втрат в ньому за рахунок меншого значення прямого падіння напруги [3]. Однак це рішення не може бути задовільним за високого рівня струму навантаження.

Крім того, високочастотні перетворювачі електроенергії з високим рівнем струму навантаження повинні відповідати наступним вимогам [4]: 100% діапазон зміни струму навантаження; висока якість вихідних напруг; низький рівень електромагнітних завад; високий рівень питомої потужності; широкий діапазон зміни вхідної напруги; висока надійність; низька вартість.

З появою високочастотних MOSFET розробляється нова топологія випрямлячів: синхронний випрямляч. Специфіка його полягає у використанні MOSFET замість випрямного діода, який керується функцією напруги високочастотного силового трансформатора вторинної обмотки (синхронно з цією напругою) [5–8]. Однак особливості роботи MOSFET у ключовому режимі, а саме – протікання струму в ньому можливе після повного його відкриття і його припинення

---

© Яськів В.І., Юрченко О.М., Яськів А.В., 2025

ORCID: \*<https://orcid.org/0000-0003-0043-3909>; \*\*<https://orcid.org/0000-0002-2107-2308>;

\*\*\*<https://orcid.org/0000-0003-1806-1322>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

починається після подачі сигналу на закривання, причому цей процес не може бути керованим. Використання MOSFET синхронних випрямлячів в двотактних схемах приводить до появи наскрізних струмів короткого замикання, що поєрбує вирішення цієї проблеми. З цією метою розробляються відповідні схеми керування, а також спеціалізовані драйвери. Роботи [9–13] описують цифрові рішення для управління синхронним випрямлячем. В результаті це суттєво ускладнює схемотехніку перетворювачів. В роботах [14, 15] запропоновано методи синхронного випрямлення в перетворювачах на основі високочастотних магнітних підсилювачів, які не вимагають спеціалізованих схем керування ними.

**Метою роботи** є розроблення та дослідження методу синхронного випрямлення та методу реалізації вихідного фільтра у високочастотних перетворювачах постійної напруги задля отримання максимально можливого коефіцієнта корисної дії та забезпечення високого рівня струму навантаження за мінімальних фінансових затратах.

**Методологія досліджень.** В основу покладено наступні положення:

- забезпечення максимально можливої ефективності вихідного високочастотного випрямляча перетворювача, що в кінцевому результаті призведе до підвищення ККД перетворювача в цілому;
- відсутність будь-яких додаткових схем керування, демпфуючих ланок чи інших елементів в схемотехніці перетворювача;
- максимальне використання вже наявних сигналів в перетворювачі від елементів, які визначають принцип його роботи;
- забезпечення функціонування в 100% діапазоні зміни струму навантаження;
- мінімальні фінансові затрати на досягнення поставленої мети.

Вищезначений перелік вимог запропоновано реалізувати за рахунок поєднання двох відомих топологій – імпульсного стабілізатора постійної напруги на основі високочастотних магнітних підсилювачів (ІСПН на ВМП) [16–19] та синхронного випрямляча в класичному його виконанні [5, 6]. Кожна з них сама по собі не здатна забезпечити максимум функції ефективності: в першому випадку через використання випрямних діодів з властивими їм недоліками, в другому – через неможливість реалізації в двотактних схемах, обумовлену появою наскрізних струмів.

Задача є актуальною під час побудови напівпровідникових перетворювачів електроенергії, до яких висуваються вимоги забезпечення високого коефіцієнта корисної дії.

**Метод синхронного випрямлення в ІСПН на ВМП.** Пропонується метод синхронного випрямлення в ІСПН, суть якого полягає в поєднанні класичного синхронного випрямляча та ІСПН на ВМП [14], що дає змогу забезпечити високий коефіцієнт корисної дії за рахунок уникнення наскрізних струмів в двотактній схемі випрямлення, яке обумовлене фундаментальною властивістю ІСПН на ВМП: на початку кожного робочого півперіоду струм в силовому колі з'являється тільки після досягнення дроселем насичення ВМП стану його насичення (із принципу роботи ВМП [16–19]). Функціональна схема ІСПН на ВМП з синхронним випрямленням, наведена на рис. 1, містить нерегульований високочастотний транзисторний інвертор напруги 1 з силовим високочастотним трансформатором, двотактний випрямляч з середньою точкою, керовані дроселі насичення, вихідний фільтр, навантаження, схему керування (один-два малопотужні транзистори, що працюють в лінійному режимі і реалізують функції: порівняння вихідної напруги з опорною і виділення похибки сигналу розузгодження та підсилювача постійного струму),

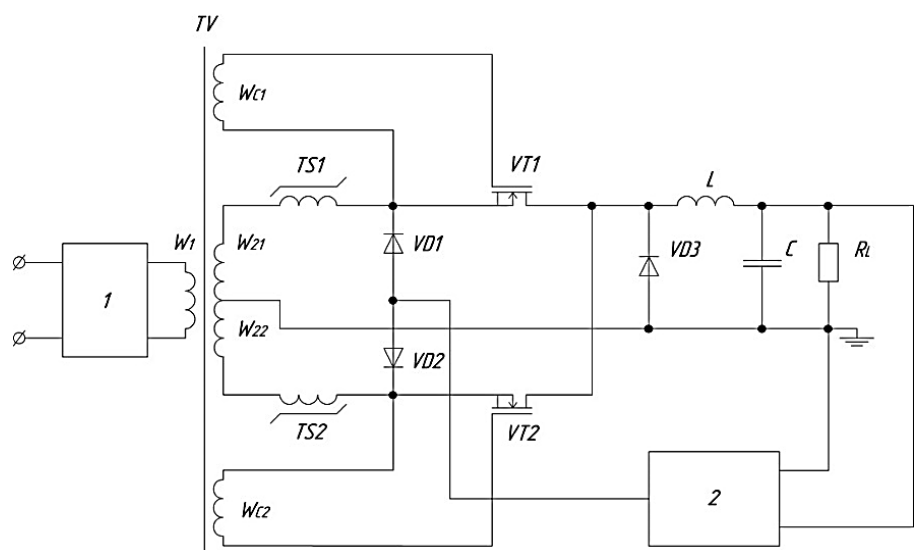


Рис. 1

розмагнічуючі діоди, причому двотактний випрямляч з середньою точкою реалізований на польових транзисторах з керуванням їх синхронно від відповідних вторинних обмоток силового високочастотного трансформатора інвертора.

Стабілізатор постійної напруги працює наступним чином. У півперіод керування до обмотки керованого дроселя насичення  $TS1$  прикладена від'ємна напруга. У цей проміжок часу польовий транзистор  $VT1$  випрямляча знаходиться у непровідному стані (від'ємна напруга вторинної обмотки  $W_{c1}$  прикладена до його затвора), розмагнічуючий діод  $VD1$  відкритий. Створюється коло для протікання струму через схему керування 2, розмагнічуючий діод  $VD1$ , керований дросель насичення  $TS1$ , вторинну півобмотку  $W_{21}$  силового високочастотного трансформатора  $TV$ . Під дією цього струму (функція сигналу похибки розузгодження вихідної постійної напруги стабілізатора з напругою уставки схеми керування 2 і зміни напруги на вторинній пів обмотці  $W_{21}$  силового високочастотного трансформатора  $TV$  – зміни напруги первинної мережі) відбувається розмагнічення матеріалу магнітопроводу керованого дроселя насичення від рівня індукції насичення  $B_s$  до якогось рівня індукції  $B_1$ . Глибина розмагнічення регулюється дією цього стабілізуючого від'ємного зворотного зв'язку. У разі зміни полярності вхідної напруги перемагнічування керованого дроселя насичення  $TS1$  почнеться із запам'ятованого рівня індукції  $B_1$ . Коли для керованого дроселя насичення  $TS1$  має місце півперіод керування, для керованого дроселя насичення  $TS2$  має місце інший режим – робочий півперіод. В цей проміжок часу польовий транзистор  $VT2$  знаходиться у провідному стані (додатна напруга вторинної пів обмотки  $W_{c2}$  прикладена до його затвора), розмагнічуючий діод  $VD2$  закритий. Створюється коло для протікання струму через пів обмотку  $W_{22}$  силового високочастотного трансформатора  $TV$ , обмотку дроселя насичення  $TS2$ , польовий транзистор  $VT2$ , дросель  $L$  вихідного фільтра, конденсатор  $C$  та навантаження  $R_L$ . Робочий півперіод складається з двох етапів. На першому етапі відбувається перемагнічування дроселя насичення  $TS2$  від якогось запам'ятованого значення індукції  $B_2$  до індукції насичення  $B_s$ . Час цього перемагнічування є значно менший, ніж час розмагнічування у півперіод керування за рахунок відсутності обмеження швидкості перемагнічування (опір навантаження на порядки менший за опір кола керування). Тому насичення дроселя досягається в межах півперіоду частоти вхідної змінної високочастотної напруги. В цей час створюється коло для протікання струму через дросель  $L$  вихідного фільтра, навантаження  $R_L$  і зворотний діод  $VD3$ , а також здійснюється розряд конденсатора  $C$  вихідного  $LCD$ -фільтра на навантаження  $R_L$ . Після досягнення насичення керований дросель  $TS2$  має практично нульовий опір, і струм в колі визначається опором навантаження (другий етап). Змінюючи глибину розмагнічення керованих дроселів насичення  $TS1$ ,  $TS2$  від  $+B_s$  до  $-B_s$  у пів період керування, отримуємо широтно-імпульсну модуляцію в межах півперіоду високої частоти комутації в робочий півперіод. Так забезпечується стабілізація вихідної постійної напруги у разі зміни струму навантаження в усьому його діапазоні. При цьому забезпечується значно нижчий рівень втрат у вихідному випрямлячі за рахунок суттєво меншого опору каналів у відкритому стані польових транзисторів  $VT1$ ,  $VT2$  у порівнянні з втратами на діодах у разі їхнього використання у вихідному випрямлячі, обумовлених як прямим спадом напруги, так і часто незадовільними їхніми частотними характеристиками. Зменшення внутрішнього опору стабілізатора вирішує задачу отримання вищого рівня струму навантаження за високого коефіцієнта корисної дії за умови узгодженості режимів роботи всіх елементів схеми.

Таким чином, в запропонованому стабілізаторі постійної напруги досягнуто забезпечення високого рівня коефіцієнта корисної дії за рахунок того, що у двотактному випрямлячі з середньою точкою використано польові транзистори, які керуються синхронно від відповідних вторинних обмоток силового високочастотного трансформатора. А поява наскрізних струмів в двотактній схемі є неможливою завдяки принципу роботи ІСПН на ВМП – силовий струм в робочий півперіод ВМП в кожному плечі двотактної схеми появляється після досягнення насичення матеріалу осердя ВМП. Тобто завжди перекомутація в двотактній схемі відбувається за відсутності струму навантаження в силовому колі. Саме це дало змогу безпосередньо використовувати синхронні випрямлячі (без введення будь-яких додаткових елементів чи схем керування ними) в ІСПН на ВМП і створило передумови для побудови НПЕ з високим рівнем струму навантаження (десятки – сотні ампер) за високого коефіцієнта корисної дії перетворювача в цілому з мінімальними фінансовими затратами. Крім того, запропонований метод реалізації ІСПН на ВМП з синхронним випрямленням забезпечує 100% діапазон зміни струму навантаження під час дії всіх збудовуючи факторів.

**Метод реалізації вихідного LCD-фільтра в ІСПН на ВМП.** У разі побудови НПЕ з високим рівнем струму навантаження (особливо за низьковольтного виходу) основні втрати зосереджені у вихідній частині перетворювача. В попередньому параграфі запропоновано метод синхронного випрямлення в ІСПН на ВМП, який дав змогу мінімізувати втрати у вихідному випрямлячі перетворювача. Однак, з точки зору комплексності системи, рівнонадійності, рівнозначності елементів, мінімізації втрат в інших елементах залишається невирішеною проблема мінімізації втрат у вихідному фільтрі (втрати на зворотному діоді). Струм через зворотній діод може сягати до 30% струму навантаження. Тобто втрати на ньому є відчутними і суттєво впливають на загальний ККД перетворювача. Тому актуальною є задача мінімізації цих втрат.

На рис. 2 показано функціональну схему ІСПН на ВМП з синхронним випрямленням та польовим транзистором у вихідному фільтрі (замість зворотного діода), що керується безпосередньо

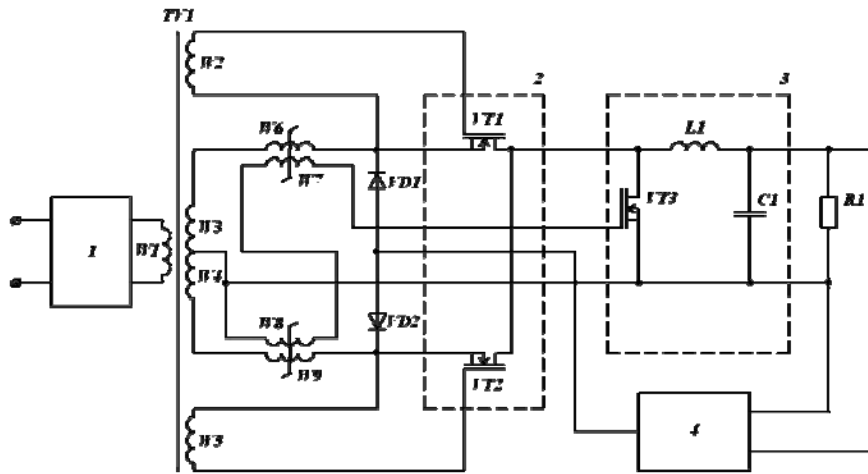


Рис. 2

напрягами дроселів насичення ВМП [15]. Він містить нерегульований високочастотний транзисторний інвертор напруги з силовим трансформатором, двотактний випрямляч з середньою точкою, оснащений польовими транзисторами з можливістю їхнього керування синхронно від відповідних вторинних обмоток силового високочастотного трансформатора, керовані дроселі насичення, вихідний фільтр, навантаження, схему керування, розмагнічуючі діоди, причому вихідний фільтр оснащений польовим транзи-

стором (замість зворотного діода) з можливістю керування від додатково встановлених відповідних обмоток керованих дроселів насичення.

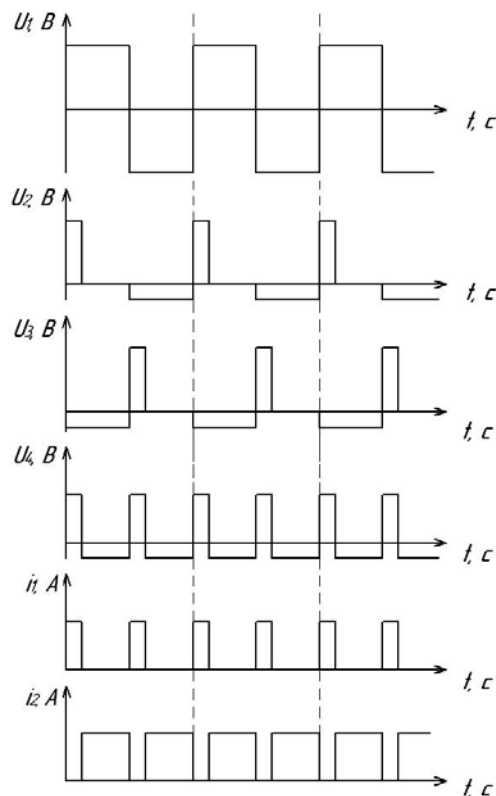


Рис. 3

На рис. 3 показано теоретичні форми напруг і струмів в ІСПН на ВМП із синхронним випрямленням та із MOSFET замість зворотного діода у вихідному LCD-фільтрі, що ілюструють принцип роботи схеми [15, 20]:  $U_1$  – напруга на вторинній обмотці високочастотного силового трансформатора;  $U_2$  –  $dB/dt$  (напруга) в осерді  $TS1$  ВМП;  $U_3$  –  $dB/dt$  (напруга) в осерді  $TS2$  ВМП;  $U_4$  – напруга на затворі транзистора  $VT3$ ;  $i_1$  – струм через транзистор  $VT3$ ;  $i_2$  – струм навантаження.

При цьому забезпечується зменшення втрат на вихідному фільтрі за рахунок суттєво меншого опору каналу польового транзистора у відкритому стані у порівнянні з втратами на зворотному діоді, обумовленими як прямим спадом напруги, так і часто незадовільними частотними характеристиками діода. Зменшення внутрішнього опору стабілізатора вирішує задачу отримання високого рівня струму навантаження за вищого коефіцієнта корисної дії за умови узгодженості режимів роботи всіх елементів схеми.

Таким чином, у запропонованому стабілізаторі постійної напруги досягнуто забезпечення високого рівня коефіцієнта корисної дії за рахунок того, що у вихідному фільтрі використано польовий транзистор, який керується напругами додатково встановлених відповідних обмоток



керуваних дроселів насичення без введення будь-яких додаткових елементів чи схем керування (драйверів).

**Експериментальне дослідження ІСПН на ВМП із запропонованими методами.** На наступних рисунках наведено експериментально зняті осцилограми в ІСПН на ВМП на вихідні параметри 24 В, 15 А з робочою частотою 50 кГц, в якому реалізовано запропоновані методи. Вони встановлюють повну відповідність теоретичним осцилограммам, наведеним на рис. 3 [20]. На рис. 4 показано осцилограми напруги на вторинній обмотці високочастотного силового трансформатора (напруга  $U_1$  на рис. 3) та напруги обмотки затвора транзистора  $VT1$  за струму навантаження  $I_L=12$  А; на рис. 5 – осцилограми напруги на вторинній обмотці високочастотного силового трансформатора (напруга  $U_1$  на рис. 3) і пульсації вихідної напруги за вихідної потужності 300 Вт. На рис. 6 наведено осцилограми напруги на дроселі насичення ВМП (напруга  $U_2$  або  $U_3$  на рис. 3) і напруги на затворі транзистора  $VT3$  (напруга  $U_4$  на рис. 3) за струму навантаження  $I_L=12$  А. Осцилограми напруги на дроселі насичення ВМП (напруга  $U_2$  або  $U_3$  на рис. 3) і струму через MOSFET  $VT3$  (струм  $i_1$  на рис. 3) у вихідному фільтрі за струму навантаження  $I_L=12$  А показано на рис. 7.

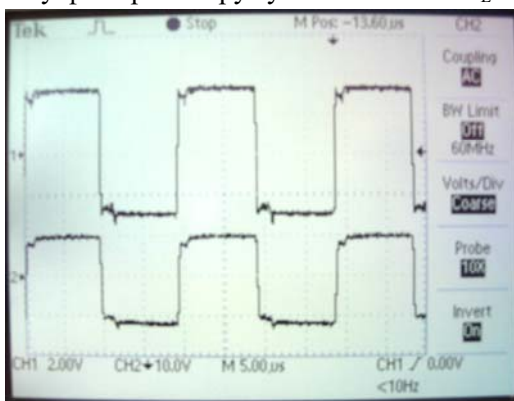


Рис. 4

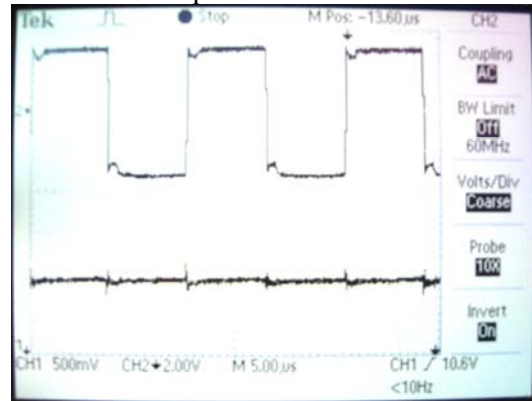


Рис. 5

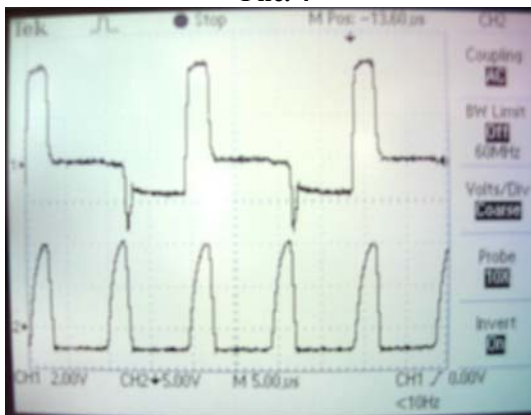


Рис. 6

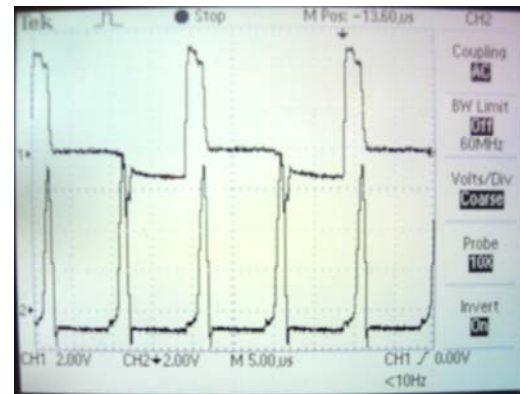


Рис. 7

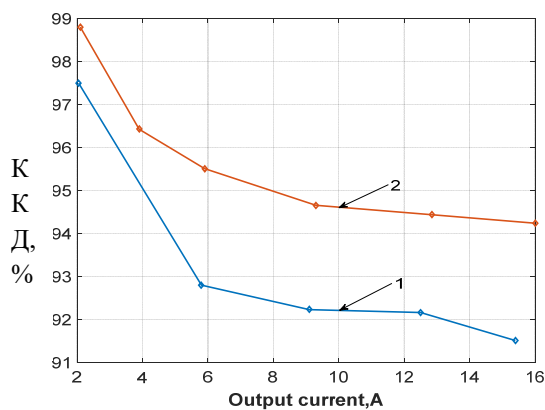


Рис. 8

Струм навантаження, А

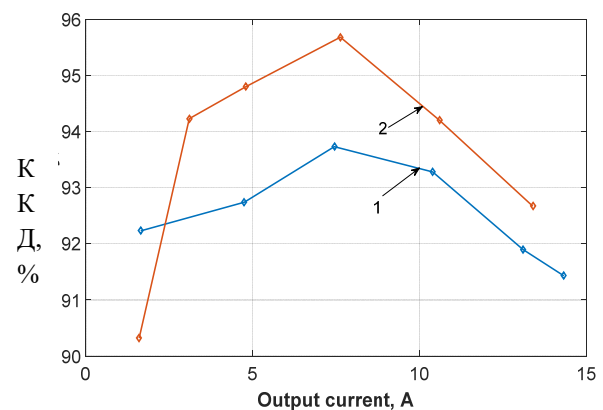


Рис. 9

Струм навантаження, А

Рис. 8 – ККД перетворювача на ВМП з розірваним зворотнім зв'язком за вихідною напругою: 1 – з випрямними діодами MBR30100, 2 – з синхронним випрямлячем на основі IRFB4310 [21]. Рис. 9 – ККД стабілізованого перетворювача на ВМП: 1 – з випрямними діодами MBR30100, 2 – з синхронним випрямлячем на основі IRFB4310 [21]. Під час вимірювання ККД перетворювача враховано втрати в нерегульованому транзисторному інверторі з напівмостовою топологією у разі живлення його від джерела постійної напруги 310 В (еквівалент мережі промислової частоти), схеми його керування, в силовому високочастотному трансформаторі та у вихідному ІСПН на ВМП, в якому реалізовані запропоновано методи синхронного випрямлення.

**Висновки.** 1. Вперше запропоновано та досліджено метод побудови ІСПН на ВМП з синхронним випрямленням, в якому, на відміну від існуючих, керування польовими транзисторами випрямляча здійснюється безпосередньо напругами додаткових обмоток високочастотного силового трансформатора інвертора без введення будь-яких додаткових елементів чи схем керування ними (драйверів). Поява наскрізних струмів в двотактній схемі випрямлення в ІСПН на ВМП є неможливою завдяки принципу роботи ВМП – силовий струм в робочий півперіод ВМП в кожному плечі двотактної схеми з'являється після досягнення насичення матеріалу осердя ВМП. Тобто завжди перекомутація в двотактній схемі відбувається за відсутності струму навантаження в силовому колі. Саме це дало змогу безпосереднього використання синхронних випрямлячів в ІСПН на ВМП.

2. Вперше запропоновано та досліджено метод реалізації вихідного LCD-фільтра в ІСПН на ВМП, в якому керування польовим транзистором, що використовується замість зворотного діода, здійснюється безпосередньо уже наявними напругами на дроселях насичення ВМП, без введення будь-яких додаткових елементів чи схем керування (драйверів) ним, що забезпечує вищу ефективність та надійність перетворювача.

3. Для перетворювача на вихідні параметри 24 В, 15 А під час живлення його від джерела постійної напруги 310 В (еквівалент мережі промислової частоти) ефективність його в діапазоні зміни струму навантаження від 3А до 11А знаходиться в межах 94 -95,7 %.

4. Високий рівень ККД забезпечується за низької собівартості перетворювача. Так вартість дослідного зразка на вихідну потужність до 400 Вт на робочій частоті 50 кГц, реалізованого за структурою: високочастотний нерегульований транзисторний перетворювач напруги (інвертор) і ІСПН на ВМП у вторинному колі, становить менше 20 \$, що співмірно з вартістю одного силового приладу по GaN-технології.

1. Liang S.A. Low cost and high efficiency PC power supply design to meet 80 plus requirement. IEEE International Conference on *Industrial Technology* (ICIT), Chengdu, China, 21-24 April 2008. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIT.2008.4608395>.
2. Yaskiv V. The New Methods of Switch Mode Power Supply Designing for Computer Facilities. Proc. of the International Workshop on *Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2001)*, Resort Center FOROS, Foros, Crimea, Ukraine, July 1-4, 2001. Pp. 87-90. DOI: <https://doi.org/10.1109/IDAACS.2001.941986>.
3. Chen J., Zhu J., Guo Y. Calculation of Power Loss in Output Diode of a Flyback Switching DC-DC Converter. *CES/IEEE 5th International Power Electronics and Motion Control Conference*, Shanghai, China, 14-16 August 2006. Pp. 1-5. DOI: <https://doi.org/10.1109/IPEMC.2006.4778004>.
4. Sekikawa M., Funaki T., Hikiyama T. A study on power device loss of DC-DC buck converter with SiC schottky barrier diode. *The 2010 International Power Electronics Conference - ECCE ASIA*, Sapporo, Japan, 21-24 June 2010. Pp. 1941-1945. DOI: <https://doi.org/10.1109/IPEC.2010.5542086>.
5. Senanayake T., Ninomiya T. Auto-reset forward DC-DC converter with self-driven synchronous rectification. *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*. Aachen, Germany, 2004. P. 3636. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESC.2004.1355119>.
6. Hua L., Guo J., Jing X., Luo S. Design considerations for secondary side synchronous rectifier MOSFETs in phase shifted full bridge converters. *Proceedings of Twenty Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, Long Beach, CA, USA, 17-21 March 2013. Pp. 526–531. DOI: <https://doi.org/10.1109/APEC.2013.6520260>.
7. Fernandez A., Sebastian J., Hernando M.M., Villegas P., Lamar D.G. Using synchronous rectification for medium voltage applications. *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*. Aachen, Germany. 2004. P. 1487. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESC.2004.1355644>.
8. Yang B., Zhang J. Effect and Utilization of Common Source Inductance in Synchronous Rectification. *International Rectifier. Proceeding of Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC 2005). Twentieth Annual IEEE*. Austin, TX, USA, 6-10 March 2005. DOI:

- <https://doi.org/10.1109/APEC.2005.1453213>.
9. Mappu S. Control Driven Synchronous Rectifiers in Phase Shifted Full Bridge Converters. 2003. SLUA287. 10 p. URL: <https://www.ti.com/lit/an/slua287/slua287.pdf?ts=1615305868353> (accessed at 18.10.2024).
  10. Gu Y., Lu Z., Qian Z., Huang G. A novel driving scheme for synchronous rectifier suitable for modules in parallel. *IEEE Transactions on Power Electronics*. November 2005. Vol. 20. No 6. Pp. 1287-1293. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2005.857528>.
  11. Fei C., Lee F.C., Li Q. Digital implementation of adaptive synchronous rectifier (SR) driving scheme for LLC resonant converters. Proceedings of *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, Long Beach, CA, USA, 20-24 March 2016. Pp. 322-328. DOI: <https://doi.org/10.1109/APEC.2016.7467891>.
  12. Amouzandeh M.S., Mahdavihah B., Prodic A., McDonald B. Digital synchronous rectification controller for LLC resonant converters. *Proceedings of Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, Long Beach, CA, USA, 20-24 March 2016. Pp. 329-333. DOI: <https://doi.org/10.1109/APEC.2016.7467892>.
  13. Linear Technology. Synchronous rectifier driver for forward converters LTC3900. URL: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/3900fb.pdf> (accessed at 18.10.2024).
  14. Yaskiv A.V., Yaskiv V.I. DC voltage stabilizer. Patent of Ukraine № 112230, 2018. (Ukr)
  15. Yaskiv A.V., Yaskiv V.I. DC voltage stabilizer. Patent of Ukraine № 112231, 2016. (Ukr)
  16. Harada K., Nabeshima T. Applications of magnetic amplifiers to high-frequency DC-to-DC converters. *Proceedings of the IEEE*. April 1988. Vol. 76. No 4. Pp. 355-361. DOI: <https://doi.org/10.1109/5.4422>.
  17. Austrin L. On Magnetic Amplifiers in Aircraft Applications. Sweden: Royal Institute of Technology, 2007. 98 p.
  18. Wen C.C., Chen C.L., Chen W., Jiang J. Magamp post regulation for flyback converter. *IEEE 32<sup>nd</sup> Annual Power Electronic Specialists Conference*, Vancouver, BC, 17-21 June, 2001. Pp. 333–338. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESC.2001.954042>.
  19. Yaskiv V., Martseniuk A., Yaskiv A., Yurchenko O., Yavorsky B. Modular High-Frequency MagAmp DC-DC Power Converter. 9th International Conference on *Advanced Computer Information Technologies (ACIT)*, Ceske Budejovice, Czech Republic, 05-07 June 2019. Pp. 213-216. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACITT.2019.8780090>.
  20. Yaskiv V., Yaskiv A., Yurchenko O. Synchronous Rectification in High-Frequency MagAmp Power Converters. *Proceedings of International conference Advanced Computer Information Technologies (ACIT)*, Ceske Budejovice, Czech Republic, 01-03 June 2018. Pp. 128-131.
  21. Yaskiv V., Yurchenko O., Martseniuk A., Yaskiv A. Synchronous Rectifier in High-Frequency 24V/15A MagAmp Power Converter. IEEE 4th International Conference on *Intelligent Energy and Power Systems (IEPS)*. Istanbul, Turkey, 07-11 September 2020. Pp. 113–117. DOI: <https://doi.org/10.1109/IEPS51250.2020.9263190>.

## SYNCHRONOUS RECTIFIER IN DC VOLTAGE STABILIZER BASED ON HIGH-FREQUENCY MAGNETIC AMPLIFIERS

V.I. Yaskiv<sup>1</sup>, O.M. Yurchenko<sup>2</sup>, A.V. Yaskiv<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ternopil Ivan Puluj National Technical University,  
Ruska str., 56, Ternopil, 46001, Ukraine,

e-mail: [yaskiv@yahoo.com](mailto:yaskiv@yahoo.com).

<sup>2</sup>Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,  
Beresteyskiy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine,

e-mail: [yuon@ied.org.ua](mailto:yuon@ied.org.ua).

<sup>3</sup>Wroclaw University of Economics,

Komandorska st., 118/120, Wroclaw, 53-345, Poland, e-mail: [anna.yaskiv@ue.wroc.pl](mailto:anna.yaskiv@ue.wroc.pl).

*Requirements for semiconductor power converters with a high level of load current have been formulated. A review of research works addressing the problem of achieving maximum efficiency in DC voltage regulators using synchronous rectifiers based on modern field-effect transistors has been conducted. The proposed methods of synchronous rectification in pulse DC voltage stabilizers utilizing high-frequency magnetic amplifiers are described. These methods rely on the use of existing signals within the converter and eliminate the need for additional components or specialized drivers in their circuitry. The principle of operation is explained, and theoretical oscillograms are provided, which are validated by experimental data. Experimental results on the efficiency of such converters are presented. Specifically, the proposed methods of synchronous rectification in a pulse DC voltage stabilizer based on high-frequency magnetic amplifiers, with an output power of 300–400 W and input DC voltage of 310 V (equivalent to an industrial-frequency network), achieved an efficiency of 95%. References 21, figures 9.*

**Keywords:** synchronous rectifier, field-effect transistor, pulse DC voltage stabilizer, high-frequency magnetic amplifier, saturation choke, efficiency.

Надійшла 04.11.2024  
Остаточний варіант 04.12.2024

**ВПЛИВ СПЕКТРУ СТРУМУ ЖИВЛЕННЯ НА ПУЛЬСАЦІЇ ОБЕРТАЛЬНОГО МОМЕНТУ БЕЗПАЗОВОГО МОМЕНТНОГО ДВИГУНА З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ**

**І.С. Петухов\***, докт. техн. наук, **В.Г. Кіреєв\*\***, канд. техн. наук, **К.П. Акінін\*\*\***, докт. техн. наук,  
**В.А. Лавриненко**  
Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: [igor\\_petu@ukr.net](mailto:igor_petu@ukr.net).

*Досліджено обертальний момент магнітоелектричного трифазного моментного двигуна з постійними магнітами, розташованими на поверхні внутрішнього ротора. Розглянуто режим живлення синусоїдальним струмом, а також режим з інжекцією в струм вищої гармоніки. Обертальний момент обчислювався за статичною моделлю магнітного поля. Визначено, що за умов живлення синусоїдальним струмом в пульсаціях обертового моменту присутній значний внесок шостої гармоніки. Досліджено метод придушення пульсацій моменту шляхом інжекції вищих гармонік в струм живлення. Показано, що за умов амплітуди пульсації обертового моменту шостої гармоніки близько 4% інжекція в струм живлення п'ятої гармоніки з амплітудою 2% від основної гармоніки дає змогу знизити пульсації більше ніж у 10 разів. Бібл. 10, рис. 6, табл. 1.*

**Ключові слова:** моментний двигун, постійні магніти, пульсації обертового моменту, інжектування вищих гармонік.

**Вступ.** Електричні двигуни з постійними магнітами або як їх ще називають магнітоелектричні двигуни широко використовуються в різноманітних пристроях та приводних системах. Серед них можна виділити такі, в яких потрібна дуже низька, але стабільна кутова швидкість (20...30 обертів на хвилину) за умов великого номінального обертового моменту корисного навантаження. Вимога стабільної швидкості обертання викликає необхідність забезпечення постійного значення обертового моменту за будь-яких значень кута обертання. Двигуни, що призначені для таких умов роботи називаються моментними двигунами (МД) [1, 2]. Сфера застосування МД – це електроприводи систем спостереження, стеження, сканування та інших виконавчих пристроїв. Слід відзначити, що у порівнянні з редукторним приводом МД мають перевагу у точності відпрацювання вхідних сигналів завдання завдяки відсутності люфтів.

Зазвичай коливання обертового моменту зумовлені неоднорідністю магнітопроводу (зубцево-пазова структура), геометрією обмотки (зосереджена, розподілена), насиченням ділянок магнітопроводу в залежності від кута повороту ротора, спектром струму живлення. З появою магнітів на основі з'єднань неодим-залізо-бор з'явилася можливість відмовитися від зубцево-пазового шару, оскільки параметри цих магнітів дають змогу отримати у повітряному проміжку цілком прийнятні величини магнітної індукції і, зрештою, потрібні питомі величини моменту та потужності. Такі машини отримали назву безпазових. Обмотка статора в них виконується компаундовою і займає весь повітряний проміжок за винятком мінімального технологічного проміжку між статором і ротором. Хоча безпазова структура двигуна має все ж таки трохи нижчі масогабаритні показники, але з точки зору отримання менших коливань обертового моменту ця структура позбавлена неоднорідного магнітопроводу, а саме зубців, що викликають зубцеві паразитні моменти. Методам боротьби з небажаною пульсацією обертового моменту присвячено багато досліджень. Серед них з новітніх публікацій зазначимо такі: збільшення кількості фаз живлення; застосування магнітів спеціальної форми [3]; виконання двошарової обмотки [4]; "інжекція гармонік в струм живлення" для зміни його форми [2, 5–9].

© Петухов І.С., Кіреєв В.Г., Акінін К.П., Лавриненко В.А., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0003-1416-1174>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-9407-1074>;

\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-7830-2311>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

Дещо осторонь стоїть робота [10], автори якої позиціонують свій метод як "компенсація струму та регулювання індуктивних параметрів".

Значна частина робіт, присвячених впливу на форму струму живлення, показує перспективність такого підходу. У зазначених вище публікаціях [5–10] викладено результати досліджень комплексу МД – система управління. Як можна побачити, розглянуті в згаданих роботах системи відрізняються різноманітністю. Розглянуті двигуни також відрізняються за структурою і параметрами. Для розроблюваного в Інституті електродинаміки НАН України пристрою запропоновано запровадити два можливі способи корекції струму живлення [2]. Перший полягає в тому, що формується квазисинусоїдальний струм, другий – в живленні обмоток прямокутними імпульсами струму з коливаннями амплітуди на полиці імпульсу. В роботі [10] відмічено, що другий спосіб, який полягає у використанні імпульсів, близьких до прямокутних, більш складний у досягненні бажаного результату. А саме: "У розімкнутій системі подача синусоїдального струму на обмотки статора може пригнічувати пульсації обертового моменту" у досліджуваній машині "краще, ніж використання струму з імпульсами прямокутної форми, коли момент навантаження перевищує" певне значення. Треба зазначити, що хоча у роботі [10] досліджувався двигун з пазовою структурою статора, комплексний підхід до компенсації пульсації моменту та його результати заслуговують на увагу.

Тому метою даної роботи обрано дослідження можливості зменшення пульсації обертового моменту шляхом внесення у струм живлення вищих гармонічних складових. Обмежимося розглядом тільки електромагнітної задачі без прив'язки до схеми управління живленням. Цей результат дає можливість оцінити потрібну величину збурення струму та сформулювати вимоги до системи управління.

**Структура машини та математична модель.** Поперечний переріз двигуна наведено на рис. 1, а геометричні розміри – в таблиці. Оскільки частота обертання низька, було обрано структуру з внутрішнім ротором та радіальним намагнічуванням магнітів у вигляді паралелепіпедів. Задля запобігання втрат від вихрових струмів в магнітопроводі та обмотці статора будемо вважати, що статор

шихтований або виготовлений з порошкового матеріалу, а трифазна обмотка статора виконана тонкими провідниками і не має нульового проводу. Знехтуємо також вихровими струмами в постійних магнітах.

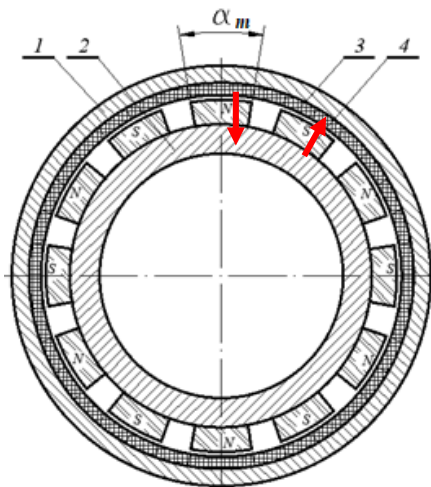


Рис. 1. Поперечний переріз МД (1 – ярмо статора, 2 – ярмо ротора, 3 – шар обмотки, 4 – магніт)

Параметр	Змінна	Величина
Зовнішній діаметр	$D_a$	88 mm
Активна довжина	$L_a$	45 mm
Висота ярма статора	$h_{ys}$	2,5 mm
Висота шару обмотки	$h_w$	2,5 mm
Технологічний повітряний проміжок	$\delta$	0,5 mm
Висота магнітів	$h_{mag}$	5,0 mm
Висота ярма ротора	$h_{yr}$	6,0 mm
Кутовий розмір магнітів (електричні градуси)	$\alpha_m$	140°

Розрахункову двовимірну область двох полюсних поділів поперечного перерізу машини з трифазною обмоткою статора наведено на рис. 2.

Задля досягнення максимального обертового моменту вектор магніторушійної сили (МРС) обмотки статора повинен випереджати вектор поля ротора на 90 електричних градусів. Априорі вважається, що кутове положення ротора (положення осі намагнічування, рис. 2) визначається системою датчиків, а бажані величини струмів та їхні фази забезпечуються системою управління.

Оскільки в розрахунковій моделі вихрові струми відсутні, граничну задачу можна вважати магнітостатичною. Магнітне поле в активному об'ємі вважалось двовимірним. Для моделювання було використано інтерфейс "Magnetic fields" програмного комплексу "COMSOL Multiphysics". В ньому магнітне поле розраховується відносно векторного магнітного потенціалу  $A=(0,0,A_z)$ , що має одну осьову складову. Вектор магнітної індукції  $B$  отримується з векторного магнітного потенціалу як

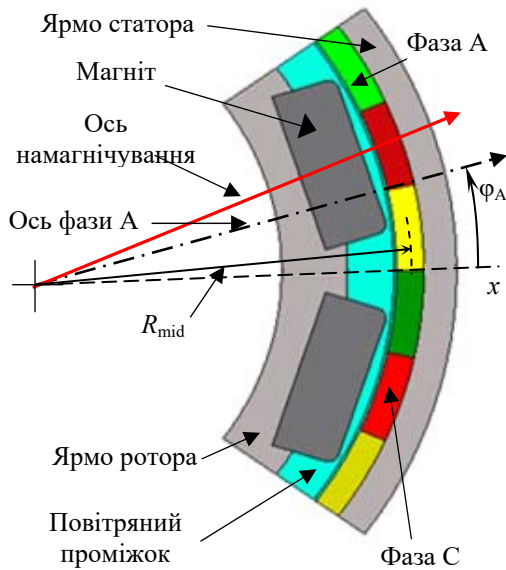


Рис. 2. Два полюсних поділа МД ( $p = 5$ )

В реальній машині магнітне поле послаблюється за наближенням до торців за рахунок розсіювання, чи, так званого, крайового ефекту. Це фізично призводить до зниження обертового моменту. Використання моделі двовимірного поля передбачає оцінку похибки, яка неминуче має місце за рахунок неврахування скінченної активної довжини машини. Оскільки часто МД має коротку активну довжину [2], оцінка цієї похибки має важливе значення. Задля спрощення розрахунку залежності обертового моменту від активної довжини машини використовувалася тривимірний область, що відображає половину активної зони, яка є симетричною (рис. 3). При цьому зроблено припущення, що моменти від струму кожної з фаз не залежать один від одного. Таке припущення не породжує суттєвої похибки, оскільки струми обмотки майже не впливають на насичення магнітопроводів у порівнянні з полем постійних магнітів. Таким чином, задля визначення впливу скінченної довжини магнітопроводу можна обчислювати обертовий момент, створюваний лише однією фазою обмотки, що відображено на рис. 3.

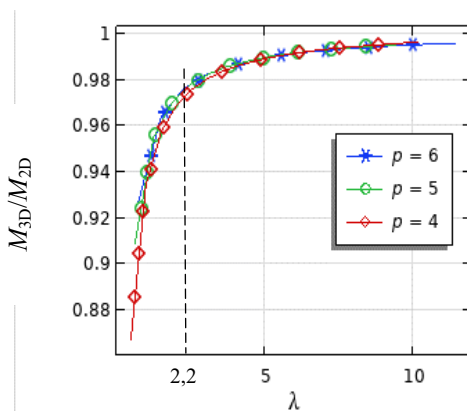


Рис. 4. Вплив крайового ефекту

Дані рис. 4 свідчать, що для заданих розмірів двигуна та його полюсності, яким відповідає значення 2,2

$$\mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1)$$

В безпазових машинах можна обчислити електромагнітний момент шляхом інтегрування виразу для вектора сили Лоренца  $F_L$  за поперечним перерізом обмотки [12]

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (2)$$

де  $\mathbf{J} = (0, 0, J_z)$  — вектор густини струму обмотки, що, як і векторний потенціал, має єдину  $z$ -компоненту. Обертовий момент  $M_{axial}$  обчислювався інтегруванням тангенціальної складової сили Лоренца  $F_{L\tau}$  за областю обмотки  $\Omega_W$

$$M_{axial} = \int_{\Omega_W} F_{L\tau} dV \quad (3)$$

Для тривимірного магнітного поля також використовувався інтерфейс "Magnetic fields" з тією різницею, що векторний потенціал, а також інші вектори поля в ньому мають всі три просторові компоненти.

**Результати та обговорення.** Результати роботи [2] свідчать, що оптимальною кількістю полюсів для розглянутої структури МД є 8 – 14 (число пар полюсів  $p = 4 - 7$ ).

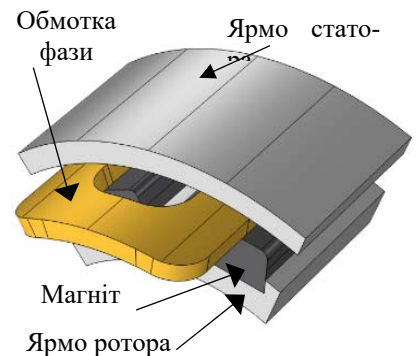


Рис. 3. Розрахункова область

Для чисельної оцінки впливу крайового ефекту в теорії електричних машин використовується безрозмірний критерій, що характеризує відносну довжину полюсного поділу

$$\lambda = L_a / \tau, \quad (4)$$

де  $\tau = \pi R_{mid} / p$  — полюсний поділ. Залежність коефіцієнту зменшення моменту із врахуванням тривимірності поля від критерію  $\lambda$  наведено на рис. 4. Майже повний збіг графіків для різних чисел пар полюсів зумовлений подібним розподілом магнітного поля збудження і універсальністю критерію  $\lambda$ . Структури з меншим числом полюсів розглядувати недоцільно, оскільки, по-перше, вони забезпечують менший максимальний обертовий момент [2], по-друге, в них частота пульсацій менша, і за однакових інерційних властивостей рухомої частини пристрою призведуть до більшої амплітуди пульсації ротора.

критерію  $\lambda$  (рис. 5), зменшення величини обертового моменту за рахунок скінченної активної довжини складає близько 3%, що свідчить про прийнятну точність двовимірного моделювання.

Формування обертового моменту відбувається від взаємодії "хвиль" магнітної індукції та МРС обмотки. За умов їхнього синусоїдального характеру обертовий момент не залежить від кута повороту ротора і є постійним. Розподіл магнітної індукції постійних магнітів не є синусоїдальним, оскільки магніт формує практично прямокутний розподіл коерцитивної сили. В малих безпазових електричних машинах технологічно дуже важко зробити розподілену обмотку, яка може створити синусоїдальний розподіл МРС. Тому в таких машинах обмотки виконуються зосередженими (рис. 1) і мають в спектрі помітний внесок вищих гармонік. Трапецієвидний розподіл МРС  $F$  однієї фази зосередженої обмотки за умови її симетричного розташування відносно початку координат визначається виразом

$$F(\alpha) = \frac{4F_{\max}}{\alpha\pi} \left( \sin\alpha + \frac{1}{9}\sin3\alpha + \frac{1}{25}\sin5\alpha + \dots \right), \quad (5)$$

де  $\alpha = \pi/6$  – половина кута фазної зони, який дорівнює  $\pi/3$ . У відповідності до (5) величина амплітуди першої гармоніки МРС становить  $1,22 F_{\max}$ , амплітуда п'ятої складає  $0,049 F_{\max}$ . Третя гармоніка хоча і присутня в кривій МРС однієї фази, але струми третьої гармоніки в трифазній обмотці без нульового проводу, як відомо, відсутні. Розподіл магнітної індукції вздовж полюсного поділу та на кількох перерізах вздовж осі обертання, а також її спектр для дванадцятиполюсної машини з геометричними даними (таблиця) та кутовим розміром магнітів  $\alpha_m 140^\circ$  наведено на рис. 5. Амплітуди спектру обчислено для осьової координати  $z$  у межах  $(0 \dots, 6) L_a$  у відсотках по відношенню до максимального значення. В спектрі магнітної індукції, як видно з рис. 5, теж

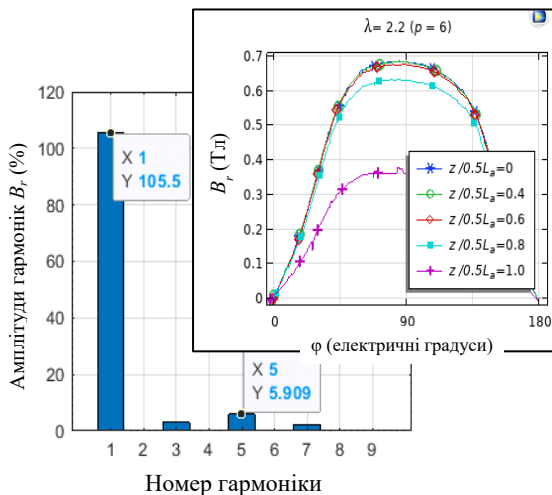


Рис. 5. Спектр магнітної індукції в повітряному проміжку

спостерігається найбільший внесок п'ятої гармоніки. Оскільки електромагнітне зусилля у безпазовій машині пропорційне добутку струму на магнітну індукцію (2) в кутовій залежності електромагнітного моменту слід очікувати появу четвертої або шостої гармонічних складових.

Для компенсації коливань моменту відповідно до мети дослідження розглянемо інжекцію п'ятої гармоніки в спектр струму. В підсумку вираз для струму фази  $A$  буде виглядати таким чином:

$$i_A = I_1 \sin(p\omega_R t + \psi_1) + I_5 \sin(5p\omega_R t + \psi_5), \quad (6)$$

де  $\omega_R$  – кутова швидкість обертання ротора;  $\psi_1, \psi_5$  – фазові кути, що забезпечують потрібний електричний кут  $90^\circ$  між "хвилею" МРС обмотки та магнітною віссю ротора (рис. 2). На рис. 6 наведено результати моделювання обертового моменту в залежності від кута обертання ротора  $\phi_R$  та відповідні спектри обертового моменту без інжекції п'ятої гармоніки струму (сині стовбці) та з інжекцією п'ятої гармоніки з амплітудою  $0,02 I_1$  (червоні стовбці) і початковою фазою

$$\psi_5 = \psi_1 + \pi / 6. \quad (7)$$

Амплітуди гармонік спектру обчислені відповідно до середньої величини моменту, яка становить  $1,64 \text{ Н}\cdot\text{м}$  (рис. 6).

Як і передбачалося, в першому випадку в коливаннях моменту присутня шоста гармонічна складова з амплітудою біля 4%. Інжекція ж у спектр струму живлення п'ятої гармоніки з амплітудою 2% від основної гармоніки зменшує пульсації обертового моменту приблизно у 13 разів. Відзначи-

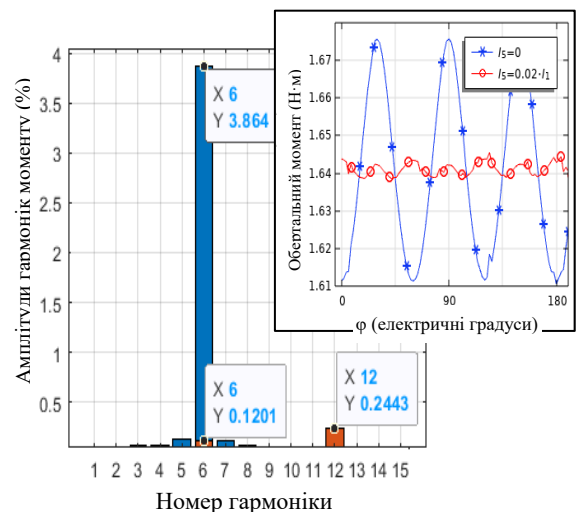


Рис. 6. Пульсації моменту та їх спектр

мо, що в цьому випадку основний внесок в пульсації робить дванадцята гармоніка, що показує обчислення спектру, наведеного на рис. 6.

**Висновки.** В безпазових трифазних моментних двигунах з обмоткою без нульового проводу, з'єднаною у «зірку», завдяки застосуванню зосередженої обмотки з'являється шоста гармоніка обертового моменту. Зниження пульсацій моменту шляхом інжекції додаткових гармонік струму є ефективним методом. Так, в багатополосній машині ( $p = 4, 5, 6$ ) з відношенням діаметру ротора до полюсного поділу не менше 2,2 інжекція в спектр синусоїдального струму п'ятої гармоніки з амплітудою лише 2% від амплітуди основної гармоніки струму дає можливість зменшити пульсації обертового моменту більше ніж у 10 разів.

*Роботу виконано за держбюджетною темою «Розробити наукові основи та принципи побудови магнітоелектричних мехатронних модулів для спеціалізованих систем автоматичного керування» («Мехатрон»), КПКВК 6541030.*

1. Sahdev S.K. Electrical Machines. Cambridge University Press, 2017. 980 p.
2. Kireyev V.G., Akinin K.P. Features of the development of slotless brushless magnetoelectric torque motors. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky NAN Ukrainy*. 2022. No 63. Pp. 31–39. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2022.63.031>.
3. Yousuf M., Khan F., Ikram J., Badar R., Bukhari S.S.H., Ro J.-S. Reduction of Torque Ripples in Multi-Stack Slotless Axial Flux Machine by Using Right Angled Trapezoidal Permanent Magnet. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 22760–22773. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3056589>.
4. Asama J., Watanabe J., Tek Kee T. Development of a Slotless Permanent Magnet Motor with Two-Layer Toroidal Winding for Minimization of Torque Ripple. IEEE International Conference on *Mechatronics (ICM)*, Kashiwa, Japan, 07-09 March 2021. Pp. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICM46511.2021.9385679>.
5. Yuan Q., Yin W. Torque Ripple Suppression of High-Speed Permanent Magnet Synchronous Motors with the Harmonic Injection. *Asia-Pacific Magnetic Recording Conference (APMRC)*, Shanghai, China, 15-17 November 2018. Pp. 1–2. DOI: <https://doi.org/10.1109/APMRC.2018.8601063>.
6. Jia C., Sun T., Yu G., Lin D., Liang J. Torque Ripple Minimization of IPMSM Drives With Current Injection Derived from Torque Error. 8th International Conference on *Power Electronics Systems and Applications (PESA)*, Hong Kong, China, 07-10 December 2020. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESA50370.2020.9344030>.
7. Honda K., Akatsu K. A 3rd Harmonic Current Control of the Open-Winding Permanent Magnet Synchronous Motor for the Torque Ripple Reduction. IEEE 4th International *Future Energy Electronics Conference (IFEEC)*, Singapore, 25-28 November 2019. Pp. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/IFEEC47410.2019.9014989>.
8. Lee G.H., Kim S.I., Hong J.P., Bahn J.H. Torque Ripple Reduction of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Using Harmonic Injected Current. *IEEE Transactions on Magnetics*. 2008. Vol. 44. No 6. Pp. 1582–1585. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2008.915776>.
9. Pham T.H., Wendling P. Current Harmonics Injection Table to Minimize Torque Ripples for Electric Powertrain Interior Permanent Magnet Motor Over Maximum Torque-Speed Curve. *IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)*, Detroit, MI, USA, 19-21 June 2019. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITEC.2019.8790540>.
10. Pei X., Zhou Y., Wang N. Torque Ripple Suppression of Building-Block Transverse Flux Permanent Magnet Motor by Current Compensation and Variable Parameter Control Based on Real-Time Inductance. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 11405–11415. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2963123>.

## INFLUENCE OF THE SUPPLY CURRENT SPECTRUM ON THE TORQUE RIPPLE OF A SLOTLESS PERMANENT MAGNET TORQUE MOTOR

I.S. Petukhov, V.G. Kireyev, K.P. Akinin, V.A. Lavrinenko

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,

Beresteiskyi Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: [igor\\_petu@ukr.net](mailto:igor_petu@ukr.net).

*The torque of a magnetoelectric three-phase torque motor with permanent magnets located on the surface of the internal rotor was studied. The mode of feeding with a sinusoidal current, as well as the mode with injection into the higher harmonic current, are considered. The torque was calculated according to the static model of the magnetic field. It was determined that under the conditions of power supply with a sinusoidal current, there is a significant contribution of the sixth harmonic in the pulsations of the torque. The method of suppressing torque pulsations by injecting higher harmonics into the supply current was studied. It is shown that under the conditions of the amplitude of the pulsations of the rotational moment of the sixth harmonic of about 4%, the injection of the fifth harmonic with an amplitude of 2% of the fundamental into the current allows the reduction the pulsations by more than 10 times. References 10, figures 6, tables 1.*

**Keywords:** torque motor, permanent magnets, torque pulsations, injection of higher harmonics.

Надійшла 08.04.2024

Остаточний варіант 24.06.2024



## ВИКОРИСТАННЯ ФІЛЬТРУ КАЛМАНА У ВЕКТОРНІЙ СИСТЕМІ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ АСИНХРОННОЮ МАШИНОЮ

О.В. Садовой\*, докт. техн. наук, О.В. Ключев\*\*, канд. техн. наук, Ю.В. Сохіна\*\*\*, канд. техн. наук  
Дніпровський державний технічний університет,  
вул. Дніпробудівська, 2, Кам'янське, 51918, Україна.

Е-mail: [sadovoyav@ukr.net](mailto:sadovoyav@ukr.net); [kluev2006@ukr.net](mailto:kluev2006@ukr.net); [jvsokhina@gmail.com](mailto:jvsokhina@gmail.com).

У роботі реактивну потужність асинхронної машини (АМ) в сталому режимі отримано як функцію трьох змінних: кутової швидкості обертання вала АМ, модуля потокозчеплення ротора та моменту статичного навантаження на валу. Коефіцієнт потужності АМ знижується в електроприводах (ЕП) промислових механізмів, у яких момент навантаження із збереженням свого напрямку дії може приймати в статистиці значення менше номінального. Тому задля забезпечення високого коефіцієнта потужності асинхронного ЕП в тривалих режимах роботи за змінного навантаження створено векторну систему керування АМ, в якій по каналу реактивної потужності регулюється величина потокозчеплення ротора в функції моменту статичного навантаження на валу. Задля ідентифікації моменту навантаження, а також кутової швидкості обертання ротора та його потокозчеплення синтезований спостерігач Калмана, який надав змогу створити векторну систему керування з одночасним керуванням швидкості обертання та коефіцієнта потужності АМ без фізичних датчиків опорного вектора потокозчеплення ротора та його кутової швидкості обертання. Доведено суттєву залежність екстремальних для реактивної потужності значень потокозчеплення ротора від моменту на валу АМ і незначну від швидкості обертання. Стійкість та висока якість керування досягнуті одночасним використанням законів релейного керування, інваріантного до координатних та параметричних збурень, та ефективності алгоритму фільтра Калмана для ідентифікації змінних стану у колі зворотного зв'язку. Таким чином у роботі теоретично обґрунтовано ідею створення бездавачевої релейно-векторної системи керування асинхронним ЕП з одночасним керуванням швидкості обертання та оптимізацією енергетичних показників АМ. Математична модель створена як програма, що написано мовою програмування середовища Matlab. Методом математичного моделювання підтверджено ефективність запропонованої системи керування асинхронним ЕП. Бібл. 12, рис. 6.

**Ключові слова:** асинхронна машина, орієнтація за вектором, цільова функція, релейний регулятор, фільтр Калмана, функціональний перетворювач, реактивна потужність.

**Вступ.** У зв'язку з бурхливим розвитком інформаційних технологій в науці та техніці останнім часом особлива увага приділяється моделюванню систем, які реалізують функцію керування складними технічними об'єктами. Такі інформаційні системи синтезовано на підставі сукупності відомих фізико-математичних описів, при цьому їхні сучасні алгоритми дають можливість вирішувати актуальні багатофакторні технічні задачі. Одним з основних напрямків застосування сучасних технологій в електромеханіці є розробка та створення систем, які підвищують енергоефективність існуючих об'єктів, або тих, що проектуються. Окремим випадком таких систем можна вважати системи векторного керування асинхронними електроприводами, синтезовані з метою мінімізації втрат потужності, споживання реактивної потужності або поліпшення інших енергетичних показників [1, 2]. Досягти цього можливо зміною модуля опорного вектора потокозчеплення у функції моменту навантаження на валу асинхронної машини (АМ). Енергетичні процеси у асинхронних ЕП оптимізуються в багатоканальних системах з незалежним керуванням швидкістю обертання і потокозчепленням АМ, що реалізується у векторних полеорієнтованих системах керування з додаванням у їхній склад контуру екстремального керування. Метою керування приймається досягнення екстремуму деякої енергетичної цільової функції і спостереження за зсувом точки екстремуму під час регулювання швидкості ЕП та дії зовнішніх координатних збурень [1, 2]. У роботі [2] реалізований контур екстремального керування за мінімумом споживання АМ реактивної потужності у складі векторної полеорієнтованої

© Садовой О.В., Ключев О.В., Сохіна Ю.В., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0001-9739-3661>; \*\* <https://orcid.org/0000-0003-4542-3317>;

\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-4329-5182>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

системи керування. Здійснено модальний синтез спостерігача моменту статичного навантаження на валу АМ, оцінка моменту статичного навантаження, необхідна для обчислення цільової функції. Ідентифікацію опорного вектора потокозчеплення ротора здійснено на основі вимірюваних фазних струмів і напруг статора АМ за відомими виразами у векторному аналізаторі. Проте задля вимірювання швидкості обертання ротора застосовувався фізичний давач. Для створення бездавачевої векторної системи керування АМ з контуром екстремального регулювання доцільно синтезувати спостерігача стану, який дає змогу одночасно ідентифікувати проекції опорного вектора потокозчеплення ротора, момент статичного навантаження та кутову швидкість обертання ротора АМ.

Задля динамічної ідентифікації змінних стану та зовнішніх впливів у різних електроприводах широко використовується алгоритм калманівської фільтрації. В електроприводі на основі синхронної машини з постійними магнітами фільтр Калмана може застосовуватися задля ідентифікації моменту навантаження на валу з метою реалізації в контурі керування швидкістю одночасно принципу керування за відхиленням швидкості обертання і принципу керування за збуренням з позитивним зворотним зв'язком за моментом навантаження. Використання зворотного зв'язку за моментом навантаження зменшує динамічну помилку керування швидкістю обертання у разі стрибкоподібних змін моменту навантаження на валу синхронної машини [3]. ПІ-регулятор швидкості обертання, інваріантний до зміни моменту інерції ЕП, можна створити шляхом розрахунку параметрів регулятора за змінного моменту інерції, обчислення яких дає змогу визначення оцінки моменту навантаження на валу ЕП за допомогою фільтра Калмана [4]. У роботі [5] досліджується вплив числових значень елементів коваріаційних матриць випадкових впливів і шуму вимірювань в алгоритмі фільтра Калмана на його стійкість та точність оцінювання моменту навантаження та інших змінних стану синхронного двигуна з постійними магнітами. У [6] порівнюється якість оцінювання пружного моменту та моменту навантаження спостерігачами Калмана та Люенбергера в асинхронному електроприводі з двомасовою механічною частиною. У роботі [7] досліджується вплив коваріаційних матриць шумів на якість ідентифікації фільтром Калмана швидкості обертання ротора і моменту навантаження на валу АМ за прямого пуску. В [8] для векторного бездавачевого керування АМ застосований спостерігач Калмана, який визначає проекції опорного вектора потокозчеплення ротора, його швидкість обертання і момент статичного навантаження на валу АМ. Однак інформація про момент статичного навантаження з виходу фільтра Калмана показує, що його додаткові можливості в системі керування не використовуються, оскільки синтезується стандартна за кінцевими цілями система керування: по одному каналу здійснюється стабілізація модуля вектора потокозчеплення ротора, а по іншому – керування швидкістю обертання ротора. У роботі [9] досліджується система векторного керування асинхронним тяговим ЕП з регулюванням модуля вектора потокозчеплення ротора з умови мінімізації втрат активної потужності в обмотках АМ. Для розрахунку рівня заданого значення потокозчеплення використовується оцінка моменту навантаження, за яку приймається обчислюваний електромагнітний момент в сталому режимі роботи. Проведений аналіз знайдених літературних джерел виявив можливість використання спостерігача моменту навантаження на основі фільтра Калмана в системах керування машинами змінного струму задля підвищення їхньої точності.

**Метою даної роботи** є синтез і дослідження бездавачевої релейно-векторної системи керування АМ з контуром екстремального регулювання за мінімумом реактивної потужності, яку споживає асинхронна машина. Як спостерігач стану пропонується використовувати фільтр Калмана задля ідентифікації опорного вектора потокозчеплення, кутової швидкості обертання ротора і обчислення моменту статичного навантаження на валу, які необхідні для реалізації зворотних зв'язків релейних регуляторів і обчислення цільової функції.

**Викладення основного матеріалу.** Рівняння розімкненого спостерігача асинхронної машини в осях координат  $\alpha, \beta$  взяті із [10]

$$p \begin{pmatrix} \hat{I}_{s\alpha} \\ \hat{I}_{s\beta} \\ \hat{\Psi}_{r\alpha} \\ \hat{\Psi}_{r\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_{11} & 0 & a_{13} & a_{14}\hat{\omega}_r \\ 0 & -a_{22} & -a_{23}\hat{\omega}_r & a_{24} \\ a_{31} & 0 & -a_{33} & -N\hat{\omega}_r \\ 0 & a_{42} & N\hat{\omega}_r & -a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{I}_{s\alpha} \\ \hat{I}_{s\beta} \\ \hat{\Psi}_{r\alpha} \\ \hat{\Psi}_{r\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де коефіцієнти системи рівнянь

$$a_{11} = a_{22} = \frac{R'L_r}{\Delta}; \quad a_{23} = a_{14} = N \frac{L_m}{\Delta}; \quad a_{13} = a_{24} = \frac{k_r R_r}{\Delta}; \quad a_{31} = a_{42} = k_r R_r;$$

$$a_{33} = a_{44} = \frac{R_r}{L_r}; \quad b_{11} = b_{22} = \frac{L_r}{\Delta}; \quad \Delta = L_s L_r - L_m^2; \quad k_r = \frac{L_m}{L_r}; \quad R' = R_s + k_r^2 R_r, \quad (2)$$

де  $L_m$  – індуктивність контуру намагнічування АМ;  $L_s, L_r$  – відповідно повні індуктивності фаз статора і ротора АМ;  $R_s, R_r$  – відповідно активні опори фаз статора і ротора АМ;  $N$  – число пар полюсів.

Електромагнітний момент розраховується за формулою

$$\widehat{M}_e = \frac{3Nk_r}{2} (\widehat{\Psi}_{r\alpha} \widehat{I}_{s\beta} - \widehat{\Psi}_{r\beta} \widehat{I}_{s\alpha}). \quad (3)$$

Оцінити кутову швидкість ротора можливо за допомогою рівняння руху ротора АМ

$$p\widehat{\omega}_r = \frac{3Nk_r}{2J} \widehat{\Psi}_{r\alpha} \widehat{I}_{s\beta} - \frac{3Nk_r}{2J} \widehat{\Psi}_{r\beta} \widehat{I}_{s\alpha} - \frac{1}{J} M_{st}, \quad (4)$$

де  $J$  – момент інерції електропривода;  $M_{st}$  – момент статичного навантаження, прикладений до валу ротора АМ.

Якщо покласти, що момент статичного навантаження не змінюється у часі, його рівняння запишеться так

$$pM_{st} = 0. \quad (5)$$

Доповнюємо систему рівнянь (1) рівняннями руху (4) та моменту навантаження (5). У підсумку отримуємо наступну систему рівнянь математичної моделі спостерігача:

$$p \begin{bmatrix} \widehat{I}_{s\alpha} \\ \widehat{I}_{s\beta} \\ \widehat{\Psi}_{r\alpha} \\ \widehat{\Psi}_{r\beta} \\ \widehat{\omega}_r \\ \widehat{M}_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11}\widehat{I}_{s\alpha} + a_{13}\widehat{\Psi}_{r\alpha} + a_{14}\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\beta} \\ -a_{22}\widehat{I}_{s\beta} - a_{23}\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\alpha} + a_{24}\widehat{\Psi}_{r\beta} \\ a_{31}\widehat{I}_{s\alpha} - a_{33}\widehat{\Psi}_{r\alpha} - N\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\beta} \\ a_{42}\widehat{I}_{s\beta} + N\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\alpha} - a_{44}\widehat{\Psi}_{r\beta} \\ a_{51}\widehat{\Psi}_{r\alpha} \widehat{I}_{s\beta} - a_{51}\widehat{\Psi}_{r\beta} \widehat{I}_{s\alpha} - a_{52}\widehat{M}_{st} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{s\alpha} \\ U_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{I}_{s\alpha} \\ \widehat{I}_{s\beta} \\ \widehat{\Psi}_{r\alpha} \\ \widehat{\Psi}_{r\beta} \\ \widehat{\omega}_r \\ \widehat{M}_{st} \end{pmatrix}^T, \quad (7)$$

де  $a_{51} = \frac{3Nk_r}{2J}$ ;  $a_{52} = \frac{1}{J}$ .

Як оцінка вектора стану системи, який визначає спостерігач, використовується наступний вектор:

$$\widehat{X} = (\widehat{x}_{11} \widehat{x}_{21} \widehat{x}_{31} \widehat{x}_{41} \widehat{x}_{51} \widehat{x}_{61})^T = (\widehat{I}_{s\alpha} \widehat{I}_{s\beta} \widehat{\Psi}_{r\alpha} \widehat{\Psi}_{r\beta} \widehat{\omega}_r \widehat{M}_{st})^T. \quad (8)$$

Під час побудови цифрових систем безперервні диференціальні рівняння замінюються різницевиими. Нехай період дискретизації за часом дорівнює  $T$ . Тоді в момент часу, відповідний  $k$ -му циклу програми, для  $k$ -го і  $(k-1)$ -го відліків можна записати

$$\widehat{X}_k = \widehat{X}_{k-1} + TF(\widehat{X}_{k-1}) + TBu_{k-1} = D(\widehat{X}_{k-1}); \quad \widehat{y}_{k-1} = C\widehat{X}_{k-1} = h(\widehat{X}_{k-1}). \quad (9)$$

Тут вектор-функції  $D$  та  $h$  є функціями векторної змінної  $\widehat{X}$  і для рівнянь (6), (7) мають наступний вигляд:

$$D(\widehat{X}) = \begin{pmatrix} d_{11} \\ d_{21} \\ d_{31} \\ d_{41} \\ d_{51} \\ d_{61} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - Ta_{11})\widehat{I}_{s\alpha} + Ta_{13}\widehat{\Psi}_{r\alpha} + Ta_{14}\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\beta} + Tb_{11}U_{s\alpha} \\ (1 - Ta_{22})\widehat{I}_{s\beta} - Ta_{23}\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\alpha} + Ta_{24}\widehat{\Psi}_{r\beta} + Tb_{22}U_{s\beta} \\ Ta_{31}\widehat{I}_{s\alpha} + (1 - Ta_{33})\widehat{\Psi}_{r\alpha} - TN\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\beta} \\ Ta_{42}\widehat{I}_{s\beta} + TN\widehat{\omega}_r \widehat{\Psi}_{r\alpha} + (1 - Ta_{44})\widehat{\Psi}_{r\beta} \\ \widehat{\omega}_r + Ta_{51}\widehat{\Psi}_{r\alpha} \widehat{I}_{s\beta} - Ta_{51}\widehat{\Psi}_{r\beta} \widehat{I}_{s\alpha} - Ta_{52}\widehat{M}_{st} \\ \widehat{M}_{st} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$h(\widehat{X}) = \begin{pmatrix} h_{11} \\ h_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \widehat{I}_{s\alpha} \\ \widehat{I}_{s\beta} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Для подальших обчислень знадобляться матриці Якобі вектор-функцій  $D(\hat{X})$  та  $h(\hat{X})$ . Ці матриці складаються з часткових похідних і для виразів (10) та (11) приймають вигляд

$$J(\hat{X}) = \frac{\partial D(\hat{X})}{\partial \hat{X}} = \begin{pmatrix} 1 - Ta_{11} & 0 & Ta_{13} & Ta_{14}\hat{\omega}_r & Ta_{14}\hat{\Psi}_{r\beta} & 0 \\ 0 & 1 - Ta_{22} & -Ta_{23}\hat{\omega}_r & Ta_{24} & -Ta_{23}\hat{\Psi}_{r\alpha} & 0 \\ Ta_{31} & 0 & 1 - Ta_{33} & -TN\hat{\omega}_r & -TN\hat{\Psi}_{r\beta} & 0 \\ 0 & Ta_{42} & TN\hat{\omega}_r & 1 - Ta_{44} & TN\hat{\Psi}_{r\alpha} & 0 \\ -Ta_{51}\hat{\Psi}_{r\beta} & Ta_{51}\hat{\Psi}_{r\alpha} & Ta_{51}\hat{I}_{s\beta} & -Ta_{51}\hat{I}_{s\alpha} & 1 & -Ta_{52} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$H = \frac{\partial h(\hat{X})}{\partial \hat{X}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Якщо припустити, що всі координати вектора стану  $\hat{X}$  не корелюють, то математичні сподівання їхніх змішаних добутків будуть нульовими, і коваріаційна матриця випадкових впливів на об'єкт запишеться в наступному вигляді:

$$Q = \text{diag}[\sigma_{i\alpha}^2 \quad \sigma_{i\beta}^2 \quad \sigma_{\Psi\alpha}^2 \quad \sigma_{\Psi\beta}^2 \quad \sigma_{\omega_r}^2 \quad \sigma_{M_{st}}^2]. \quad (14)$$

Коваріаційна матриця шуму вимірів запишеться так

$$R = \text{cov}(\rho) = M(\rho\rho^T) = \text{diag}[\sigma_\rho^2 \quad \sigma_\rho^2], \quad (15)$$

де  $\sigma_\rho^2$  – дисперсія величин  $\rho_{i\alpha}$ ,  $\rho_{i\beta}$  шуму вимірів струмів статора.

Алгоритм обчислень, які виконуються фільтром в кожному програмному циклі, складається з етапів екстраполяції та корекції. На етапі екстраполяції відбувається передбачення вектора стану

$$\tilde{X}_k = F(\hat{X}_{k-1}) \quad (16)$$

і матриці помилки коваріації

$$\tilde{P}_k = JP_{k-1}J^T + Q. \quad (17)$$

На етапі корекції відбувається обчислення матриці коефіцієнтів підсилення спостерігача  $K_k$  і коректування зроблених передбачень  $\tilde{X}_k$ ,  $\tilde{P}_k$ .

Матриця  $K_k$  обчислюється за наступною формулою:

$$K_k = \tilde{P}_k H^T (H \tilde{P}_k H^T + R)^{-1}. \quad (18)$$

Уточнення вектора стану системи здійснюється за формулою

$$\hat{X}_k = \tilde{X}_k + K_k (y_k - H\tilde{X}_k), \quad (19)$$

де  $y_k = (I_{s\alpha} \quad I_{s\beta})^T$  – вимірюваний струм статора на  $k$ -му циклі.

Коректування матриці помилки коваріації здійснюється за формулою

$$P_k = (E - K_k H) \tilde{P}_k. \quad (20)$$

Величини  $\tilde{X}_k$  і  $P_k$ , обчислені на етапі корекції, використовуються в наступному програмному циклі для екстраполяції. Результатом виконання наведеного алгоритму є розрахована на кожному інтервалі дискретизації за часом оцінка вектора стану АМ (8).

У роботі [2] з рівнянь сталого режиму роботи АМ одержаний вираз її реактивної потужності як функції змінних стану

$$Q_s = \frac{3NL'_s \omega_r \Psi_r^2}{2L_m^2} + \frac{L'_s R_r M_{st}}{NL_m^2} + \frac{2L'_s \omega_r M_{st}^2}{3Nk_r^2 \Psi_r^2} + \frac{4L'_s R_r M_{st}^3}{9N^3 k_r^2 \Psi_r^4} + \frac{3Nk_r \omega_r \Psi_r^2}{2L_m} + \frac{M_{st}}{NT_r}, \quad (21)$$

де  $T_r = L_r/R_r$  – постійна часу збудження АМ;  $L'_s = L_{s\sigma} + k_r L_{r\sigma}$  – індуктивність потоків розсіювання.

Вираз (21) розглядається як функція якості сталих режимів роботи асинхронного ЕП. Для уточнення цієї функції в неї потрібно ввести залежність індуктивності кола намагнічування від магнітного потоку  $L_m = f(\Psi_r)$ . У результаті апроксимації кривої намагнічування АМ, вихідні точки якої узяті з графіка, наведеного у джерелі [11, с. 237], визначили вигляд залежності  $L_m = f(\Psi_r)$  та її параметри

$$L_m = 1,504L_{mn}(\Psi_r/\Psi_{rn})\text{ctg}(\Psi_r/\Psi_{rn}) = a\Psi_r \text{ctg}(b\Psi_r), \quad (22)$$

де  $a = 1,504L_{mn}/\Psi_m$ ;  $b = 1/\Psi_m$ .

Підставивши в (21) замість параметра  $L_m$  його вираз (22), після перетворень отримаємо цільову функцію у вигляді

$$Q_s = \left( \frac{3L'_s + 3k_r}{2a^2} \right) N\omega_r \text{tg}^2(b\Psi_r) + \frac{L'_s R_r M_{st} \text{tg}^2(b\Psi_r)}{Na^2 \Psi_r^2} + \frac{R_r k_r M_{st} \text{tg}(b\Psi_r)}{Na \Psi_r} + \frac{2L'_s M_{st}^2 \omega_r}{3Nk_r^2 \Psi_r^2} + \frac{4L'_s R_r M_{st}^3}{9N^3 k_r^2 \Psi_r^4}. \quad (23)$$

На рис. 1 і 2 показано залежності у відносних одиницях реактивної потужності АМ (23) від модуля вектора потокозчеплення ротора для різних швидкостей і моментів навантаження  $\mu_{st} = 1$  (рис. 1) та  $\mu_{st} = 0,4$  (рис. 2). Прийнято наступні позначення:  $\psi_r = \Psi_r/\Psi_{rn}$  – відносна величина модуля потокозчеплення ротора;  $\alpha = \omega_r/\omega_m$  – відносна величина кутової швидкості ротора АМ;  $\mu_{st} = M_{st}/M_n$  – відносна величина моменту статичного навантаження на валу АМ. З графіків видно, що екстремум характеристик у разі збільшення швидкості зміщується вгору, а під час зростання навантаження – вправо. За низьких швидкостях обертання ротора функція реактивної потужності в околиці мінімуму є положистою. У разі збільшення швидкості мінімум стає явно вираженим. Реактивна потужність обумовлена потоками намагнічування і розсіювання. Збільшення реактивної потужності праворуч від мінімуму створюється зростанням струму намагнічування через насичення АМ. Зростання реактивної потужності ліворуч від мінімуму обумовлено збільшенням магнітних потоків розсіювання і зв'язаної з ними реактивної потужності.

Знайдемо екстремум цільової функції (23). Для цього продиференціюємо її за  $\Psi_r$ , дорівняємо отриманий вираз нулю й одержимо наступне рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_s}{d\Psi_r} = & \frac{3bN\omega_r}{a^2} (L'_s + k_r) \frac{\text{tg}(b\Psi_r)}{\cos^2(b\Psi_r)} - \frac{4L'_s \omega_r M_{st}^2}{3Nk_r^2 \Psi_r^3} - \frac{16L'_s R_r M_{st}^3}{9N^3 k_r^2 \Psi_r^5} + \frac{2bL'_s R_r M_{st}}{Na^2 \Psi_r^2} \frac{\text{tg}(b\Psi_r)}{\cos^2(b\Psi_r)} - \\ & - \frac{2L'_s R_r M_{st}}{Na^2 \Psi_r^3} \text{tg}^2(b\Psi_r) + \frac{bR_r k_r M_{st}}{Na \Psi_r \cos^2(b\Psi_r)} - \frac{R_r k_r M_{st}}{Na \Psi_r^2} \text{tg}(b\Psi_r) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

У результаті розв'язання рівняння (24) за фіксованих швидкостях  $\omega$  і різних моментах статичного навантаження  $M_{st}$  визначається сімейство залежностей значень потокозчеплення ротора  $\Psi_r$  від моменту навантаження і швидкості обертання ротора, за яких реактивна потужність АМ досягає мінімуму. На рис. 3 зображені залежності екстремальних для реактивної потужності (23) значень потокозчеплення ротора  $\Psi_r$  від моменту навантаження  $\mu_{st}$  за різних швидкостях  $\alpha$ . Екстремальні для реактивної потужності АМ значення потокозчеплення ротора незначно залежать від швидкості обертання ротора, на що вказує близьке розташування отриманих кривих.

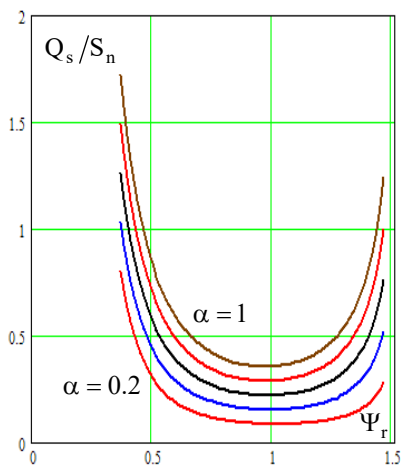


Рис. 1

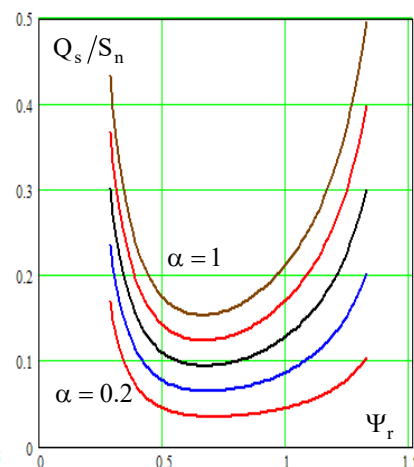


Рис. 2

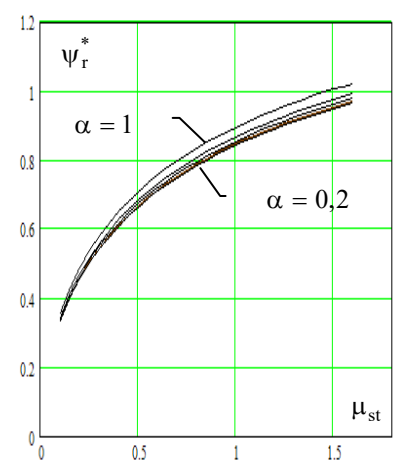


Рис. 3

Щоб уникнути крокових алгоритмів пошуку екстремуму доцільно апроксимувати характеристики на рис. 3 аналітичними виразами і використовувати їх в системі керування модулем потокозчеплення ротора. Для апроксимації залежностей  $\psi_r^* = f(\mu_{st})$  використано арктангенціальну функцію

$$\psi_r^* = d_1 + d_2 \arctg(d_3 \mu_{st}) . \quad (25)$$

Коефіцієнти  $d_i$  знаходяться методом найменших квадратів і для кривої на рис. 3 за  $\alpha = 0,8$  дорівнюють:  $d_1 = 0,273$ ,  $d_2 = 0,58$ ,  $d_3 = 1,691$ .

Релейні регулятори з жорсткими налаштуваннями реалізують алгоритми керування, які синтезовані для номінальних параметрів ЕП за методикою, викладеною в [12]. Алгоритми керування регуляторів реактивного струму статора і модуля потокозчеплення ротора мають вигляд

$$U_{I_{su}} = U_m \text{sign}[U_{\psi_r} - I_{su}]; \quad U_{\psi_r} = I_{su}^* \text{sign}[\Psi_r^* - \hat{\Psi}_r - \gamma_1 p \hat{\Psi}_r], \quad (26)$$

де  $\gamma_1 = T_l' T_r / (T_l' + T_r)$ ;  $T_l' = L_s' / R'$ ;  $I_{su}^* = 3 I_{sum} = 3 \Psi_m / L_m$ .

Релейні регулятори активної складової струму статора та швидкості обертання ротора реалізують алгоритми керування

$$U_{I_{sv}} = U_m \text{sign}[U_{\omega_r} - I_{sv}]; \quad U_{\omega_r} = I_{sv}^* \text{sign}[\omega_r^* - \hat{\omega}_r - L_s' a_{51} I_{sv} + L_s' a_{52} \hat{M}_{st}], \quad (27)$$

де  $I_{sv}^* = 4 M_{stn} / 3 N k_r \Psi_m$  – рівень завдання регулятору активної складової струму статора.

Векторна система керування двоканальна з реалізацією способу підпорядкованого керування в кожному каналі. Зовнішньою регульованою змінною у каналі активної потужності є швидкість обертання ротора, а в каналі реактивної потужності – модуль вектора потокозчеплення ротора.

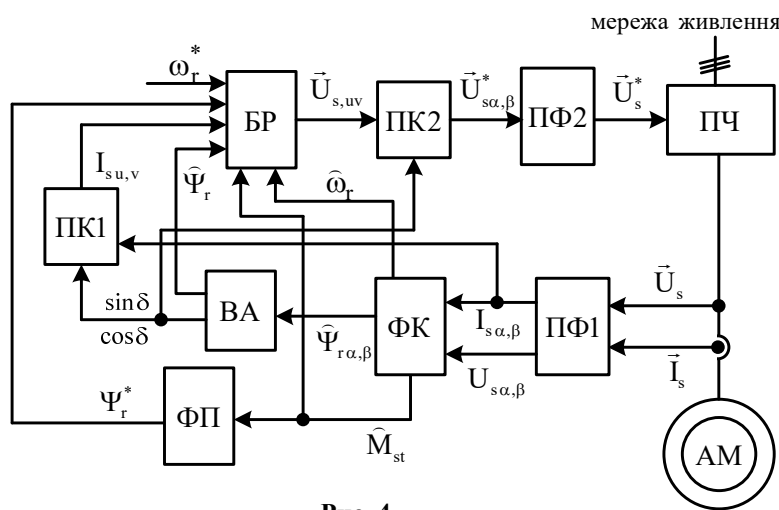


Рис. 4

На рис. 4 представлено функціональну схему бездавачевого векторного асинхронного електроприводу, замкненого за сигналами спостерігача стану на основі фільтра Калмана та контуром екстремального регулювання потокозчеплення. Вимірювані статорні напруги  $U_{sA}$ ,  $U_{sB}$ ,  $U_{sC}$  і струми  $I_{sA}$ ,  $I_{sB}$ ,  $I_{sC}$  АМ трансформуються перетворювачем фаз ПФ1 в напруги  $U_{s\alpha}$ ,  $U_{s\beta}$  і струми  $I_{s\alpha}$ ,  $I_{s\beta}$  нерухомої ортогональної системи координат  $\alpha, \beta$ , які є вхідними сигналами для фільтра Калмана ФК. Далі ФК на основі вимірюваних статорних напруг і струмів АМ розраховує поточні значення потокозчеплення ротора, швидкості валу двигуна та моменту статичного навантаження. Оцінки потокозчеплень  $\hat{\Psi}_{r\alpha}$ ,  $\hat{\Psi}_{r\beta}$  з виходу спостерігача ФК подаються на векторний аналізатор ВА, який визначає напрямні синус  $\sin \delta$ , косинус  $\cos \delta$  і модуль потокозчеплення ротора  $\hat{\Psi}_r$  за формулами

$$\cos \delta = \hat{\Psi}_{r\alpha} / \hat{\Psi}_r, \quad \sin \delta = \hat{\Psi}_{r\beta} / \hat{\Psi}_r, \quad \hat{\Psi}_r = \sqrt{\hat{\Psi}_{r\alpha}^2 + \hat{\Psi}_{r\beta}^2} . \quad (28)$$

Перетворення статорних струмів з нерухомої системи координат  $\alpha, \beta$  в систему координат  $u, v$ , що обертається, орієнтовану за вектором потокозчеплення ротора, здійснюється в перетворювачі координат ПК1 за виразами

$$I_{su} = I_{s\alpha} \cos \delta + I_{s\beta} \sin \delta; \quad I_{sv} = I_{s\beta} \cos \delta - I_{s\alpha} \sin \delta . \quad (29)$$

У блок регуляторів БР, який включає регулятори швидкості, потокозчеплення і складових струму статора, подаються сигнали завдання на швидкість обертання ротора і потокозчеплення ротора. Сигнал завдання регулятору швидкості визначається технологічним процесом. Функціональний

перетворювач ФП реалізує функціональну залежність (25), яка у момент статичного навантаження замінюється його оцінкою, оскільки вважається  $\mu_{st} = \hat{\mu}_{st} = \hat{M}_{st}/M_n$ . Далі ФП формує сигнал завдання релейному регулятору модуля потокозчеплення ротора. Закони керування регуляторів каналу активної потужності представлені виразами (27). У функцію перемикання релейного регулятора кутової швидкості обертання ротора вводиться позитивний зворотний зв'язок за моментом навантаження  $\hat{M}_{st}$  щоб прибрати статичну помилку керування швидкістю обертання ротора. Регулятори отримують сигнали негативних зворотних зв'язків статорних струмів  $I_{su}$ ,  $I_{sv}$  та обчислених модуля потокозчеплення ротора  $\hat{\Psi}_r$  і швидкості обертання вала двигуна  $\hat{\omega}_r$  в геометричних рад/с.

У прямому каналі передачі керуючих впливів здійснюється їх переведення в нерухому систему координат в блоці перетворювача координат ПК2 за формулами

$$U_{s\alpha}^* = U_{su} \cos \delta - U_{sv} \sin \delta; \quad U_{s\beta}^* = U_{su} \sin \delta + U_{sv} \cos \delta, \quad (30)$$

і далі в перетворювачі фаз ПФ2 визначаються фазні керуючі напруги статора АМ.

Запропоновану систему ЕП досліджено на математичній моделі, створеній у вигляді програми на мові програмування *Matlab*, в якій розв'язано рівняння всіх блоків функціональної схеми. Під час моделювання використано параметри АМ з такими паспортними даними: тип 4А132М4,  $P_H = 11$  кВт,  $U_{лн} = 380$  В,  $n_c = 1500$  об/хв,  $I_H = 22$  А. Матриця  $R$  прийнята постійною і рівною  $R = \text{diag}[40^2 \quad 40^2]$ . Суттєво впливає на роботу алгоритму ідентифікації матриця  $Q$ , яка підбиралася в процесі налаштування системи керування розрахунком її математичної моделі і прийнята наступною

$$Q = \text{diag}[\sigma_{i\alpha}^2 \quad \sigma_{i\beta}^2 \quad \sigma_{\psi\alpha}^2 \quad \sigma_{\psi\beta}^2 \quad \sigma_{\omega}^2 \quad \sigma_M^2] = \text{diag}\left[4 \cdot 10^{-4} \quad 4 \cdot 10^{-4} \quad 16 \cdot 10^{-8} \quad 16 \cdot 10^{-8} \quad 16 \cdot 10^{-4} \quad \frac{5 \cdot 10^4}{1 + 0.1 \cdot |\hat{\omega}_r|}\right]. \quad (31)$$

Останній елемент матриці  $Q$  змінюється у функції модуля оцінки швидкості обертання ротора.

На рис. 5 представлено графіки перехідних процесів у системі бездавачевого векторного керування зі спостерігачем Калмана у колі зворотного зв'язку і контуром екстремального регулювання за мінімумом реактивної потужності, яка споживається АМ. Спершу здійснюється збудження АМ постійним струмом. Потім ротор АМ розганяється до номінальної швидкості обертання з наступним гальмуванням до швидкості 50 рад/с. Момент навантаження на валу АМ змінюється відповідно до вентиляторної механічної характеристики. Реальні величини швидкості обертання ротора АМ та її

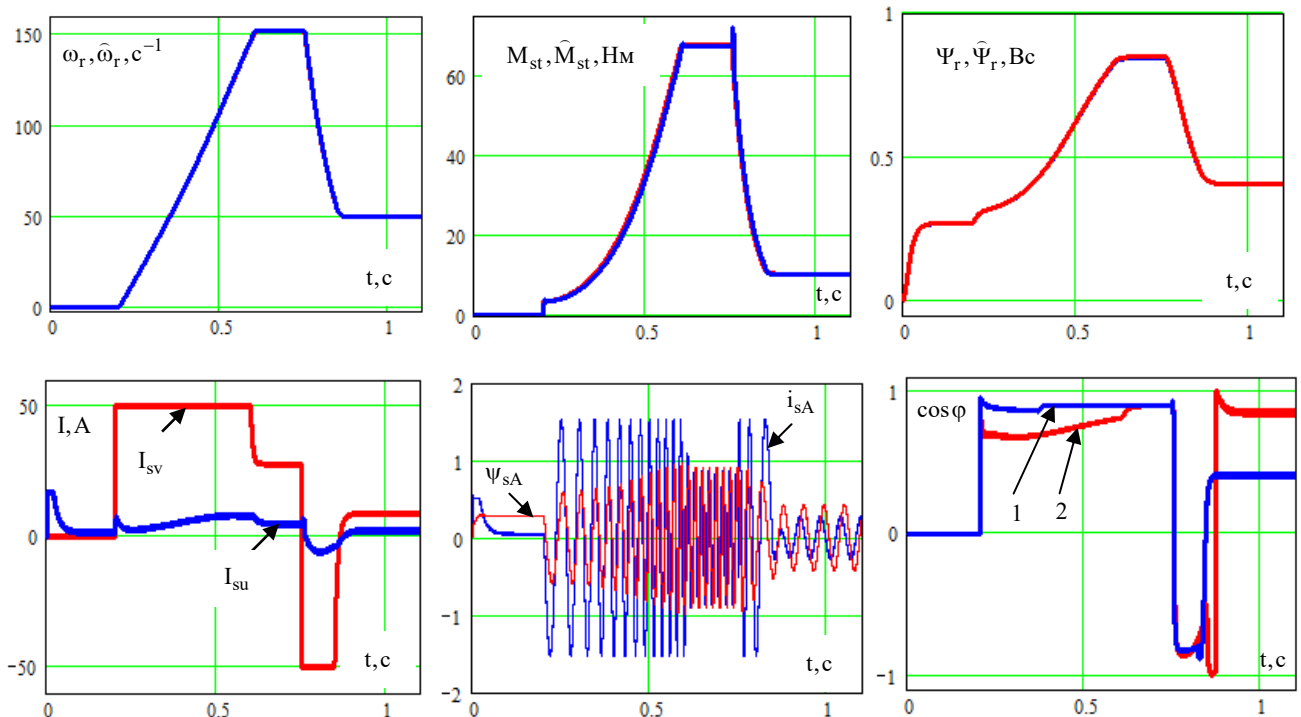


Рис. 5

потокосцеплення практично не відрізняються від їхніх оцінок, обчислених фільтром Калмана. Тому графіки цих координат на рис. 5 зливаються. Оцінка моменту статичного навантаження та його дійсне значення відрізняються незначно. У системі керування сигнал завдання регулятора потокосцеплення ротора залежить від оцінки моменту статичного навантаження за співвідношенням (25), що призводить до утримання мінімального значення цільової функції (23) шляхом регулювання реактивної складової струму статора і потокосцеплення ротора. На рис. 5 наведено у відносних одиницях струм і потокосцеплення фази *A* статора АМ. Видно, що в руховому режимі струм за фазою випереджає потокосцеплення, а під час гальмування навпаки – відстає. З енергетичних показників наведено коефіцієнт потужності АМ. Цифрою 1 позначений графік коефіцієнта потужності під час стабілізації модуля потокосцеплення ротора незалежно від навантаження і режиму роботи ЕП, а цифрою 2 – коефіцієнт потужності АМ під час регулювання потокосцеплення ротора за критерієм мінімуму реактивної потужності. Видно, що контур екстремального регулювання забезпечує високий коефіцієнт потужності в сталих режимах у разі зниження моменту навантаження на валу АМ. На знижених швидкостях, коли момент навантаження істотно нижче номінального, досягається значне збільшення коефіцієнта потужності АМ.

В електроприводах підйомних механізмів напрямок моменту статичного навантаження не змінюється, хоча величина моменту навантаження може змінюватися в широких межах і часто стрибкоподібно. Тому на рис. 6

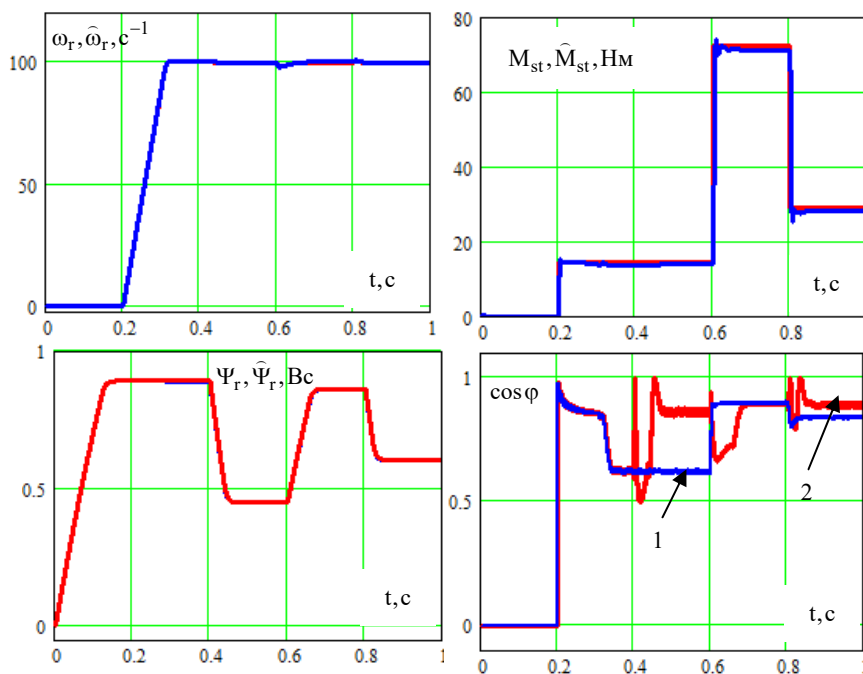


Рис. 6

представлено графіки перехідних процесів, які демонструють можливості запропонованої системи керування за стрибкоподібною зміни моменту навантаження. До 0.2 с відбувається збудження АМ у разі нерухомого ротора. Далі по сигналу завдання у каналі активної потужності починається пуск АМ до швидкості  $100 \text{ c}^{-1}$  з номінальним потокосцепленням. У 0.4 с в каналі реактивної потужності включається контур екстремального керування за мінімумом реактивної потужності статора АМ, який забезпечує високий коефіцієнт потужності за різних моментах навантаження на валу. З графіків на рис. 6 видно високу якість ідентифікації

моменту навантаження у разі його ступінчастої зміни та інших змінних зі стабілізацією швидкості на заданому рівні алгоритмом керування (27), у функції перемикавання якого використовуються зворотні зв'язки як за змінними стану, так і за впливом, що збурює.

**Висновки.** У роботі для асинхронного ЕП складено рівняння спостерігача Калмана, на основі якого створена бездавачева система релейно-векторного керування АМ з контуром екстремального регулювання у її складі. З урахуванням явища насичення магнітопроводу отримано вираз реактивної потужності АМ, який приймається як цільова функція для екстремального керування асинхронним ЕП. Синтезований фільтр Калмана визначає всі змінні стану АМ, необхідні для розрахунку функції мети у реальному часі. Знайдено значення модуля вектора потокосцеплення ротора АМ, за якого цільова функція реактивної потужності статора АМ досягає мінімуму. Отримані залежності екстремальних значень потокосцеплення від моменту навантаження найкраще апроксимуються трьохпараметричною арктангенціальною функцією. В системі екстремального керування крокові алгоритми пошуку екстремуму цільової функції замінені функціональним перетворювачем, який використовується під час побудови контуру екстремального керування за мінімумом реактивної потужності статора АМ з ідентифікацією моменту статичного навантаження запропонованим спостерігачем. В одній сис-



темі вдалося поєднати пряме релейне керування в каналах формування керуючих впливів на АМ, фільтр Калмана у колі зворотного зв'язку та зовнішній контур екстремального регулювання модулем вектора потокозчеплення ротора з одночасним бездавачевим регулюванням швидкості АМ у широких межах. Працездатність і високу точність розробленої системи як під час повільної, так і за стрибкоподібної зміни моменту статичного навантаження підтверджено математичним моделюванням з урахуванням впливу динаміки спостерігача Калмана одночасно на процеси керування швидкістю обертання ротора та модулем вектора його потокозчеплення з метою мінімізації споживання асинхронною машиною реактивної потужності за змінного моменту навантаження на її валу.

1. Ключев О.В., Садовой О.В., Сохина Ю.В. Системы керування асинхронними вентиляними каскадами. Кам'янське: ДДТУ, 2018. 294 с.
2. Sadovoi A.V., Klyuyev O.V., Sokhina Yu.V., Filin I.V. Information system of minimization consumption reactive power in asynchronous electric drive with vector control. *Applied aspects of information technology*. 2020. Vol. 3. No 2. Pp.74-84. DOI: <https://doi.org/10.15276/aa.2020.5>.
3. Zedong Z., Yongdong L., Fadel M., Xi X. A Rotor Speed and Load Torque Observer for PMSM Based on Extended Kalman Filter. IEEE International Conference on *Industrial Technology*, Mumbai, India, 5-17 December 2006. Pp. 233-238. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIT.2006.372295>.
4. Chan-Ki Kim, Hong-Woo Rhew, Yoon-Ho Kim. Robust speed control of PMSM using Kalman filter load torque observers. Proceedings of the IECON'97 23rd International Conference on *Industrial Electronics, Control, and Instrumentation*, New Orleans, LA, USA, 14-14 November 1997. Pp. 918-924. DOI: <https://doi.org/10.1109/IECON.1997.672112>.
5. Djamel Taibi, Abdenacer Titaouine, Fateh Benchabane, Ouafae Bennis. Stability analysis of the extended Kalman filter for Permanent Magnet Synchronous Motor. *Journal of Applied Engineering Science and Technology*. 2015. Vol. 1. No 2. Pp. 51-60. DOI: <https://doi.org/10.69717/jaest.v1.i2.16>.
6. Beineke S., Schütte F., Grotstollen H. Comparison of methods for state estimation and on-line identification in speed and position control loops. University of Paderborn, 2003.
7. Yu Hongxia, Hu Jingtao. Speed and Load Torque Estimation of Induction Motors based on an Adaptive Extended Kalman Filter. *Advanced Materials Research*. 2012. Vol. 433-440. Pp. 7004-7010. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.433-440.7004>.
8. Emrah Zerdali, Murat Barut. Extended Kalman Filter Based Speed-Sensorless Load Torque and Inertia Estimations with Observability Analysis for Induction Motors. *Power Electronics and Drives*. 2018. Vol. 3(38). No1. Pp. 115-127. DOI: <https://doi.org/10.2478/pead-2018-0002>.
9. Titova T., Evstaf'ev A., Pugachev A. Vector control system of electric traction drive with power losses minimization. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 2131(4). Pp. 1-10. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2131/4/042090>.
10. Ключев О.В., Садовой О.В., Сохина Ю.В. Спостерігач швидкості обертання і потокозчеплення ротора в системі векторного керування асинхронним електроприводом. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. 2022. Вип. 2 (41). С. 89-97. DOI: <https://doi.org/10.31319/2519-2884.41.2022.10>.
11. Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе. М: Энергия, 1977. 431с.
12. Загірняк М.В., Клепіков В.Б., Ковбаса С.М., Михальський В.М., Пересада С.М., Садовой О.В., Шаповал І.А. Енергоефективні електромеханічні системи широкого технологічного призначення. К.: Інститут електродинаміки НАН України, 2018. 311с.

#### USE OF KALMAN FILTER IN VECTOR SYSTEM OF EXTREME CONTROL OF ASYNCHRONOUS MACHINE

O.V. Sadovoi, O.V. Kliuiev, Yu.V. Sokhina  
Dniprovsk State Technical University,  
Str. Dniprobudivska, 2, Kamianske, 51918, Ukraine.  
E-mail: [sadovovav@ukr.net](mailto:sadovovav@ukr.net); [kluev2006@ukr.net](mailto:kluev2006@ukr.net); [jvsokhina@gmail.com](mailto:jvsokhina@gmail.com).

*In the article the reactive power of an asynchronous machine (AM) in a stable mode is obtained as a function of three variables: the angular speed of rotation of the AM shaft, the module of the rotor flux coupling and the moment of static load on the shaft. The AM power factor decreases in electric drives (ED) of industrial mechanisms in which the load moment while maintaining its direction of action can take a static value less than the nominal value. Therefore, in order to ensure a high power factor of an asynchronous ED in long-term operating modes with a variable load, a vector AM control system was created, in which the magnitude of the rotor flux coupling is regulated by the reactive power channel as a function of the mo-*

ment of static load on the shaft. To identify the moment of loading, as well as the angular speed of the rotor and its flux coupling, a Kalman observer is synthesized, which allows creating a vector control system with simultaneous regulation of the speed and power factor of the AM without physical sensors of the reference vector of the rotor flux coupling and its angular speed of rotation. The significant dependence of the extreme values of the rotor flux coupling for reactive power on the torque on the AM shaft and insignificant dependence on the speed has been proved. Stability and high control quality are achieved by simultaneous use of relay control laws, invariant to coordinate and parametric perturbations, and the effectiveness of the Kalman filter algorithm for identifying variable states in the feedback loop. Thus, the article theoretically substantiates the idea of creating a sensorless relay-vector control system for an asynchronous ED with simultaneous speed regulation and optimization of AM energy indicators. The mathematical model is created as a program written in the Matlab programming language. The operability of the proposed asynchronous ED control system was confirmed by the method of mathematical modeling. References 12, figures 6.

**Key words:** asynchronous machine, vector orientation, objective function, relay controller, Kalman filter, functional converter, reactive power.

1. Kliuiev O.V., Sadovoi O.V., Sokhina Yu.V. Control systems for asynchronous valve cascades. Kamianske: DDTU, 2018. 294 p. (Ukr)
2. Sadovoi A.V., Klyuyev O.V., Sokhina Yu.V., Filin I.V. Information system of minimization consumption reactive power in asynchronous electric drive with vector control. *Applied aspects of information technology*. 2020. Vol. 3. No 2. Pp.74-84. DOI: <https://doi.org/10.15276/aait.02.2020.5>.
3. Zedong Z., Yongdong L., Fadel M., Xi X. A Rotor Speed and Load Torque Observer for PMSM Based on Extended Kalman Filter. IEEE International Conference on *Industrial Technology*, Mumbai, India, 5-17 December 2006. Pp. 233-238. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICIT.2006.372295>.
4. Chan-Ki Kim, Hong-Woo Rhew, Yoon-Ho Kim. Robust speed control of PMSM using Kalman filter load torque observers. Proceedings of the IECON'97 23rd International Conference on *Industrial Electronics, Control, and Instrumentation*, New Orleans, LA, USA, 14-14 November 1997. Pp. 918-924. DOI: <https://doi.org/10.1109/IECON.1997.672112>.
5. Djamel Taibi, Abdenacer Titaouine, Fateh Benchabane, Ouafae Bennis. Stability analysis of the extended Kalman filter for Permanent Magnet Synchronous Motor. *Journal of Applied Engineering Science and Technology*. 2015. Vol. 1. No 2. Pp. 51-60. DOI: <https://doi.org/10.69717/jaest.v1.i2.16>.
6. Beineke S., Schütte F., Grotstollen H. Comparison of methods for state estimation and on-line identification in speed and position control loops. University of Paderborn, 2003.
7. Yu Hongxia, Hu Jingtao. Speed and Load Torque Estimation of Induction Motors based on an Adaptive Extended Kalman Filter. *Advanced Materials Research*. 2012. Vol. 433-440. Pp. 7004-7010. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.433-440.7004>.
8. Emrah Zerdali, Murat Barut. Extended Kalman Filter Based Speed-Sensorless Load Torque and Inertia Estimations with Observability Analysis for Induction Motors. *Power Electronics and Drives*. 2018. Vol. 3(38). No1. Pp. 115-127. DOI: <https://doi.org/10.2478/pead-2018-0002>.
9. Titova T., Evstaf'ev A., Pugachev A. Vector control system of electric traction drive with power losses minimization. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 2131(4). Pp. 1-10. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2131/4/042090>.
10. Kliuiev O.V., Sadovoi O.V., Sokhina Yu.V. Observer of the speed rotation and flux coupling of the rotor in the system of vector control of an asynchronous electric drive. *Zbirnyk naukovykh prats Dniprovskoho derzhavnogo tekhnichnoho universytetu (tekhnichni nauky)*. 2022. Vyp. 2(41). Pp. 89-97. (Ukr). DOI: <https://doi.org/10.31319/2519-2884.41.2022.10>.
11. Veshenevsky S.N. Characteristics of motors in electric drive. Moskva: Energiia, 1977. 431 p. (Rus)
12. Zahirnyak M.V., Klepikov V.B., Kovbasa S.M., Mikhalskyi V.M., Peresada S.M., Sadovoi O.V., Shapoval I.A. Energy-efficient electromechanical systems of a wide technological purpose. Kyiv: Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences Ukraine, 2018. 311p. (Ukr)

Надійшла 09.05.2024  
Остаточний варіант 05.09.2024

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІЇ ЕНЕРГЕТИЧНИХ І ВОДНИХ РЕСУРСІВ В СИСТЕМІ ВОДОПОСТАЧАННЯ БАГАТОПОВЕРХОВОГО БУДИНКУ ЗА ДВОРІВНЕВИХ СТОЯКІВ

О.М. Попович<sup>1\*</sup>, докт. техн. наук, Р.В. Яшин<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup> Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

<sup>2</sup> НТУ України «КПІ ім. І. Сікорського»,  
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна.

E-mail: [popovich1955@ukr.net](mailto:popovich1955@ukr.net).

*Досліджено вплив структури електромеханічної системи водопостачання 12-поверхового будинку (заміна одного стояку двома різнорівневими) на ефективність використання енергетичних і водних ресурсів. Розроблено та програмно реалізовано математичну модель електромеханічної системи, яка враховує залежність витрат поверху від величини тиску і дає змогу визначити потреби споживачів у воді за даними заданої циклограми водоспоживання будинку. За інформацією про відомі параметри базового варіанту системи водопостачання визначено параметри одного поверху і параметри варіантів системи будинку із стояками для обслуговування поверхів: 1-12; 1-6; 7-12. Дослідження виконано з урахуванням запропонованої часової залежності зміни вхідного тиску будинку. Розроблено засоби узагальненого визначення енергоефективності асинхронного двигуна системи водопостачання за апроксимаційними залежностями номінальних коефіцієнтів корисної дії (ККД) від потужності і ККД від ступеня завантаження. Порівняння варіантів здійснено за сформованим виразом критерію ефективності як відношення добової корисної дії системи з постачання води споживачам до вартості електричної енергії і води, спожитих за даний період. З результатів моделювання випливає, що двостояковий варіант забезпечує економію 4% води і 25% електроенергії із їх співвідношенням у грошовому виразі – 6:1. Це обґрунтовує пріоритетність урахування економії води під час модернізації систем водопостачання (паралельне зонування, регульований електропривод). Бібл. 11, табл. 1, рис. 3.*

**Ключові слова:** асинхронний двигун, паралельне зонування, ефективність споживання енергії і води.

Зростання кількості населення міст призводить до збільшення частки висотної забудови, що обумовлює збільшення енергоспоживання системами водопостачання будівель. Задля подолання недоліків цієї тенденції у сучасних будинках вдосконалюють системи електроприводу, структури систем водопостачання. Для отримання максимальної ефективності застосовують методи оптимального проектування. Зокрема, останнім часом у світі поширено використовуються системи водопостачання із паралельним зонуванням [1, 2]. У висотних будинках воно зводиться до заміни одного стояку кількома з селекцією за висотою поверхів, які обслуговуються. Системи з паралельним зонуванням забезпечують значне покращення енергетичної ефективності процесів водопостачання. Наприклад, заміна одного стояку 12-поверхового будинку двома (перший подає воду на 1-6 поверхи, другий на 7-12) супроводжується зниженням споживання енергії на 30% [3], причому за нерегульованого приводу. Регулювання може збільшити енергоефективність ще на 20%.

Значні резерви покращення енергетичної ефективності електромеханічних систем (ЕМС) водопостачання багатоповерхових будинків обумовлені розгалуженістю їхніх гідравлічних мереж. Це призводить до значних надлишкових напорів на нижніх поверхах (великий напір насоса забезпечує підйом води на останній поверх) і розсіювання цієї енергії у гідравлічних вентилях споживачів. Втрати у таких системах можуть бути на порядок більшими порівняно з одноадресною подачею. Мінімізації втрат незалежною подачею води на кожен поверх заважає зростання капітальних вкладень. Тому ефективна конфігурація системи з паралельним зонуванням повинна визначатися засобами оптимального проектування головним чином із застосуванням математичного моделювання [3].

Адекватність математичних моделей залежить від точності розрахункових методик, повноти врахування впливових чинників. Параметри робочих режимів ЕМС водопостачання будівель у

© Попович О.М., Яшин Р.В., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0002-9238-5782>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-4887-030X>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

більшості випадків значною мірою залежать від тиску у вхідній магістралі. Його збільшення збільшує тиск у споживачів, сприяє зростанню витоків крізь нещільності, призводить до збільшення водоспоживання користувачами [4]. Також має місце збільшення водоспоживання обладнанням. За експериментальними даними витрати води збільшуються на 5...8% на кожному надлишкову атмосферу [5]. Внаслідок цього, за паралельного зонування покращується не тільки енергоефективність, але і ощадність використання водних ресурсів, що є важливим чинником з огляду на перспективи зростання вартості електричної енергії та води. Відповідно до звіту ЮНЕСКО 2024 року [6] потреби людства у прісній воді зростатимуть на один відсоток кожен рік. Найближчі кілька років щорічний приріст попиту на електричну енергію буде вищим за три відсотки [7]. До 2050 року очікується зростання попиту на електроенергію [8]. Зокрема прогнозується, що потреби в електроенергії житлової і комерційної нерухомості, пов'язані із кількістю населення, до 2050 року зростуть на 15%; а потреба домогосподарств в електричній енергії з 2021 по 2050 рр. в середньому зросте на 75%.

**Метою даної роботи** є вдосконалення математичної моделі електромеханічної системи водопостачання будинку з урахуванням залежності зміни витрат від величини тиску, розробка її програмної реалізації, формування виразу критерію ефективності як відношення добової корисної дії системи з постачання води до вартості спожитих електричних і водних ресурсів, і на цій основі виконання уточненого дослідження з їх економії за вдосконалення структури системи, а також кількісного оцінювання ефективності різних структур та визначення співвідношення при цьому енергетичної і ресурсної ефективності.

Математичне моделювання процесів ЕМС водопостачання будинку у роботі [3] виконано у припущенні однакового водоспоживання за поверхнями, але за експериментальними даними є вплив вхідного тиску на водоспоживання. Для урахування даного чиннику у роботі [5] обґрунтовано поняття «потреба споживачів у воді», яка приймається однаковою для всіх поверхів, а її зміна визначається за циклограмою водоспоживання будинку із урахуванням однакової закономірності впливу величини надлишку тиску на витрати для всіх поверхів.

У даній роботі ефективність системи водопостачання оцінено за споживанням як енергетичних, так і водних ресурсів. Тому, показником корисної дії системи за кінцевим результатом прийнята величина потенційної енергії води, яка доставлена споживачам для корисного використання (оцінюється потребою), а спожиті ресурси оцінюються обсягом фінансування, потрібним для оплати спожитої води і витраченої електричної енергії. Об'єктом дослідження є процеси енерго- та ресурсовикористання у ЕМС водопостачання 12-поверхового будинку із порівнянням варіантів одного стояку та двох різнорівневих. Вихідну інформацію для побудови математичної моделі отримано за відомими параметрами варіанту системи 7-поверхового будинку.

**Початкові умови** для дослідження 12-поверхового будинку з одним та двома стояками:

- 1) циклограма потреб води за всіма поверхнями однакова;
- 2) напірна характеристика насоса, який обслуговує систему з одним стояком, є визначеною;
- 3) структура насоса відповідає двом паралельним потокам, напір у кожному з них створюється двома однаковими робочими колесами, які з'єднано послідовно [3];
- 4) характеристики асинхронного двигуна (АД) забезпечують його номінальний режим (із заданим коефіцієнтом запасу) в умовах роботи насоса за одного стояку в період максимуму циклограми. Даний двигун забезпечує енергією робочі колеса і в умовах двох стояків [3];
- 5) еквівалентна гідравлічна характеристика розгалуженої мережі визначається за однакових гідравлічних опорів: ділянок стояку між поверхнями і трубопроводів горизонтальної розводки поверхом за максимально відкритих вентилях споживача;
- 6) споживання води поверхом збільшується в залежності від тиску на вході із розрахунку збільшення витрат на величину  $F = 5.5\%$  [5] на кожні додаткові 0,1 МПа, порівняно із мінімальним достатнім тиском для нормальної експлуатації, який за Державними будівельними нормами (ДБН) [9] на вході квартири становить 0,2 МПа. Приймаємо, що він забезпечується мінімумом тиску мережі на вході будинку за максимуму водоспоживання, а втрати тиску у внутрішній мережі при цьому компенсуються напором насоса.

**Методологія визначення вихідних даних чисельного експерименту** сформована з метою отримання кількісної оцінки ефективності ЕМС водопостачання багатоповерхових будинків за варіювання їх структурою і величиною конструктивних параметрів складових системи. Кількісна оцінка здійснюється за величиною коефіцієнта ефективності системи у режимі, який досліджується. Уточнене значення цієї величини отримується за результатами математичного моделювання режиму

варіанту системи: визначаються параметри усталених робочих режимів в умовах балансу енергії між джерелом і споживачем за рівняннями електричної, механічної і гідравлічної рівноваги [3].

Початковим об'єктом визначення вихідних даних для дослідження обрана ЕМС водопостачання будинку (з одним стояком) з відомими конструктивними і режимними параметрами: кількість поверхів ( $k$ ), їхня висота ( $h$ ), характеристика насосу, добова циклограма водоспоживання, [3]. Для даного об'єкту умовам балансу між напором насосу ( $H_p$ ) і втратами напору у гідравлічній мережі системи за заданого максимуму циклограми водоспоживання відповідає величина гідравлічних опорів ділянок стояку ( $R$ ), яку можна визначити з рівнянь балансу напору і подачі за мінімуму тиску вхідної мережі [5],

$$Q = kQ_k + fQ_k \sum_{i=1}^{k-1} \left\{ \sum_{j=i+1}^k \left[ h_j + R \left( \sum_{q=j}^k Q_q \right)^2 \right] \right\}; \quad (1)$$

$$H_p(Q) = H_{st} + k_{R1}RQ^2 + k_{Rk}RQ_k^2 + R \sum_{i=2}^{k-1} \left( \sum_{q=i}^k Q_q \right)^2, \quad (2)$$

де  $k$  – кількість поверхів;  $H_{st} = \sum_{i=1}^k h_i$  – статичний напір води на останньому поверсі;  $h$  – висота поверху;  $f = 10^{-3}F = 0,0055$  [5];  $k_{R1}, k_{Rk}$  – коефіцієнти збільшення гідравлічного опору поверху у загальній схемі гідравлічної мережі у відносних одиницях опору стояку даного поверху з урахуванням: для останнього поверху – трубопроводу його горизонтальної розводки, для першого – трубопроводу від стояку до насосу [3];  $Q_q$  – сумарні витрати за поверхами від першого до  $k-1$ . У рівняннях (1), (2) за точки максимуму робочої подачі насосного агрегату К-20/30, прийнято:  $Q=23,3$  м<sup>3</sup>/год та  $H_p=23,2$  м; а також:  $h_i = 2,8$  м і  $k_{Rk} = 250, k=7; k_{R1} = 1$  [3].

Розв'язок рівнянь (1), (2) за алгоритмом [5] забезпечує визначення  $R$  і  $Q_k$ . Ці витрати на останньому поверсі у період максимуму водоспоживання визначають потребу споживачів у воді на даному періоді [5]. За умовами розрахунку у період максимуму на останньому поверсі нема надлишкового (порівняно із допустимим мінімумом за ДБН) напору, і витрати останнього поверху дорівнюють потребі споживачів. На інших поверхах витрати будуть більші за потреби в залежності від тиску на поверсі і величини  $f$ . На інших періодах циклограми водоспоживання буде більшим (за потреби) на всіх поверхах внаслідок зниження втрат напору у внутрішній мережі будинку і також у зовнішній. Останнє призводить до збільшення напору вхідної мережі на величину  $H_{\Delta}$ .

Визначимо залежність  $H_{\Delta}$  від витрат за умови однакової часової закономірності зміни втрат напору у зовнішній і внутрішній мережах. При цьому буде мати місце рівність співвідношення повної витрати за циклограмою  $Q_c$  до витрат, що відповідають мінімальному споживанню за циклограмою  $Q_{cmin}$ , тобто  $Q_c / Q_{cmin}$ , і витрат зовнішньої мережі  $Q_z$ , що відповідають часовому періоду для  $Q_c$ , до мінімальної витрати у зовнішній мережі, що відповідає мінімальному споживанню відповідно до  $Q_{cmin}$ , тобто  $Q_z / Q_{zmin}$ , а також залежність  $Q_z = Q_{zmin} Q_c / Q_{cmin}$ . Аналіз виконаємо за заданим діапазоном зміни напору зовнішньої мережі від максимального до мінімального значень:  $H_{\Delta max} = H_{z max} - H_{z min}$ , де  $H_{z max}$  та  $H_{z min}$  – відповідно максимальне та мінімальне значення напору зовнішньої мережі. З урахуванням цього запишемо співвідношення

$$H_{z max} = H_{zp} - R_z Q_{z min}^2;$$

$$H_{z min} = H_{zp} - R_z Q_{z min}^2 (Q_{c max} / Q_{c min})^2;$$

$$H_z = H_{zp} - R_z Q_{z min}^2 (Q_c / Q_{c min})^2,$$

де  $H_z$  – напір зовнішньої мережі;  $H_{zp}, R_z$  – величини еквівалентних напору насосу і опору у зовнішній мережі.

З різниць першого і другого, а також першого і третього рівнянь виразимо величини  $R_z Q_{z min}^2$ , прирівняємо праві частини цих рівнянь і отримаємо співвідношення, з якого після

перетворення з урахуванням  $H_{\Delta} = H_z - H_{z \min}$  отримаємо шукану залежність від величини витрат за циклограмою

$$\frac{H_{z \max} - H_{z \min}}{(Q_{c \max} / Q_{c \min})^2 - 1} = \frac{H_{z \max} - H_z}{(Q_c / Q_{c \min})^2 - 1}; H_{\Delta}(Q_c) = H_{\Delta \max} \left( 1 + \frac{Q_{c \min}^2}{Q_{c \max}^2 - Q_{c \min}^2} - \frac{Q_c^2}{Q_{c \max}^2 - Q_{c \min}^2} \right). \quad (3)$$

Формування циклограми потреб виконаємо відповідно до виразу [5], який уточнено з (3),

$$Q_c = k \left\{ Q_{rc} + f Q_{rc} \left[ H_{pc}(Q_c) + H_{\Delta}(Q_c) - H_{r \min} - k_{R1} R Q_c^2 - h_1 \right] + f Q_{rc} \sum_{i=2}^k \left\{ H_{pc}(Q_c) + H_{\Delta}(Q_c) - H_{r \min} - \sum_{j=2}^i \left[ h_j + R \left( Q_c - \sum_{q=j-1}^{i-1} Q_{qc} \right)^2 \right] \right\} \right\}, \quad (4)$$

$$Q_{ic} = Q_{rc} + f Q_{rc} \left\{ H_{pc}(Q_c) + H_{\Delta}(Q_c) - H_{r \min} - k_{R1} R Q_c^2 - h_1 - \sum_{j=2}^i \left[ h_j + R \left( Q_c - \sum_{q=j-1}^{i-1} Q_{qc} \right)^2 \right] \right\}, \quad (5)$$

де  $Q_{qc}(Q_{ic})$  – витрати води  $q$ -го ( $i$ -го) поверху за ділянки циклограми з номером  $c$ ;  $Q_{rc}$  – потреба у воді на поверх за ділянки циклограми з номером  $c$ ;  $H_{pc}(Q_c)$  – напір насосу початкового об'єкту визначення вихідних даних (семиповерховий будинок, [3]) для ділянки циклограми з витратами  $Q_c$  визначається за апроксимацією напірної характеристики насосу із визначенням його швидкості з урахуванням завантаження АД за комплексною моделлю ЕМС, [3];  $H_{\Delta}(Q_c)$  – величина збільшення тиску вхідної мережі відповідно (3);  $H_{r \min} = R(k_{Rk} - 1)Q_k^2$  – мінімальний потрібний напір на поверхі (відповідає напору останнього поверху за ділянки циклограми з максимальною подачею) [5].

Розв'язок рівняння (4) відносно  $Q_{rc}$  з відомою  $Q_c$  дає можливість визначити циклограму потреб для аналізу різних структур ЕМС водопостачання. Результат розрахунку потреб наведено на рис. 1. Показано фрагмент програми: витрати етапів заданої циклограми, віднесені до одного поверху; циклограми потреб за сталості вхідного тиску і зміні  $H_{\Delta}$  відповідно (3) із  $H_{\Delta \max} = 20$  м.

0.2857	0.2714	0.2455
0.5714	0.5386	0.4889
0.8571	0.803	0.7328
1.143	1.066	0.9797
1.429	1.329	1.232
1.714	1.593	1.493
2.286	2.131	2.053
2.857	2.69	2.69
Qc/k	Qrc_Hdel=0	Qrc_Hdel(Qc), Hdel_max=20m

Рис. 1

Корекція характеристик насосного агрегату потрібна для аналізу різних структур ЕМС із зміною висоти підйому води. Для коректності порівняльного дослідження аналіз виконується за однакових енергоефективних властивостей насосів різних варіантів системи [3]. Це досягається трансформацією напірних характеристик насосу К-20/30 відповідно до потреб варіанту системи. Трансформацію напірних характеристик здійснено відповідно до положень теорії подоби турбомашин на етапі їх апроксимації [3]. Вихідною інформацією для цієї апроксимації є координати характерних точок характеристик:  $H_0$  – величина напору за нульової подачі;  $Q_n, H_n$  – номінальні подача, напір;  $Q', H', Q'', H''$  – координати початку та кінця робочої ділянки напірної характеристики. Ці координати змінюються пропорційно зміні напорів і подач варіанту системи. Для випадку 12 поверхів ( $k=12$ ) з одним стояком застосуємо модельний насос, характеристики якого отримуємо після збільшення величин напорів і подач у вихідних даних насосу К-20/30 з коефіцієнтом 12/7 (співвідношення кількості поверхів) [3]. Відповідно до зміни характеристик насосу потужність його двигуна для 12-поверхового будинку треба збільшити у  $144/49=2,94$  рази. Це досягається застосуванням АД 4A112M2Y3 із номінальною потужністю 7,5 кВт (для початкового варіанту 7-поверхового будинку був застосований з запасом АД 4A90L2Y3 потужністю 3 кВт [3]). Для 12 поверхів з двома стояками коефіцієнт зміни подач і напорів у вихідних даних насосу [3]:

- для меншого стояку ( $k = 6$ ;  $H_{st6} = \sum_{i=1}^k h_i$ ;  $k_{R1} = 1$ ) -  $12/7/2=6/7$ ;
- для більшого ( $k = 6$ ;  $k_{R1} = 7$ ;  $H_{st12} = 2 \sum_{i=1}^k h_i$ ) для подач –  $6/7$ , а напорів –  $12/7$ .

Аналіз із використанням модельного насосу з трансформованими характеристиками уніфікує енергоефективні властивості варіантів насосних агрегатів, що забезпечує дослідження ефективності власне паралельного зонування. Співвідношення трансформованих характеристик із реальними можна побачити на прикладі трансформації характеристик насосів Pedrollo, Італія [10]. Як базовий варіант прийнято насос F32/160A, координати робочих точок характеристик якого перераховано з коефіцієнтом  $12/7$  і порівняно з відповідними точками характеристик інших насосів даного виробника. Результати, які зведено до таблиці, показують достатню кореляцію перерахованих і реальних характеристик: перерахована характеристика знаходиться між можливими реальними варіантами.

параметр	F32/160A	перерахунок характеристик F32/160A з коефіцієнтом 12/7	F40/200A	F40/250C
$Q''$ , м <sup>3</sup> /год.	27	46	42	42
$H''$ , м	24	41	41	47
$H_0$ , м	38	65	55	64

**Математична модель** для комплексного дослідження ЕМС АД – насос – розгалужений трубопровід наведена в [3]. Відмінність моделі даної роботи полягає у невідомій продуктивності насосу на кожному етапі циклограми потреб. Для отримання цієї інформації розв'язуються рівняння (4), (5) відносно  $Q_c$ . Дана величина використовується для визначення напору і ККД насосу, потужності АД. За двох стояків механічна потужність насосної частини кожного з них визначається окремо (внаслідок різного впливу надлишкового тиску на величини витрат за стояками), а потім підсумовується задля визначення навантаження АД. Задля спрощення аналізу енергоефективність АД визначається за апроксимаційними залежностями за даними довідника: номінального ККД від номінальної споживаної потужності і зміни ККД із ступеню завантаження [10]. Залежність ККД від потужності на валу, яка потрібна у даному аналізі, визначається із залученням розв'язку нелінійного рівняння відносно номінальної споживаної потужності.

**Комплексний критерій ефективності** ЕМС водопостачання будинку визначимо інтегрально за добовий цикл як відношення корисної дії системи (потенційна енергія води [3] за потребою споживачів) до обсягу спожитих ресурсів (вартість спожитої електричної енергії і води)

$$Kef = \rho g H_{st} 0.5(k+1) \sum_{c=1}^{Nc} Q_{rc} T_c \left/ \sum_{c=1}^{Nc} T_c (c_e P_{1c} + c_w Q_c) \right., \quad (6)$$

де  $Nc$  – кількість етапів циклограми добових витрат води із тривалістю  $T_c$ ;  $c_e, c_w$  – ціна кВт\*год електричної енергії і м<sup>3</sup> води;  $P_{1c}$  – потужність споживання електричної енергії;  $\rho$  – густина води;  $g$  – прискорення вільного падіння, 9.81, м/с<sup>2</sup>.

За використання виразу (6) для порівняння ефективності ЕМС водопостачання з одним та двома стояками можна вилучити однакові чисельники (6) і визначити ступінь збільшення величини коефіцієнту ефективності ЕМС завдяки паралельному зонуванню  $\delta Kef$  і питому вагу економії водних ресурсів порівняно із енергетичними  $\delta \epsilon$  (індекси  $I, II$  – вказують на кількість стояків)

$$\delta Kef = \sum_{c=1}^{Nc} T_c (c_e P_{1cI} + c_w Q_{cI}) \left/ \sum_{c=1}^{Nc} T_c (c_e P_{1cII} + c_w Q_{cII}) \right., \quad (7)$$

$$\delta \epsilon = \sum_{c=1}^{Nc} T_c c_w (Q_{cI} - Q_{cII}) \left/ \sum_{c=1}^{Nc} T_c c_e (P_{1cI} - P_{1cII}) \right. . \quad (8)$$

**Чисельний експеримент** з порівняльного дослідження енерго- та водоспоживання 12-ти поверхового будинку з одним та двома стояками виконано в умовах ціни  $c_e = 2,64$  грн./кВт\*год;  $c_w = 30,38$  грн./м<sup>3</sup>. Максимум добових коливань тиску на вході будинку прийнятий 2 атм. Програма і результати розрахунку засобами системи МАТЛАБ наведені на рис. 2.

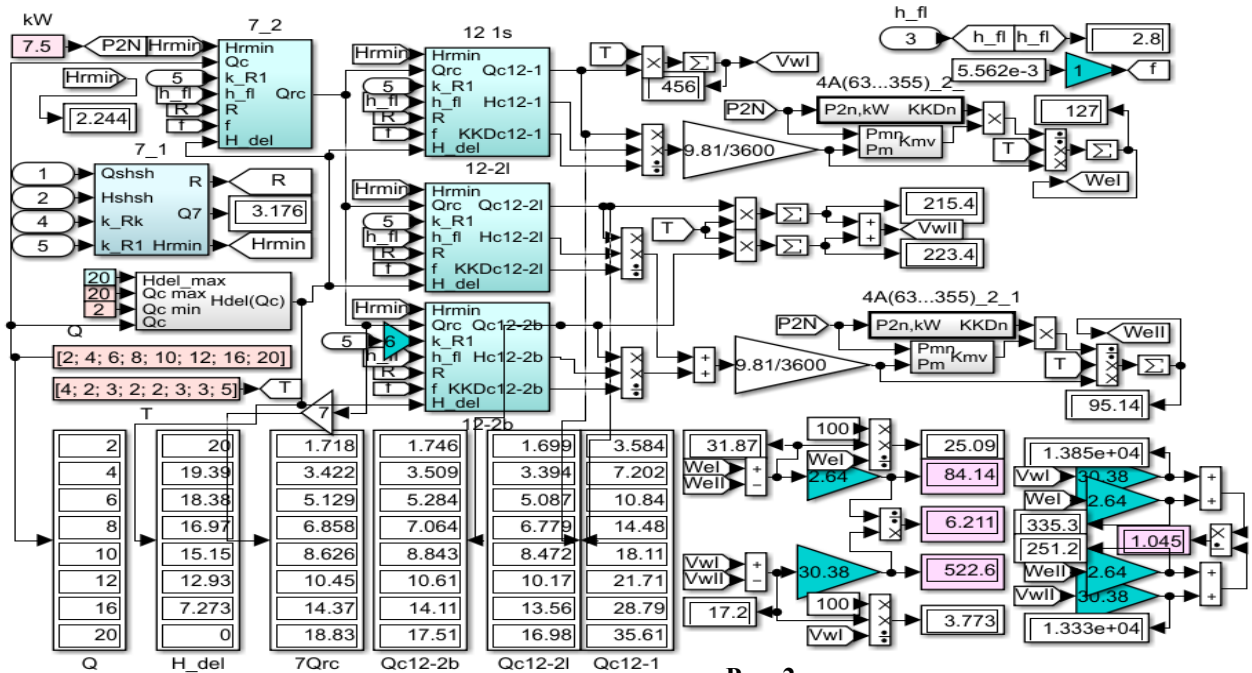


Рис. 2

Аналіз починається з визначення вихідних даних щодо параметрів одного поверху (на основі заданих характеристик 7-поверхового будинку, на рис. 2 блоки 7\_1 і 7\_2):  $R$ ;  $Q_{rc}$ ;  $H_{r\min}$ ;  $H_{\Delta}(Q_c)$ . Блоки даних про циклограму промарковані світлим коричневим кольором. Інформація про розраховані зміну вхідного тиску і циклограму потреб наведена на рис. 2. Розрахунок параметрів робочих режимів варіантів ЕМС з одним стояком (блок 12 1s) і двома (блоки 12-2l, 12-2b для меншого і більшого стояків, відповідно) виконано відповідно часовим періодам вихідної добової циклограми. Результати показано на дисплеях рис. 2. Інформація про добове споживання системами з одним та двома стояками передається блоками: електричної енергії –  $WeI$ ,  $WeII$ ; води –  $VwI$ ,  $VwII$ .

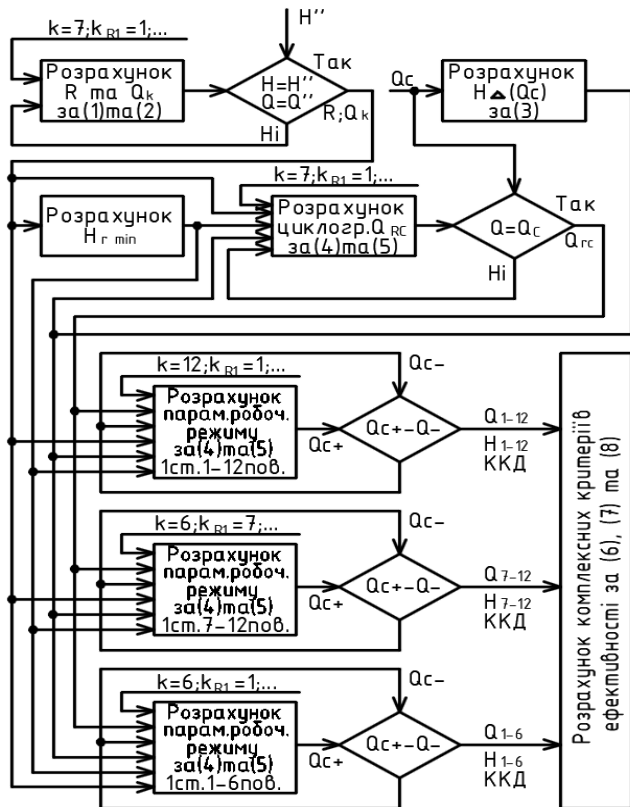


Рис. 3

На рис. 3 представлено алгоритм розрахунків математичної моделі рис. 2, який відображає весь викладений опис послідовності дій (кроків), в тому числі представлений рівняннями (1) – (8), необхідними для розрахунку коефіцієнту ефективності. У наведеній схемі числами у дужках позначаються номери ринянь, що використовуються для виконання вказаної на схемі дії. Розв'язок нелінійних рівнянь (1), (2) і (4), (5) здійснено із використанням бібліотечного блоку «Algebraic constraint».

Виконаний аналіз у припущенні сталості швидкості обертання ротора насосного агрегату показав, що застосування дворівневих стояків забезпечує добову економію коштів на оплату води – 522,6 грн., а електроенергії – 84,14 грн. Тобто, корисний ефект економії водного ресурсу перевищує енергетичний у  $\delta\epsilon = 6,211$  рази. Збільшення величини коефіцієнту ефективності ЕМС  $\delta K_{ef}$  становить 4,5%. Відносна економія електричної енергії – 25,09%, води – 3,77%.



**Висновки.** Розроблені математичні і програмні засоби забезпечують кількісну оцінку ефективності використання електричної енергії і води за паралельного зонування ЕМС водопостачання багатоповерхового будинку за варіювання кількості поверхів, діапазону добових коливань вхідного тиску, ступеня впливу надлишку тиску на водоспоживання. Під час визначення величини коефіцієнту ресурсної ефективності враховується співвідношення ціни електричної енергії і води, зміна величини ККД приводного АД із зміною габаритної потужності і ступеня завантаження.

Застосування дворівневих стояків варіанту 12-поверхового будинку забезпечує добову економію коштів на оплату води – 522,6 грн., електроенергію – 84,14 грн. (відповідно 3,8% і 25%). Обґрунтування доцільності заходів з вдосконалення ЕМС водопостачання багатоповерхових будинків завдяки зниженню надлишкових тисків (паралельне зонування, регульований електропривод) обов'язково повинно враховувати економію води, яка значно перевищує економію електричної енергії.

1. Huong N., Anh N., Huyen D., Son T., Cuong D. Optimization to water supply system design and operation scheme in high rise buildings. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering*. 2018. Vol. 12. No 3. Pp. 123-131. DOI: [https://doi.org/10.31814/stce.nuce2018-12\(3\)-12](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2018-12(3)-12).
2. Jens N., Anders N. Water supply in tall buildings: Roof tanks vs. pressurised systems. *Grundfos Water Boosting*. 2014
3. Попович О.М., Яшин Р.В. Дослідження енергоефективності електромеханічної системи водопостачання багатоповерхового будинку із дворівневими стояками. *Технічна електродинаміка*. 2023 № 1. С. 42-50. DOI: [https://doi.org/10.15407/techned2023.01\\_042](https://doi.org/10.15407/techned2023.01_042).
4. Suchacek T., Tuhovcak L., Rucka J., Sensitivity analysis of water consumption in an office building. *The First Conference of the International Water Association IWA for Young Scientist in Poland: Water, Wastewater and Energy in Smart Cities*. 2018. Vol. 30. Issue 01002. Pp. 1-9. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20183001002>.
5. Яшин Р.В. Визначення параметрів математичної моделі системи водопостачання багатоповерхового будинку за зміни вхідного тиску. *Енергетика: економіка, технології, екологія*. 2024. № 3. С. 40-46. DOI: <https://doi.org/10.20535/1813-5420.3.2024.314532>.
6. United Nations. The United Nations World Water Development Report 2024: Water for prosperity and peace. UNESCO, Paris.
7. International Energy Agency. Electricity 2024. Analysis and forecast to 2026 (Report). Typeset in France by IEA, January 2024.
8. ExxonMobil. Energy demand: Three drivers, Report, January 8, 2024.
9. Державні будівельні норми України. Внутрішній водопровід та каналізація. Частина I: Проектування. Частина II. Будівництво. ДБН В.2.5-64:2012. Київ, Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2012. 122 с.
10. Pedrollo the spring of life. URL: [www.pedrollo.com](http://www.pedrollo.com) (дата звернення 15.05.2024).
11. Попович О.М. Моделювання систем з сезонними тепловими акумуляторами відновлюваної енергетики. *Відновлювана енергетика*. 2023. № 3. С. 115-126. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.3\(74\)115-126](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.3(74)115-126).

## STUDY OF ECONOMY OF ENERGY AND WATER RESOURCES IN THE WATER SUPPLY SYSTEM OF A HIGH-STORY BUILDING WITH TWO-TIER RISER

O.M. Popovych<sup>1</sup>, R.V. Yashyn<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, Beresteiskyi Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: [popovich1955@ukr.net](mailto:popovich1955@ukr.net).

<sup>2</sup>National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Beresteiskyi Ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine.

*The influence of the structure of the electromechanical water supply system of a 12-story building (replacing one riser with two risers of different levels) on the efficiency of energy and water resource use was studied. A mathematical model of the electromechanical system has been developed and implemented in software, which takes into account the dependence of the floor consumption on the pressure value and allows determining the water needs of consumers based on the given cyclorama of the water consumption of the house. According to the information about the known parameters of the basic version of the water supply system, the parameters of one floor and the parameters of the variants of the building system with risers for servicing floors are determined: 1-12; 1-6; 7-12. The study was carried out taking into account the proposed time dependence of the change in the input pressure of the house. Means of generalized determination of the energy efficiency of the asynchronous motor of the water supply system based on approximate dependences of nominal efficiency on power and efficiency on the degree of loading have been developed.*

The comparison of options was carried out according to the formulated expression of the efficiency criterion, as the ratio of the daily useful effect of the water supply system to consumers to the cost of electricity and water consumed during the given period. According to the simulation results, the two riser option provides savings of 4% of water and 25% of electricity with their ratio in monetary terms 6:1. This justifies the priority of taking into account water savings when justifying the modernization of water supply systems (parallel zoning, adjustable electric drive). References 11, table 1, figures 3.

**Keywords:** asynchronous motor, parallel zoning of the water supply system, efficiency of energy and water consumption.

1. Huong N., Anh N., Huyen D., Son T., Cuong D. Optimization to water supply system design and operation scheme in high rise buildings. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering*. 2018. Vol. 12. No 3. Pp. 123-131. DOI: [https://doi.org/10.31814/stce.nuce2018-12\(3\)-12](https://doi.org/10.31814/stce.nuce2018-12(3)-12).
2. Jens N., Anders N. Water supply in tall buildings: Roof tanks vs. pressurised systems. *Grundfos Water Boosting*. 2014
3. Popovych O.M., Yashin R.V. Research of the energy efficiency of the electromechanical water supply system of a multi-story building with two-level risers. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2023. No 1. Pp. 42-50. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.01.042>. (Ukr)
4. Suchacek T., Tuhovcak L., Rucka J., Sensitivity analysis of water consumption in an office building. *The First Conference of the International Water Association IWA for Young Scientist in Poland: Water, Wastewater and Energy in Smart Cities*. 2018. Vol. 30. Issue 01002. Pp. 1-9. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20183001002>.
5. Yashin R.V. Determination of the parameters of the mathematical model of the water supply system of a high-store building under changes in the inlet pressure. *Enerhetyka: Ekonomika, tekhnologii, ekologiya*. 2024. No 3. Pp. 40-46. DOI: <https://doi.org/10.20535/1813-5420.3.2024.314532>. (Ukr)
6. United Nations. The United Nations World Water Development Report 2024: Water for prosperity and peace. UNESCO, Paris.
7. International Energy Agency. Electricity 2024. Analysis and forecast to 2026 (Report). Typeset in France by IEA, January 2024.
8. ExxonMobil. Energy demand: Three drivers, Report, January 8, 2024.
9. State building regulations of Ukraine, Internal water supply and sewerage, Part I. Design. Part II. Construction. DBN V.2.5-64:2012. Kyiv, Ministry of Regional Development, Construction and Housing and Communal Services of Ukraine, 2013. 122 p. (Ukr)
10. Pedrollo the sprinf of life. URL: [www.pedrollo.com](http://www.pedrollo.com) (accessed at 15.05.2024).
11. Popovych O.M. Simulation of renewable energy systems with seasonal heat accumulators. *Vidnovliuvana enerhetyka*. 2023. No 3. Pp. 115-126. DOI: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.3\(74\)115-126](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2023.3(74)115-126). (Ukr)

Надійшла 20.05.2024  
Остаточний варіант 28.10.2024

**МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ВСТАНОВЛЕНОЇ ПОТУЖНОСТІ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЙ  
РОЗПОДІЛЕНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ З ВІДНОВЛЮВАНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ЕНЕРГІЇ  
ТА УСТАНОВКОЮ ЗБЕРІГАННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ**

**І.М. Буратинський\***, докт. філософії, **А.О. Запорожець\*\***, докт. техн. наук  
Інститут загальної енергетики НАН України,  
вул. Антоновича, 172, Київ, 03150, Україна, e-mail: [buratynskvi@ienergy.kiev.ua](mailto:buratynskvi@ienergy.kiev.ua).

*Наведено розроблений метод, який полягає у визначенні встановленої потужності розподіленої генерації, зокрема, вітрової електростанції, сонячної електростанції, резервної електростанції та технічних параметрів системи акумулявання електричної енергії, задля забезпечення безпеки постачання електричної енергії місцевим споживачам. Досягнення балансу між добовим обсягом виробництва електричної енергії розподіленої генерації та обсягом споживання забезпечує визначення надлишкових обсягів електричної енергії, які в основному виникають у періоди піку сонячного випромінювання, та, відповідно, необхідну енергоємність установок зберігання електроенергії. За результатами моделювання визначено, що за максимальних добових обсягах споживання електричної енергії місцевими споживачами протягом року на рівні 96 МВт·год добовий баланс електроенергії досягається за встановленої потужності вітрової електростанції на рівні 3,6 МВт; сонячної електростанції – 14 МВт; резервної електростанції – 3,7 МВт та номінальної потужності чотирьохгодинної установки зберігання електроенергії – 16 МВт. Бібл. 3, рис. 2, табл. 1.*

**Ключові слова:** метод, розподілена генерація, вітрова електростанція, сонячна електростанція, резервна електростанція, установка зберігання електроенергії.

**Вступ та постановка проблеми.** В сучасних умовах розвитку електроенергетичних систем значна увага приділяється розподіленій генерації із встановленою потужністю 20 МВт та нижче із приєднанням до мереж оператора системи розподілу, яка має ряд переваг перед централізованими електростанціями значно більшої потужності. Основними перевагами децентралізації генеруючих потужностей та розосередження менш потужних електростанцій в енергетичних вузлах є: підвищення безпеки постачання електричної енергії; забезпечення операційної безпеки навіть в умовах виникнення системних аварій в енергосистемі; зменшення втрат у лініях електропередачі за рахунок зближення об'єктів, що виробляють електричну енергію з об'єктами або її споживають, тощо. Крім того, за відсутності електричного зв'язку з енергосистемою, зокрема у разі виникнення надзвичайної ситуації в енергосистемі, більшість сучасних електростанцій розподіленої генерації можуть працювати в автономному режимі та надавати послугу з відновлення функціонування енергосистеми після виникнення системних аварій (автономного пуску) [1].

Відповідно до Закону України «Про ринок електричної енергії» [2] на рівні держави передбачається стимулювання розвитку малої розподіленої генерації з відновлюваних джерел енергії (ВДЕ). Крім того, як окремий напрямок державної цільової програми є стимулювання розвитку ВДЕ та установок зберігання електроенергії (УЗЕ), в тому числі таких, які встановлюються на об'єктах критичної інфраструктури з метою підвищення надійності електропостачання. Водночас збільшення частки ВДЕ, які здебільшого є об'єктами розподіленої генерації у загальному балансі, потребує підвищення маневреності енергосистеми та, відповідно, впровадження нових напівпікових та пікових електростанцій та УЗЕ.

**Метою** даної роботи є розроблення методу, який полягає у визначенні встановленої потужності електростанцій розподіленої генерації із значною часткою ВДЕ, в саме вітрових (ВЕС) та сонячних електростанцій (СЕС), визначення встановленої потужності резервної електростанції (РЕС) та номінальної потужності УЗЕ задля забезпечення електричною енергією місцевих споживачів на

© Буратинський І.М., Запорожець А.О., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0003-2928-9621>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-0704-4116>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

основі використання історичних даних щодо обсягів споживання електричної енергії місцевими споживачами та даних по потужності ВЕС та СЕС, що функціонують на досліджуваній місцевості.

Перевагою ВЕС та СЕС порівняно із традиційними електростанціями є відсутність палива, що дає можливість забезпечувати значно менші операційні витрати протягом всього періоду їхньої комерційної експлуатації. Однак ВЕС та СЕС через повну залежність потужності виробництва електричної енергії від погодних факторів не можуть самостійно гарантувати необхідний рівень генерації для споживачів. Враховуючи те, що для території України середньорічний коефіцієнт використання встановленої потужності (КВВП) для ВЕС становить 36% на відміну від СЕС, КВВП якої становить 14%, то для дослідження як основну електростанцію прийнято ВЕС. За РЕС прийнято електростанцію, що відповідає поточним вимогам щодо нових високоманеврових електростанцій, які здатні виходити на номінальну потужність за час, що не перевищує 15 хвилин після отримання відповідної команди. Зазначеним вимогам до швидкого пуску відповідають газотурбінні, газопоршневі та дизельні установки.

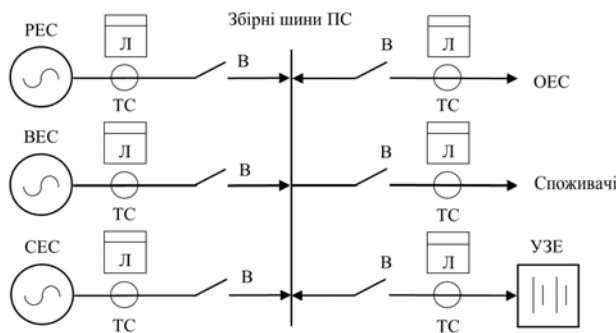


Рис. 1

електричної енергії (Л), що підключаються через вимірювальні трансформатори струму (ТС).

**Визначення встановленої потужності ВЕС.** Враховуючи те, що у розробленому методі ВЕС прийнято як основну електростанцію, її встановлена потужність визначається через максимальне значення відношення добутку питомого показника добового споживання електричної енергії та максимального добового обсягу споживання електричної енергії протягом року до часу виробництва електричної енергії ВЕС на рівні встановленої потужності протягом доби

$$P^{WES} = \max_{d=1 \div D} \left\{ \frac{p_d^{CONS} \cdot W^{CONS\_MAX}}{k_d^{WES}} \right\}, \quad (1)$$

де  $P^{WES}$  – встановлена потужність ВЕС, МВт;  $D$  – сумарна кількість днів  $d$  у році;  $p_d^{CONS}$  – питомий показник добового споживання електричної енергії відносно максимального обсягу протягом року, в.о.;  $W^{CONS\_MAX}$  – максимальний добовий обсяг споживання електричної енергії протягом року, МВт·год;  $k_d^{WES}$  – час виробництва електричної енергії ВЕС на рівні встановленої потужності протягом доби  $d$ , год.

Із визначення (1) слідує те, що надлишкова електрична енергія на ВЕС протягом року не буде виникати взагалі, оскільки вся вироблена електрична енергія на ВЕС буде споживатися. Тобто, виконується умова того, що погодинні добові обсяги виробництва електричної енергії на ВЕС не будуть перевищувати рівень споживання електричної енергії протягом року. Таким чином, протягом року буде доба, упродовж якої потреби у споживанні будуть забезпечуватися електричною енергією, виробленою на ВЕС.

**Визначення встановленої потужності СЕС.** У розробленому методі встановлена потужність СЕС визначається через відношення добутку питомого показника добового споживання електричної енергії та максимального добового обсягу споживання електричної енергії протягом року із урахуванням обсягів виробництва електричної енергії на ВЕС протягом цієї доби до часу виробництва електричної енергії СЕС на рівні встановленої потужності протягом доби

$$P^{PV} = \text{aver}_{d=1 \div D} \left\{ \frac{p_d^{CONS} \cdot W^{CONS\_MAX} - k_d^{WES} \cdot P^{WES}}{k_d^{PV}} \right\}, \quad (2)$$

де  $P^{PV}$  – встановлена потужність СЕС, МВт;  $k_d^{PV}$  – час виробництва електричної енергії СЕС на рівні встановленої потужності протягом доби  $d$ , год.

Спрощену структурну схему досліджуваного електроенергетичного вузла наведено на рис. 1. Використання запропонованої структурної схеми електроенергетичного вузла дає змогу вироблену електричну енергію на ВЕС, СЕС, РЕС через збірні шини підстанції (ПС) передавати до споживачів, здійснювати заряджання чи розряджання УЗЕ та відпуск або відбір електричної енергії з об'єднаної енергосистеми (ОЕС). Керування потоками електроенергії шляхом комутації на окремих лініях електропередачі здійснюється вимикачами (В). Облік електричної енергії здійснюється інтелектуальними лічильниками

Із визначення (2) слідує те, що надлишкова електрична енергія на СЕС може виникати, оскільки встановлена потужність СЕС вибирається виходячи із середньоарифметичного, а не максимального значення покриття добових обсягів споживання електричної енергії. Запропонований підхід щодо використання середньоарифметичного значення співвідношення (2) зумовлений зменшенням виникнення надлишкової електричної енергії на СЕС, яку необхідно буде обмежувати, зокрема, у періоди максимальної інтенсивності сонячного випромінювання.

Надлишкові обсяги електричної енергії на СЕС визначаються із умови

$$W_d^{CURT} = \begin{cases} W_d^{CONS} - W_d^{WES} - W_d^{PV}, & W_d^{WES} + W_d^{PV} > W_d^{CONS}; \\ 0, & W_d^{WES} + W_d^{PV} \leq W_d^{CONS}, \end{cases} \quad (3)$$

де  $W_d^{CURT}$  – обсяги обмеження електричної енергії на СЕС протягом доби  $d$ , МВт·год.;  $W_d^{CONS}$  – обсяги споживання електричної енергії протягом доби  $d$ , МВт·год.;  $W_d^{WES}$  – обсяги виробництва електричної енергії на ВЕС протягом доби  $d$ , МВт·год.;  $W_d^{PV}$  – обсяги виробництва електричної енергії на СЕС протягом доби  $d$ , МВт·год.

**Визначення встановленої потужності РЕС.** Метою впровадження РЕС є забезпечення споживачів електричною енергією у тих випадках, коли обсягів виробництва електричної енергії на ВЕС та СЕС не достатньо для покриття їхніх потреб, тобто у разі зниження інтенсивності сонячного випромінювання чи швидкості вітру. Задля визначення встановленої потужності РЕС необхідно знайти добові обсяги електричної енергії, яких не вистачає для потреб споживачів, що визначаються із умови

$$W_d^{NOT} = \begin{cases} W_d^{CONS} - W_d^{WES} - W_d^{PV}, & W_d^{CONS} - W_d^{WES} - W_d^{PV} > 0; \\ 0, & W_d^{CONS} - W_d^{WES} - W_d^{PV} \leq 0, \end{cases} \quad (4)$$

де  $W_d^{NOT}$  – добові обсяги електричної енергії, яких не вистачає для покриття потреб споживачів, МВт·год.

Встановлена потужність РЕС визначається через максимальне значення протягом року добових обсягів електричної енергії, яких не вистачає для покриття потреб споживачів до максимальної можливої кількості годин роботи РЕС протягом доби

$$P^{RES} = \max_{d=1 \div D} \left\{ \frac{W_d^{NOT}}{H^{RES}} \right\}, \quad (5)$$

де  $P^{RES}$  – встановлена потужність РЕС, МВт;  $H^{RES}$  – максимально можлива кількість годин роботи РЕС протягом доби.

Максимально можлива кількість годин роботи РЕС протягом доби визначається, виходячи із технічних можливостей РЕС (швидкості набору/зниження потужності, можливості зупинки та запуску протягом доби, витрат палива, тощо). Як слідує з (5) за однакових обсягів необхідних для виробництва електричної енергії скорочення часу роботи РЕС призводитиме до збільшення її встановленої потужності.

**Визначення параметрів УЗЕ.** Враховуючи те, що під час роботи ВЕС не виникатиме надлишкова електрична енергія, а потужність генерації РЕС буде змінюватися за необхідністю, то УЗЕ необхідна для перенесення надлишкової електричної енергії, що виникатиме на СЕС у періоди максимальної інтенсивності сонячного випромінювання. Умовою роботи УЗЕ є здійснення одного повного циклу заряджання та розряджання електричною енергією протягом однієї доби. Таким чином, корисна енергоємність заряджання УЗЕ визначається із максимального добового значення надлишкових обсягів електричної енергії на СЕС протягом року

$$C^{BESSchg} = \max_{d=1 \div D} \left\{ W_d^{CURT} \right\}, \quad (6)$$

де  $C^{BESSchg}$  – корисна енергоємність заряджання УЗЕ, МВт·год.

Номінальна потужність УЗЕ обчислюється виходячи із енергоємності заряджання УЗЕ та кількості годин її роботи, що визначається наперед заданими проєктними технічними параметрами

$$P^{BESS} = C^{BESS} / H^{BESS}, \quad (7)$$

де  $P^{BESS}$  – номінальна потужність УЗЕ, МВт;  $H^{BESS}$  – номінальна кількість годин роботи УЗЕ протягом доби.

Номінальна енергоємність УЗЕ знаходиться через енергоємність заряджання УЗЕ із урахування глибини можливого розряджання та ефективності перетворення

$$C^{BESS} = C^{BESSchg} / \eta^{DOD} / \eta^{RTE}, \quad (8)$$

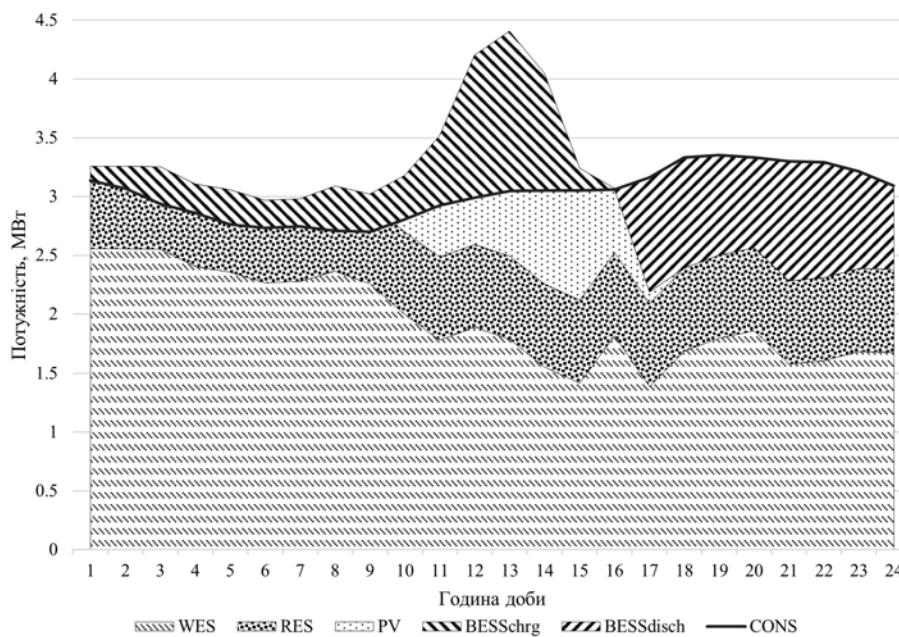
де  $C^{BESS}$  – номінальна енергоємність УЗЕ, МВт·год;  $\eta^{RTE}$  – ефективність перетворення УЗЕ, частка;  $\eta^{DOD}$  – глибина можливого розрядження УЗЕ, частка.

**Вхідні дані та результати моделювання.** Задля визначення рівня споживання електроенергії місцевими споживачами використано статистичні дані графіка електричного навантаження та потужності ВЕС і СЕС в ОЕС України за 2020 рік [3]. Так за статистичними даними максимальний сумарний добовий обсяг споживання електричної енергії в енергосистемі на рівні 505 397 МВт·год було зафіксовані 10 грудня. Відповідно зазначені обсяги були зменшені до 96,0 МВт·год та прийняті як максимальний добовий обсяг споживання електричної енергії протягом року для досліджуваного електроенергетичного вузла (із середньодобовою потужністю споживання електроенергії на рівні 4,0 МВт). Виходячи із погодинних даних для кожної окремої доби знайдено питомий показник добового споживання електричної енергії відносно максимального добового обсягу споживання електричної енергії протягом року. Через відношення фактичних погодинних обсягів виробництва електричної енергії на ВЕС та СЕС в ОЕС України до їхньої встановленої потужності (за місячними даними) для кожної доби визначено час виробництва електричної енергії на ВЕС та СЕС на рівні встановленої потужності.

Також слід зауважити, що для моделювання прийнято: максимально можливу кількість годин роботи для РЕС протягом доби – 24; ефективність перетворення для УЗЕ – 98%; глибину можливого розрядження для УЗЕ – 80%. Результати моделювання наведено у таблиці.

№	Найменування показника	Значення
1	Середньодобова потужність споживання електричної енергії, МВт	4,0
2	Встановлена потужність ВЕС, МВт	3,61
3	Встановлена потужність СЕС, МВт	13,99
4	Встановлена потужність РЕС, МВт	3,66
5	Номінальна потужність УЗЕ, МВт	16,0
6	Корисна енергоємність заряджання УЗЕ, МВт·год	63,99
7	Номінальна енергоємність УЗЕ, МВт·год	81,62
8	Обсяги споживання електричної енергії за рік, МВт·год	26 727,21
9	Обсяги виробництва електричної енергії на ВЕС за рік, МВт·год	10 475,46
10	Обсяги виробництва електричної енергії на СЕС за рік,	15 277,64
11	Обсяги виробництва електричної енергії на РЕС за рік, МВт·год	5 055,82
12	Обсяги заряджання електричної енергії УЗЕ за рік, МВт·год	4 081,71

Із результатів моделювання, наведених у таблиці, видно, що встановлена потужність РЕС практично однакова із встановленою потужністю ВЕС; встановлена потужність СЕС є майже у чотири рази більшою за встановлену потужність ВЕС; номінальна потужність УЗЕ є у чотири рази



більшою за середню потужність споживання протягом доби. Крім того визначено, що для досліджуваного енергетичного вузла КВВП для ВЕС становить 33,1%; СЕС – 12,5%; РЕС – 15,8%.

Погодинний графік покриття електричного навантаження місцевих споживачів досліджуваного електроенергетичного вузла для доби 01 січня із сумарними обсягами споживання електричної енергії протягом доби на рівні 72,67 МВт·год наведено на рис. 2.

Рис. 2

Для досліджуваної доби виробництво електричної енергії ВЕС на рівні 47,16 МВт·год (64,9%); СЕС – 8,68 МВт·год (11,9%); РЕС – 16,84 МВт·год (23,2%). Середньодобова потужність споживання становить 3,03 МВт; потужність ВЕС – 1,96 МВт; СЕС – 0,36 МВт; РЕС – 0,7 МВт. При цьому, протягом досліджуваної доби УЗЕ реалізує перенесення у часі біля 7,07 МВт·год (із середньодобовою потужністю заряджання/розряджання – 0,29 МВт), здійснюючи заряджання акумуляторних батарей протягом першої половини доби до 16:00 год та подальше розряджання у час вечірнього зростання електричного навантаження споживачів.

**Висновок.** На основі розробленого методу визначено встановлену потужність ВЕС, СЕС, РЕС та технічні параметри УЗЕ, що є необхідними задля забезпечення електричною енергією місцевих споживачів досліджуваного електроенергетичного вузла. Так за максимальних обсягах споживання електроенергії за добу на рівні 96,0 МВт·год (середньодобова потужність споживання електроенергії 4,0 МВт) задля забезпечення покриття попиту за рахунок власної генерації встановлена потужність ВЕС повинна бути на рівні біля 3,61 МВт; встановлена потужність СЕС – 13,99 МВт; встановлена потужність РЕС – 3,66 МВт; номінальна потужність чотирьохгодинної УЗЕ – 16,0 МВт та номінальна енергоємність УЗЕ – 81,62 МВт·год.

Під час дослідження враховувалося повне забезпечення рівня потреб споживання за рахунок електростанцій розподіленої генерації, що за відсутності електричного зв'язку з енергосистемою дає змогу забезпечити безпеку та стабільність постачання електричної енергії навіть у разі виникнення надзвичайної ситуації в ОЕС України. Враховуючи те, що номінальні параметри УЗЕ відповідно до розробленого методу визначалися, виходячи із надлишкової електричної енергії СЕС, то неповне використання потужностей УЗЕ за низьких обсягах виробництва електричної енергії на СЕС забезпечить для неї можливість приймати участь у первинному регулюванні частоти та активної потужності в енергосистемі.

1. Про затвердження Кодексу системи передачі: Постанова НКРЕКП від 14.03.2018 № 309. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0309874-18#Text> (дата звернення: 17.03.2024).
2. Про ринок електричної енергії: Закон України від 13.04.2017 № 2019-VIII. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2019-19#Text> (дата звернення: 16.03.2024).
3. Погодинний баланс потужності ОЕС України. Портал відкритих даних. URL: <https://data.gov.ua/dataset/31199018-e15e-4e87-bf5e-2a4293151f5c> (дата звернення: 01.10.2021).

## METHOD OF DETERMINING THE INSTALLED CAPACITY OF DISTRIBUTED GENERATION POWER PLANTS WITH RENEWABLE ENERGY SOURCES AND ENERGY STORAGE SYSTEM

I.M. Buratynskiy, A.O. Zaporozhets

General Energy Institute National Academy of Sciences of Ukraine,

172, Antonovycha str., Kyiv, 03150, Ukraine,

e-mail: [buratynskvi@ienergy.kiev.ua](mailto:buratynskvi@ienergy.kiev.ua).

*The developed method, which consists in determining the installed power of distributed generation, in particular, a wind power plant, a solar power plant, a standby power plant and the technical parameters of an energy storage system, to ensure the security of the supply of electric energy to local consumers, is given. Achieving a balance between the daily amount of electricity produced by distributed generation and the amount of consumption ensures the determination of excess amounts of electricity, which mainly occur during periods of peak solar radiation and, accordingly, the required capacity of an energy storage system. According to the simulation results, it was determined that with the maximum daily consumption of electricity by local consumers during the year at the level of 96 MWh, the daily balance of electricity is achieved at the installed capacity of the wind power plant at the level of 3.6 MW; solar power plant is 14 MW; standby power plant is 3.7 MW and the nominal power of an four-hour energy storage system is 16 MW. References 3, figures 2, table 1.*

**Keywords:** method, distributed generation, solar power plant, wind power plant, backup power plant, energy storage system.

1. Pro zatverdzhennia Kodeksu systemy peredachi: Postanova NKREKPP vid 14.03.2018 № 309. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/v0309874-18#Text> (Accessed at 17.03.2024) (Ukr).
2. On Electricity Market: The Law of Ukraine 13.04.2017 No 2019-VIII. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2019-19#Text> (Accessed at 16.03.2024) (Ukr).
3. Pohodynnyi balans potuzhnosti OES Ukrainy. Portal vidkrytykh danykh. URL: <https://data.gov.ua/dataset/31199018-e15e-4e87-bf5e-2a4293151f5c> (Accessed at 01.10.2021) (Ukr).

Надійшла 01.04.2024  
Остаточний варіант 03.07.2024

## ОЦІНКА НЕРІВНОМІРНОСТІ ВІДБОРУ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В СИСТЕМАХ РОЗПОДІЛУ ТА ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ З АКУМУЛЯТОРНИМИ БАТАРЕЯМИ

С.П. Денисюк\*, докт. техн. наук, Д.Г. Дерев'янку\*\*, канд. техн. наук, І.І. Богойко\*\*\*  
НТУ України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,  
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна,  
e-mail: [spdens@ukr.net](mailto:spdens@ukr.net).

*Розглянуто особливості розрахунку енергоємності акумуляторних батарей в системах розподілу та використання електроенергії зі змінними у часі навантаженнями за різної інтенсивності їхньої розряду. Показано, що оцінку нерівномірності відбору електроенергії в системах з акумуляторними батареями можна здійснювати за рахунок застосування такого інтегрального показника як модифікована потужність Фризе, що розглядається як показник роботи конкретного елемента в системі (оцінка загальносистемної енергоефективності). Отримано залежності нерівномірності розряду акумуляторних батарей у вигляді безрозмірної функції, яка дає можливість у тривимірному просторі отримати наочне представлення оцінки рівня нерівномірності споживання електроенергії навантаженнями в залежності від тривалості інтервалів, на яких відбір потужності є постійним, так і інтенсивності розряду акумуляторної батареї на цих інтервалах. Введено інтегральну характеристику оцінки нерівномірності розряду акумуляторної батареї, яка є індикатором енергоефективності роботи цієї батареї як елемента системи. Бібл. 19, рис. 4, табл. 1.*

**Ключові слова:** електромережі, акумуляторна батарея, ємність акумулятора, реактивна потужність Фризе, системи розподілу та використання електроенергії, змінні у часі навантаження, оцінка нерівномірності графіка електроспоживання.

**Вступ.** На сьогодні у світі зростає інтерес до нових принципів генерації, розподілу та споживання енергії, які передбачають реалізацію концепції *Smart Grid* [1]. До таких нововведень на рівні систем розподілу та використання електроенергії належить широке застосування в системах накопичувачів енергії під час вирішення проблем балансування та гнучкості, а також розвиток сфер застосування активних споживачів (*prosumers*), які не тільки купують, а й також виробляють і продають електроенергію, в основному використовуючи власну генерацію на основі відновлюваних джерел енергії (ВДЕ) [2–4].

Завдяки своїй універсальності та масштабованості акумуляторні батареї (АКБ) найбільш комплексно задовольняють вимогам до ефективного балансування та гнучкості електромереж [3]. Особливо це стосується літій-іонних батарей, які становлять останніми роками основну частину щорічного приросту обсягів введення в експлуатацію систем акумуляування електроенергії. АКБ забезпечують компенсацію непостійності та нерівномірності генерації електроенергії ВДЕ, обумовлену особливістю їхньої роботи, покращення якості та надійності електропостачання. Переривчастість виробництва електроенергії ВДЕ (передбачувана мінливість, наприклад, цикл день-ніч) та непередбачувана частина обсягів генерації електроенергії (недосконалий прогноз погоди) створюють низку проблем для керування в електроенергетичній системі, а накопичення електроенергії широко визнано потенційним напрямком їхнього вирішення.

Перспективні системи з АКБ можуть додатково включати централізоване керування, що дає змогу енергокомпаніям генерувати додаткові потоки доходу шляхом надання допоміжних послуг [2, 4]. Так, системи накопичення на базі АКБ, які підключено до систем розподілу з фотоелектричною генерацією (*PV* панелями), мають потенціал для зменшення коливань напруги, зворотних потоків електроенергії та згладжування попиту на електроенергію (вирівнювання графіка споживання електроенергії), а також низку інших позитивних ефектів, пов'язаних з тим, що батареї не розташовані на стороні клієнта.

© Денисюк С.П., Дерев'янку Д.Г., Богойко І.І., 2025  
ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0002-6299-3680>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-4877-5601>;  
\*\*\* <https://orcid.org/0000-0002-6816-6352>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>



Застосування бізнес-моделі «Зберігання енергії як послуга» (*Energy storage as a service, ESaaS*) дає змогу об'єкту скористатися перевагами системи накопичення енергії шляхом укладення угоди про надання послуг без покупки цієї системи [5]. Функціонування системи *ESaaS* – це поєднання удосконаленої системи накопичення на базі АКБ, системи керування потоками енергії та контракту на обслуговування, які можуть забезпечити надійне електроживлення більш економічно доцільним шляхом [6]. Із зниженням вартості АКБ у споживачів з'являються додаткові можливості взяти на себе контроль над використанням електроенергії та наростити власне споживання електроенергії, виробленої власними *PV* панелями.

Широке застосування Smart-інверторів і сучасних АКБ та нових регуляторних стимулів інтенсифікували розвиток технологій локальної генерації на базі *PV* панелей на багатьох ринках електроенергії. Як розвиток концепції просюмерів – «*prosumers*» (*PROducers and conSUMERS*, виробники та споживачі) сформувалася концепція просюмеджів – «*prosumage*», яка передбачає додаткове включення децентралізованих накопичувачів енергії (*PROducers, conSUMers and storAGE*, виробників, споживачів та сховищ [7]). Просюмеджі можуть суттєво змінити електроспоживання від мережі та доходи роздрібною торгівлі, надаючи можливість домогосподарствам наростити загальну частку власної генерації. Зменшення вартості *PV* та АКБ стимулює домогосподарства інвестувати в *PV* батареї просюмеджів, що сприяє зменшенню рахунків за електроенергію.

Використання зарядки акумуляторів просюмеджів від електромережі завжди знижує вартість виробництва електроенергії по країні в цілому [6, 7]. Економічні вигоди для домогосподарств від їхніх систем зазвичай виникають через різницю між роздрібними та оптовими цінами на електроенергію. Це обумовлено тим, що електроенергія, яка споживається для власних потреб та подається в мережу домогосподарствами, часто оцінюється на рівні оптового ринку, тоді як роздрібна ціна придбаної електроенергії зазвичай вища, включаючи податки на електроенергію та плату за підключення до електромережі. При цьому врахування найбільш доречних графіків (профілів) навантаження має важливе значення для балансування системи та формування відповідних алгоритмів застосування систем з *PV* та АКБ, що сприятиме зменшенню рахунків за електроенергію.

Розподілене накопичення енергії у багатьох випадках потребує централізованого координування, щоб принести максимальні вигоди як власнику накопичувача, так і розширюючи можливості роботи електроенергетичної системи, сприяючи енергетичному арбітражу, балансуванню та низці інших послуг [3, 4, 6, 7]. Крім того, загальні системні витрати нижчі, якщо децентралізовані батареї працюють системно-орієнтованим способом, що потребує застосування Smart-інверторів та розробки відповідного науково-методологічного забезпечення. Також важливо дослідити наслідки поведінки просюмеджів у інтегрованій моделі диспетчеризації, тобто зміни загальної вартості виробництва електроенергії, а також її втрат залежно від рівня зміни електроспоживання домогосподарствами.

Доцільно проаналізувати, яким чином оптимальна для домашнього господарства робота *PV* та АКБ відрізняється від загальної оптимальної роботи системи в цілому. Як наслідок, потребують більш детального аналізу особливості функціонування АКБ в системах з сонячною генерацією з урахуванням як впливу АКБ на загальносистемні процеси, так і впливу різноманітних факторів на процеси в АКБ, зокрема, у разі змінного у часі навантаження, для наступних рівнів застосування АКБ, що обумовлює нерівномірність електроспоживання (таблиця). Досягнення рівномірного споживання електроенергії є важливою задачею в системах розподілу та використання електроенергії з точки зору стабільного постачання електроенергії, уникнення перевантажень та підвищення ефективності енергопостачання [8, 9]. Тому для систем в цілому важливо забезпечити рівномірність генерації та споживання електроенергії (їх балансування), що досягається, зокрема, використанням

Рівень	Характеристика системи	Застосування АКБ (функціональні особливості)
1	Активний споживач ( <i>prosumers, prosumage</i> )	Одна акумуляторна батарея та Smart-інвертор
2	Локальна автономна система електропостачання з джерелами обмеженої потужності (локальна <i>Microgrid</i> )	АКБ можуть бути розміщені як біля джерела електроенергії, так/чи біля навантаження
3	<i>Microgrid</i> , яка працює як в автономному режимі (режимі островкування) та/чи сумісно з електричною мережею	АКБ можуть бути розміщені як біля джерела електроенергії, так/чи біля навантаження; можлива координація роботи АКБ зі сторони електромережі.

АКБ, а також оцінку нерівномірності.

**Метою статті** є оцінка нерівномірності відбору енергії від АКБ в системах розподілу та використання електроенергії зі змінним у часі навантаженням з використанням модифікованої реактивної потужності Фризе в однофазних системах.

**1. Ємність акумуляторних батарей.** Існує кілька типів АКБ, які використовуються в системах розподілу та використання електроенергії із змінними у часі навантаженнями (далі такі системи позначимо СЕП), зокрема, свинцево-кислотні (з технологією *Absorbent Glass Mat (AGM)* або гелеві (*GEL*)), літій-іонні (*Li-ion*) та літій-полімерні (*Li-pol*) акумулятори, а також нікель-кадмієві (*NiCd*) та нікель-металогідридні (*NiMH*) [10].

Головним завданням використання АКБ у складі СЕП є зменшення витрат електроенергії шляхом зберігання електроенергії з власних джерел розподіленого виробництва або мережі електропостачання в періоди з низькими тарифами і використання її в періоди з підвищеними тарифами [8, 9]. Перемикання навантаження на живлення від акумуляторних батарей в години з високими тарифами, крім економії для споживача, також сприяє зменшенню загального навантаження мережі в періоди пікового та напівпікового навантаження, що, в свою чергу, підвищує енергоефективність системи електропостачання.

Оцінка енергоефективності використання АКБ у СЕП може включати такі критерії: оцінка кількості циклів заряду-розряду, оцінка втрат енергії під час зарядки, розрядки та зберігання АКБ, оцінка ефективності використання АКБ для таких завдань як згладжування пікових навантажень, забезпечення резервного живлення або підтримка стійкого енергозабезпечення для певних застосувань АКБ.

З точки зору самої АКБ енергоефективність – це показник кількості енергії, яку можна отримати від акумулятора, порівняно з кількістю енергії, яка була заряджена в акумулятор до цього. Щодо власне АКБ, то для оцінки економічності їхньої експлуатації введено поняття кулонівська ефективність (зарядний фактор) чи вольтамперна ефективність [11–13].

Акумуляторні батареї можуть бути використані для керування потоками енергії в СЕП багатьма різними способами. Для вибору необхідного числа та ємності АКБ важливо враховувати такі фактори, як: напруга живлення навантаження, розрахункова потужність навантаження в тривалому режимі, пікова потужність навантаження, кількість циклів «заряд/розряд», глибина розряду, час автономної роботи навантаження та температура навколишнього середовища. Важливо враховувати, що ємність акумуляторних батарей може значно знижуватися у разі зниження температури.

Під час підключення до акумулятора еталонного навантаження без перетворювача значення струму, який відбирається від АКБ, залишається незмінним. У цьому випадку ємність АКБ можна розрахувати із співвідношення:  $Q=I \cdot t$ , де  $Q$  – ємність акумулятора (А·год);  $I$  – постійний струм розряду акумулятора (А);  $t$  – час розряду батареї (год). На ємність батареї впливають різні фактори, зокрема, температура, швидкість розряду, старіння та специфічний хімічний склад батареї [13].

Здатність до накопичення енергії батареєю пов'язана з часом розряду: чим він більший, тим більше енергії може віддати АКБ. Обсяг накопиченої електричної енергії визначається із співвідношення:  $W=I \cdot U \cdot T$ , де  $W$  – енергія, накопичена батареєю (Дж);  $U$  – напруга акумулятора (В);  $I$  – постійний струм (А);  $T$  – час розряду (год).

Наведені вирази для визначення  $Q$  та  $W$  потребують уточнення під час врахування реальних режимів роботи джерел електроенергії, які для локальних електроенергетичних систем є генераторами обмеженої потужності, електромережі в цілому, АКБ та навантаження. Так, через зниження температури довкілля енергоемність, яку акумулятор здатний віддати за даної температури, знижується [13, 14], тобто необхідно розраховану ємність помножити на відповідний температурі коефіцієнт  $k_t$  (наприклад, за 26,7 °С коефіцієнт  $k_t=1,00$ , за 4,4 °С –  $k_t=1,30$ , а за -6,7 °С –  $k_t=1,59$ ).

Обсяг електроенергії, яку можна отримати від акумулятора, залежить також від глибини та інтенсивності його розряду [15]. Глибина розряду (*Depth of discharge, DOD*) – це міра того, скільки енергії відбирається з акумулятора під час циклу розряду, виражена у відсотках від ємності акумулятора. За надто великого струму розряду акумулятор розряджається швидше і віддає менше електроенергії (ефект Пейкерта, *Peukert*), час розряду акумулятора дорівнює  $t=C_p / I^n$ , де  $n$  – експонента Пейкерта (діапазон від 1,1 до 1,3);  $C_p$  – ємність Пейкерта, тобто ємність акумулятора, виміряна за струму розряду 1 А;  $I$  – струм розряду, для якого здійснено розрахунок. На рис. 1 показано, що напруга акумулятора  $U$  суттєво змінюється протягом часу за різних значень струму розряду  $I$  [15]. Власне енергоемність акумулятора залежить від швидкості розряду. Швидкість, з якою

аккумулятор розряджається, виражається як рейтинг  $C$  [16]. Рейтинг  $C$  вказує на те, скільки годин прослужить аккумулятор заданої ємності за заданого струму розряду.

Вплив зовнішніх факторів на роботу АКБ в СЕП, які обумовлені у тому числі режимами роботи системи та її елементів, визначає доцільність кількісної оцінки такого впливу. З технічної точки зору підвищення **енергоефективності** роботи АКБ в СЕП досягається застосуванням контролера заряду аккумулятора (*Battery Management System, BMS*), що обмежує пікову напругу кожної комірки під час зарядки, оскільки надмірна напруга може пошкодити їх; у багатоелементних аккумуляторах комірки заряджаються послідовно через один роз'єм живлення так, щоб на вході кожної з комірок напруга не була вища за необхідну (різні елементи можуть вимагати різного рівня заряду); запобігає надто низькому падінню напруги елемента під час розряду (глибокому розряду).

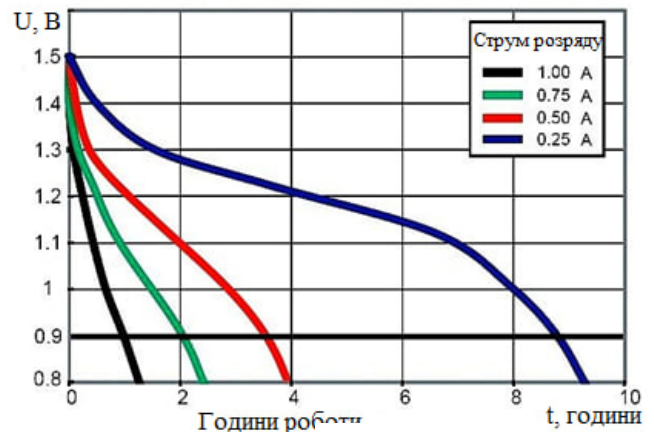


Рис. 1

Надалі під час аналізу роботи АКБ будемо розглядати однофазні системи зарядки (220 В), а енергоемність (*Power Capacity*) АКБ тільки у разі опосередкованого врахування обмеження на величину його струму (*Power Capability*), що визначається величиною рейтингу  $C$  [16].

**2. Розрахунок енергоемності аккумуляторної батареї.** Покладемо, що робота СЕП забезпечує заряджання АКБ до заданих рівнів ємності батареї. Оцінка ємності АКБ в режимі розряджання визначає обсяги енергії для тривалої роботи СЕП в автономному режимі та здійснюється згідно стандартної формули

$$Q = (P_H \cdot t) / (U \cdot S), \quad (1)$$

де  $Q$  – розрахункова ємність АКБ (А·год);  $P_H$  – потужність навантаження (Вт);  $t$  – час розряду (год);  $U$  – напруга батареї (В);  $S$  – коефіцієнт, що відображає, яка частина ємності АКБ використовується. Значення коефіцієнта  $S$  компенсує ситуацію неповного заряду батареї. Як приклад зазначимо, що для забезпечення потреб у 1550 Вт протягом 30 хв. з глибиною розряду 70 % згідно (1) необхідна ємність АКБ буде становити

$$Q = (P_H \cdot t) / (U \cdot S) = (1550 \cdot 0,5) / (24 \cdot 0,7) = 46,13 \text{ А} \cdot \text{год}.$$

У випадку відключення від електромережі вихідна потужність сонячної генерації *PV* панелями може визначатися як максимальна потужність навантаження за формулою

$$P_H = \max\{P_{Hj}\}, \quad \forall j \in 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

де  $m$  – кількість виділених інтервалів часу. Витрата енергоемності  $\Delta Q$  аккумуляторної батареї СЕП за час живлення навантаження  $\Delta t_H$  розраховується як

$$\Delta Q = P_H \cdot \Delta t_H / U_H, \quad (3)$$

де  $P_H$  – номінальна потужність навантаження;  $U_H$  – номінальна напруга навантаження.

Ступінь розрядженості АКБ в СЕП з врахуванням співвідношення (3) визначається наступним чином:

$$S = ((Q_H - Q_{\min}) / Q_H) \cdot 100\% = (\Delta Q / Q_H) \cdot 100\%. \quad (4)$$

З (3) та (4) отримуємо вираз задля визначення необхідної ємності  $Q_H$  АКБ

$$Q_H = 100 \cdot P_H \cdot \Delta t_H / (S \cdot U_H), \quad (5)$$

де  $\Delta t_H$  – час розряджання аккумуляторів;  $U_H$  – номінальна напруга навантаження

Рівняння (5) дає можливість легко розрахувати необхідну ємність АКБ за постійного навантаження.

Чим більша вихідна напруга АКБ, тим менша ємність та струм розряду аккумуляторної батареї  $I = P_H / U_H$ . Енергія, накопичена в аккумуляторній батареї СЕП, обчислюється як

$$W = Q_H \cdot U_H. \quad (6)$$

В СЕП з АКБ різнотипні навантаження можуть споживати електроенергію як на змінному, так і постійному струмі. Причому від АКБ струм може відбиратися по паралельних лініях, з різними значеннями вхідних напруги та струму для окремих груп навантажень. Для режиму розряду АКБ з врахуванням роботи змінного у часі навантаження розглянемо двоступінчастий графік зміни навантаження (рис. 2, а) з інтервалами часу  $\Delta t_1$  і  $\Delta t_2$  та потужностями навантаження  $P_{H1}$  і  $P_{H2}$  при  $U_H = \text{const}$ . Інтервали часу розряду  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  визначено як суми виділених підінтервалів часу (які можуть бути незв'язаними) з двома рівнями навантаження. Тобто будемо розглядати два режими з різною інтенсивністю розряду АКБ, що обумовлено роботою змінного у часі навантаження. Фактично графік споживання електроенергії від АКБ, наприклад, протягом доби, апроксимується двоступінчастим графіком з «високою» та «низькою» інтенсивністю розряду АКБ. Графік зміни ємності акумуляторної батареї СЕП у разі двоступінчастого навантаження представлений на рис. 2, б.

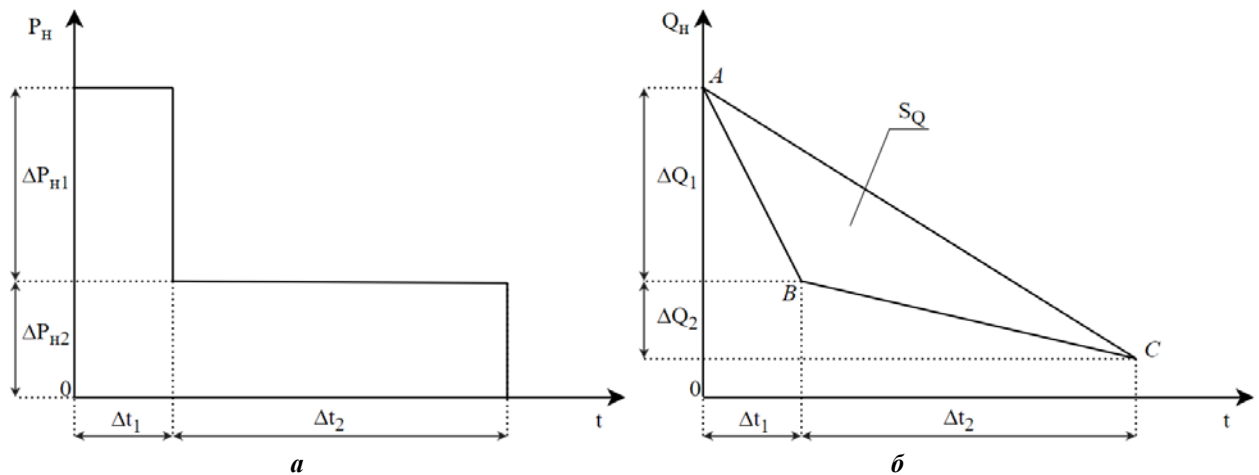


Рис. 2

На першому інтервалі часу  $\Delta t_1$  витрата ємності акумуляторної батареї визначається як

$$\Delta Q_1 = (P_{H1} \cdot \Delta t_1) / (S \cdot U_H), \quad (7)$$

а на другому

$$\Delta Q_2 = (P_{H2} \cdot \Delta t_2) / (S \cdot U_H). \quad (8)$$

Із співвідношень (7) та (8) випливає, що  $\Delta Q_1 / \Delta Q_2 = (P_{H1} \cdot \Delta t_1) / (P_{H2} \cdot \Delta t_2)$ .

З огляду на те, що  $\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$ , з рівнянь (4), (7) та (8) отримуємо вираз для визначення необхідної ємності АКБ у вигляді

$$Q_H = 100 \cdot (P_{H1} \cdot \Delta t_1 + P_{H2} \cdot \Delta t_2) / (S \cdot U_H) \quad (9)$$

за мінімально допустимого значення розряду АКБ

$$Q_{\text{MIN}} = Q_H \cdot (1 - S / 100). \quad (10)$$

Очевидно, що розрахунок за рівнянням (9) дає наближене значення необхідної ємності АКБ. Задля більш точного визначення необхідної ємності АКБ потрібно більш точно врахувати зміну графіка навантаження (збільшити кількість інтервалів апроксимації кусочно-постійними функціями) на виділеному інтервалі часу, а також можливість зміни величини  $U_H$  на окремих інтервалах.

У разі виділення  $n_p$  інтервалів розряду АКБ тривалістю  $\Delta t_j$ ,  $j = 1, \dots, n_p$ , кожному з яких відповідає потужність навантаження  $P_{Hj}$ , формула (9) набуде вигляду

$$Q_H = 100 \cdot \sum_{j=1}^{n_p} (P_{Hj} \cdot \Delta t_j) / (S \cdot U_H). \quad (11)$$

Як приклад оцінки параметрів системи з АКБ представимо наближений розрахунок потужності основної шини СЕП. Будемо вважати, що усі споживачі електроенергії та зарядний пристрій АКБ живляться через основну шину. Пропускна потужність основної шини СЕП визначається як сума потужностей навантаження та заряду акумуляторної батареї

$$P_{\text{ОШ}} = P_{\text{HMAX}} + P_{\text{ЗП}} / \eta_2, \quad (12)$$

де  $P_{\text{HMAX}} = \max \{P_{\text{H1}}, P_{\text{H2}}\}$  – максимальна потужність навантаження СЕП;  $P_{\text{ЗП}}$  – потужність зарядного пристрою СЕП;  $\eta_2$  – ККД зарядного пристрою СЕП. Так, для АКБ в СЕП необхідна потужність сонячної батареї визначається співвідношенням

$$P_{\text{СБ}} = P_{\text{ОШ}} / \eta_1 = P_{\text{HMAX}} / \eta_1 + P_{\text{ЗП}} / (\eta_1 \cdot \eta_2), \quad (13)$$

де  $\eta_1$  – ККД перетворювача постійної напруги.

Оцінка енергоефективності роботи сонячної електростанції на основі  $PV$  панелей згідно (12), (13) визначається коефіцієнтом корисної дії ККД СЕП

$$\eta = P_{\text{H}} / P_{\text{СБ}} = (P_{\text{HMAX}} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2) / (P_{\text{HMAX}} \cdot \eta_2 + P_{\text{ЗП}}). \quad (14)$$

У свою чергу, потужність інвертора, який забезпечує підключення сонячної електростанції до навантаження домогосподарства, підбирають, наприклад, за сумарною електричною потужністю одночасно підключених електроприладів. Здатність деяких електричних побутових приладів у момент пуску споживати потужність, що перевищує паспортне значення, потребує під час вибору інвертора враховувати коефіцієнт запасу потужності (на рівні 1,1 та вище), оскільки такі інвертори повинні витримувати короточасні перевантаження [13–15].

**3. Оцінка нерівномірності процесу відбору потужності від електричної мережі та акумуляторної батареї.** Важливим елементом оцінки енергоефективності роботи СЕП з АКБ є оцінка потенційних можливостей найбільш прийняттого алгоритму відбору потужності від мережі та акумуляторної батареї у разі зміни струму навантаження (включення/виключення одного навантаження або групи навантажень). Такі зміни надалі будемо представляти як стрибкоподібні.

Графік електроспоживання  $p(t)$  будемо моделювати кусково-постійними функціями

$$p(t) = \{p(t), i \in N, t \in [t_{i-1}, t_i], t_0 = 0, t_N = T\}. \quad (15)$$

Нерівномірність відбору потужності будемо оцінювати з точки зору роботи СЕП в цілому. Як критерій оцінки вибрано ступінь відхилення від рівномірного енергоспоживання по відношенню до середнього рівня передачі активної енергії (активної потужності) за визначений (заданий) інтервал часу. З цією метою застосуємо такий інтегральний показник як модифіковану потужність Фризе, розширивши її застосування як квадратичної нев'язки між повною потужністю  $S$  та активною потужністю  $P$  на довільний інтервал часу [17]. Надалі використаємо для позначення модифікованої потужності Фризе величину  $Q_{\text{Ф}}$  [18, 19].

Визначення модифікованої потужності  $Q_{\text{Ф}}$  задля оцінки нерівномірності процесів в СЕП у загальному вигляді покажемо на прикладі режиму, що характеризується діючими значеннями напруги  $U_i$  і струму  $I_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , де  $t_i$  – тривалість  $i$ -го інтервалу, та  $P = U_0 \cdot I_0$ , де  $U_0, I_0$  – усереднені значення напруги та струму. За умови  $\cos \varphi = 1$  для інтервалу часу  $T$  можна записати вираз для потужності Фризе  $Q_{\text{Ф}}$  у вигляді [18]

$$Q_{\text{Ф}} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n U_i^2 \frac{\Delta t_i}{T}\right) \left(\sum_{j=1}^n I_j^2 \frac{\Delta t_j}{T}\right) - U_0^2 I_0^2}, \quad (16)$$

який за умови  $\delta_i = \Delta t_i / T$ ;  $\sum_{i=1}^n \delta_i = 1$  набуває вигляду

$$Q_{\text{Ф}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n U_i^2 \delta_i \cdot \sum_{i=1}^n I_i^2 \delta_i - \left(\sum_{i=1}^n U_i I_i \delta_i\right)^2}. \quad (17)$$

Для системи у процесі виділення двох інтервалів тривалістю  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  (рис. 2, а) струм навантаження дорівнює відповідно  $I_{\text{H},1}$  та  $I_{\text{H},2}$ . Припустимо, що струми  $I_{\text{H},1}$  та  $I_{\text{H},2}$  формуються із двох складових: струму, що відбирається від електромережі (індекс «М»), та струму, що відбирається від акумуляторної батареї (індекс «А»)

$$I_{\text{M},1} + I_{\text{A},1} = I_{\text{H},1}; \quad I_{\text{M},2} + I_{\text{A},2} = I_{\text{H},2}. \quad (18)$$

Введемо позначення:  $\delta_1 = \Delta t_1 / (\Delta t_1 + \Delta t_2)$ ;  $\delta_2 = \Delta t_2 / (\Delta t_1 + \Delta t_2)$ . З врахуванням вище означеного згідно співвідношень (16), (17) запишемо вирази для потужності Фризе в перетинах електромережі  $Q_{ФМ}$ , а також для лінії, якою підключена акумуляторна батарея  $Q_{ФА}$  та навантаження  $Q_{ФН}$  за умови  $U_1 = U_2 = U_H$ .

$$\begin{aligned} Q_{ФМ}^2 &= U_H^2((I_{M,1}^2\delta_1 + I_{M,2}^2\delta_2) - (I_{M,1}\delta_1 + I_{M,2}\delta_2)^2); \\ Q_{ФА}^2 &= U_H^2((I_{A,1}^2\delta_1 + I_{A,2}^2\delta_2) - (I_{A,1}\delta_1 + I_{A,2}\delta_2)^2); \\ Q_{ФН}^2 &= U_H^2((I_{H,1}^2\delta_1 + I_{H,2}^2\delta_2) - (I_{H,1}\delta_1 + I_{H,2}\delta_2)^2) = \\ &= U_H^2(((I_{M,1} + I_{A,1})^2\delta_1 + (I_{M,2} + I_{A,2})^2\delta_2) - ((I_{M,1} + I_{A,1})\delta_1 + (I_{M,2} + I_{A,2})\delta_2)^2). \end{aligned} \quad (19)$$

Квадратична нев'язка  $\Delta Q_{Ф}$  між складовими  $Q_{ФМ}$ ,  $Q_{ФА}$  та  $Q_{ФН}$  із співвідношення (19) знаходиться за наступною формулою:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{Ф} &= (Q_{ФМ}^2 + Q_{ФА}^2) - Q_{ФН}^2 = U_H^2\{[(I_{A,1}^2\delta_1 + I_{A,2}^2\delta_2) - (I_{A,1}\delta_1 + I_{A,2}\delta_2)^2 + \\ &+ (I_{M,1}^2\delta_1 + I_{M,2}^2\delta_2) - (I_{M,1}\delta_1 + I_{M,2}\delta_2)^2] - [(I_{H,1}^2\delta_1 + I_{H,2}^2\delta_2) - (I_{H,1}\delta_1 + I_{H,2}\delta_2)^2]\} = \\ &= U_H^2\delta_1\delta_2\{(I_{A,1} - I_{A,2})^2 + (I_{M,1} - I_{M,2})^2 - (I_{H,1} - I_{H,2})^2\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Із врахуванням (18) співвідношення (20) можемо представити у вигляді

$$\Delta Q_{Ф} = U_H^2\delta_1\delta_2 \cdot \Delta I_M \cdot \Delta I_A, \quad (21)$$

де  $\Delta I_M = I_{M,1} - I_{M,2}$ ;  $\Delta I_A = I_{A,1} - I_{A,2}$ .

Вирази (19) – (21) описують зміни потужності  $Q_{Ф}$  на навантаженні у порівнянні з сумою змін цієї потужності у електромережі та на виході АКБ. Якщо струм мережі чи АКБ не змінюється під час зміни навантаження, то  $\Delta Q_{Ф} = 0$ . Вираз (21) показує, що на квадратичну нев'язку  $\Delta Q_{Ф}$  впливають як режими роботи системи в цілому ( $U_H$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ), так і режими роботи окремих елементів ( $\Delta I_M$ ,  $\Delta I_A$ ), зокрема, має місце прямо пропорційна залежність від зміни діючих значень струму як електромережі, так і струму від АКБ.

У подальшому будемо враховувати, що режими роботи АКБ організовано таким чином, що діапазон розряду АКБ лежить в межах від  $Q_H$  до  $Q_{\min}$ , тому в подальшому ступінь розрядженості  $S$  не враховується.

У процесі розряду АКБ зміна її енергоємності  $\Delta Q$  на інтервалі часу  $\Delta t$  визначається із співвідношень  $\Delta Q = P_H \cdot \Delta t / U_H$ ;  $\Delta Q = I_H \cdot \Delta t$ , де  $P_H$ ,  $U_H$  та  $I_H$  – відповідно потужність, напруга та струм навантаження. Тому як узагальнений показник нерівномірності розряду АКБ можемо застосувати оцінку потужності Фризе з використанням вище наведених співвідношень між струмом та витратами енергоємності  $\Delta Q$  (співвідношення (20), (21)).

Для двох інтервалів часу  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  за заданої постійної напруги  $U_H$ , величину нерівномірності розряду АКБ з точки зору протікання енергетичних процесів в СЕП для відповідних значень величин  $\Delta Q_1$  та  $\Delta Q_2$ , де  $I_1 = \Delta Q_1 / \Delta t_1$  та  $I_2 = \Delta Q_2 / \Delta t_2$  (різна інтенсивність розряду), визначимо через потужність Фризе  $Q_{ФQ}$

$$\begin{aligned} Q_{ФQ}^2 &= U_H^2(I_1^2\delta_1 + I_2^2\delta_2) - U_H^2(I_1\delta_1 + I_2\delta_2)^2 = \\ &= U_H^2(((\Delta Q_1/\Delta t_1)^2\delta_1 + (\Delta Q_2/\Delta t_2)^2\delta_2) - ((\Delta Q_1/\Delta t_1)\delta_1 + (\Delta Q_2/\Delta t_2)\delta_2)^2) = \\ &= (U_H/T)^2(\Delta Q_1^2(\delta_2/\delta_1) + \Delta Q_2^2(\delta_1/\delta_2) - 2\Delta Q_1\Delta Q_2). \end{aligned} \quad (22)$$

Припустимо, що на інтервалі  $T$  у процесі розряду АКБ є сумарна витрата ємності  $\Delta Q_{\Sigma}$ , яка визначається співвідношеннями

$$\Delta Q_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n_c} \Delta Q_i; \quad T = \sum_{i=1}^{n_c} t_i, \quad (23)$$

де  $n_c$  – кількість інтервалів апроксимації графіка навантаження кусково-постійними функціями.

Визначимо характеристику розряду ємності АКБ як безрозмірної величини  $\delta_{Ci} = \Delta Q_i / \Delta Q_\Sigma$  при  $\delta_i = \Delta t_i / T$ ,  $i = 1, \dots, n_c$ , а співвідношенню  $\delta_{Ci} / \delta_i$  поставимо у відповідність кут  $\alpha_{Ci} = \arctg(\delta_{Ci} / \delta_i)$ . Множину кутів  $\{\alpha_{Ci}\}$ ,  $i = 1, \dots, n_c$ , можна розглядати як характеристику інтенсивності розряду АКБ. Для величин  $\delta_i$ ,  $\delta_{Ci}$  та  $\tg\alpha_{Ci}$  виконуються співвідношення

$$\sum_{i=1}^{n_c} \delta_i \cdot \tg\alpha_{Ci} = 1; \quad \sum_{i=1}^{n_c} \delta_{Ci} / \tg\alpha_{Ci} = 1. \quad (24)$$

Значення  $\alpha_{Ci} = 45^\circ$  приймається як усереднена характеристика рівномірності розряду АКБ (виконання умови  $\delta_{Ci} = \delta_i$ ). Ця умова відображає сталість інтенсивності розряду АКБ на кожному із виділених інтервалів. Тому можна покласти, що за  $\alpha_{Ci} < 45^\circ$  інтенсивність розряду АКБ нижче середнього рівня;  $\alpha_{Ci} > 45^\circ$  інтенсивність розряду АКБ вище середнього рівня.

Якщо від АКБ на інтервалі  $T$  відбирається потужність  $P_H$ , то середній струм  $I_{CP}$  відбору енергії від АКБ та середня напруга  $U_{CP}$  визначаються із співвідношень  $I_{CP} = \Delta Q_\Sigma / T$ ;  $U_{CP} = P_H / I_{CP}$ . Для заданих величин  $\Delta Q_\Sigma$  та  $P_H$  ми можемо визначити усереднені значення струму  $I_{CP}$  та напруги  $U_{CP}$ , по відношенню до яких ми будемо розглядати нерівномірність процесу розряду АКБ. У нашому випадку  $U_{CP} = U_H = \text{const}$ . Величина  $I_{CP}$  визначається як середнє значення струмів  $I_1$  та  $I_2$  відповідно на інтервалах  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  ( $I_{CP} = I_1 \delta_1 + I_2 \delta_2$ ).

Для величин  $I_{CP}$  та  $U_{CP}$  визначимо  $Q_{\Phi Q}$  як характеристику нерівномірності розряду на двох інтервалах  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  відповідно до режиму із значеннями струму  $I_{CP}$  та напруги  $U_{CP}$

$$\begin{aligned} Q_{\Phi Q}^2 &= (U_H^2 I_1^2 \delta_1 + U_H^2 I_2^2 \delta_2) - (I_{CP} U_{CP})^2 = \\ &= (U_H^2 I_1^2 \delta_1 + U_H^2 I_2^2 \delta_2) - (U_H \delta_1 + U_H \delta_2)^2 \cdot (\Delta Q_\Sigma / T_A)^2 = \\ &= U_H^2 \delta_1 (I_1^2 - \delta_1 I_{CP}^2) + U_H^2 \delta_2 (I_2^2 - \delta_2 I_{CP}^2) - 2 U_H^2 \delta_1 \delta_2 I_{CP}^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Інтенсивність розряду (струм розряду) на інтервалах  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$  та сумарному інтервалі  $T$  ( $T = \Delta t_1 + \Delta t_2$ ) можемо записати наступним чином:

$$I_1 = \Delta Q_1 / \Delta t_1; \quad I_2 = \Delta Q_2 / \Delta t_2; \quad I_{CP} = (\Delta Q_1 + \Delta Q_2) / T. \quad (26)$$

Формула (25) для двох інтервалів  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$  на інтервалі  $T$  ( $T = \Delta t_1 + \Delta t_2$ ;  $\delta_1 = \Delta t_1 / T$ ;  $\delta_2 = \Delta t_2 / T$ ) може бути представлена у вигляді

$$\begin{aligned} Q_{\Phi Q}^2 &= U_H^2 (I_1^2 \cdot \delta_1 + I_2^2 \cdot \delta_2 - I_1^2 \cdot \delta_1^2 - I_2^2 \cdot \delta_2^2 - 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \delta_1 \cdot \delta_2) = \\ &= U_H^2 \cdot \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot (I_1 - I_2)^2 = U_H^2 \cdot (\Delta Q_1 \cdot \Delta t_2 - \Delta Q_2 \cdot \Delta t_1)^2 / (T^2 \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2). \end{aligned} \quad (27)$$

Під час врахування позначень  $\Delta Q_1 = \delta_{C1} \cdot \Delta Q_\Sigma$  та  $\Delta Q_2 = \delta_{C2} \cdot \Delta Q_\Sigma$  співвідношення (27) можемо представити наступним чином:

$$Q_{\Phi Q}^2 = (U^2 \cdot \Delta Q_\Sigma^2 / T^2) \cdot (\delta_{C1} \cdot \delta_2 - \delta_{C2} \cdot \delta_1)^2 = (U^2 \cdot \Delta Q_\Sigma^2 / T^2) \cdot F(\delta_C, \delta), \quad (28)$$

де  $F(\delta_C, \delta) = (\delta_{C1} \cdot \delta_2 - \delta_{C2} \cdot \delta_1)^2$ ;  $\delta_{C1} + \delta_{C2} = 1$ ;  $\delta_1 + \delta_2 = 1$ .

Вид функції  $F(\delta_C, \delta)$  представлено на рис. 3. Із співвідношення (28) випливає, що  $Q_{\Phi Q} = 0$  за  $\delta_{C1} \cdot \delta_2 = \delta_{C2} \cdot \delta_1$  або виконанні співвідношення  $\delta_{C1} / \delta_{C2} = \delta_1 / \delta_2$  (інтенсивність зміни енергоємності у процесі розряду АКБ пропорційна тривалості інтервалів, на яких відбувається розряд).

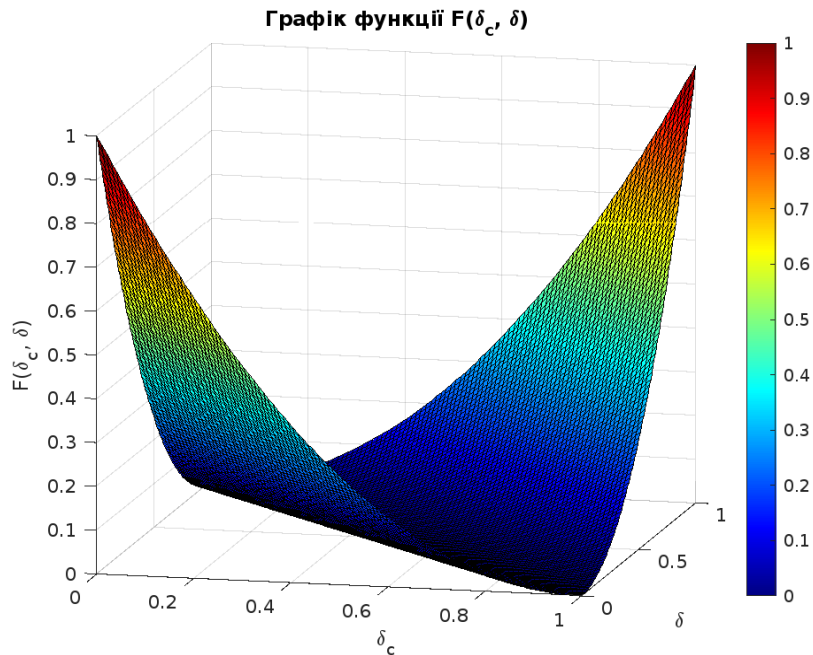


Рис. 3

Сформована безрозмірна функція  $F(\delta_c, \delta)$  дає можливість у тривимірному просторі отримати наочне представлення як оцінки нерівномірності споживання електроенергії навантаженнями в залежності від тривалості інтервалів, на яких відбір потужності є постійний, так і інтенсивності розряду АКБ на цих інтервалах.

Якщо ввести номінальне  $Q_{\text{НОМ}}$  та мінімально допустиме  $Q_{\text{МИН}}$  значення енергоємності акумуляторної батареї, то для величин  $Q_{\text{НОМ}}$  та  $Q_{\text{МИН}}$  повинні виконуватися умови

$$Q_{\text{НОМ}} > \Delta Q_1 + \Delta Q_2 - Q_{\text{МИН}}; \quad \Delta Q_1 + \Delta Q_2 < Q_{\text{НОМ}} - Q_{\text{МИН}}. \quad (29)$$

Для оцінки нерівномірності розряду АКБ (*Irregular Battery Discharge*)  $\Delta Q_{\text{IBD}}$  розглянемо графіки на рис. 2, б. Оскільки функціональні залежності на цьому рисунку задані у двовірному метричному просторі  $L^2$ , то можемо визначити метричну відстань між функцією  $f_{Q1}(t)$ , задану відрізками  $AB$  та  $BC$ , з однієї сторони, та функцією  $f_{Q2}(t)$ , задану відрізком  $AC$ , з другої. Відстань між функціями  $f_{Q1}(t)$  та  $f_{Q2}(t)$  визначимо як нормовану інтегральну нев'язку

$$d_Q = (1/T) \int_0^T (f_{Q2}(t) - f_{Q1}(t)) \cdot dt = S_Q/T, \quad (30)$$

де інтеграл представляється площею  $S_Q$  на рис. 2, б. При цьому розмірність  $\Delta Q_{\text{IBD}}$  становить А·год. Співвідношення для розрахунку  $\Delta Q_{\text{IBD}}$  можемо записати наступним чином:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{\text{IBD}} &= (\Delta Q_1 + \Delta Q_2) \cdot (\Delta t_1 + \Delta t_2) / 2 - (\Delta Q_1 \cdot \Delta t_1) / 2 - \Delta Q_2 \cdot \Delta t_1 - (\Delta Q_2 \cdot \Delta t_2) / 2T = \\ &= (\Delta Q_1 \cdot \Delta t_2 - \Delta Q_2 \cdot \Delta t_1) / 2T, \end{aligned} \quad (31)$$

за умови  $\Delta Q_1 / \Delta t_1 > \Delta Q_2 / \Delta t_2$  або

$$\Delta Q_{\text{IBD}} = (\Delta Q_1 \cdot \delta_2 - \Delta Q_2 \cdot \delta_1) / 2. \quad (32)$$

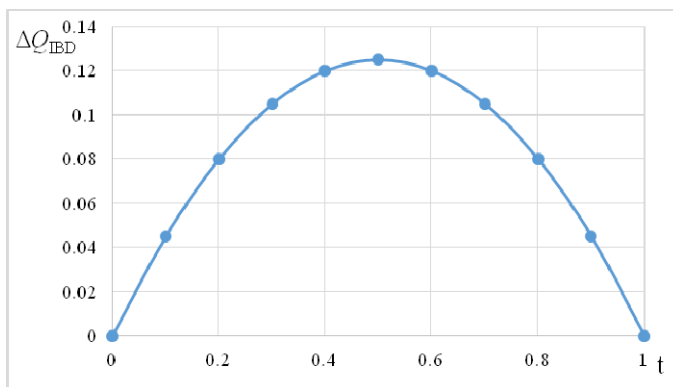


Рис. 4

Величина  $\Delta Q_{\text{IBD}}$  може бути представлена в іншій формі

$$\Delta Q_{\text{IBD}} = ((\Delta Q_1 / \Delta t_1 - \Delta Q_2 / \Delta t_2) \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2) / 2T. \quad (33)$$

Якщо ввести величину  $\Delta I = I_1 - I_2$ , то  $\Delta Q_{\text{IBD}}$  згідно (33) набуде вигляду  $\Delta Q_{\text{IBD}} = \Delta I \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2 / 2T$ . Задля демонстрації зміни  $\Delta Q_{\text{IBD}}$ , тобто якісної картини зміни нерівномірності розряду АКБ від впливу тривалості двох інтервалів  $\Delta t_1$  та  $\Delta t_2$ , на рис. 4 наведено графік зміни  $\Delta Q_{\text{IBD}}$  за  $\Delta I = 1$  А та  $T = 1$  с (виконання умови  $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 1$  с). Як видно з графіка на рис. 4, максимальна величина  $\Delta Q_{\text{IBD}}$  досягається за умови  $\Delta t_1 = \Delta t_2$ .



Відношення потужності Фризе (згідно виразу (27)) до нерівномірності інтенсивності розряду АКБ (співвідношення (33)) позначимо  $Q_{\Phi Q}/\Delta Q_{IBD}$ . Для цієї величини можемо записати наступні співвідношення:

$$(Q_{\Phi Q}/\Delta Q_{IBD})^2 = 4 \cdot U_H^2 / (\Delta t_1 \cdot \Delta t_2); \quad Q_{\Phi Q}/\Delta Q_{IBD} = 2 \cdot U_H / (\Delta t_1 \cdot \Delta t_2)^{1/2}. \quad (34)$$

Співвідношення (19) та (21) описують зміни потужності  $Q_{\Phi Q}$  на навантаженні та вказують, що на квадратичну нев'язку  $\Delta Q_{\Phi}$  впливають режими роботи системи та окремих елементів, зокрема, має місце прямопропорційна залежність від зміни діючих значень струму як електромережі, так і струму від АКБ.

Для характеристики оцінки енергоефективності роботи АКБ в системах розподілу та використання електроенергії зі змінними у часі навантаженнями використовуються співвідношення (27), (33) та (34), де  $\Delta Q_{IBD}$  є індикатором енергоефективності роботи АКБ як елемента системи (часткова енергоефективність);  $Q_{\Phi Q}$  є індикатором роботи АКБ у системі (загальносистемна енергоефективність). При цьому слід враховувати, що наведені співвідношення доцільно використовувати під час оцінки нерівномірності відбору енергії від АКБ у виділених СЕП. У разі розгляду інших режимів систем енергопостачання система показників ефективності роботи АКБ може бути інша.

У подальшому для більш точної деталізації режимів роботи СЕП з АКБ (графіків нерівномірності процесів) потрібно враховувати особливості різних типів АКБ, зокрема, кількість допустимих циклів заряду-розряду, допустиму глибину розряду, рейтинг  $C$  конкретних типів АКБ, зміни напруги  $U_H$  на окремих інтервалах часу, а також накладання обмежень на глибину розряду АКБ та врахування циклічності процесів «заряд/розряд» таким чином, щоб тривалість заряджання АКБ могла забезпечити досягнення максимально допустимих рівнів їхнього заряду.

#### **Висновки.**

1. Показано, що у процесі розрахунку енергоємності акумуляторної батареї у СЕП потрібно враховувати наявність режимів роботи АКБ різної інтенсивності розряду, що обумовлюється роботою змінних у часі навантажень СЕП та визначається особливостями формування нерівномірних у часі графіків електроспоживання (наприклад, протягом доби). Визначено, що важливим елементом оцінки ефективності роботи СЕП з АКБ є оцінка потенційних можливостей найбільш прийнятеного відбору потужності від мережі та акумуляторної батареї у разі зміни струму навантаження (включення/виключення одного навантаження або групи навантажень), а власне таку оцінку доцільно здійснювати за рахунок застосування такого інтегрального показника як модифікована потужність Фризе.

2. Задля оцінки нерівномірності відбору електроенергії у виділених СЕП визначено перелік показників ефективності, які враховують особливості роботи різних типів АКБ, зокрема:

– *коефіцієнт використання ємності* (застосовується в системах, де важливо максимізувати використання наявної ємності батареї задля забезпечення стабільного живлення);

– *реактивна потужність Фризе* (застосовується для аналізу ефективності роботи систем, особливо в гібридних системах (*Microgrid*), які можуть працювати як автономно, так і інтегруватися з загальною електромережею, де оцінка нерівномірності є критично важливою для оптимізації енергоспоживання);

– *кількість циклів заряду-розряду* (показник є ключовим для оцінки життєвого циклу АКБ у електромобілях, де акумулятори піддаються інтенсивним навантаженням та частим циклам заряду-розряду);

– *глибина розряду* (використовується у системах, де АКБ інтегруються з ВДЕ (сонячні та вітрові електростанції) і де важливо забезпечити оптимальне використання ємності батареї).

3. Отримані співвідношення та показники оцінки енергоефективності роботи АКБ дають змогу співставити різні режими роботи АКБ із врахуванням зміни режимів роботи як системи в цілому, так і різних типів АКБ та навантажень системи, що особливо важливо під час вирівнювання графіків генерації та споживання електроенергії (балансування енергопроцесів) у станціях заряджання електромобілів.

1. Базюк Т.М., Блінов І.В., Буткевич О.Ф., Гончаренко І.С., Денисюк С.П., Жуйков В.Я., Кириленко О.В., Лук'яненко Л.М., Миколаєць Д.А., Осипенко К.С., Павловський В.В., Рибіна О.Б., Стелюк А.О., Танкевич С.С., Трач І.В. Інтелектуальні електричні мережі: елементи та режими: К.: Ін-т електродинаміки НАН України,

2015. 399 с.

2. Say K., Schill W.-P., John M. Degrees of displacement: the impact of household PV battery prosumage on utility generation and storage. *Applied Energy*. 2020. Vol. 276. 115466. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115466>.
3. Soini M.Ch., Parra D., Patel M.K. Impact of prosumer battery operation on the cost of power supply. *Journal of Energy Storage*. 2020. Vol. 29. 101323. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.est.2020.101323>.
4. Heinisch V., Odenberger M., Göransson L., Johnsson F. Prosumers in the Electricity System—Household vs. System Optimization of the Operation of Residential Photovoltaic Battery Systems. *Frontiers in Energy Research*. 2019. Vol. 6. Article 145. Pp. 1–16. DOI: <https://doi.org/10.3389/fenrg.2018.00145>.
5. Vishnu Menon, Yogesh Bichpuriya, Venkatesh Sarangan, Narayanan Rajagopal. A Best-effort Energy Storage as a Service Model for Supporting Renewable Generators in Day-ahead Electricity Markets. In The 14th ACM International Conference on *Future Energy Systems* (e-Energy '23), Orlando, FL, USA. June 20–23, 2023. Pp. 485–496. DOI: <https://doi.org/10.1145/3575813.3597355>.
6. IEA-RETD. Residential Prosumers – Drivers and Policy Options (REProsumers). URL: [http://iea-retd.org/wp-content/uploads/2014/09/RE-PROSUMERS\\_IEA-RETD\\_2014.pdf](http://iea-retd.org/wp-content/uploads/2014/09/RE-PROSUMERS_IEA-RETD_2014.pdf) (дата звернення 16.01.2024).
7. Schill W.-P., Zerrahn A., Kunz F., Kemfert C. Decentralized solar prosumage with battery storage: System orientation required. *DIW Economic Bulletin*. 2017. Vol. 7. Iss. 12/13. Pp. 141-151.
8. Базюк Т.М. Підвищення енергоефективності локальних систем енергопостачання із активними споживачами та розосередженою генерацією: дис. ... канд. техн. наук: 05.14.01. Національний технічний університет України «КПІ». Київ. 2016. 226 с.
9. Денисюк С.П., Базюк Т.М. Оцінка додаткових втрат та ефективність регулювання споживання електроенергії в локальних системах електропостачання. *Енергетика: економіка, техніка, екологія*. 2020. № 3. С. 7–21.
10. Wang S., Wu T., Xie H., Li C., Zhang J., Jiang L., Wang Q. Effects of Current and Ambient Temperature on Thermal Response of Lithium Ion Battery. *Batteries*. 2022. Vol. 8(11). 203. DOI: <https://doi.org/10.3390/batteries8110203>.
11. Sauer D.U. BATTERIES| charge–discharge curves. *Encyclopedia of Electrochemical Power Sources*. 2009. Pp. 443–451. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-044452745-5.00052-6>.
12. Yang Fangfang, Dong Wang, Yang Zhao, Kwok-Leung Tsui, Suk Joo Bae. A study of the relationship between coulombic efficiency and capacity degradation of commercial lithium-ion batteries. *Energy*. 2018. Vol. 145. Pp. 486–495. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.12.144>.
13. Xiao Jie, Qiuyan Li, Yujing Bi, Mei Cai, Bruce Dunn, Tobias Glossmann, Jun Liu, Tetsuya Osaka, Ryuta Sugiura, Bingbin Wu, Jihui Yang, Ji-Guang Zhang, M. Stanley Whittingham. Understanding and applying coulombic efficiency in lithium metal batteries. *Nature energy*. 2020. Vol. 5. Pp. 561–568.
14. Gevorgian V., Koralewicz P., Shah S., Mendiola E., Wallen R., Pico H.V. Photovoltaic Plant and Battery Energy Storage System Integration at NREL's Flatirons Campus. Golden, CO: National Renewable Energy Laboratory. 2022. NREL/TP-5D00-81104. URL: <https://www.nrel.gov/docs/fy21osti/81104.pdf> (дата звернення 16.01.2024).
15. Zhang Q., Cui N., Shang Y., Duan B., Zhang C. An improved Peukert battery model of nonlinear capacity considering temperature effect. *IFAC-PapersOnLine*. 2018. Vol. 51. Pp. 665–669.
16. Power Capacity and Power Capability. URL: <https://learn.adafruit.com/all-about-batteries/power-capacity-and-power-capability> (дата звернення 16.01.2024).
17. Денисюк С.П. Аналіз та оптимізація енергопроцесів у розосереджених електроенергетичних системах. *Технічна електродинаміка*. 2016. № 4. С. 62–64. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.04.062>.
18. Денисюк С.П., Опришко В.П. Оцінка нерівномірності споживання та генерації електричної енергії в локальних електроенергетичних системах. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2017. № 48. С. 43–51.
19. Жаркін А.Ф., Денисюк С.П., Попов В.А. Системи електропостачання з джерелами розосередженої генерації. Київ: Наукова думка, 2017. 230 с.

## ASSESSMENT OF UNEVENNESS OF ELECTRICITY WITHDRAWAL IN ELECTRICITY DISTRIBUTION AND USE SYSTEMS WITH ACCUMULATORY BATTERIES

S.P. Denysiuk, D.G. Derevianko, I.I. Bohoiko

National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",

Beresteiskiy Ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine, e-mail: [spdens@ukr.net](mailto:spdens@ukr.net).

*The peculiarities of calculating the energy capacity of storage batteries in systems of distribution and use of electricity with time-varying loads at different intensities of their discharge are considered. It is shown that the assessment of the unevenness of electricity selection in systems with storage batteries can be made due to the use of such an integral indicator as the modified Friese power, which is considered an indicator of the operation of a specific element in the system (assessment of the overall system energy efficiency). The dependencies of the unevenness of the battery*

discharge are obtained in the form of a dimensionless function, which allows you to get a visual representation of the assessment of the level of unevenness of electricity consumption by loads in three-dimensional space depending on the duration of the intervals in which the power draw is constant, and the intensity of the battery discharge during these intervals. An integral characteristic of the assessment of unevenness of the battery discharge, which is an indicator of the energy efficiency of the battery as an element of the system, is introduced. References 19, Figures 4, Table 1.

**Key words:** power grids, storage battery, battery capacity, Fryse reactive power, electricity distribution and use systems, load time variables, assessment of unevenness of the electricity consumption schedule.

1. Baziuk T.M., Blinov I.V., Butkevych O.F., Goncharenko I.S., Denysiuk S.P., Zhuikov V.Ya., Kyrlyenko O.V., Lukianenko L.M., Mykolaets D.A., Osypenko K.S. Intelligent electrical networks: elements and modes: Kyiv: Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2016. 400 p. (Ukr)
2. Say K., Schill W.-P., John M. Degrees of displacement: the impact of household PV battery prosumage on utility generation and storage. *Applied Energy*. 2020. Vol. 276. 115466. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115466>.
3. Soini M.Ch., Parra D., Patel M.K. Impact of prosumer battery operation on the cost of power supply. *Journal of Energy Storage*. 2020. Vol. 29. 101323. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.est.2020.101323>.
4. Heinisch V., Odenberger M., Göransson L., Johnsson F. Prosumers in the Electricity System–Household vs. System Optimization of the Operation of Residential Photovoltaic Battery Systems. *Frontiers in Energy Research*. 2019. Vol. 6. Article 145. Pp. 1–16. DOI: <https://doi.org/10.3389/fenrg.2018.00145>.
5. Vishnu Menon, Yogesh Bichpuriya, Venkatesh Sarangan, Narayanan Rajagopal. A Best-effort Energy Storage as a Service Model for Supporting Renewable Generators in Day-ahead Electricity Markets. In The 14th ACM International Conference on *Future Energy Systems* (e-Energy '23), Orlando, FL, USA. June 20–23, 2023. Pp. 485–496. DOI: <https://doi.org/10.1145/3575813.3597355>.
6. IEA-RETD. Residential Prosumers – Drivers and Policy Options (REProsumers). URL: [http://iea-retd.org/wp-content/uploads/2014/09/RE-PROSUMERS\\_IEA-RETD\\_2014.pdf](http://iea-retd.org/wp-content/uploads/2014/09/RE-PROSUMERS_IEA-RETD_2014.pdf) (accessed at 16.01.2024).
7. Schill W.-P., Zerrahn A., Kunz F., Kemfert C. Decentralized solar prosumage with battery storage: System orientation required. *DIW Economic Bulletin*. 2017. Vol. 7. Iss. 12/13. Pp. 141–151.
8. Baziuk T.M. Increasing the energy efficiency of local energy supply systems with active consumers and distributed generation: dissertation. ... candidate technical Sciences: 05.14.01. National Technical University of Ukraine KPI. Kyiv. 2016. 226 p. (Ukr)
9. Denysiuk S.P., Baziuk T.M. Assessment of additional losses and efficiency of regulation of electricity consumption in local power supply systems. *Energetika: ekonomika, tekhnika, ekologiya*. 2020. No 3. Pp. 7–21. (Ukr)
10. Wang S., Wu T., Xie H., Li C., Zhang J., Jiang L., Wang Q. Effects of Current and Ambient Temperature on Thermal Response of Lithium Ion Battery. *Batteries*. 2022. Vol. 8(11). 203. DOI: <https://doi.org/10.3390/batteries8110203>.
11. Sauer D.U. BATTERIES| charge–discharge curves. *Encyclopedia of Electrochemical Power Sources*. 2009. Pp. 443–451. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-044452745-5.00052-6>.
12. Yang Fangfang, Dong Wang, Yang Zhao, Kwok-Leung Tsui, Suk Joo Bae. A study of the relationship between coulombic efficiency and capacity degradation of commercial lithium-ion batteries. *Energy*. 2018. Vol. 145. Pp. 486–495. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.12.144>.
13. Xiao Jie, Qiuyan Li, Yujing Bi, Mei Cai, Bruce Dunn, Tobias Glossmann, Jun Liu, Tetsuya Osaka, Ryuta Sugiura, Bingbin Wu, Jihui Yang, Ji-Guang Zhang, M. Stanley Whittingham. Understanding and applying coulombic efficiency in lithium metal batteries. *Nature energy*. 2020. Vol. 5. Pp. 561–568.
14. Gevorgian V., Koralewicz P., Shah S., Mendiola E., Wallen R., Pico H.V. Photovoltaic Plant and Battery Energy Storage System Integration at NREL’s Flatirons Campus. Golden, CO: National Renewable Energy Laboratory. 2022. NREL/TP-5D00-81104. URL: <https://www.nrel.gov/docs/fy21osti/81104.pdf> (accessed at 16.01.2024).
15. Zhang Q., Cui N., Shang Y., Duan B., Zhang C. An improved Peukert battery model of nonlinear capacity considering temperature effect. *IFAC-PapersOnLine*. 2018. Vol. 51. Pp. 665–669.
16. Power Capacity and Power Capability. URL: <https://learn.adafruit.com/all-about-batteries/power-capacity-and-power-capability> (accessed at 16.01.2024).
17. Denysyuk S.P. Analysis and optimization of energy processes in distributed power systems. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2016. No 4. Pp. 62–64. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.04.062>. (Ukr)
18. Denysyuk S.P., Opryshko V.P. Estimation of non-uniformity of consumption and generation of electric energy in local electric power systems. *Pratsi Institutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2017. Vyp. 48. Pp. 43–51. (Ukr)
19. Zharkin A.F., Denysyuk S.P., Popov V.A. Power supply systems with distributed generation sources. Kyiv: Naukova dumka, 2017. 230 p. (Ukr)

Надійшла 17.01.2024  
Остаточний варіант 03.07.2024

## ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЖИМІВ КОМПЕНСАЦІЇ РЕАКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ В СИСТЕМІ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ З КАСКАДОМ ТРАНСФОРМАТОРІВ

В.Г. Ягуп<sup>1\*</sup>, докт. техн. наук, К.В. Ягуп<sup>2\*\*</sup>, докт. техн. наук

<sup>1</sup>Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Ярослава Мудрого, 25, Харків, 61002, Україна, e-mail: [yagup.walery@gmail.com](mailto:yagup.walery@gmail.com).

<sup>2</sup>Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна.

*Досліджено режими компенсації реактивної потужності в системі електропостачання, що живиться від синхронного генератора через каскад проміжних трансформаторів. Показано, що реактивна складова спільного комплексного опору генератора та тракту електропередачі може обумовлювати відносно великі рівні реактивної потужності в системі. Досліди показують, що ця потужність залишається в системі навіть після застосування поперечної ємнісної компенсації, яка не в змозі забезпечити повну компенсацію реактивної потужності в системі електропостачання з каскадом трансформаторів. За цих умов методом пошукової оптимізації на комп'ютерній моделі знайдено оптимальне значення величини ємності конденсатора поперечної компенсації. Результати дослідження показують можливість досягнення режиму повної компенсації реактивної потужності за рахунок відносно невеликого збільшення ємності компенсуючого конденсатора, що забезпечує поперечну компенсацію. Бібл. 8, рис. 6, табл. 1.*

**Ключові слова:** каскад трансформаторів, лінія електропередачі, реактивна потужність, повна компенсація, пошукова оптимізація.

**Вступ і постановка задачі.** Системи постачання електричної енергії представляють собою складні системи, які включають до свого складу пристрої різного функціонального призначення, причому кількість таких пристроїв може досягати значних величин [1]. В розрахунковому плані вона залежить від способу спрощення та узагальнення заступних схем для цілей конкретного дослідження. Традиційно для цього як складові виділяють генератор електроенергії, лінії електропередачі, трансформатори і еквіваленти споживачів електричної енергії [2]. Під час вирішення питань компенсації реактивної потужності компенсувальні пристрої можуть вмикатися окремо для кожного з перелічених пристроїв. Найбільш поширеною є компенсація реактивної потужності саме споживачів [3, 4]. Компенсувальні пристрої вмикаються безпосередньо у вузлах підключення кожного навантаження або цілої групи навантажень. При цьому одночасно можуть вирішуватися і питання симетрування режимів трифазних систем електропостачання, якщо навантаження нерівномірно споживають енергію від кожної з фаз системи [5]. Однак у разі компенсації лише навантажень в системі продовжує циркулювати реактивна потужність, обумовлена реактивностями трансформаторів і ліній електропередачі. З цього приводу раціонально розглядати необхідність забезпечення оптимальних режимів роботи системи. Так у випадку, коли генератор електроенергії віддає лише активну потужність, то він не пов'язаний таким чином з реактивною потужністю, що генерується будь яким з пристроїв тракту передачі енергії від генератора до споживача. Такий режим будемо називати режимом повної компенсації реактивної потужності в системі. Поява реактивної потужності від трансформаторів обумовлена наявністю індуктивностей намагнічування і розсіювання [6]. Принципово індуктивність розсіювання може бути компенсована завдяки шунтуванню обмоток трансформатора конденсаторами. Аналогічно індуктивності розсіювання можна компенсувати послідовним вмиканням конденсаторів з обвитками трансформаторів. Щодо компенсації реактивної потужності ліній електропередачі, то для цього використовують, як правило, так звану повздовжню компенсацію [1, 2]. Вона полягає у підключенні послідовно з лінією електропередачі конденсаторів, які розраховуються таким чином аби компенсувати реактивні складові комплексного опору ліній електропередачі. Тим самим компенсується і реактивна потужність, що обумовлена цими реактивними складовими опорів ліній електропередачі. На практиці установки повздовжньої компенсації представляють собою доволі великі споруди, що

© Ягуп В.Г., Ягуп К.В., 2025

ORCID: \* <https://orcid.org/0000-0002-7019-3499>; \*\* <https://orcid.org/0000-0002-9305-8169>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

встановлюються задля компенсації реактивних складових в основному високовольтних ліній електропередачі. Однак при цьому залишаються некомпенсованими реактивні потужності в лініях електропередачі низької напруги, протяжність яких може бути навіть співставлено з лініями високої напруги. В роботах [5, 6] показана можливість досягнення режиму повної компенсації реактивної потужності за рахунок засобів поперечної компенсації в узагальненій системі електропостачання [6]. Така схема максимально спрощена, в ній на основі теореми про еквівалентний генератор з точки зору навантаження решта системи замінена еквівалентним джерелом напруги з внутрішнім комплексним опором, що вмикається послідовно. Показано, що навіть у такому простішому випадку треба аналізувати систему третього порядку. Це практично виключає аналітичний спосіб аналізу, і рішення знаходиться у загальному випадку чисельними методами на основі застосування комп'ютерної моделі та оптимізаційних методів. Тим складніший випадок буде представляти таке дослідження, якщо наблизити розгляд до реального випадку, коли система передачі електроенергії представлятиме групу трансформаторів і ліній електропередачі. Параметри цих пристроїв повинні враховуватися у розрахунках оптимального режиму [7] за їхніми заступними схемами. Під час представлення заступних схем трансформаторів і ліній електропередачі Т-подібними заступними схемами еквівалентна розрахункова схема системи електропостачання матиме досить складну за топологією заступну схему. Аналіз і оптимізація режиму такої схеми можливий лише на комп'ютерній моделі із застосуванням алгоритмів пошукової оптимізації.

**Метою роботи** є дослідження та оптимізація режиму електричної мережі з каскадом проміжних трансформаторів і детермінованим навантаженням задля досягнення режиму повної компенсації реактивної потужності в системі з подальшим порівнянням параметрів цього режиму з іншими варіантами режимів, що можуть забезпечити покращення показників роботи цієї електричної системи.

**Основний зміст.** Розглянемо систему електропостачання, що живиться від синхронного генератора через каскад трансформаторів з однією ланкою підвищення напруги до 110 кВ і наступними двома ланками зниження напруги до 10 кВ і 0,4 кВ. Передача електроенергії між трансформаторами здійснюється через лінії електропередачі на значні відстані. Структура системи, яка досліджується в цій роботі, пояснюється на візуальній моделі (рис. 1).

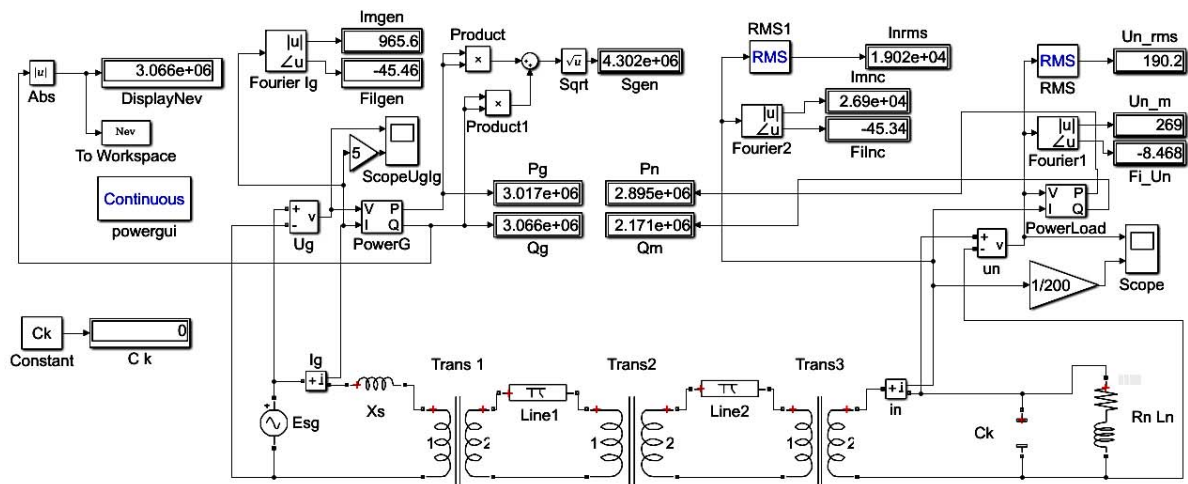


Рис. 1

Нижня частина моделі відображає силову схему системи електропостачання, що досліджується. Джерелом живлення виступає джерело напруги  $E_{sg}$ . Діюче значення напруги джерела прийняте 6,3 кВ з частотою 50 Гц і нульовою фазою; внутрішній опір – індуктивним і відображається в моделі індуктивністю  $X_s$ , опір якої на робочій частоті прийнятий рівним  $j0,3$  Ом. Цю величину вибрано, виходячи з припущення, що номінальна потужність трифазного синхронного генератора  $S_G=15$  МВА; лінійне діюче значення напруги на затискачах синхронного генератора  $U_G=6,3$  кВ. Тоді базовий опір синхронного генератора  $z_b = U_G^2/S_G = 6,3^2/15 = 2,646$  Ом. Для турбогенераторів відносна величина внутрішнього індуктивного опору складає порядка  $8 \div 25\%$  від величини базового опору [8]. Обране значення внутрішнього опору таким чином складає 11% від базового. Напруга джерела подається на трансформатор  $Trans1$ , який підвищує напругу до 110 кВ. Номінальна

потужність трансформатора 15 МВА, відносні значення індуктивностей розсіювання 0,08, індуктивності намагнічування 500, опору обмоток 0,002, опору намагнічування 500. Такі ж значення номінальних потужностей і відносних величин прийняті і для наступних трансформаторів. Після першого трансформатора напруга передається через лінію передачі *Line1* довжиною 100 км, яка моделюється за Т-подібною заступною схемою з параметрами однієї секції: активний опір 0,2 Ом/км, індуктивний опір  $j0,4$  Ом/км, поперечна ємність  $12,74e-9$  Ф/км. Другий трансформатор *Trans2* знижує напругу зі 110 кВ до 35 кВ. Напруга від нього передається через лінію електропередачі *Line2* довжиною 10 км з відповідними параметрами однієї секції. Третій трансформатор *Trans3* знижує напругу до 220 В. Споживачем прийнято зосереджене активно-індуктивне навантаження з комплексним опором  $Z_n=(0,008+j0,006)$  Ом, що відповідає типовому значенню коефіцієнта потужності  $\cos\varphi=0,8$ . Таке навантаження за номінальної напруги 220 В споживатиме потужність  $S_{zn}=4,84$  МВА, чому відповідають рівні активної потужності  $P_{zn}=3,872$  МВт і реактивної  $Q_{zn}= 2,904$  МВАр. Ці величини близькі до номінального завантаження однієї фази синхронного генератора. Стосовно останнього трансформатора слушно зауважити, що для розподільчих трансформаторів 35кВ на 0,4 кВ реальна потужність не перевищує 6300 кВА (на три фази), тому на практиці ця потужність буде розподілена між групою трансформаторів. Окрім того, в моделі фактично однофазне навантаження 4,84 МВА на напрузі 220 В підключено безпосередньо на затискачі трансформатора. У реальних умовах споживання такої потужності також розподілиться між декількома трансформаторами меншої потужності. Моделювання системи з розгалуженням енергії по трансформаторам і навантаженням може скласти предмет окремого дослідження. Паралельно навантаженню вмикається поперечна компенсуюча ємність (на рис. 1 відсутня), оскільки показники на моделі відповідають режиму без компенсації реактивної потужності.

Верхня частина моделі (рис. 1) представляє собою систему віртуальних вимірювальних приладів для фіксації параметрів режиму в системі, а також задля забезпечення роботи алгоритму пошукової оптимізації. Віртуальні прилади вимірюють напругу джерела та його струм. Ці величини подаються на віртуальний вимірювач активної і реактивної потужності *PowerG* з фіксацією значень активної і реактивної потужностей джерела на віртуальних дисплеях  $P_g$  та  $Q_g$ . Одночасно модуль значення реактивної потужності використовується як величина цільової функції під час проведення пошукової оптимізації завдяки передачі цього значення у робочий простір *MATLAB* завдяки віртуальному приладу *To Workspace* у вигляді змінної *Nev*. Гармонічний аналізатор *Fourie\_Ig* визначає амплітуду і фазу струму, що споживається від генератора. Дисплей *Sgen* показує повну потужність, що споживається від генератора.

Аналогічно на стороні споживача вимірюються напруга і струм, визначаються активна і реактивна потужності навантаження  $P_n$  і  $Q_n$ , фіксуються діюче  $Un_{rms}$  та амплітудне  $Un_m$  значення напруги навантаження і його фазовий зсув  $Fi_{Un}$ , а також аналогічні показники для струму навантаження  $I_{ngms}$ ,  $I_{mnc}$ ,  $Filnc$ . Віртуальні осцилографи *Scope* дають змогу спостерігати часові діаграми напруг і струмів генератора та навантаження, причому струми відповідно масштабуються для наочності представлення за допомогою блоків підсилення.

Дослідимо вихідний режим без компенсації реактивної потужності. Модель для цього випадку зображено саме на рис. 1, де конденсатор, що шунтує навантаження, виключений з моделі за допомогою опції *Open Circuit*. Діюче значення напруги на навантаженні складає 190,2 В, що означає зниження порівняно з номінальним на 16% і є неприпустимим за стандартами. Споживач не отримує номінальної напруги, тому на навантаженні розвивається понижена активна потужність 2,895 МВт замість очікуваної 3,872 МВт, і це складає 74,8% від потрібної потужності навантаження. Таким чином, вихідний режим без компенсації реактивної потужності відповідає випадку перевантаженої слабкої мережі, яка не забезпечує за таких умов допустимих меж відхилення вихідної напруги і суттєво недодає потужності споживачеві.

Розглянемо режим системи, який виникає у разі застосування способу підвищення напруги на навантаженні шляхом збільшення кількості витків вторинної обмотки третього трансформатора. Для отримання на навантаженні номінальної напруги 220 В кількість витків треба збільшити на 25,3%. Це значення отримано шляхом пошукової оптимізації під час зміни напруги вторинної обмотки за умови досягнення на навантаженні номінальної напруги. Після відпрацювання модель має вигляд, наведений на рис. 2. Як видно з показників приладів, напруга на навантаженні й споживана навантаженням потужність точно відповідають номінальним значенням, тобто досягнуто відповідне підвищення вихідної напруги.

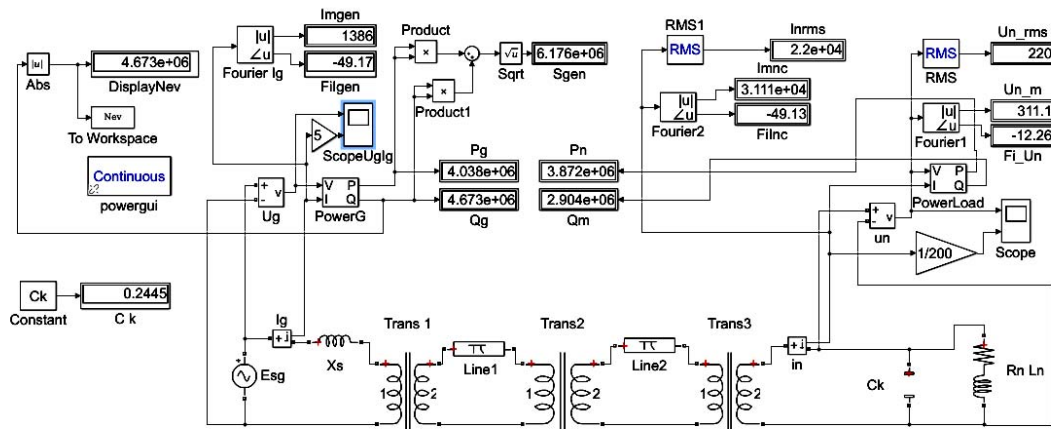


Рис. 2

Однак такі збільшення напруги і потужності на навантаженні супроводжуються значним зростанням споживаного від генератора струму, амплітуда якого досягає 1386 А. Доля реактивної потужності навіть дещо зростає, що помітно за зростанням кута зсуву струму генератора відносно його напруги. Це означає зменшення коефіцієнту потужності. Значно і надмірно при цьому зростає повна потужність, що споживається від генератора, яка досягає 6,176 МВА. Таким чином, традиційний спосіб підняття напруги перемиканням кількості витків трансформаторів в тракті передачі електроенергії характеризується майже такими ж нераціональними енергетичними показниками режиму, як і вихідний режим перевантаженої слабкої мережі. Єдине позитивне, що досягається при цьому – підвищення напруги на навантаженні. Це дійсно важливо для споживача, але не слід нехтувати тим, що значне зростання споживаного від генератора струму означає зростання втрат електричної енергії в усій системі передачі електроенергії. Зокрема, це призводить до перегріву дротів ліній електропередачі і обмоток трансформаторів в каскаді передачі енергії.

Задля досягнення **режиму повної компенсації** реактивної потужності доповнимо модель і зв'яжемо її з програмами, які забезпечать пошукову оптимізацію цього режиму. Модель для цього випадку зображено на рис. 3.

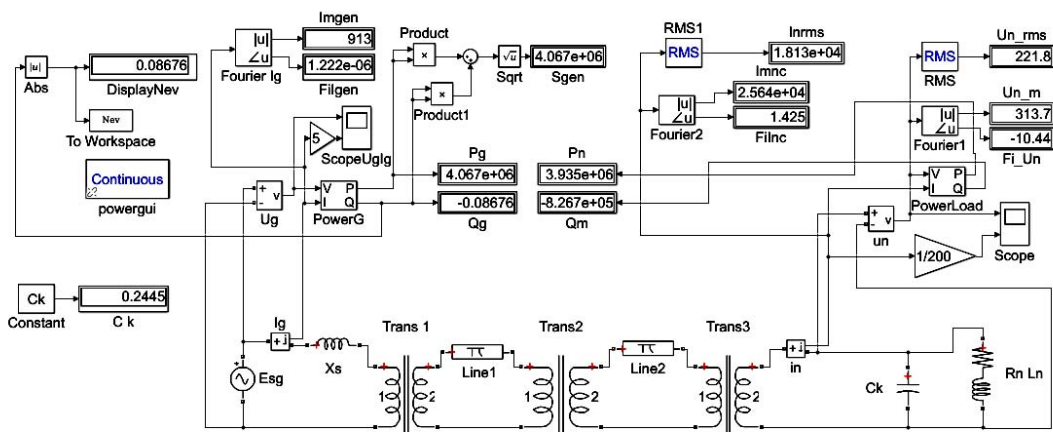


Рис. 3

Під час запуску цієї моделі обчислюється значення цільової функції, за яку прийнято значення модуля реактивної потужності, що споживається від генератора. Це значення за допомогою віртуального приладу *To Workspace* передається до робочого простору *MATLAB*. Таким чином забезпечується зв'язок моделі з програмами, що виконують пошукову оптимізацію. Текст головної програми приведений на рис. 4. Тут глобальними змінними оголошені: *Ck* – ємність конденсатора, що компенсує реактивну потужність в системі; *Nst* – кількість кроків оптимізаційного процесу, що співпадає з кількістю обчислень значень цільової функції і кількістю прогонів моделі системи; *Nev* – суто значення цільової функції, яке одержується від моделі через робочий простір, як це описано вище; *MN* – масив значень цільової функції на відповідних кроках оптимізації, завдяки чому можна спостерігати швидкість збігання процесу оптимізації.

Оператор *option* введений для зниження на два порядки точності досягнення оптимуму в

```

warning off
global Ck Nst Nev MN
Nst=0
options=optimset('MaxFunEvals',10000,'MaxIter',
10000,'TolX',1e-1,'Tolfun',1e-1);
Y=fminsearch('func_s3fnesim',[12700],options)
Nst

```

Рис. 4

порівнянні з тим, що прийнятий за замовчанням. Таким чином параметри відносної та абсолютної точності приводяться до раціональних значень з урахуванням відносно великих значень цільової функції, пов'язаної з великими значеннями реактивної потужності в системі. Це дає можливість позбутися надлишкових ітерацій оптимізації, пов'язаних з досягненням точності, яка вже не є суттєвою за поставлених умов параметрів системи. Оператор *fminsearch* забезпечує звернення до вбудованої функції оптимізації за методом деформованого багатогранника. В ролі фактичних параметрів цієї функції вказано ім'я функції для обчислення цільової функції, початкове значення масиву змінних оптимізації та посилання на визначені в попередньому операторі опції оптимізації. Файл з функцією обчислення цільової функції представлений на рис. 5.

Оператор *global* відкриває доступ до глобальних змінних, оголошених в головній програмі.

```

function Nev=func_s3fnesim(x)
global Ck Nst Nev MN
Ck=abs(x(1)*1e-6);
sim VVEESoptpaper
Nev
pause(1/20)
Nst=Nst+1
MN(Nst)=Nev;

```

Рис. 5

Оператор присвоювання для *Ck* масштабує значення ємності компенсації, що дає змогу вести обчислення, запобігаючи відносно малих значень змінної оптимізації, а використовуючи в програмі оптимізації значення ємності, виражене в мікрофарадах. Оператор *sim* запускає модель системи, яка імітує електромагнітні процеси протягом періоду живильної напруги. При цьому визначається і передається в робочий простір значення цільової функції. Наступні оператори визначають наступний номер ітерації і значення цільової функції у відповідному масиві. На рис. 6

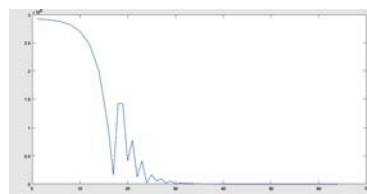


Рис. 6

наведено графік зміни цільової функції в залежності від номера ітерації процесу оптимізації за визначених параметрах оптимізації. З цього графіка видно, що за 30 ітерації цільова функція від значення  $10^6$  зменшується практично до нуля, а необхідна точність  $10^{-1}$ , встановлена опціями, досягається за 64 ітерації оптимізаційного процесу. Віртуальний прилад вимірювання активної і реактивної потужностей генератора після оптимізації дає показники відповідно 4.067 МВт і -0.087 Вар. Це означає, що джерело електричної енергії працює в режимі віддачі активної потужності з одиничним значенням коефіцієнта потужності. З показників віртуальних приладів видно, що ефективне значення напруги на навантаженні досягає 221,8 В у разі споживання від генератора струму амплітудою лише 913 А.

В таблиці зведені основні показники трьох досліджених режимів. Тут у стовпчику «Параметри» позначені такі показники:  $Un_{rms}$  – ефективне значення напруги на навантаженні;  $Pn$  – активна потужність, споживана навантаженням;  $Qn$  – реактивна потужність, споживана навантаженням включаючи потужність компенсатора;  $Pg$  – активна потужність споживана від генератора;  $Qg$  – реактивна потужність, споживана від генератора;  $Sgen$  – повна потужність, що її віддає генератор;  $Imgen$  – амплітудне значення струму генератора;  $\phi_{Igen}$  – кут зсуву струму генератора відносно напруги генератора;  $\cos\phi$  – коефіцієнт потужності, що характеризує енергетичні показники режиму; ККД – коефіцієнт корисної дії, що характеризує режим. Як видно з таблиці, режим повної компенсації має найвищий коефіцієнт корисної дії за найменшого споживаного від генератора струму.

Звернімо увагу на показник віртуального вимірювача потужності навантаження. Для його функціонування використовується сумарний струм навантаження і конденсатора, що компенсує реактивну потужність в системі. Сумарна ємність цього конденсатора може бути розкладена на ємність, що компенсує реактивну складову потужності безпосередньо навантаження, і ємність, що компенсує реактивні складові потужностей в решті системи, тобто в трансформаторах, лініях електропередачі та у внутрішньому опорі генератора.



Параметр	Режим без компенсації	Режим з підвищенням напруги	Режим повної компенсації
$U_{n\ rms}$ [В]	190.2	220	221.8
$P_n$ [МВт]	2.895	3.872	3.935
$Q_n$ [МВАр]	2.171	2.904	-0.8267
$P_g$ [МВт]	3.017	4.038	4.067
$Q_g$ [МВАр]	3.066	4.673	0
$S_{gen}$ [МВА]	4.302	6.178	4.067
$I_{ngen}$ [А]	965.6	1386	913
$\phi_{Igen}$ [ел.град.]	-45.46	-49.17	0
$\cos\phi$	0.7014	0.6538	1.00
ККД, %	95.95	95.88	96.75

реактивної потужності самого навантаження):  $C_2 = -Q_n / (\omega U_n^2) = 826700 / (314.16 \cdot 221.8^2) = -0,0535$  Ф. Ємність  $C_1$ , що компенсує реактивність суто навантаження, складає  $C_1 = C_k - C_2 = 0,2445 - 0,0535 = 0,1910$  Ф. Відносне збільшення ємності задля досягнення повної компенсації порівняно з варіантом компенсування лише реактивної потужності навантаження складає  $(C_2/C_1)100\% = (0,0535/0,1910) \cdot 100\% = 28\%$ .

Обрахуємо величину  $L_s$  еквівалентної реактивної складової внутрішнього комплексного опору джерела і тракту передачі електроенергії в однолінійній узагальненій заступній схемі системи електропостачання [6]. Ефективне значення струму через лінію електропередачі на стороні навантаження складає  $I_s = 18130$  А. Реактивна потужність, яка споживається індуктивністю  $L_s$ , складає  $-Q_n = 826700$  Вар, тобто ту ж саму величину, яку компенсує ємність  $C_2$ . З цих міркувань вираховуємо величину індуктивного опору тракту електропередачі  $X_{Ls} = -Q_n / (I_s^2) = 826700 / (18130^2) = 0,002515$  Ом.

У випадку застосування повздовжньої компенсації послідовно з цією індуктивністю слід було б увімкнути конденсатор  $C_{pz}$ , який мав би компенсувати її реактивний опір. Ємність такого конденсатора складає величину, що обрховується за виразом  $C_{pz} = 1 / (\omega X_{Ls}) = 1 / (314,16 \cdot 0,002515) = 1,2656$  Ф. Зауважимо, що такий режим досягається за умови наявності компенсації реактивності навантаження конденсатором  $C_1 = 0,1910$  Ф. Співвідношення ємностей  $C_{pz}$  і  $C_2$  складає  $C_{pz}/C_2 = 1,2656/0,0535 = 23,65$ , тобто задля досягнення повної компенсації шляхом збільшення конденсатора поперечної компенсації потрібно конденсатор більш ніж у 20 разів менший, ніж для досягнення тієї ж умови шляхом повздовжньої компенсації. Контрольне моделювання режиму повної компенсації шляхом повздовжньої компенсації дає напругу на навантаженні 217,2 В, тобто дещо меншу, ніж в режимі з повною компенсацією за рахунок збільшення конденсатора поперечної компенсації.

Для оцінки співвідношень втрат активної енергії в тракці електропередачі приймемо втрати в режимі повної компенсації за рахунок збільшення поперечного конденсатора за 100 % за амплітуди струму 913 А. В режимі системи без компенсації та без підвищення напруги шляхом збільшення коефіцієнта трансформації амплітуда струму складає 965,6 А, і це означає, що в цьому режимі відносне збільшення втрат складає  $(965,6/913)^2 = 1,12$  за значної недодачі навантаженню напруги і потужності. В режимі без компенсації у разі підвищення напруги до номінальної шляхом підвищення коефіцієнта трансформації номінальна напруга і потужність на навантаженні досягається, але струм генератора при цьому складає 1386 А. Це означає збільшення втрат електроенергії в  $(1386/913)^2 = 2,3$  рази у порівнянні з режимом повної компенсації шляхом збільшення ємності конденсатора поперечної компенсації, що свідчить про суттєві недоліки такого способу підвищення напруги, який є традиційним з використанням перемикачів відпайок на обмотках силових трансформаторів.

### Висновки.

Дослідження вихідного режиму за відсутності засобів компенсації реактивної потужності показало, що при заданих параметрах генератора, трансформаторів і ліній електропередачі прийняте навантаження викликає суттєві втрати електроенергії, і споживач отримує занижені значення напруги і потужності. Введення засобів підвищення напруги споживача шляхом зміни коефіцієнта трансформації приводить до значного збільшення споживаного від генератора струму і потужності, і до того ж збільшуються рівні реактивної потужності в системі і знижується коефіцієнт потужності. Застосування пошукової оптимізації за критерієм зведення до нуля реактивної потужності генератора приводить до оптимального режиму. Цей режим може бути досягнутий збільшенням ємності

конденсатора поперечної компенсації реактивної потужності самого навантаження. При цьому додаткова ємність при такому способі є на порядок меншою, ніж вимагається при повздовжній компенсації. У разі застосування повної компенсації реактивної потужності за рахунок збільшення ємності конденсатора поперечної компенсації спостерігається також зменшення втрат енергії у тракці електропередачі і підвищується коефіцієнт корисної дії системи енергопостачання. Таким чином, дослідження виявили суттєві переваги за основними показниками рівня напруги, коефіцієнта потужності і втрат електроенергії саме способу досягнення режиму повної компенсації в системі за рахунок збільшення ємності конденсатора поперечної компенсації перед іншими способами покращення параметрів режиму роботи системи електропостачання.

1. Schlabbach Ju., Rofalski K.-H. Power System Engineering Planning, Design, and Operation of Power Systems and Equipment. Wiley VCH Verlag & Co, 2008. 337 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9783527622795>.
2. Gonen T. Electric Power distribution System engineering. CRC Press, 2007. 858 p.
3. Acha E., Agelidis V.G., Anaya-Lara O., Miller T.J.E. Power Electronic Control in Electrical Systems. Oxford: Newnes, 2002. 443 p. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-075065126-4/50006-7>.
4. European Smart Grids Technology Platform: vision and Strategy for Europe's Electricity Networks of the Future. *European Commission*, 2006. 44 p.
5. Ягуп В.Г., Ягуп Е.В. Расчет параметров симметрично-компенсирующего устройства трехфазной системы электроснабжения на основе декомпозиции системы. *Технічна електродинаміка*. 2016. № 6. С. 20–26. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.06.020>.
6. Ягуп В.Г., Ягуп Е.В. Аналітичний метод визначення умов повної компенсації реактивної потужності в системі електропостачання. *Технічна електродинаміка*. 2022. № 6. С. 63–71. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.06.063>.
7. Zubair Ahmed Memon, Mohammad Aslam Uqaili, Mukhtiar Ali Unar. Design of Three-Phase Hybrid Active Power Filter for Compensating the Harmonic Currents of Three-Phase System. *Mehran University Research Journal of Engineering and Technology*. 2012. Vol. 31(2). Pp. 347–354.
8. Копылов И.П. Электрические машины. М.: Высшая школа, 2004. 607 с.

#### RESEARCH OF REACTIVE POWER COMPENSATION MODES IN THE ELECTRICAL SUPPLY SYSTEM WITH THE CASCADE OF TRANSFORMERS

V.G. Yagup<sup>1</sup>, K.V. Yagup<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kharkiv National Automobile and Highway University,

25, str. Yaroslava Mudrogo, 61002, Kharkiv, Ukraine,

e-mail: [yagup.walery@gmail.com](mailto:yagup.walery@gmail.com).

<sup>2</sup>National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute",

2, Kyrpychova str., 61002, Kharkiv, Ukraine.

*The modes of reactive power compensation in the power supply system powered by a synchronous generator through a cascade of intermediate transformers have been studied. It is shown that the reactive component of the common complex resistance of the generator and the power transmission path can cause relatively large levels of reactive power in the system. Experiments show that this power remains in the system even after the application of transverse capacitive compensation, which is not able to provide full compensation of reactive power in a power supply system with a cascade of transformers. Under these conditions, the optimal value of the capacitance of the transverse compensation capacitor was found using the search optimization method on the computer model. The results of the study show the possibility of achieving the mode of full compensation of reactive power due to a relatively small increase in the capacity of the compensating capacitor, which provides transverse compensation. References 8, figures 6, table 1.*

**Key words:** cascade of transformers, power transmission line, reactive power, full compensation, search optimization.

1. Schlabbach Ju., Rofalski K.-H. Power System Engineering Planning, Design, and Operation of Power Systems and Equipment. Wiley VCH Verlag & Co, 2008. 337 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9783527622795>.
2. Gonen T. Electric Power distribution System engineering. CRC Press, 2007. 858 p.
3. Acha E., Agelidis V.G., Anaya-Lara O., Miller T.J.E. Power Electronic Control in Electrical Systems. Oxford: Newnes, 2002. 443 p. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-075065126-4/50006-7>.
4. European Smart Grids Technology Platform: vision and Strategy for Europe's Electricity Networks of the Future. *European Commission*, 2006. 44 p.
5. Yagup V.G., Yagup E.V. Calculation of the parameters of a symmetrical-compensating device of a three-phase power supply system based on the decomposition of the system. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016. No 6. Pp. 20–26. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.06.020> (Rus).
6. Yagup V.G., Yagup K.V. Power compensation modes research in generalized electrical supply system. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 6. Pp. 63–71. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.06.063> (Ukr).
7. Zubair Ahmed Memon, Mohammad Aslam Uqaili, Mukhtiar Ali Unar. Design of Three-Phase Hybrid Active Power Filter for Compensating the Harmonic Currents of Three-Phase System. *Mehran University Research Journal of Engineering and Technology*. 2012. Vol. 31(2). Pp. 347–354.
8. Kopylov I.P. Electric machines. Moskva: Vysshaia shkola, 2004. 607 p. (Rus)

Надійшла 09.05.2024

Остаточний варіант 18.07.2024

## ОПТИМАЛЬНЕ РОЗМІЩЕННЯ СЕКЦІОНАЛАЙЗЕРІВ ДЛЯ ПОКРАЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ РОЗПОДІЛЬНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ

О.Г. Шполянський\*, канд. техн. наук  
Інститут електродинаміки НАН України,  
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна,

e-mail: [shpolianskvi@outlook.com](mailto:shpolianskvi@outlook.com).

*В роботі запропоновано евристичний метод оптимального розміщення секціоналайзерів в розподільних електричних мережах без автоматичного резервування. Метод полягає в розділенні мережі на сегменти з однаковими сумарними довжинами ліній і пошуку оптимального місця розміщення секціоналайзерів в околі точок поділу. На основі методу розроблено алгоритм та проведено розрахунки по визначенню оптимальних місць розміщення секціоналайзерів та очікуваних показників надійності електропостачання для фрагменту розподільної електричної мережі. Бібл. 9, табл. 2, рис. 1.*

**Ключові слова:** розподільна електрична мережа, показники надійності електропостачання, секціоналайзер, оптимальне розміщення.

**Вступ.** Розподільні електричні мережі (РЕМ) є важливою ланкою, що пов'язує виробників електроенергії з її споживачами. У багатьох випадках зв'язки у РЕМ є радіальними, що робить їхніх споживачів вразливими через переривання електропостачання. У літературі повідомляється, що на долю РЕМ припадає понад 80% усіх подій, що призводять до виникнення перерв у електропостачанні [1]. У разі перерв електропостачання життя та здоров'я споживачів може бути поставлене під загрозу, вони несуть матеріальні збитки (припиняється випуск продукції, виходе з ладу обладнання, псується сировина і продукція), відчувають фізіологічні і соціальні незручності (припиняється водо- і теплопостачання, не працює зв'язок та електротранспорт). Одним із способів зменшення кількості та тривалості перерв електропостачання є установка в РЕМ сучасних комутаційних апаратів (КА) таких, як вимикачі з автоматичним повторним включенням (АПВ), реклоузери (РК) і секціоналайзери (СР). Визначення оптимальної кількості та місць встановлення таких пристроїв здійснюється різними методами, а саме: декомпозиція та опуклий аналіз [2], евристичний комбінаторний пошук [3], аналітичний ієрархічний процес [4], алгоритм мурашиної колонії [5], бінарний диференційний еволюційний алгоритм [6], евристичний алгоритм дискретної оптимізації [7] та багато інших.

Слід зауважити, що місце розміщення КА буде оптимальним лише для тих умов, для яких виконувався оптимізаційний вибір. Це відбувається через випадковий характер виникнення короткого замикання на тій або іншій ділянці лінії, коливання поточного навантаження споживачів, зміну конфігурації РЕМ, усереднення або узагальнення показників, на основі яких ведуться оптимізаційні розрахунки. Таким чином, для різних станів РЕМ оптимальне розташування КА може бути різним. Отже, яким би складним не був би метод оптимального вибору місця розташування КА, він може надати лише квазі-оптимальне рішення.

На лініях РЕМ, які безпосередньо підключено до шин підстанцій, встановлюються вимикачі із можливістю здійснення АПВ або реклоузери. Вони дають можливість відключити струм КЗ та усунути значну кількість нестійких замикань під час безструмової паузи. Секціоналайзер на відміну від реклоузера не перериває струм короткого замикання. Контакти СР роз'єднуються під час безструмової паузи. Керування СР може виконуватися віддалено з диспетчерського центру або автоматично (локально). В цьому випадку він підраховує кількість операцій відключення РК або вимикача на лінії живлення. Після того, як попередньо вибрану кількість операцій відключення струму було здійснено, контакти СР роз'єднуються. Вартість секціоналайзерів є суттєво меншою, ніж реклоузерів, тому за наявності КА здатного відключати КЗ і здійснювати АПВ вони можуть стати недорогим і ефективним засобом відокремлення несправної ділянки від решти РЕМ.

© Шполянський О.Г., 2025

\* ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0167-2234>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

**Мета роботи.** Покращення очікуваних показників надійності електропостачання споживачів та зменшення обсягу недопоставленої електроенергії в розподільних електричних мережах шляхом оптимального розміщення секціоналайзерів.

**Показники надійності електропостачання та критерій оптимізації.** Задля оцінки рівня надійності будь-якого об'єкта використовуються показники надійності. Показники надійності – кількісні характеристики властивостей, які в сукупності складають надійність об'єкту [8].

В даний час задля оцінки надійності електричних мереж в багатьох країнах застосовують показники, що базуються на відповідних стандартах. В [9] описано 12 індексів, які поділено на групи: індекси стійких (довгих) перерв, індекси на основі навантаження, індекси нестійких (коротких) перерв. Вони характеризують різні аспекти надійності електропостачання. В Україні звітними показниками для постачальників електроенергії є індекс середньої частоти довгих перерв в електропостачанні (SAIFI), індекс середньої тривалості довгих перерв в електропостачанні (SAIDI), індекс середньої частоти коротких перерв в електропостачанні (MAIFI), розрахунковий обсяг недопоставленої електроенергії (ENS).

Показники надійності електропостачання дають можливість порівняти надійність не тільки різних, не пов'язаних одна з одною РЕМ, а й окремих фрагментів однієї електричної мережі. Статистичний аналіз дає змогу виявити аномальні відхилення показників окремих фрагментів однієї РЕМ від певних середніх значень, вказати на можливі причини цих відхилень та розробити заходи по їхньому усуненню. Звітні показники надійності розраховуються за довгими і короткими перервами, які вже відбулися в РЕМ. Кількість таких подій, місце їхнього виникнення, кількість відключених споживачів під час цих подій та їхню потужність й тривалість відновлення електропостачання є відомими. Під час розробки заходів з покращення показників надійності використовують очікувані показники надійності. Їх визначають на основі певних припущень, усереднених показників та статистичних даних, які можуть узагальнювати інформацію не лише по конкретному фідеру або підстанції, а й по РЕМ певного класу напруги, що охоплює значну територію. Одним з таких узагальнень є середня частота відмов в лініях електропересилання (ЛЕП) – це кількість відмов на 1 км довжини лінії на рік. Розрізняють середню частоту довгих перерв  $\lambda^s$  і середню частоту коротких перерв  $\lambda^m$ . За допомогою цих показників можна визначити кількість перерв (відключень) на рік для кожної лінії, фрагменту або всієї РЕМ. Будемо називати сегментом РЕМ множину ліній, події на яких призводять до відключення певного КА. Тоді сумарна середня кількість довгих  $\lambda^s$  і коротких  $k^m$  перерв на рік від пошкоджень на усіх лініях сегменту  $S$  буде дорівнювати

$$k^s = \lambda^s \sum_s l_i, \quad (1)$$

$$k^m = \lambda^m \sum_s l_i, \quad (2)$$

де  $l_i$  – довжина  $i$ -ї лінії, що входить в сегмент  $S$ ;  $\lambda^s$  і  $\lambda^m$  приймаються однаковим для всіх ліній однієї номінальної напруги.

У разі виникнення  $i$ -ї події, що призвела до довгої перерви, час відновлення нормальної роботи буде складати

$$r_i = r_{\Pi i} + r_{P i}, \quad (3)$$

де  $r_{\Pi i}$  – час пошуку місця пошкодження;  $r_{P i}$  – час ремонту пошкодження.

В залежності від обставин і виду ремонту складові (3) можуть суттєво змінюватися. Так, наприклад, час пошуку місця пошкодження може бути скорочений у разі визначення ймовірних зон пошкодження на основі аналізу конфігурації мережі і параметрів аварійного режиму. Різні види пошкоджень (падіння опори, обрив проводу, руйнування ізолятора) потребують різного часу для їхнього усунення. Під час визначення очікуваних показників надійності від майбутніх пошкоджень  $i$ , відповідно, час їхнього усунення є невідомим. Величини очікуваних показники надійності в даній роботі визначаються за період один рік. Тому очікуваний час ремонту пропонується визначати як середнє на протязі попереднього року тривалість ремонту.

Якщо лінії електричної мережі оснащені вказівниками струму короткого замикання, то шлях пошуку пошкодження буде пролягати від відімкненого комутаційного апарату по шляху протікання струму короткого замикання до місця пошкодження. Кожна лінія на цьому шляху, окрім лінії з пошкодженням, буде пройдена повністю. Місце пошкодження може знаходитися як на початку лінії, так і в кінці. Прийемо, що пошкодження знаходиться по середині цієї лінії. Отже час пошуку пошкодження можна представити у вигляді рівняння

$$r_{\Pi} = \left( \sum_{D_i} l_d + 0,5l_i \right) / V ,$$

де  $D_i$  – множина ділянок ліній, вздовж яких проходить шлях до ділянки з пошкодженням;  $V$  – швидкість пересування;  $l_d$  – довжина ділянки  $d$ ;  $l_i$  – довжина ділянки з пошкодженням.

Середній час пошуку пошкодження для сегменту мережі буде складати

$$r_{\Pi}^s = \sum_s r_{\Pi} / K^s ,$$

де  $K^s$  – кількість ліній в сегменті мережі.

Але на лініях різної довжини, у відповідності до прийнятої моделі (1) і (2), кількість пошкоджень буде різною. На довших лініях вона буде більшою, а на коротших – меншою. Тому пропонується перейти від середнього часу пошуку пошкодження у сегменті РЕМ до середньозваженого по довжині ліній

$$r_{\Pi}^s = \sum_s l_i r_{\Pi} / \sum_s l_i .$$

Час відновлення електропостачання для відключеного сегменту електричної мережі  $S$  буде складати

$$r^s = r^c + r_{\Pi}^s ,$$

де  $r^c$  – умовно постійна складова тривалості відновлення електропостачання, яка включає підготовку до виїзду ОБВ і середню тривалість ремонтних робіт.

Через пошкодження ділянки  $i$  обсяг очікуваної недопоставленої електроенергії на рік у сегменті  $S$  розподільної електричної мережі складе

$$EENS_i^s = \lambda^s l_i P^s r^s ,$$

де  $P^s$  – потужність споживачів, що були відключені через виникнення пошкодження у сегменті  $S$ .

Річний обсяг недопоставленої електроенергії через пошкодження ліній в сегменті  $S$  РЕМ буде мати вигляд

$$EENS^s = \lambda^s L^s P^s r^s , \quad (4)$$

де  $L^s$  – довжина ліній, які входять в сегмент  $S$ .

Для сегменту РЕМ, який відокремлений від решти мережі КА, річні очікувані інтегральні показники надійності будуть мати вигляд

$$ESAIFI^s = \lambda^s L^s N^s / N_T , \quad (5)$$

$$ESAIDI^s = \lambda^s L^s N^s r^s / N_T , \quad (6)$$

$$EMAIFI^s = \lambda^m L^s N^s / N_T , \quad (7)$$

де  $N^s$  – кількість споживачів, що були відключені;  $N^T$  – загальна кількість споживачів.

Показники надійності РЕМ будуть дорівнювати сумі показників надійності її сегментів.

Збитки за недопоставлену електроенергію можуть бути визначені за тарифами на послуги з розподілу електроенергії та обсягом недопоставленої електроенергії. Для інших показників надійності безпосередній зв'язок між їхнім відхиленням від граничних величин і сумою штрафу в нормативних документах виявити не вдалося. За цих обставин сформувані економічно обґрунтовану цільову функцію, яка б включала всі ці показники, досить складно. Тому пропонується прийняти за критерій оптимізації суму річної недопоставленої електроенергії у відключених сегментах РЕМ

$$F = \sum_s EENS^s .$$

**Евристичний метод і алгоритм оптимального розміщення секціоналайзерів.** Параметри, що приймають участь у визначенні очікуваних обсягу недопоставленої електроенергії та інтегральних показників надійності, змінюються дискретно в залежності від місця встановлення КА. Тому застосування методів, що використовуються для безперервних функцій, є неможливим. Визначити оптимальне місце розміщення КА в РЕМ можна було б перебравши всі можливі варіанти. Але цей процес може бути достатньо тривалим. Скоротити кількість варіантів, які розглядаються, можна, обмеживши область пошуку. На основі певних критеріїв нам потрібно визначити, в якій області шукати оптимальне (або наближене до оптимального) рішення. Слід зазначити, що через брак певних вихідних даних або певні припущення можна отримати лише квазіоптимальне рішення. Так автори прийняли, що частота відмов є постійною величиною для всіх ділянок (в загальному випадку це не так), реальний час пошуку місця пошкодження і ремонту може відрізнитися від розрахункового, навантаження споживачів може відрізнитися від прийнятого та інше. Отже, рішення, яке обирається, має бути хорошими, але воно не може бути найкращим для усіх режимів роботи РЕМ. З виразів (4)–(7)

видно, що всі розрахункові показники надійності пропорційні довжині ліній сегменту РЕМ. Розділення РЕМ на сегменти однакової довжини, у відповідності до прийнятої моделі, забезпечить однакову кількість довгих і коротких перерв в кожному сегменті. Якщо припустити, що кількість і потужність споживачів розподіляється приблизно рівномірно, то задля визначення місця установки КА варто розділити РЕМ на сегменти з однаковою  $L^S$ .

Пропонується наступний алгоритм вибору оптимального місця установки КА.

1. Для вихідного стану РЕМ розраховуємо величини показників надійності  $ESAIFI_0$ ,  $ESAIDI_0$ ,  $EMAIFI_0$  та недопоставлену електроенергію  $EENS_0$ .

2. Визначаємо приблизну довжину сегменту, на які буде розділено РЕМ,

$$L_a^S = L_{ЦЖ} / (K_A + 1), \quad (8)$$

де  $L_{ЦЖ}$  – довжина фрагменту РЕМ, що живиться від ділянки, на якій встановлено вимикач з автоматичним повторним включенням або РК;  $K_A$  – кількість комутаційних апаратів, яка має бути встановлена.

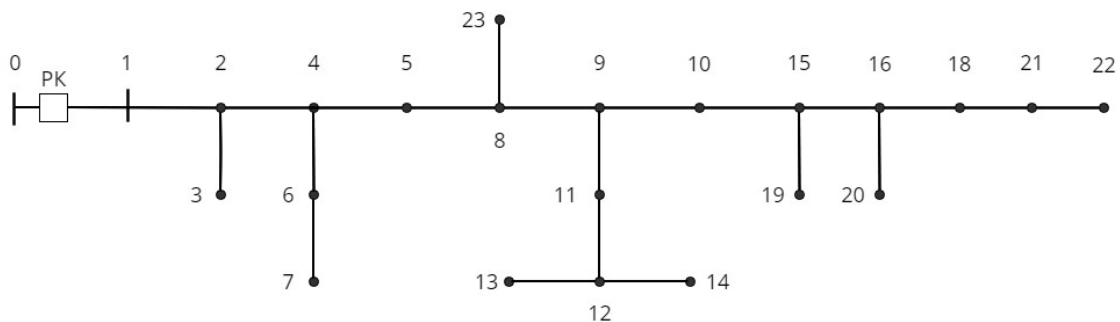
3. Для кожного КА знаходимо пару суміжних ділянок  $a^i$  і  $a^{i+1}$ , для яких виконується нерівність

$$L_a^{Si} \leq L_a^S \leq L_a^{Si+1}. \quad (9)$$

4. Розраховуємо очікувані показники надійності  $ESAIFI$ ,  $ESAIDI$ ,  $EMAIFI$  та недопоставлену електроенергію  $EENS$  для всіх можливих варіантів сполучень розміщення СР на ділянках  $a^i$  і  $a^{i+1}$ . Кількість варіантів складає  $2^{K_A}$ .

5. Обираємо кращий з отриманих варіантів.

**Приклад.** Як приклад розглянемо фрагмент РЕМ, який зображено на рисунку. Він складається з 22-х ділянок. На ділянці 0-1 розташовано реклоузер. Навантаження присутнє у 15-и вузлах. Вихідні данні розміщені в табл. 1, де зазначено: номер ділянки; вузол початку і кінця ділянки; її довжина, км; кількість споживачів у вузлі кінця ділянки і сумарна середня потужність, кВт. Символ “-” відповідає відсутності споживачів. Було прийнято такі значення для узагальнених величин:  $\lambda^s=0,4$  події/км\*рік;  $\lambda^m=0,5$  події/км\*рік;  $r^c=135$  хв.;  $V=0,25$  км/хв. Загальна довжина всіх ділянок – 19,15 км. У разі встановлення двох СР оптимальна довжина ділянок сегментів буде становити 6,383 км. Для секціоналайзера 1 (СР1) умові (9) відповідають ділянки 5-8 і 4-5, секціоналайзера 2 (СР2) – ділянки 15-16 і 10-15.



Таблиця 1

№	Поч.	Кін.	$l_d$	$N$	$P$	№	Поч.	Кін.	$l_d$	$N$	$P$
1	0	1	1,74	-	-	12	11	12	0,21	-	-
2	1	2	0,64	15	94	13	12	13	1,05	5	75
3	2	3	0,58	16	85	14	12	14	0,40	32	80
4	2	4	0,51	4	93	15	10	15	2,59	-	-
5	4	5	2,10	-	-	16	15	16	0,30	17	125
6	4	6	1,07	10	65	17	16	20	0,78	21	130
7	6	7	0,38	7	30	18	16	18	1,52	-	-
8	5	8	0,32	-	-	19	18	21	0,57	15	77
9	8	9	0,84	-	-	20	21	22	1,23	8	67
10	9	10	0,33	12	45	21	15	19	0,94	3	38
11	9	11	0,34	24	105	22	8	23	0,71	12	45

За умови відсутності секціоналайзерів очікувані показники надійності склали:  $ESAIFI_0$  – 7,660,  $ESAIDI_0$  – 1228,966 хв.,  $EMAIFI_0$  – 9,575, обсяг недопоставленої електроенергії  $EENS_0$  – 1418,23

тис. кВт•год/рік. В табл. 2 наведено результати обчислення відповідних показників у разі розташування секціоналайзерів CP1 і CP2 на обраних ділянках, та абсолютна ( $\Delta_A$ ) і відносна ( $\Delta_B$ ) величини їхнього покращення по відношенню до режиму без секціоналайзерів. Найкращі результати для всіх показників спостерігаються у випадку встановлення – CP1 на ділянці 4-5 і CP2 на ділянці 10-15. Покращення *SAIFI* і *MAIFI* склало 33,95 %; *SAIDI* – 40,89 %; *EENS* – 40,43 %.

Таблиця 2

Ділянка		Сегмент			Сума	$\Delta_A$	$\Delta_B$ , %
CP1	CP2	1	2	3			
<b>ESAIFI</b>							
5 - 8	15 - 16	2,808	2,292	0,560	5,660	2,00	26,10
4 - 5	15 - 16	1,968	3,247	0,560	5,776	1,88	24,60
5 - 8	10 - 15	2,808	1,245	1,010	5,063	2,60	33,90
4 - 5	10 - 15	1,968	2,081	1,010	5,059	2,60	33,95
<b>ESAIDI</b>							
5 - 8	15 - 16	409,865	326,890	79,266	816,021	412,94	33,60
4 - 5	15 - 16	280,513	474,576	79,266	834,355	394,61	32,11
5 - 8	10 - 15	409,865	176,506	148,941	735,311	493,65	40,17
4 - 5	10 - 15	276,521	300,925	148,941	726,388	502,58	40,89
<b>EMAIFI</b>							
5 - 8	15 - 16	3,510	2,865	0,700	7,076	2,50	26,10
4 - 5	15 - 16	2,460	4,059	0,700	7,220	2,36	24,60
5 - 8	10 - 15	3,510	1,557	1,262	6,329	3,25	33,90
4 - 5	10 - 15	2,460	2,601	1,262	6,324	3,25	33,95
<b>EENS</b>							
5 - 8	15 - 16	472,98	347,05	108,79	928,82	489,41	34,51
4 - 5	15 - 16	323,71	506,83	108,79	939,33	478,90	33,77
5 - 8	10 - 15	472,98	187,39	204,41	864,79	553,44	39,02
4 - 5	10 - 15	319,11	321,38	204,41	844,90	573,33	40,43

**Висновки.** Розроблено метод і алгоритм визначення оптимального місця розташування секціоналайзерів в розподільній електричній мережі, який оснований на мінімізації очікуваного обсягу недопоставленої електроенергії шляхом формування збалансованих по загальній довжині відокремлених сегментів. Запропонований метод дає змогу уникнути громіздких пошукових процедур, обмеживши вибір місця встановлення секціоналайзерів лініями електропередачі, які є суміжними до точки розділу РЕМ, на збалансовані по загальній довжині сегменти. Під час розрахунку очікуваних показників надійності запропоновано здійснити перехід від середньої до середньозваженої по довжині ліній сегменту тривалості пошуку місця пошкодження, що дозволить врахувати відмінність кількості відмов у ліній різної довжини.

Розрахунок для фрагменту РЕМ підтвердив ефективність запропонованого методу.

1. Chowdhury A.A., Koval D.O. Power Distribution system Reliability. Practical Methods and Applications. IEEE Press, 2009. 531 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470459355>.
2. Carvalho P.M.S., Ferreira L.A.F.M., da Silva A.J.C. A decomposition approach to optimal remote controlled switch allocation in distribution systems. *IEEE Transaction on Power Delivery*. 2005. Vol. 20. Issue 2. Pp. 1031-1036. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2004.838470>.
3. Popovic D.S., Glamocic L.R., Nimrihter M.D. The optimal automation level of medium voltage distribution networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2011. No 33. Pp. 430-438. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2010.10.004>.
4. Bernardon D.P. AHP decision-making algorithm to allocate remotely controlled switches in distribution networks. *IEEE Transaction on Power Delivery*. 2011. Vol. 26. Pp. 1884-1892. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2011.2119498>.
5. Teng J-H., Liu Y-H. A novel ACS-based optimum switch relocation method. *IEEE Transaction on Power System* 2003. Vol. 18. Pp. 113-120. DOI: <https://doi.org/10.1109/MPER.2002.4311910>.
6. Falah M., Hajivand M., Karimi R., Karimi M. Optimal recloser placement by binary differential evolutionary algorithm to improve reliability of distribution system. *International Journal of Information, Security and Systems Management*. 2024. Vol. 3. No 2. Pp. 345-349.

7. Жаркин А.Ф., Попов В.А., Ткаченко В.В. Решение задачи оптимального секционирования воздушных распределительных сетей в условиях нормирования показателей надежности. *Технічна електродинаміка*. 2013. № 5. С. 61–69.
8. Козирський В.В., Гай О.В. Методи та моделі розрахунку надійності систем електропостачання. К.: Гнозіс, 2013. 563 с.
9. IEEE Std 1366-2012. IEEE Guide for Electric Power Distribution Reliability Indices. The IEEE Inc., USA, May 2012. 45 p.

## OPTIMAL PLACEMENT OF SECTIONALIZERS TO IMPROVE THE RELIABILITY OF ELECTRIC DISTRIBUTION NETWORKS

**O.G. Shpolianskyi**

**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,  
Beresteyskiy Ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine,  
e-mail: [shpolianskyi@outlook.com](mailto:shpolianskyi@outlook.com).**

*The paper proposes a heuristic method for optimal placement of sectionalizers in distribution electrical networks without automatic reservation. The method consists in dividing the network into segments with the same total line lengths and finding the optimal location of the sectionalizers around the dividing points. Based on the method, an algorithm was developed and calculations were performed to determine the optimal locations of sectionalizers and expected indexes of power supply reliability for a fragment of the distribution network. References 9, tables 2, figure 1.*

**Keywords:** electrical distribution network, power supply reliability indexes, sectionalizer, optimal placement.

1. Chowdhury A.A., Koval D.O. Power Distribution system Reliability. Practical Methods and Applications. IEEE Press, 2009. 531 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470459355>.
2. Carvalho P.M.S., Ferreira L.A.F.M., da Silva A.J.C. A decomposition approach to optimal remote controlled switch allocation in distribution systems. *IEEE Transaction on Power Delivery*. 2005. Vol. 20. Issue 2. Pp. 1031-1036. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2004.838470>.
3. Popovic D.S., Glamocic L.R., Nimrihter M.D. The optimal automation level of medium voltage distribution networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2011. No 33. Pp. 430-438. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2010.10.004>.
4. Bernardon D.P. AHP decision-making algorithm to allocate remotely controlled switches in distribution networks. *IEEE Transaction on Power Delivery*. 2011. Vol. 26. Pp. 1884-1892. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2011.2119498>.
5. Teng J-H, Liu Y-H. A novel ACS-based optimum switch relocation method. *IEEE Transaction on Power System* 2003. Vol. 18. Pp. 113-120. DOI: <https://doi.org/10.1109/MPER.2002.4311910>.
6. Falah M., Hajivand M., Karimi R., Karimi M. Optimal recloser placement by binary differential evolutionary algorithm to improve reliability of distribution system. *International Journal of Information, Security and Systems Management*. 2024. Vol. 3. No 2. Pp. 345-349.
7. Zharkin A.F., Popov V.A., Tkachenko V.V. Solution of the overhead distribution networks optimal sectionalizing problem under the condition of reliability indices standardization. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2013. No 5. Pp. 61-69. (Ukr)
8. Kozyrskyi V.V., Hai O.V. Methods and models for calculating the reliability of power supply systems. Kyiv: Gnosis, 2013. 563 p. (Ukr)
9. IEEE Std 1366-2012. IEEE Guide for Electric Power Distribution Reliability Indices. The IEEE Inc., USA, May 2012. 45 p.

Надійшла 27.05.2024  
Остаточний варіант 05.08.2024