



ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ • ВІДДІЛЕННЯ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИХ ПРОБЛЕМ ЕНЕРГЕТИКИ

ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА
ТА ЕЛЕКТРОФІЗИКА

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАРАМЕТРІВ
ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНЕ
ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ

ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ
ТА УСТАНОВКИ

ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ
В ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЦІ

№2
2026

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ*

Кириленко О.В., головний редактор,
академік НАН України
Блінов І.В., член-кор. НАН України
Буткевич О.Ф., заступник головного
редактора, професор
Жаркін А.Ф., академік НАН України
Кенсицький О.Г., д-р техн.наук
Кондратенко І.П., член-кор. НАН України
Кузнецов В.Г., член-кор. НАН України,
Липківський К.О., заступник головного
редактора, д-р техн.наук
професор
Мазуренко Л.І., член-кор. НАН України
Михальський В.М., академік НАН України
Стогній Б.С., докт.техн.наук
Шаповал І.А., член-кор. НАН України
Шидловська Н.А., академік НАН України
Щерба А.А., д-р техн.наук
Юрченко О.М., відповідальний секретар
Городжа Л.В., канд.техн.наук

EDITORIAL BOARD*

Kyrylenko O.V., Editor-in-Chief,
Member of N.A.S.Ukraine
Blinov I.V., Corresponding Member of NAS Ukraine
Butkevych O.F., Deputy Editor-in-Chief,
Professor
Member of NAS Ukraine
Zharkin A.F., Dr.Sc. (Eng.)
Kensitskyi O.H., Corresponding Member of NAS Ukraine
Kondratenko I.P., Corresponding Member of NAS Ukraine
Kuznetsov V.H., Deputy Editor-in-Chief,
Lypkivskiy K.O., Dr.Sc. (Eng.)
Professor
Corresponding Member of NAS Ukraine
Mazurenko L.I., Member of NAS Ukraine
Mykhaskyi V.M., Dr.Sc. (Eng.)
Stohnii B.S., Corresponding Member of NAS Ukraine
Shapoval I.A., Member of NAS Ukraine
Shydlovska N.A., Dr.Sc. (Eng.)
Shcherba A.A., Corresponding Member of NAS Ukraine
Yurchenko O.M., Member of NAS Ukraine
Gorodzha L.V., Dr.Sc. (Eng.)
Executive Managing Editor,
Ph.D.

* Члени редакційної колегії працюють у Інституті електродинаміки НАН України, Київ
Editorial board members work in the Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv

INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

Kyrylenko O.V. Member of NAS Ukraine, Institute of electrodynamics of NAS Ukraine, Kyiv
Clare Jon C. Professor, The University of Nottingham, Great Britain
Gubanski S. Professor, Chalmers University of Technology, Sweden
Kulyk M.M. Member of NAS Ukraine, Institute of General Energy of NAS Ukraine, Kyiv
Oleshchuk V. Professor, Institute of Power Engineering of AS Moldova, Kishinev
Peresada S.M. Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv
Pivnyak G.G. Member of NAS Ukraine, National Mining University, Dnipropetrovsk, Ukraine
Rozov V.Yu. Corresponding Member of NAS Ukraine, Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems of NAS of Ukraine, Kharkiv, Ukraine
Rossi K. Professor, The University of Bologna, Italy
Sokol Ye.I. Corresponding Member of NAS Ukraine, National Technical University "Kharkiv Polytechnical Institute", Ukraine, Kharkiv
Stakhiv P.H. Professor, National University "Lviv Polytechnica", Ukraine, Lviv
Strzelecki R. Professor, Gdansk University of Technology, Poland
Zhuikov V.Ya. Professor, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv
Zagirnyak M.V. Professor, The Kremenchuk M.Ostrogradskyi National University, Ukraine
Vasko P.F. Dr.Sc. (Eng.), Institute of Renewable energy of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine

Журнал "Технічна електродинаміка" включено до Переліку наукових фахових видань України категорія «А». Журнал реферується у Реферативному журналі "Джерело" (Україна, Київ). Електронне видання журналу зберігається у Національній бібліотеці України імені В.І.Вернадського, включено у базу даних OPEN UKRAINIAN CITATION INDEX та міжнародні бази даних: SCOPUS, COMPENDEX, EBSCO, PROQUEST, CROSSREF, DOAJ, INDEX COPERNICUS.

Адреса редакції:

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, м. Київ, 03057, Україна.
Тел. (044) 366 26 57.
Email: ted@ied.org.ua
URL: <https://www.techned.org.ua>

ЗМІСТ

Теоретична електротехніка та електрофізика

- АРТЕМЕНКО М.Ю., КУТАФІН Ю.В., ЧОПИК В.В., МИХАЛЬСЬКИЙ В.М.,
ШАПОВАЛ І.А., ПОЛІЩУК С.Й. Модифікована двополюсна заступна схема, еквівалентна
лінійному електричному колу синусоїдного струму за комплексною потужністю,
для оптимізації та вимірювання його енергетичних характеристик3
- BOZHKO I.V., VASETSKY Yu.M., KONDRATENKO I.P., MASHCHENKO O.A.
Conditions for the emergence of positive streamer corona discharge in air in the needle-to-plane
electric field 15

Перетворення параметрів електричної енергії

- РУДЕНКО Ю.В. Аналіз понижувально-підвищувальних неінвертуючих перетворювачів
постійної напруги з використанням метода усереднення27

Електромеханічне перетворення параметрів електричної енергії

- VOLKOV V.O. Improvement of the computer simulation model of a frequency-regulated
induction motor in the matlab software package.....39
- ГРЕБЕНІКОВ В.В., ГАМАЛІЯ Р.В., ДАДИЧИН С.А., ПОПКОВ В.С. Порівняльний аналіз
тягових електродвигунів для міського тролейбуса 51

Електротехнологічні системи

- БОНДАР О.І., ГОРИСЛАВЕЦЬ Ю.М., ПЕНЬКОВИЙ Т.О. Моделювання електрогідродинамічних
процесів у відбивній печі для алюмінію з електровихровою камерою із урахуванням деформації
вільної поверхні рідкого металу62
- КІЯНЧУК В.М., МАХОТІЛО К.В. Інтеграція побутових водонагрівачів у системи реагування
на попит в енергетичній системі 70

Інформаційно-вимірювальні системи в електроенергетиці

- BORSCHOV M, LAMEKO O.L., MELNYK V.G. Correction of the influence of higher harmonics
during synchronous detection of quasi-sinusoidal signals80

Персоналії

- ДО 90-РІЧЧЯ академіка НАН України Б.С. СТОГНІЯ89

XIX Міжнародна науково-технічна конференція

- «ПРОБЛЕМИ СУЧАСНОЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ-2026»91

CONTENTS

Theoretical electrical engineering and electrophysics

ARTEMENKO M.Yu., KUTAFIN Y.V., CHOPYK V.V., MIKHALSKY V.M., SHAPOVAL I.A.,
POLISHCHUK S.Y. Modified one-port equivalent circuit, equivalent to a linear electrical AC network
in terms of complex power, for optimisation and measurement of its energy characteristics3
BOZHKO I.V., VASETSKY Yu.M., KONDRATENKO I.P., MASHCHENKO O.A.
Conditions for the emergence of positive streamer corona discharge in air in the needle-to-plane
electric field..... 15

Conversion of electric energy parameters

RUDENKO Yu.V. Analysis of non-inverting DC voltage buck-boost converters using
the averaging method27

Electromechanical energy conversion

VOLKOV V.O. Improvement of the computer simulation model of a frequency-regulated induction
motor in the matlab software package.....39
GREBENIKOV V.V., GAMALIYA R.V., DADYCHYN S.A. POPKOV V.S. Comparative
analysis of traction motors for urban trolleybuses 51

Electrotechnological complexes and systems

BONDAR O.I., GORYSLAVETS Yu.M., PENKOVYI T.O. Simulation of electrohydrodynamic
processes in a reverberatory furnace for aluminum with an electrovortex chamber taking into
account the deformation of the free surface of the liquid metal62
KIIANCHUK V.M., MAKHOTILO K.V. Integration of domestic electric water heaters
into demand response mechanisms of the power system 70

Information measuring systems in electric power engineering

BORSCHOV M, LAMEKO O.L., MELNYK V.G. Correction of the influence of higher harmonics
during synchronous detection of quasi-sinusoidal signals 80

Personnel

TO THE 90TH ANNIVERSARY of Member of NAS of Ukraine B.S. STOHNII.....89

XIX International Scientific and Technical Conference

«PROBLEMS OF PRESENT-DAY ELECTRICAL ENGINEERING – 2026»91

Наукові редактори К.О. ЛИПКІВСЬКИЙ, О.Ф. БУТКЕВИЧ
Редактори І.О. БРАГІНЕЦЬ

Друкується згідно з рекомендацією Вченої ради Інституту електродинаміки НАН України, протокол № 1 від 26.02.2026 р. Включено до Переліку наукових фахових видань України 24.05.2018, категорія «А». Зареєстровано Національною радою України з питань телебачення і радіомовлення 31 серпня 2023 року, протокол № 20, рішення № 781. ІД R30-01209. Підписано до друку 05.03.2026. Ум.-друк. арк. 11,3.

Віддруковано з оригінал-макету редакції у ВД «Академперіодика» НАН України
вул. Терещенківська, 4, м. Київ, 01024. Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК No 544 від 27.07.2001.

МОДИФІКОВАНА ДВОПОЛЮСНА ЗАСТУПНА СХЕМА, ЕКВІВАЛЕНТНА ЛІНІЙНОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛУ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ ЗА КОМПЛЕКСНОЮ ПОТУЖНІСТЮ, ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ВИМІРЮВАННЯ ЙОГО ЕНЕРГЕТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

М.Ю. Артеменко^{1*}, докт.техн.наук, Ю.В. Кутафін^{2**}, докт.філос., В.В. Чопик^{3***}, канд.техн.наук, В.М. Михальський^{3****}, докт.техн.наук, І.А. Шаповал^{3*****}, докт.техн.наук, С.Й. Поліщук^{3*****}, канд.техн.наук

¹ Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна,

² Академія праці, соціальних відносин і туризму, вул. Кільцева дорога, 3-А, Київ, 03187, Україна,

³ Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна. E-mail: artemenko_m_ju@ukr.net

Запропоновано модифіковану структуру двополюсної заступної схеми лінійних електричних кіл синусоїдного струму, що відтворює комплексну потужність первинного кола та допускає моделювання в часовій області розповсюдженими комп'ютерними програмами. Введено фактор енергетичної корекції, що кількісно характеризує зменшення реального ККД первинного кола за максимальної потужності навантаження порівняно з граничним значенням у 50% для класичного схемного еквівалента Тевенена. Показано взаємно однозначний зв'язок цього фактора з максимально досяжним ККД первинного кола, що може перевищувати 50% за оптимального навантаження. З використанням параметрів запропонованої двополюсної заступної схеми отримано аналітичні співвідношення для розрахунку параметрів оптимального навантаження. Достовірність теоретичних результатів підтверджено комп'ютерним моделюванням в середовищі Multisim на прикладі лінійної моделі трансформатора, що продемонструвало повний збіг оптимізованих енергетичних характеристик первинного кола синусоїдного струму та його двополюсної заступної схеми. Бібл. 16, рис. 8.

Ключові слова: двополюсна заступна схема; комплексна потужність; схемний еквівалент Тевенена; коефіцієнт корисної дії; оптимальне навантаження; кола синусоїдного струму.

Вступ. Теорема Тевенена [1] про еквівалентне джерело (генератор) та запропонована ним двополюсна заступна схема (ДЗС) первинного кола започаткували фундаментальний розділ теорії лінійних електричних кіл [2–5], що включає метод еквівалентного генератора, та положення про граничне значення коефіцієнта корисної дії (ККД) у 50% довільного кола за максимальної потужності навантаження. Метод еквівалентного генератора, спочатку застосований в колах постійного струму, а після запровадження Штейнмецем символічного методу розрахунку [6] і в колах синусоїдного струму, ґрунтується на відтворенні на виділених затискачах ДЗС Тевенена вольт-амперної характеристики первинного кола (комплексної у випадку кола синусоїдного струму) за довільного лінійного навантаження. Це дає змогу спростити розрахунок струму довільної вітки первинного електричного кола, представивши її навантаженням відповідної ДЗС Тевенена.

Однак, як відзначалося в [7–9], ДЗС Тевенена не еквівалентна первинному колу за потужністю, оскільки в режимі розриву виділеної пари полюсів його ККД прямує до 100% [3], в той час як в первинному колі він нульовий через наявність внутрішніх втрат. Саме тому І. Барбі в [7] розширив трактування принципу еквівалентного джерела, висунувши додаткову вимогу до ДЗС

© Артеменко М.Ю., Кутафін Ю.В., Чопик В.В., Михальський В.М., Шаповал І.А., Поліщук С.Й., 2026

ORCID ID: *<https://orcid.org/0000-0001-9341-9238>; **<https://orcid.org/0000-0002-8156-1277>;

<https://orcid.org/0000-0002-5046-5223>; *<https://orcid.org/0000-0002-8251-3111>;

*****<https://orcid.org/0000-0002-9107-5061>; *****<https://orcid.org/0000-0002-6978-2747>.

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

забезпечувати еквівалентність потужності первинного кола за довільного струму навантаження. В цій же роботі він запропонував ДЗС кіл постійного струму, складених з незалежних ідеальних джерел напруги та резисторів, що відтворює лінійну ват-амперну характеристику таких кіл. В подальших роботах була розвинута схемотехніка ДЗС з відтворенням потужності кіл постійного струму, що містять незалежні джерела струму [10–12] та залежні джерела напруги, керовані струмами [8], і внаслідок цього відрізняються функціональною залежністю ват-амперної характеристики. Питання максимізації ККД кіл постійного струму шляхом налаштування опору навантаження енергетично еквівалентних ДЗС розглядалися в [8–10], причому в [9] для моделей кіл, представлених чотирьохполюсниками та однорідними довгими лініями.

Разом з тим енергетична ефективність електричних кіл саме синусоїдного струму є однією з ключових проблем теорії та практики електроенергетики, і ДЗС таких кіл мають адекватно відтворювати їх активну та реактивну потужності за довільного лінійного навантаження. Варіанти ДЗС з такими властивостями для первинних кіл, що складаються з незалежних джерел синусоїдної напруги однакової частоти та активних і реактивних опорів, представлені у нещодавно опублікованих роботах [13] та [14]. Структура ДЗС, обґрунтована в [13], відтворює активну та реактивну потужності первинного кола специфічної структури, що фігурує в теоремі Хоаші-Міллмана [15, 16] у вигляді довільної кількості паралельно з'єднаних віток. Елементами цих віток, окрім джерел напруги, мають бути, згідно [13], виключно активні або виключно реактивні опори. В [14] запропонована структура ДЗС, еквівалентної за комплексною потужністю первинному колу довільної структури з активно-індуктивними опорами віток, та створена аналітична методика розрахунку комплексних параметрів цієї ДЗС. Цим самим створений потужний інструмент дослідження енергетичних властивостей електричних кіл синусоїдного струму широкої номенклатури за спрощеною двополюсною моделлю. Однак структура запропонованої ДЗС [14] містить залежне джерело струму з комплексним коефіцієнтом передачі, що ускладнює її моделювання в часовій області розповсюдженими комп'ютерними програмами задля безпосереднього вимірювання енергетичних характеристик, еквівалентних первинному колу.

Мета роботи полягає у розробленні методики оптимізації енергетичних характеристик лінійних електричних кіл синусоїдного струму шляхом максимізації їхніх ККД через налаштування параметрів навантаження модифікованої ДЗС, що еквівалентна первинному колу за комплексною потужністю та допускає моделювання в часовій області.

Двополюсні заступні схеми, еквівалентні лінійним колам синусоїдного струму за комплексною потужністю, та визначення їхніх параметрів. В [14] уведена макромодель первинного кола синусоїдного струму з зазначеним складом елементів відносно виділених затискачів a, b у вигляді наступної системи комплексних ZE -параметрів: $\dot{E}_{00}, \bar{z}_{00}$ – контурна ЕРС та власний опір зовнішнього контуру, в який увімкнене навантаження; $\mathbf{e}, \mathbf{z}, \mathbf{Z}$ – відповідно, вектор комплексних ЕРС внутрішніх контурів, вектор взаємних комплексних опорів між внутрішніми та зовнішнім контурами, симетрична квадратна матриця комплексних опорів внутрішніх контурів. Також встановлено, що комплексна потужність \tilde{S} первинного кола лінійно залежить від комплексного струму навантаження \dot{I}_0 :

$$\tilde{S} = \tilde{S}_p + \dot{E}_+ \dot{I}_0^*, \quad (1)$$

де $\tilde{S}_p = \mathbf{e}^T (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e})^*$ – комплексна потужність в режимі розриву вихідних затискачів, коли $\dot{I}_0 = 0$; $^*, ^T$ – знаки комплексного спряження та транспонування; $\dot{E}_+ = \dot{E}_{00} - \mathbf{e}^T (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z})^*$ – комплексне діюче значення еквівалентної ЕРС, що в загальному випадку відрізняється від ЕРС $\dot{E}_{ab} = \dot{E}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e}$ незалежного джерела напруги комплексної ДЗС Тевенена.

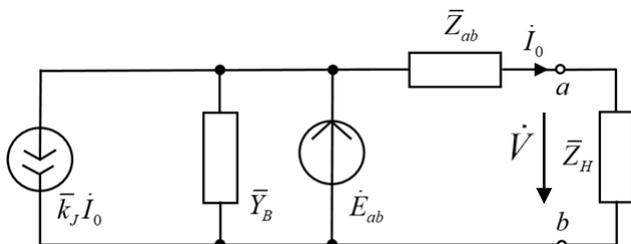


Рис. 1. Комплексна ДЗС, еквівалентна первинному колу за комплексною потужністю

Комплексний опір ДЗС Тевенена $\bar{Z}_{ab} = R_{ab} + jX_{ab} = \bar{z}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z}$ разом з ЕРС \dot{E}_{ab} є фрагментом запропонованої в [14] комплексної ДЗС (рис. 1), що забезпечує відтворення комплексної зовнішньої вольтамперної характеристики первинного кола відповідно до класичної теореми про

еквівалентний генератор в комплексній області [2–5]. На цій схемі \dot{V} – комплексне діюче значення вихідної напруги за довільного лінійного навантаження, що представлено комплексним опором \bar{Z}_H .

Задля забезпечення енергетичної еквівалентності ДЗС (рис. 1) первинному колу шляхом відтворення його комплексної потужності за довільного струму навантаження елементи $\dot{E}_{ab}, \bar{Z}_{ab}$ ДЗС Тевенена мають бути доповнені такими структурними елементами [14].

1) Паралельно єдиному незалежному джерелу \dot{E}_{ab} вмикають активно-реактивний опір, що забезпечує комплексну потужність в режимі розриву затискачів a, b (аналогічно І. Барбі розташував додатковий резистор у запропонованому ним ДЗС кола постійного струму в [7] та чисто активний чи чисто реактивний опір в ДЗС кола синусоїдного струму в [13]), комплексна провідність якого

$$\bar{Y}_B = \tilde{S}_P^* / E_{ab}^2 = (\mathbf{e}^T)^* \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e} / E_{ab}^2. \quad (2)$$

2) Для компенсації різниці комплексних ЕРС

$$\dot{E}_\Delta = \dot{E}_+ - \dot{E}_{ab} = \mathbf{e}^T [(\mathbf{Z}^{-1})^T \mathbf{z} - (\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z})^*] = 2j \mathbf{e}^T \text{Im}(\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z}) \quad (3)$$

в [14] запропоновано увести залежне джерело струму, кероване струмом навантаження \dot{I}_0 з зазначеною на рис. 1 схемою увімкнення та комплексним коефіцієнтом передачі \bar{k}_J , що задовольняє умову

$$\bar{k}_J^* = \dot{E}_\Delta / \dot{E}_{ab} = \dot{E}_+ / \dot{E}_{ab} - 1. \quad (4)$$

Саме за таких структурних доповнень комплексної ДЗС Тевенена та визначення комплексного коефіцієнта передачі залежного джерела за співвідношенням (4) комплексна потужність запропонованої ДЗС

$$\tilde{S}_{ДЗС} = \dot{E}_{ab} \dot{I}_0^* + \dot{E}_{ab} (\dot{E}_{ab} \bar{Y}_B)^* + \dot{E}_{ab} (\bar{k}_J \dot{I}_0)^* = \dot{E}_{ab} \dot{I}_0^* + \tilde{S}_P + (\dot{E}_+ - \dot{E}_{ab}) \dot{I}_0^* = \tilde{S}_P + \dot{E}_+ \dot{I}_0^* \quad (5)$$

повністю відповідає рівнянню (1) первинного кола за довільного лінійного навантаження.

Відзначимо, що $\dot{E}_\Delta = 0$, якщо матриця та вектор \mathbf{Z}, \mathbf{z} в (3) складається виключно з дійсних чисел, що відповідають резисторам, або складається виключно з уявних чисел, яким відповідають реактивні опори. Саме тому ДЗС первинного кола роботи [13] з достатньо жорсткими структурними та параметричними обмеженнями не потребує залежного джерела струму, керованого струмом навантаження.

Недолік ДЗС на рис. 1 полягає в тому, що вона є комплексною еквівалентною схемою первинного лінійного активного електричного кола синусоїдного струму, яку застосовують задля спрощення розрахунків в комплексному методі аналізу таких кіл шляхом оперування з комплексними числами [2–5]. І, якщо комплексним опорам віток електричного кола синусоїдного струму та напругам джерел є відповідники у вигляді фізичних елементів та їх комп'ютерних моделей, то модель залежного джерела струму з комплексним коефіцієнтом передачі відсутня у розповсюджених програмах комп'ютерної симуляції електричних кіл. Це не дає можливості моделювати зазначену ДЗС в часовій області задля безпосереднього вимірювання таких її енергетичних характеристик, еквівалентних первинному колу, як активна й реактивна потужності, коефіцієнт потужності, тощо.

Внесемо структурні зміни в заступну схему на рис. 1, забезпечивши реалізацію комплексного коефіцієнта передачі струму, що задовольняє (4), залежними джерелами з дійсними значеннями коефіцієнтів передачі. Множенню на $j = e^{j\pi/2}$ уявної частини комплексного коефіцієнта передачі в часовій області відповідає фазовий зсув відповідного синусоїдного коливання на 90 електричних градусів. Саме таким є фазовий зсув між напругами активної та реактивної частин комплексного опору \bar{Z}_{ab} , через який протікає комплексний струм навантаження \dot{I}_0 . Тому, замінивши залежне джерело струму, кероване струмом в схемі на рис.1 парою залежних джерел струму, керованих напругами активно-реактивного опору \bar{Z}_{ab} , як показано на рис. 2, досягнемо поставленої мети належним вибором дійсних величин коефіцієнтів передачі G_1 та G_2 .

Сумарний комплексний струм залежних джерел струму, керованих напругами

$$\dot{I}_\Sigma = G_1 \dot{V}_R + G_2 \dot{V}_X = G_1 R_{ab} \dot{I}_0 + G_2 j X_{ab} \dot{I}_0 = (G_1 R_{ab} + j G_2 X_{ab}) \dot{I}_0, \quad (6)$$

де $\dot{V}_R = R_{ab} \dot{I}_0, \dot{V}_X = jX_{ab} \dot{I}_0$ – комплексні діючі значення напруг, відповідно, активної та реактивної частин комплексного опору \bar{Z}_{ab} .

З (6) випливає, що спільна дія залежних джерел струму, керованих зазначеними напругами, забезпечує еквівалентний комплексний коефіцієнт передачі за струмом $\bar{k}_J = k_R + jk_I = \dot{I}_\Sigma / \dot{I}_0 = G_1 R_{ab} + jG_2 X_{ab}$,

(7)

за відомої величини якого визначають дійсні значення коефіцієнтів передачі

$$G_1 = k_R / R_{ab}; G_2 = k_I / X_{ab}. \quad (8)$$

При цьому від’ємна величина кожного з коефіцієнтів передачі G_1 та G_2 відповідає зменшенню споживаного струму незалежним джерелом напруги, задля реалізації чого залежне та незалежне джерела мають з’єднувати з однаковою полярністю, а за додатної величини зазначеного коефіцієнта необхідно встановити різну полярність з’єднання цих джерел.

Застосування параметрів двополюсної заступної схеми, еквівалентної за комплексною потужністю, для енергетичної оптимізації кіл синусоїдного струму. Як відомо [2–5], енергетична оптимізація кіл синусоїдного струму за ДЗС Тевенена полягає у виборі комплексного опору навантаження за умови $\bar{Z}_{HM} = \bar{Z}_{ab}^*$, що забезпечує максимальну активну потужність навантаження

$P_{HM} = E_{ab}^2 / 4R_{ab}$ та величину струму навантаження $\dot{I}_{HM} = \dot{E}_{ab} / 2R_{ab}$. Величина ККД у ДЗС Тевенена з таким навантаженням складає 50%. Однак розрахунок цієї величини в зазначених підручниках з теорії електричних кіл ігнорує наявність активної потужності втрат первинного кола синусоїдного струму в режимі розриву вихідних затискачів та відмінність комплексних ЕРС за формулою (3), що спотворює лінійну залежність (1) комплексної потужності первинного кола від комплексного струму навантаження. Внаслідок цього величину у 50% слід розглядати як верхню границю ККД первинного кола синусоїдного струму за навантаження, оптимізованого за параметрами ДЗС Тевенена.

Врахування зазначених ефектів в параметрах запропонованих комплексних ДЗС, еквівалентних первинному колу за комплексною потужністю, дає змогу отримати точне значення ККД первинного кола за максимальної потужності навантаження. Підставивши відповідне комплексно спряжене значення струму навантаження в реальну частину (1), отримаємо вираз для активної потужності первинного кола за максимальної активної потужності навантаження

$$P_M = \text{Re}(\tilde{S}_P + \dot{E}_+ \dot{I}_{HM}^*) = E_{ab}^2 G_P + \text{Re} \left[\frac{(\bar{k}_J^* + 1) \dot{E}_{ab} E_{ab}^*}{2R_{ab}} \right] = E_{ab}^2 \left(G_P + \frac{k_R + 1}{2R_{ab}} \right), \quad (9)$$

де $G_P = \text{Re}(\bar{Y}_B)$.

Значення (9) використаємо задля отримання точної величини ККД первинного кола за максимальної потужності навантаження

$$\eta_M = \eta(P_{HM}) = \frac{P_{HM}}{P_M} = \frac{1}{4R_{ab} [G_P + (k_R + 1) / 2R_{ab}]} = \frac{0,5}{2R_{ab} G_P + k_R + 1} = \frac{0,5}{\xi}, \quad (10)$$

де величина $\xi = 2R_{ab} G_P + k_R + 1$, показує у скільки разів точне значення ККД первинного кола синусоїдного струму за максимальної активної потужності навантаження менше за максимальну теоретичну величину 50%. Назвемо її фактором корекції енергетичних характеристик комплексного схемного еквівалента Тевенена, у подальшому скорочено фактором енергетичної корекції.

Покажемо, що у разі зменшенні потужності навантаження відносно P_{HM} ККД лінійного кола синусоїдного струму з зазначеним складом елементів може перевищувати 50%, а з використанням параметрів комплексної ДЗС на рис. 1 визначимо величину максимально досяжного (оптимального) ККД лінійного кола синусоїдного струму з зазначеним складом елементів та величину оптимального навантаження $\bar{Z}_{HO} = R_{HO} + jX_{HO}$, за якого ця величина ККД досягається.

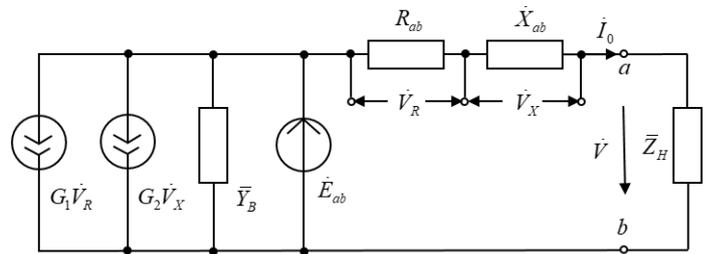


Рис. 2. Комплексна ДЗС, що допускає моделювання в часовій області

Комплексний оптимальний струм навантаження $\dot{I}_{HO} = \dot{E}_{ab} / (R_{HO} + jX_{HO})$ забезпечує активну потужність навантаження

$$P_{HO} = I_{HO}^2 R_{HO} = E_{ab}^2 R_{HO} / Z_O^2, \quad (11)$$

де $Z_O^2 = (R_{ab} + R_{HO})^2 + (X_{ab} + X_{HO})^2$.

Активна потужність ДЗС за оптимального навантаження

$$P_O = \text{Re}(\tilde{S}_P + \dot{E}_+ I_{HO}^*) = E_{ab}^2 \left[G_P + \frac{(k_R + 1)(R_{ab} + R_{HO}) + k_I(X_{ab} + X_{HO})}{Z_O^2} \right].$$

Величина ККД за тих самих умов

$$\eta_O = \frac{P_{HO}}{P_O} = \frac{R_{HO}}{G_P Z_O^2 + (k_R + 1)(R_{ab} + R_{HO}) + k_I(X_{ab} + X_{HO})} = \frac{1}{G_P R_{HO} + \xi + B / R_{HO}}, \quad (12)$$

де $B = b_0 + b_1 X_{HO} + b_2 X_{HO}^2$; $b_0 = G_P Z_{ab}^2 + (k_R + 1)R_{ab} + k_I X_{ab}$; $b_1 = 2X_{ab} G_P + k_I$; $b_2 = G_P$.

Налаштування параметрів оптимального навантаження R_{HO}, X_{HO} має забезпечити мінімальне значення знаменника (12). Величина $B = b_2(X_{HO} + b_1 / 2b_2)^2 + b_0 - b_1^2 / 4b_2$ за умови

$$X_{HO} = -b_1 / 2b_2 = -(2X_{ab} G_P + k_I) / 2G_P = -X_{ab} - k_I / 2G_P \quad (13)$$

набуває мінімуму

$$B_{MIN} = b_0 - \frac{b_1^2}{4b_2} = \frac{4R_{ab}^2 G_P^2 + 4R_{ab} G_P (k_R + 1) - k_I^2 \pm (k_R + 1)^2}{4G_P} = \frac{\xi^2 - (k_R + 1)^2 - k_I^2}{4G_P} = \frac{\xi^2 - |\bar{k}_J^* + 1|^2}{4G_P}.$$

Мінімізація знаменника (12) за величиною активного опору навантаження дає

$$R_{HO} = \sqrt{\frac{B_{MIN}}{G_P}} = \frac{\sqrt{\xi^2 - |\bar{k}_J^* + 1|^2}}{2G_P}. \quad (14)$$

Підстановка оптимальних параметрів навантаження (13) та (14) в (12) визначає величину максимально досяжного ККД

$$\eta_O = \frac{1}{\xi + \sqrt{\xi^2 - |\bar{k}_J^* + 1|^2}} = \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - |\bar{k}_J^* + 1|^2}}{|\bar{k}_J^* + 1|^2}. \quad (15)$$

Розв'язання (15) відносно змінної ξ дає значення фактора енергетичної корекції, що забезпечує бажану величину максимального ККД

$$\xi_{\eta_O} = 0,5 \times (\eta_O^{-1} + \eta_O |\bar{k}_J^* + 1|^2). \quad (16)$$

З аналізу (16) випливає, що за умови $|\bar{k}_J^* + 1|^2 = 1$ максимальний ККД у 50% має місце, якщо

$\xi_{0,5} = 1,25$; ККД у 75% та 90% досягаються за значеннях $\xi_{0,75} = 1 \frac{1}{24}$ та $\xi_{0,9} = 1 \frac{1}{180}$ відповідно.

За оптимального навантаження, що визначається (13) та (14), потужність навантаження за (11) може бути перетворена до вигляду

$$P_{HO} = \frac{P_{HM}}{0,25 \times \left(2 + \frac{R_{HO}}{R_{ab}} + \frac{R_{ab}}{R_{HO}} \right) + \frac{k_I^2}{16G_P^2 R_{ab} R_{HO}}}. \quad (17)$$

Оскільки за умови $R_{HO} \neq R_{ab}$ маємо нерівність

$$R_{HO} / R_{ab} + R_{ab} / R_{HO} > 2,$$

то $P_{HO} < P_{HM} = E_{ab}^2 / 4R_{ab}$, тобто максимальний ККД (15) досягається за потужності навантаження, що менша за максимальну.

Верифікація аналітичних співвідношень енергетичної оптимізації кіл синусоїдного струму комп'ютерною симуляцією. Комп'ютерне моделювання має підтвердити:

- 1) значення (10) реального ККД первинного кола синусоїдного струму за навантаження, оптимізованого за параметрами комплексної ДЗС Тевенена;
- 2) співвідношення (13), (14) для вибору параметрів оптимального навантаження, що забезпечують максимально досяжний ККД первинного кола синусоїдного струму, та формулу (15) для величини цього ККД;
- 3) повний збіг енергетичних характеристик первинного кола синусоїдного струму та його ДЗС (рис. 2) у разі симуляції в часовій області;
- 4) можливість збільшення максимального ККД первинного кола синусоїдного струму до бажаного значення шляхом модифікації параметрів його елементів задля зменшення фактора енергетичної корекції.

Будемо виконувати розрахунки та комп'ютерну симуляцію в програмному середовищі Multisim для лінійної моделі трансформатора, представленій комплексною заступною схемою [2] на рис. 3, з такими числовими параметрами елементів: $\dot{E} = 100V$; $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = (1 + 3j)\Omega$; $R = 10\Omega$; $X = 20\Omega$.

Згідно з методикою роботи [14] складаємо матрично-векторну систему рівнянь за методом комплексних контурних струмів, виокремивши струм навантаження \dot{I}_0 зовнішнього контуру

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_2 + jX & 0 & -jX \\ 0 & \bar{Z}_1 + R & -R \\ -jX & -R & R + jX \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{V} \\ \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix},$$

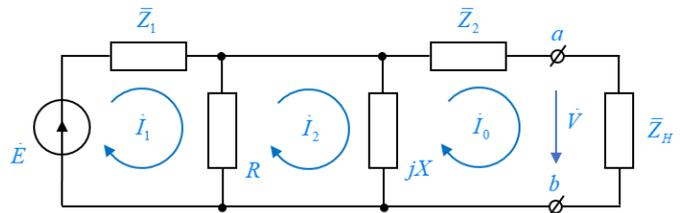


Рис. 3 Комплексна заступна схема лінійної моделі трансформатора

з якої встановлюємо значення EZ -параметрів

$$\dot{E}_{00} = 0; \bar{z}_{00} = \bar{Z}_2 + jX = 1 + 23j; \mathbf{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ -jX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j20 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \dot{E} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 + R & -R \\ -R & R + jX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 + 3j & -10 \\ -10 & 10 + 20j \end{bmatrix}.$$

Розраховуємо комплексні параметри енергетично еквівалентних ДЗС на рис. 1, 2:

- комплексна ЕРС Тевенена

$$\dot{E}_{ab} = \dot{E}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e} = - \begin{bmatrix} 0 \\ -j20 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 11 + 3j & -10 \\ -10 & 10 + 20j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{200(5 - j)}{13}; E_{ab}^2 = \frac{80000}{13};$$

- комплексний опір ДЗС Тевенена

$$\bar{Z}_{ab} = \bar{z}_{00} - \mathbf{z}^T \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z} = 1 + 23j - \begin{bmatrix} 0 \\ -j20 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 11 + 3j & -10 \\ -10 & 10 + 20j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -j20 \end{bmatrix} = \frac{29 + 67j}{13}; R_{ab} = \frac{29}{13}; X_{ab} = \frac{67}{13};$$

- комплексна провідність пасивного елемента, запропонованого Барбі

$$\bar{Y}_B = \frac{(\mathbf{e}^T)^* \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e}}{E_{ab}^2} = \frac{1}{E_{ab}^2} \times \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 11 + 3j & -10 \\ -10 & 10 + 20j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{9 - 7j}{80}; G_p = \frac{9}{80}.$$

Відзначимо, що в первинних колах синусоїдного струму з одним джерелом напруги, початкова фаза якої прийнята рівною нулю, скалярна величина $\mathbf{e}^T \text{Im}(\mathbf{Z}^{-1} \mathbf{z})$ в (3) є дійсним числом, з чого випливає, що для таких кіл $\dot{E}_+ = \dot{E}_{ab}^*$, тому $|\bar{k}_J^* + 1| = |\dot{E}_+ / \dot{E}_{ab}| = 1$. Зокрема, у прикладі, що розглядається, $\dot{E}_+ = \dot{E}_{ab}^* = 200(5 + j) / 13$,

$$\bar{k}_J^* + 1 = \frac{\dot{E}_+}{\dot{E}_{ab}} = \frac{5 + j}{5 - j} = \frac{12 + 5j}{13}; k_R + 1 = \frac{12}{13}; k_R = -\frac{1}{13}; k_I = -\frac{5}{13}.$$

Фактор енергетичної корекції для схеми на рис. 3 із заданими параметрами елементів відповідно до (10)

$$\xi = 2R_{ab}G_p + k_R + 1 = 2 \times \frac{29}{13} \times \frac{9}{80} + \frac{12}{13} = \frac{57}{40}. \quad (18)$$

Прогнозний ККД цього кола за максимальної потужності навантаження

$$\eta_M = \frac{0,5}{\xi} = \frac{0,5 \times 40}{57} = \frac{20}{57} \approx 0,350877. \quad (19)$$

Задля забезпечення цієї потужності параметри навантаження комп'ютерної моделі схеми трансформатора, представленої на рис. 4, мають обиратися, реалізуючи умову $\bar{Z}_{HM} = \bar{Z}_{ab}^*$ на частоті 50 Гц, у вигляді

$$R4 = R_{ab} = 29/13 \approx 2,23077\Omega; C1 = 1 / (X_{ab} \times 100\pi) = 13 / (67 \times 100\pi) \approx 617,6162\mu\text{F}.$$

Параметри інших реактивних елементів розраховують на основі заданих комплексних параметрів первинного кола

$$L1 = L2 = 3 / 100\pi = 9,5493\text{mH}; L3 = 20 / 100\pi = 63,662\text{mH}.$$

Величина ККД $\eta_M = 689,655 / 1966 = 0,3508$ за даними комп'ютерного моделювання (рис. 4) відповідає розрахунковому значенню (19), що також верифікує формулу (18) визначення фактора енергетичної корекції. Потужність навантаження за показаннями ватметра XWM2 також відповідає розрахунковій величині максимальної потужності навантаження

$$P_{HM} = E_{ab}^2 / 4R_{ab} = \frac{80000 \times 13}{13 \times 4 \times 29} = \frac{20000}{29} \approx 689,655\text{W}.$$

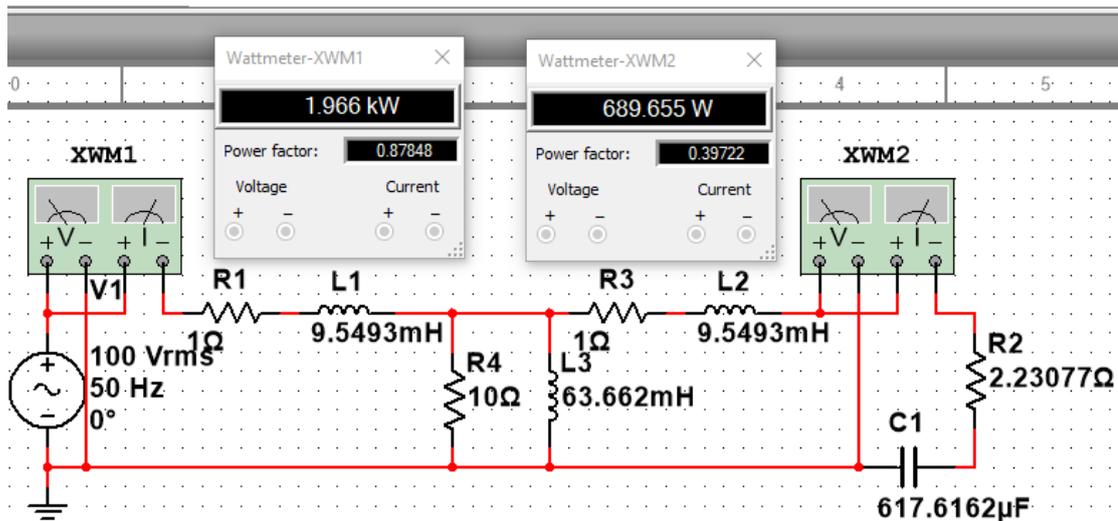


Рис. 4 Комп'ютерна модель схеми трансформатора за максимальної потужності навантаження

За розрахованої величини фактора енергетичної корекції та $|\bar{k}_j^* + 1|^2 = 1$ згідно з (15) можна досягти максимального ККД

$$\eta_0 = \xi - \sqrt{\xi^2 - 1} = \frac{57}{40} - \sqrt{\left(\frac{57}{40}\right)^2 - 1} = \frac{57 - \sqrt{1649}}{40} \approx 0,409803.$$

За формулами (13), (14) для цього потрібне навантаження з параметрами

$$R_{HO} = \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{2G_p} = \frac{80 \times \sqrt{(57/40)^2 - 1}}{2 \times 9} = \frac{\sqrt{1649}}{9} \approx 4,512\Omega;$$

$$X_{HO} = -X_{ab} - \frac{k_f}{2G_p} = -\frac{67}{13} + \frac{5 \times 80}{2 \times 13 \times 9} = -\frac{31}{9}, C_{HO} = \frac{9}{31 \times 100\pi} \approx 924,125476\mu\text{F}.$$

Водночас при цьому $R_{HO} / R_{ab} = 13 \times \sqrt{1649} / 261 \approx 2,0226$, і потужність навантаження відповідно до (17) складатиме $P_{HO} = P_{HM} / 1,2018342 \approx 573,836\text{W}$.

Перевіряємо можливість досягнути зазначеного ККД, реалізавши в часовій області (рис. 5) комп'ютерну модель комплексної ДЗС на рис. 2 з параметрами джерела V1: діюче значення напруги

$E_{ab} = \sqrt{80000/13} \approx 78,446454V$; початкову фазу цієї напруги приймаємо нульовою через незалежність потужностей від початкової фази єдиного джерела цієї схеми. Параметри пасивних елементів встановлюємо на основі розрахованих комплексних параметрів схеми на рис. 2

$$R1 = R_{ab} = \frac{29}{13} = 2,231\Omega, L1 = \frac{X_{ab}}{100\pi} = \frac{67}{13 \times 100\pi} = 16405,2\mu H;$$

$$\bar{Z}_B = \frac{1}{\bar{Y}_B} = \frac{80}{9-7j} = \frac{8(9+7j)}{13}, R2 = R_B = \frac{72}{13} \approx 5,53846\Omega, L2 = L_B = \frac{56}{13 \times 100\pi} \approx 13,71181mH.$$

Згідно (8) встановлюємо коефіцієнти передачі залежних джерел

$$G_1 = k_R / R_{ab} = -1/29 \approx -34483 \times 10^{-6}; G_2 = k_I / X_{ab} = -5/67 \approx -74627 \times 10^{-6}.$$

Від'ємна величина кожного з отриманих коефіцієнтів передачі G_1 та G_2 свідчить про необхідність з'єднувати залежні та незалежні джерела з однаковою полярністю.

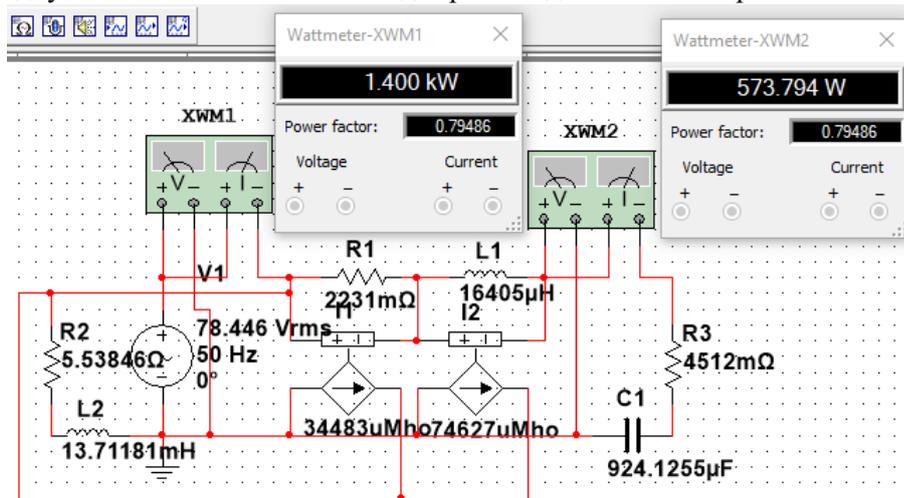


Рис. 5 Комп'ютерна модель ДЗС за оптимального навантаження

За показаннями віртуальних ватметрів переконуємося, що вихідна потужність відповідає розрахованій, а експериментальне значення оптимального ККД $\eta_0 = 573,794/1400 = 0,40985$ добре узгоджується з прогнозними значеннями. Моделювання первинного кола з оптимальними параметрами навантаження (рис. 6) дає аналогічні енергетичні характеристики.

Отже, підтверджені співвідношення (13), (14) для вибору параметрів оптимального навантаження, що забезпечують максимальний ККД первинного кола та формула (15) для розрахунку величини цього ККД. Крім того, комп'ютерною симуляцією в часовій області продемонстрований повний збіг енергетичних характеристик первинного кола синусоїдного струму та його ДЗС у разі визначенні за (8) дійсних значень коефіцієнтів передачі G_1 та G_2 залежних джерел струму, керованих зазначеними напругами. Разом з тим продемонстроване збільшене значення ККД первинного кола за заданими параметрами елементів за рахунок оптимізації навантаження не перевищує граничного значення у 50%, притаманного ДЗС Тевенена за відсутності втрат енергії в режимі розриву полюсів.

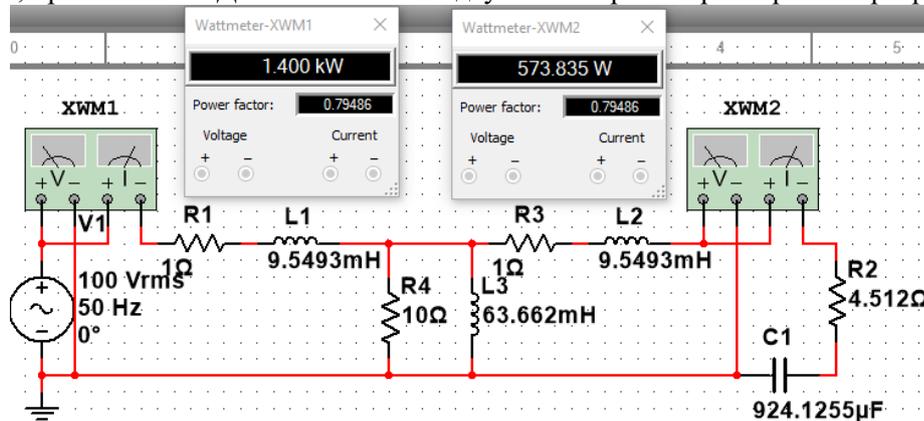


Рис. 6 Комп'ютерна модель трансформатора за оптимального навантаження

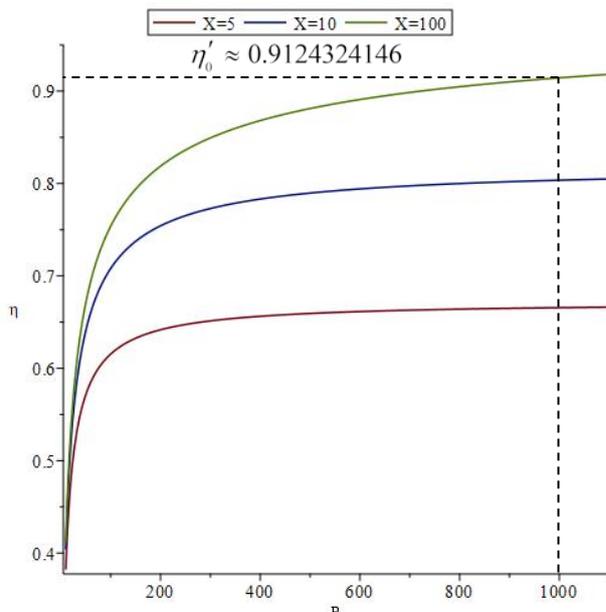


Рис. 7 Графік залежності ККД від параметрів R та X

Розглянемо можливість перевищення цього граничного значення ККД, розраховуючи параметри енергетично еквівалентних заступних схем, фактор енергетичної корекції та максимальний ККД, поступово збільшуючи опори елементів поперечного ланцюга первинного кола на рис. 4, що відповідає зменшенню втрат на перемагнічування осердя трансформатора та збільшенню його індуктивності намагнічування. Результати розрахунків унаочнені графіком на рис. 7, з якого випливає, що ККД, більший за 90%, має місце за $R = R_4 = 1000\Omega$; $X = 100\Omega$; $L_3 = X / 100\pi = 318,31\text{mH}$. При цьому комплексні параметри ДЗС на рис. 1 та 2 набувають значень

$$\bar{Z}_{ab} = \frac{207301 + 628903j}{106301}; R_{ab} = \frac{207301}{106301};$$

$$\bar{Y}_B = \frac{1101 - 10303j}{1000000}; G_P = \frac{1101}{1000000};$$

$$\bar{k}_J^* + 1 = \frac{531456 + 7217j}{531505}; k_R + 1 = \frac{531456}{531505}.$$

Фактор енергетичної корекції первинного кола зі зміненими параметрами елементів

$$\xi' = 2R_{ab}G_P + k_R + 1 = \frac{2 \times 207301 \times 1101}{106301 \times 1000000} + \frac{531456}{531505} = 1.004202$$

є меншим за величину $\xi_{0,9} = 1 \frac{1}{180}$, що гарантує максимальний ККД у 90%. Дійсно, за формулою (15)

$$\text{при } |\bar{k}_J^* + 1|^2 = 1 \quad \eta'_0 = \xi' - \sqrt{\xi'^2 - 1} \approx 0,912432.$$

Ці значення ККД забезпечують параметри оптимального навантаження в оновленій схемі первинного кола на рис. 8

$$X_{HO} = -X_{ab} - \frac{k_I}{2G_P} \approx -12.08265213\text{Om};$$

$$C_{HO} = C1 \approx 263.44372\mu\text{F};$$

$$R_{HO} = R2 = \frac{\sqrt{\xi'^2 - 1}}{2G_P} \approx 41.675561\Omega.$$

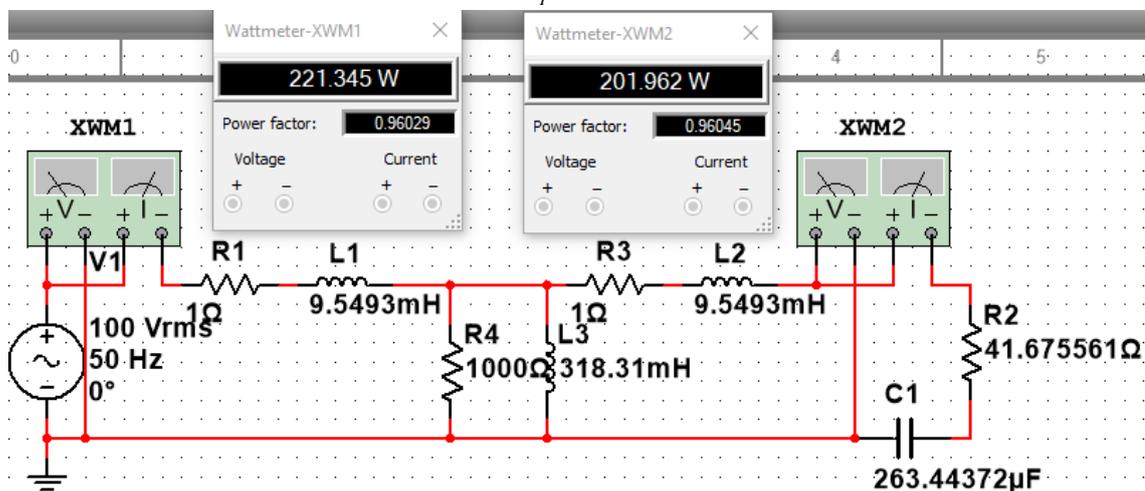


Рис. 8 Комп'ютерна модель трансформатора з підвищенням ККД за оптимального навантаження

Величина максимального ККД за результатами віртуального експерименту

$$\eta'_0 = \frac{201,962}{221,345} = 0,91243082$$

повністю відповідає прогнозованому значенню, що ілюструє можливість підбору параметрів елементів первинного кола синусоїдного струму задля забезпечення максимального ККД шляхом контролю величини фактора енергетичної корекції.

Висновки.

1. Запропоновано модифікацію двополюсної заступної схеми лінійного кола синусоїдного струму, що забезпечує лінійні залежності активної та реактивної потужностей від струму навантаження з коефіцієнтами пропорційності, притаманними первинному колу, застосуванням залежних джерел струму, керованих напругами, з дійсними значеннями коефіцієнтів передачі. Це відкриває можливість моделювати в часовій області енергетичні властивості первинного кола за його спрощеною двополюсною заступною схемою з безпосереднім вимірюванням енергетичних характеристик.

2. Вперше введено поняття та отримана формула визначення фактора корекції енергетичних характеристик комплексного схемного еквівалента Тевенена, що показує у скільки разів ККД первинного кола синусоїдного струму за максимальної активної потужності навантаження менший за максимальну теоретичну величину у 50%. Вперше показаний взаємно однозначний зв'язок між фактором корекції енергетичних характеристик та максимально досяжним ККД первинного кола, що може перевищувати 50% за оптимального навантаження, потужність якого менша за максимальну.

3. Вперше з використанням параметрів запропонованої двополюсної заступної схеми, еквівалентної первинному колу за комплексною потужністю, отримані аналітичні співвідношення для вибору параметрів оптимального навантаження, що забезпечують максимально досяжний ККД первинного кола синусоїдного струму.

4. Комп'ютерне моделювання в часовій області підтвердило повний збіг енергетичних характеристик первинного кола синусоїдного струму та його запропонованої двополюсної заступної схеми, коректність визначення фактора корекції енергетичних характеристик та параметрів оптимального навантаження, що забезпечують максимально досяжний ККД, а також можливість збільшення максимального ККД первинного кола синусоїдного струму до бажаного значення шляхом модифікації параметрів його елементів, що ведуть до зменшення фактора корекції енергетичних характеристик.

Роботу виконано за держбюджетною темою «Дослідження методів підвищення ефективності систем електроживлення з джерелами розосередженої генерації шляхом розроблення нових способів побудови та керування напівпровідниковими компенсаторами збурень і неактивних складових потужності» (шифр «Адаптер-2»), КПКВК 6541030.

1. Thévenin L. Sur un Nouveaux Théoreme d'Electricité Dynamique. *Comptes Rendus des Séances de l'Academie des Sciences*. Vol. 97. T.Tome, Ed. Paris, France: Académie des Sciences. 1883. Pp. 159–161.

2. Бойко В.С., Бойко В.В., Видолоб Ю.Ф. Теоретичні основи електротехніки: Т. 1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. К.: ІВЦ Видавництво Політехніка, 2004. 272 с.

3. Коваль Ю.О., Гринченко Л.В., Милютченко І.О., Рибін О.І. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1. За заг. редакцією В.М. Шокало та В.І. Правди. Х.: Компанія СМІТ, 2008. 432 с.

4. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku. *Fundamentals of electric circuits*. McGraw-Hill, New York, 2020. 992 p.

5. Nilsson J. W. and Riedel S. A. *Electric Circuits*. Boston, MA, USA: Pearson, 2023.

6. Steinmetz C. P. Complex quantities and their use in electrical engineering. *Proceedings of the International Electrical Congress, Held in the City of Chicago, August 21st to 25th, 1893*. New York, USA: American Institute of Electrical Engineers, 1893. Pp. 33–74.

7. Barbi I. Power Conservative Equivalent Circuit for DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 113667–113674. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3004026>.

8. Артеменко М.Ю., Петров Д.О., Кутафін Ю.В. Двополюсна схема заміщення електричного кола постійного струму з залежними джерелами напруги, еквівалентна за потужністю. *Visnyk NTUU KPI Seriya – Radiotekhnika Radioaparatabuduvannia*. 2021. Iss. 67. Pp. 5-13. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.85.5-13>.

9. Артеменко М.Ю., Чопик, В.В., Шаповал, І.А., Поліщук, С.Й., Бойцов, Д.Д. Застосування схемного еквівалента Тевенена-Барбі для оптимізації енергетичних характеристик електричних кіл постійного

струму. *Вісці вищих учбових закладів. Радіоелектроніка*. 2024. 67(9). Pp. 554–564. DOI: <https://doi.org/10.20535/S0021347024100030>.

10. Corradini L. General Power-Equivalent Synthesis of Resistive DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 160711–160722. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3020652>.

11. Barbi I. Unified Power Conservative Equivalent Circuit for DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 178230–178237. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3027489>.

12. Herminio Martinez-Garcia and Encarna Garcia-Vilchez Power-Based Equivalent-Modeling Circuit for DC Linear Time-Invariant Resistive One-Port Networks. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 23326–23334. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3057435>.

13. Barbi I. Active and Reactive Power Conservative Extension of the Hoashi-Millman Equivalent Circuit. *IEEE Access*. 2025. Vol. 13. Pp. 213016–213024. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3645010>.

14. Артеменко М., Кутафін Ю., Шаповал І., Михальський В., Чопик В., і Поліщук С. Двополюсна заступна схема лінійного електричного кола синусоїдного струму, еквівалентна за комплексною потужністю. *Праці ІЕД НАН України*. 2025. Вип. 72. Pp. 62–70. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.062>

15. Hoashi T. The combination theorem of the electrical circuits and its applications. *J. Inst. Electr. Eng.* June 1927. Vol. 467. Pp. 595–610. (in Japanese).

16. Millman J. A Useful Network Theorem. *Proceedings of the IRE*. Sept. 1940. Vol. 28. No. 9. Pp. 413–417. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1940.225885>.

MODIFIED ONE-PORT EQUIVALENT CIRCUIT, EQUIVALENT TO A LINEAR ELECTRICAL AC NETWORK IN TERMS OF COMPLEX POWER, FOR OPTIMISATION AND MEASUREMENT OF ITS ENERGY CHARACTERISTICS

M.Yu. Artemenko¹, Y.V. Kutafin², V.V. Chopyk³, V.M. Mikhalsky³, I.A. Shapoval³, S.Y. Polishchuk³

¹ National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",
Beresteyskiy ave., 37, Kyiv, 03056, Ukraine,

² Academy of Labour, Social Relations and Tourism,
Kiltseva Road, 3-A, Kyiv, 03187, Ukraine

³ Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Beresteyskiy ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: artemenko_m_ju@ukr.net

The article proposes a modified structure for the one-port equivalent circuit of linear electric AC networks that reproduces the complex power of the primary circuit and enables time-domain simulation in common computer software. An energy correction factor is introduced, which quantitatively characterises the decrease in the real efficiency of the primary circuit at maximum load power compared to the limit value of 50% for the classical Thevenin circuit equivalent. A one-to-one relationship of this factor with the maximum achievable efficiency of the primary circuit, which can exceed 50% at optimal load, is shown. Using the parameters of the proposed one-port equivalent circuit, analytical relations for calculating the optimal load parameters are obtained. The reliability of the theoretical results is confirmed by computer simulation in the Multisim environment on the example of a linear transformer model, which demonstrated a complete coincidence of the optimised energy characteristics of the primary AC network and its one-port equivalent circuit. References 16, figures 8.

Keywords: one-port equivalent circuit; complex power; Thevenin equivalent; efficiency; optimal load; sinusoidal current circuits

1. Thévenin L. Sur un Nouveaux Théoreme d'Electricité Dynamique. *Comptes Rendus des Séances de l'Academie des Sciences*. Vol. 97. T.Tome, Ed. Paris, France: Académie des Sciences. Jul./Dec. 1883. Pp. 159–161.

2. Boyko V.S., Boyko V.V., Vydolob Y.F. Theoretical foundations of electrical engineering: Vol. 1: Established modes of linear electric circuits with concentrated parameters. Kyiv: IVC Publishing House Polytechnic, 2004. 272 p. (Ukr).

3. Koval Yu.O., Grinchenko L.V., Mylyutchenko I.O., Rybin O.I. Fundamentals of the Theory of Circles: Textbook for Students of Higher Educational Institutions. Part 1. For the general. edited by V.M. Shokalo and V.I. Pravda. X.: CMIT Company, 2008. 432 p. (Ukr).

4. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku. Fundamentals of Electric Circuits. McGraw-Hill, New York, 2020. 992 p.

5. Nilsson J. W. and Riedel S. A. Electric Circuits. Boston, MA, USA: Pearson, 2023.

6. Steinmetz C. P. Complex quantities and their use in electrical engineering. Proceedings of the *International Electrical Congress*, Held in the City of Chicago, August 21st to 25th, 1893. New York, NY, USA: American Institute

of Electrical Engineers, 1893. Pp. 33–74.

7. Barbi I. Power Conservative Equivalent Circuit for DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 113667–113674. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3004026>.

8. Artemenko M.Yu., Petrov D.O., Kutafin Yu.V. Two-pole scheme of substitution of an electric circuit of direct current with dependent voltage sources, equivalent in power. 2021. Iss. 67. Pp. 5-13. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.85.5-13> (Ukr).

9. Artemenko, M.Yu., Chopyk, V.V., Shapoval, I.A., Polishchuk, S.Y., Boytsov, D.D. Application of the Thévenin-Barbie circuit equivalent for optimization of energy characteristics of DC electrical circuits. *News of Higher Educational Institutions. Radio Electronics*, 2024. 67(9). pp. 554–564. DOI: <https://doi.org/10.20535/S0021347024100030> (Ukr).

10. Corradini L. General Power-Equivalent Synthesis of Resistive DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 160711–160722. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3020652>.

11. Barbi I. Unified Power Conservative Equivalent Circuit for DC Networks. *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. Pp. 178230–178237. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3027489>.

12. Herminio Martinez-Garcia and Encarna Garcia-Vilchez Power-Based Equivalent-Modeling Circuit for DC Linear Time-Invariant Resistive One-Port Networks. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. Pp. 23326–23334. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3057435>.

13. Barbi I. Active and Reactive Power Conservative Extension of the Hoashi-Millman Equivalent Circuit. *IEEE Access*. 2025. Vol. 13. Pp. 213016–213024. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3645010>

14. Artemenko M., Kutafin Y., Shapoval I., Mykhalskyi V., Chopyk V., and Polishchuk S. One-port complex power conservative equivalent circuit of linear AC electrical network. *Proceedings of the IED*. 2025. Vol. 72, Pp. 62–70. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.72.062>

15. Hoashi T. The combination theorem of the electrical circuits and its applications. *J. Inst. Electr. Eng.* June 1927. Vol. 467. Pp. 595–610. [in Japanese].

16. Millman J. A Useful Network Theorem. *Proceedings of the IRE*. Sept. 1940. Vol. 28. No. 9. Pp. 413–417. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1940.225885>.

Надійшла 23.01.2026

Прийнята 31.01.2026

CONDITIONS FOR THE EMERGENCE OF POSITIVE STREAMER CORONA DISCHARGE IN AIR IN THE NEEDLE-TO-PLANE ELECTRIC FIELD

I.V. Bozhko^{1*}, Yu.M. Vasetsky^{1**}, I.P. Kondratenko^{1***}, O.A. Mashchenko²

¹Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
Beresteyskiy Ave, 56, Kyiv, 03057, Ukraine,

²National university of food technologies,
Volodymirska Str., 68, Kyiv, 01601, Ukraine

E-mail: yuriy.vasetsky@gmail.com

The features of the positive streamer corona discharge are the long length and the duration of each streamer. They define this type of discharge as one of the alternative paths of potential technological application and characterize the relevance of research in this direction. The aim of the work is to determine the influence of the geometric characteristics of the needle and the voltage between the electrodes to the size of the areas, the beginning of the development of electron avalanches from which leads to their transformation into a streamer form of corona discharge in air at atmospheric pressure. For electrode systems with needles in the form of hyperboloid and paraboloid of rotation, sphere and 10.15407/long cylinder, the electric field distribution is considered and the volume of the areas where the appearance of effective initial electrons leads to their multiplication to the stage of avalanche-streamer transition in the strongly inhomogeneous electric field is determined. It is established that the size of the specified volumes, in addition to the curvature radius of the tips, is significantly affected by the shape of the electrode outside the part of its surface with the smallest radius of curvature. It is shown that despite the smaller values of the maximum field for the hyperbolic needle, here the volume of the appearance of effective initial electrons can exceed the volume for cylindrical and even more so for spherical electrodes of the same tip curvature radius at the same value of voltage. A feature of the long cylindrical needle is the extension of the start zone of the effective electrons over a considerable distance along the cylindrical surface of the electrode. From the comparison of different electrode systems, it was concluded that the choice can be made according to the magnitude of the volumes of appearance of effective electron, as a quantitative indicator that takes into account the needle configuration, tip radius, and value of voltage. References 24, figures 6.

Key words: positive streamer corona, needle-to-plane electric field, avalanche-streamer transition, streamer emergence efficiency indicator.

Introduction. Among the numerous applications of electric discharge in gas, corona discharge is still important today. The attractiveness of this type of discharge lies in the efficiency of creating electrically charged and chemically active particles: particle charging is carried out by ions generated in corona discharge and drifting in the electric field; energetic electrons and photons generated in the corona discharge are used to carry out electrochemical reactions to produce active radicals, such as HO, NO_x, O₃, and others, which are effectively used to decompose harmful impurities in gases and liquids [1, 2]. Currently, comprehensive studies of corona discharge in gases have been carried out, a detailed review of which is reflected, in particular, in [3, 4].

Two forms of corona discharge – avalanche and streamer – have found application in various technological processes and devices. A special area of use of corona discharge is the production of ozone from oxygen-containing gases [5]. The use of streamer corona discharge in ozone generators, which attracted attention after the avalanche discharge, allows for increased reliability of the process and economic efficiency [6]. Studies have shown that the use of positive corona (with a positive potential of the corona electrode) gives a higher yield of chemically active particles. This is related to the feature of the development of a positive streamer corona and is due to the high electric field strength $\approx (150 - 170) \cdot 10^5$ B/M in the streamer head [7], which can significantly exceed the breakdown strength of the gas in a homogeneous field.

© Bozhko I.V.; Vasetsky Yu.M.; Kondratenko I.P., Mashchenko O.A., 2026

ORCID ID: *<https://orcid.org/0000-0002-7955-246X>; **<https://orcid.org/0000-0002-4738-9872>;
***<https://orcid.org/0000-0003-1914-1383>

© Publisher PH “Akademperiodyka” of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2026



This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

Compared to the barrier discharge [8-10], which, in particular, shows high efficiency in ozone generation, the corona discharge has a number of important features. The gap between the electrodes in barrier systems does not exceed a few millimeters. The corona discharge develops in a volume with much larger dimensions, the streamers have a much greater length and each of them exists for a longer time compared to streamers in the barrier discharge [11]. Increasing streamer density is achieved by using a system with a large number of electrodes from which streamers develop. So, the features of streamer corona discharge define it as one of the alternative paths of potential technological application. The study of the development of the streamer process in a sharply inhomogeneous field created by electrodes with a small radius of curvature is important not only for understanding the electrophysical processes that accompany the streamer discharge. This ultimately allows for purposeful selection of the parameters of the electric discharge system to obtain the necessary characteristics of technological processes.

The **aim** of the work is to determine the influence of the geometric characteristics of the needle, which forms the distribution of the sharply inhomogeneous electric field, and the voltage between the electrodes on the size of the areas, the beginning of the development of electron avalanches from which leads to their transformation into a streamer form of corona discharge in air at atmospheric pressure.

The development of the streamer process from the beginning of the growth of the electron avalanche to the transformation of the avalanche into streamer is considered. This process is analyzed in a system with a single electrode in the form of the needle, which can have a different configuration and curvature radius of the tip. It is assumed that electroionization processes take place in the electric field formed in the gap without taking into account the volumetrically distributed charge of ions. This mathematical model most closely corresponds to the processes when a single rectangular pulse is applied to the electrode system. The approximate mathematical model is often used in the investigation of the avalanche stage of the electric discharge development also for other dependences of voltage in time [7], including, under certain assumptions, a constant voltage. In the text, the term “needle” refers to a thin long electrode, which can have a different shape of the lateral surface and end with a tip of the smallest curvature radius.

Growth of the electron avalanche and the condition for its transformation into streamer. Corona is a low-current discharge that appears in the strongly inhomogeneous electric field in an area where the field is sharply enhanced, for example near the needle, wire, etc. Fig. 1a shows an electrode system in the form of the needle with positive potential opposite a conducting body with flat surface. A feature of ionization processes in the sharply inhomogeneous field is that they take place in a relatively narrow region near the electrode and in the head of the streamer, where the field strength has a maximum value, and in the rest of the gap there is no ionization, there is only charge drift. The positive corona may have a streamer shape, which manifests itself as filamentary channels. In any case, an avalanche form of electron propagation, where the main mechanism is impact electron ionization of neutral molecules, precedes the appearance of streamers. To transform the avalanche into streamer, certain conditions must be met under which the electric field of the electron avalanche reaches the required value [12].

In electronegative gases, which include air, in addition to ionization, electrons attach to molecules. Both processes are characterized by ionization α and attachment η coefficients, respectively (number of ionization or attachment events when an electron moves in the electric field over a distance of 1 m). These coefficients depend on the electric field strength, the empirical functional dependences of which are presented, for example, in [7, 13, 14]. The threshold value of the ionization process is determined by the condition when the ionization coefficient α begins to exceed the attachment coefficient η . For air, the presence of oxygen in which determines its electronegative properties, the ionization and attachment coefficients are equalized at the ratio of the field strength to the gas pressure $E/p \approx (26 - 31) \text{ V}/(\text{m} \cdot \text{Pa})$. In the calculations we will use one of the most common approximations of experimental data for the effective ionization coefficient $\alpha_{ef} = \alpha - \eta$

$$\frac{\alpha_{ef}}{p} = A \exp\left(-\frac{B}{E/p}\right), \quad (1)$$

where p is pressure, the coefficients A and B in the SI system in discharges in air have the following values [7, 14]:

$$\begin{aligned} E/p = 15 - 114 \text{ V}/(\text{m} \cdot \text{Pa}): A_1 = 6.46 \text{ 1}/(\text{m} \cdot \text{Pa}), B_1 = 190 \text{ V}/(\text{m} \cdot \text{Pa}); \\ E/p = 114 - 600 \text{ V}/(\text{m} \cdot \text{Pa}): A_2 = 11.1 \text{ 1}/(\text{m} \cdot \text{Pa}), B_2 = 277.4 \text{ V}/(\text{m} \cdot \text{Pa}) \end{aligned}$$

When a voltage of the required magnitude is applied, the avalanche of electrons (Fig. 1, b) moves in the electric field with the electron drift velocity $v_e = \mu_e E$, where μ_e is the electron mobility. The number of electrons N_e in the avalanche increases exponentially [15]

$$N_e(\xi) = \exp\left(\int_{\xi_0}^{\xi} \alpha_{ef}(\xi) d\xi\right). \quad (2)$$

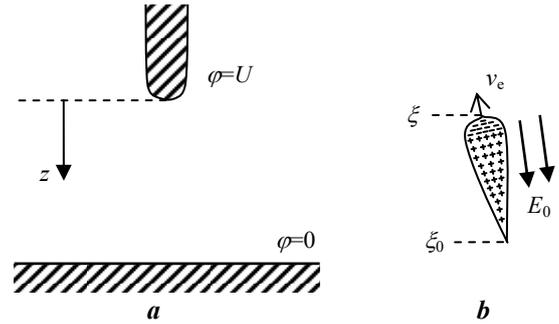


Fig. 1

Here, the value of the effective ionization coefficient in the electric field that varies in space depends on the position of the point in space $\alpha_{ef}(E(r))$. In expression (2), the coordinate along which the avalanche of electrons moves is denoted by ξ (usually this is a field line). The avalanche of electrons moves, increasing from the position ξ_0 of the initial electron. If the movement of the avalanche is carried out along the axis z – the smallest distance between the electrodes, then replacing the coordinates in expression (2) it is necessary to take into account the opposite direction of the coordinates ξ and z in Fig. 1.

During the ionization of neutral molecules, positive ions are formed simultaneously with electrons, and in electronegative gases, negative ions are also formed. The mobility of ions is much lower than the mobility of electrons, and during the movement of the avalanche of electrons, ions can be considered motionless. The numbers of positive N_+ and negative N_- ions in the avalanche trace at a point with the coordinate ξ are as follows:

$$N_+ = \int_{\xi_0}^{\xi} \alpha N_e d\xi, \quad N_- = \int_{\xi_0}^{\xi} \eta N_e d\xi. \quad (3)$$

The charge of the avalanche creates its own electric field, which is superimposed on the external field of the electrode system. The total field near the avalanche of electrons increases in the direction of electron motion and, conversely, decreases in the opposite direction. The volume distributed charge of ions also creates its own electric field, but due to its certain distance from the avalanche head and lower concentration in space, its effect to the electric field near the electron avalanche is smaller compared to the field of the electron avalanche. For this reason, we will neglect the electric field of ion charge at the avalanche stage of the electric discharge process.

In a strongly inhomogeneous field, the ionization zone is limited by a boundary where the electric field strength drops to a critical value E_i , which is determined by the achievement of the condition of no ionization at the corresponding points r_i in space:

$$\alpha_{ef}(E_i) = 0. \quad (4)$$

With a positively charged needle, the movement of the electron avalanche is directed from the outer area to the needle in the direction of increasing field. Therefore, condition (4) defines the limit beyond which free electrons will not lead to ionization and, accordingly, the appearance of electron avalanches.

In sharply inhomogeneous field, more often near an electrode with small radius of curvature, the energy gained by an electron over the mean free path may exceed the energy given off in inelastic collisions. In this case, the electrons enter the continuous acceleration mode or otherwise there is "electron escape". In [16] it is shown that there is an upper limit of the electric field strength E_a for the transition of the usual form of discharge to the continuous acceleration mode, starting from which the ionization coefficient decreases with increasing field. The field strength estimate E_a in [13] was made based on the maximum value of the electron braking force [17]

$$F(W_e) = \frac{e^4 n_0 Z}{8\pi\epsilon_0^2 W_e} \ln\left(\frac{2W_e}{I}\right)$$

with respect to the average electron energy W_e , where e is the electron charge, n_0 is the number of gas molecules per unit volume, Z is the number of electrons in a molecule, I is the average energy of inelastic electron losses. The force $F(W_e)$ at $W_e = I/2$ takes on a max-

imum value, which gives the magnitude of the critical electric field $E_a = \frac{F(I/2)}{e} = \frac{e^3 n_0 Z}{4\pi\epsilon_0^2 \exp(1)I}$. Starting from E_a the energy of electrons can only increase. For nitrogen at atmospheric pressure and temperature 0°C ($Z = 14, I \approx (75 - 80) \text{ eV}, n_0 = 2.69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$), the critical field strength is found to be $E_a \approx 450 \cdot 10^5 \text{ V/m}$. For oxygen, we obtain a similar value.

Beyond the specified values of the field strength, the correctness of using avalanche or streamer models of electric discharge development is hardly justified. That is, the area of study of ionization processes before the appearance of streamers can be limited both from the outside by the ionization boundary and near the tip of the needle when the field reaches the limit of electron continuous acceleration.

H. Röther, A. Loeb, and J. Mick in the middle of the last century laid the theoretical and experimental foundations of the development of the streamer process [18 – 20]. During the following period, the concept of the electric discharge and its streamer form received significant development [7, 13].

It is believed that the condition for the avalanche-streamer transition is achievement the electric field strength of the electron avalanche charge a value E' that is approximately equal to the magnitude of the field of the external source E_0 :

$$E' \approx E_0. \quad (5)$$

The electric field strength at the surface of the avalanche created by avalanche charge is primarily determined by two factors: the number of electrons N_e in the avalanche and its size. In each avalanche, as electrons move in the electric field and the number of electrons increases, the diffusion of electrons and its electrostatic repulsion take place [7]. At the initial stage, the size of the avalanche is determined by the diffusion process. As the avalanche grows, the repulsion process begins to take precedence. At this stage, the growth of the avalanche size is limited by the oppositely directed forces between the electrons and positive ions. Approximately the maximum radius of the electron cloud is determined by the condition when it is equal to the ionization length $R_e \sim \alpha_{ef}^{-1}$. In the stationary electric field, the process of electron repulsion determines the final size of the avalanche and, accordingly, the electric field at its surface.

Using the model of the electron avalanche in the form of a charged sphere, which is often used in theoretical models, condition (5) taking into account (2) can be rewritten as:

$$E' = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R_e^2} N_{es} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 R_e^2} \exp\left(\int_{\xi_0}^{\xi_s} \alpha_{ef}(\xi) d\xi\right) \approx E_0, \quad (6)$$

where N_{es} and ξ_s are, respectively, the number of electrons in the avalanche and the coordinate where the avalanche-streamer transition condition is satisfied, ϵ_0 is the electric constant.

Processing a significant amount of experimental data for data at atmospheric pressure in the stationary field gives the following critical value of the following parameter:

$$Q = \ln(N_e) \approx 20. \quad (7)$$

This value Q in (7) is consistent with the data in the works of A. Loeb and J. Mick, where the radius of the avalanche was taken as the radius at which, due to the diffusion of electrons, their density decreases by a factor of $\exp(1)$ compared to the density in the center of the avalanche. In this case, the avalanche-streamer transition occurs at $Q \approx 18 - 20$ and $N_{es} \sim 10^8$, respectively. At the same time, as noted in [7], a different way of choosing the avalanche radius R_e has a weak effect to the value of the parameter Q .

The existence of ionization does not necessarily lead to the fulfillment of conditions (5) or (7) of the avalanche-streamer transition. The appearance of the streamer in a certain area is possible if for any trajectory of avalanche movement (field lines) in this area the avalanche moves the required distance for which condition (5) or (7) is fulfilled. Denoting the coordinate along the trajectory of avalanche movement as ξ , the condition for the appearance of the streamer in the area can be represented as follows:

$$\int_{\xi_i}^{\xi_a} \alpha_{ef}(\xi) d\xi \geq Q, \quad (8)$$

where the integration extends over the entire field line from a point on the boundary of the ionization area ξ_i to the electrode ξ_b or to the boundary of the area of continuous electron acceleration ξ_a .

The fulfilling the streamer appearance condition (8) also determines the coordinates ξ_k of surface corresponding to the minimum possible distance to the needle. The coordinates ξ_k correspond to the position of the initial electron for which the avalanche transforms into the streamer at the extreme point of motion, i.e. reaching the positive electrode or the boundary of the area of continuous electron acceleration. The initial electron appearing in the area between ξ_i and ξ_k initiates the development of the avalanche to the size when it transforms into the streamer.

Ionization zones and emergence of the streamer in the needle-to-plane electric field. Since the field strength near the needle is significantly higher than the field in the rest of the gap, it is here that the main electrophysical processes of the electric discharge in gas take place, in particular: ionization of neutral molecules, increase and movement of electron avalanches, transformation of the avalanche to streamer and its growth to the opposite electrode, as well as excitation of molecules, photon emission, plasma chemical processes associated with the electric discharge. The main parameter that determines the value and distribution of the sharply inhomogeneous electric field of the needle against the plane are the ratio of the radius of curvature of the needle tip to the distance between the electrodes (in the case of a rounded tip), as well as the average field strength and the configuration of the needle outside the part of its surface with the smallest radius of curvature. From this point of view, we will consider the electric field of several typical configurations of the needle mainly in the area near the tip of the needle.

The electric field of the needle of different configuration. First, we will consider how different the electric field distributions near the needle of following geometric shape: hyperboloid and paraboloid of rotation, sphere, and long cylinder. This question is important for modeling electrophysical processes in the sharply inhomogeneous field.

The geometry of the needle in the form of the hyperboloid (Fig. 2, a) and paraboloid (Fig. 2, b) of rotation is described by analytical expressions containing the values of the minimum radii of curvature at the peak r_c and the distance d between the electrodes [21]

$$\frac{(d-z)^2}{d^2} - \frac{\rho^2}{r_c d} = 1, \quad z = -\frac{\rho^2}{2r_c}, \quad (z \leq 0), \quad (9)$$

where the coordinate z is counted from the peaks of the needle, ρ is the distance from the axis of symmetry in the radial direction. The geometry of the needle that usually used in experiments has a cylindrical form (Fig. 2, c). We will assume that the tip of the needle has the shape of a hemisphere of the same radius as the cylindrical part. This assumption is justified if we consider the electric field at a distance from the tip that exceeds the characteristic size that equal to the radius of cylinder.

In the figures equal radii of curvature of the tips are chosen. They are shown as spheres of the corresponding radius. Near the tips, the geometry of the needles differs slightly, but becomes noticeable when moving away from it.

The electric field strength on the axis of symmetry of the gaps reaches the highest values at the surface of the tip, but also decreases rapidly with distance from it. The expressions for the field with the needles of hyperboloid $E_g(z)$ [22] and paraboloid $E_p(z)$ [7] types depending on the coordinate z have a simple analytical form,

which allows us to obtain a clear conception

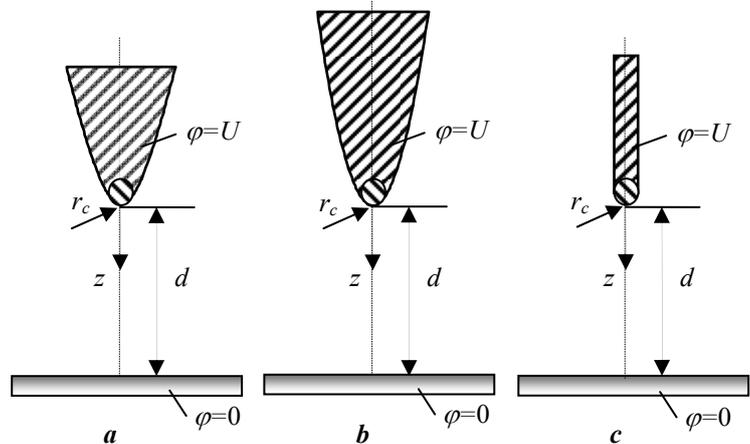


Fig. 2

of the electric field distribution:

$$E_g(z) = U \frac{\sqrt{d^2 + r_c d}}{r_c d + 2dz - z^2} \frac{1}{\text{Arth}\left(\frac{d}{\sqrt{d^2 + r_c d}}\right)}, \quad E_p(z) = U \frac{2}{(r_c + 2z) \ln\left(1 + \frac{2d}{r_c}\right)}. \quad (10)$$

For the sphere-plane electrode system, the exact dependence of the field strength distribution along the axis z cannot be represented by simple expressions. However, for the ratio values $d/r_c \leq 100$, it is possible to use the expression that gives an error at the surface of the sphere that does not exceed 0.5% at small ratios and error decreases with the ratio d/r_c increases [22]:

$$E_r(z) = U \frac{2d \left[d^2 (E_{rm}^* + 1) + (d - z)^2 (E_{rm}^* - 1) \right]}{\left[d^2 (E_{rm}^* + 1) - (d - z)^2 (E_{rm}^* - 1) \right]^2}. \quad (11)$$

Here, the normalized magnitude of the electric field strength $E_{rm}^* = \frac{E_r(z=0)}{U/d}$ at the surface of the needle

has a maximum value and it is the coefficient of heterogeneity:

$$E_{rm}^* = \frac{1}{4} \left[\frac{2d}{r_c} + 1 + \sqrt{\left(\frac{2d}{r_c} + 1\right)^2 + 8} \right]. \quad (12)$$

The calculation of the field strength for electrode system containing the needle in the form of cylinder with hemispherical tip was performed here and further by a numerical method using the COMSOL mathematical package.

The dependence of the maximum magnitude of the field strength at the peak of the needles on the ratio of the maximum electrode curvature to the size gap r_c/d is shown in Fig. 3, *a*. From the comparison of the maximum electric field strength for the needles of different shape, it follows that modeling the needle with the spherical electrode, the radius of which is equal to the minimum curvature radius of other configurations, can lead to an error reaching 100%, in the direction of increasing the field for the spherical electrode. It should be noted, however, that the situation will be the opposite for another model, when an isolated conducting body located in an external electric field. Here, with an increase in the length of the body the electric field strength will increase at the point where the radius of curvature is minimal. So, despite the fact that the model with an isolated sphere is quite simple, the feasibility of its application must be justified in specific cases.

The peculiarity of the decrease in the electric field strength near the needle with distance from it is shown in Fig. 3, *b* for the same needle configurations. The greater the maximum field strength at the needle tip, the faster the field decays with distance from it. At the same time, under the condition $r_c \ll d$, $z \ll d$ the parameter r_c/d has practically no effect to the values E/E_m of the corresponding needle configurations. The field strengths for the needle of hyperbolic and parabolic shapes differ to the smallest extent. For these configurations, the maximum value of the field strength at the needle surface also differs little. Under such conditions, from (10), the field strength for these two types of needle have the values $E_{gm}^* \approx 2/\ln(4d/r_c)$ and $E_{pm}^* \approx 2/\ln(2d/r_c)$. Their difference at $d/r_c \gg 1$ is relatively small, it does not determine significant changes in the development of electrophysical processes, and therefore, in the following we will consider the configuration of only one, hyperbolic, type.

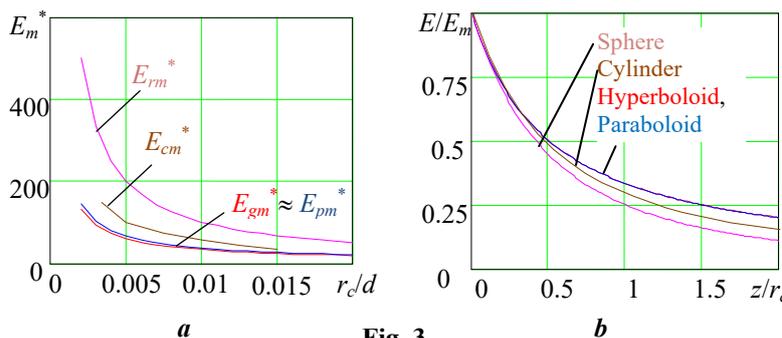


Fig. 3

Parameters of ionization processes in the electrode systems.

When applying high voltage, the distance to the boundary where the electric field strength exceeds the value of the onset of ionization processes in air at atmospheric pressure $E_i \approx 26 \cdot 10^5$ B/M can signifi-

cantly exceed the radius of needle tip r_c . As an example, consider electrode systems with the following specific dimensions: $d = 15 \cdot 10^{-3}$ m, $r_c = 5 \cdot 10^{-5}$ m, which correspond to values that can be used in experiments [23]. We will assume that the voltage between the electrodes is $U = 17$ kV.

From the results presented in Fig. 3a it follows that for the selected parameters at the surfaces of all the needle tips the electric field strength exceeds the continuous acceleration limit of electrons, which we will take equal to $E/p = 450$ B/(m·Pa). The distances from the surfaces along the vertical axis, on which the field reaches the limit, are insignificant. They turn out to be as follows: $\Delta z_g \approx \Delta z_p \approx 0.57r_c$; $\Delta z_c \approx 0.86r_c$; $\Delta z_r \approx 1.8r_c$.

The electric field strengths at more distant points on the axis are shown as continuous curves in Fig. 4, a. The points marked with “x” on the curves show the distances from the needle tips to the points where the strength is equal to the ionization limit in air $2.6 \cdot 10^6$ V/m. It can be seen that the point farthest from the tip is the point on the axis z for the hyperboloid of rotation ($z_{ig} = 9.27 \cdot 10^{-4}$ m), the intermediate position is occupied by the needle of the cylindrical shape ($z_{ic} = 7.33 \cdot 10^{-4}$ m), and the closest point is the point on the axis for the spherical electrode ($z_{ir} = 5.22 \cdot 10^{-4}$ m).

Analysis of the appearance of streamers in corona discharges, similar to [24], will be carried out on the basis on the influence of the distribution of a sharply inhomogeneous field on the characteristics of the avalanche stage of the discharge from the start of ionization to the fulfillment of the avalanche-streamer transition condition. If the initial electron appears at a distance z_i , the farthest from the needle where ionization is possible, then the condition (7) of the avalanche-streamer transition is fulfilled at the points marked with the labels “o” on the curves in Fig. 4, a.

Initial electrons can randomly appear at any point in the gap, but only those electrons will lead to the creation of a streamer that will pass the required growth path, at the end of which condition (7) will be fulfilled. We will assume that the endpoint of the avalanche increase is the point at which the field strength reaches of the continuous of electron acceleration limit 450 V/(m·Pa) or electrode surface at lower field strength. The positions of the initial electrons, where the avalanche-streamer transition takes place at such endpoint are marked on the curves as “□”. Their coordinates are as follows: for the hyperboloid needle $z_{kg} = 0.71 \cdot 10^{-4}$ m; for cylindrical needle $z_{kc} = 0.95 \cdot 10^{-4}$ m; and for sphere $z_{kr} = 1.28 \cdot 10^{-4}$ m.

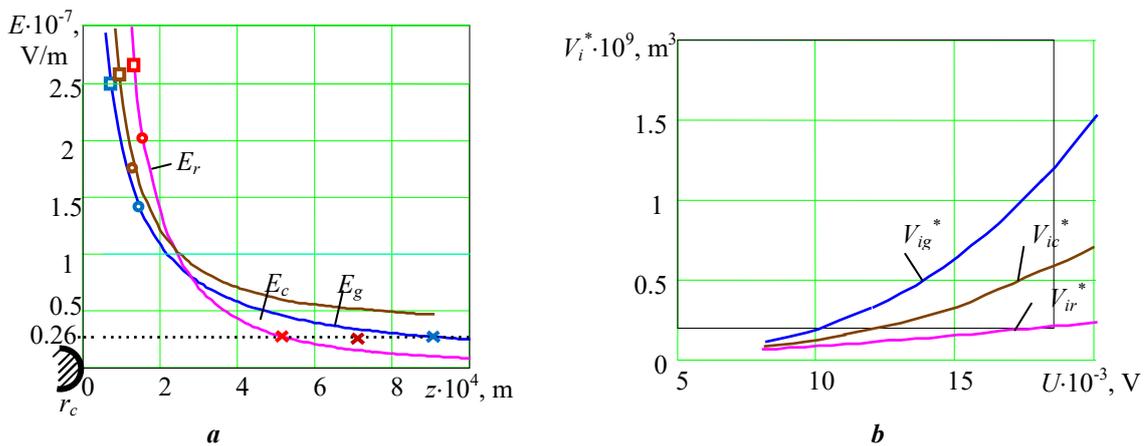


Fig. 4

As can be seen from the presented data, the intervals $z_i - z_k$, where the appearance of initial electrons leads to transformation of growing avalanches to the streamers differ significantly for different needle configurations. Therefore, the question arises about the configurations for which the initial electrons are more likely to appear during the same time. It is also useful to obtain an estimate of the indicator that allows us to compare configurations.

Such indicator can be the value of volume V_i , where the appearance of effective initial electrons leads to the development of avalanches and their transition to the streamer form. The volume V_i is limited on

one side by the boundary of the ionization zone, where the field strength takes the value $E(\xi_i) = 26 \cdot 10^5 \text{ V/m}$, and on the other – by the surface, starting from which electrons multiply and at the surface of the needle or when reaching the limit of continuous acceleration, the number of electrons in the avalanche reaches the value $N_e = \exp(Q)$ at $Q = 20$. These boundaries are determined by the distribution of the electric field near the needle, which primarily depends on its configuration, tip radius, and the voltage between the electrodes.

In this study, we will assume that the avalanche growth and drift of the electron occur in the electric field of the electrode system. This assumption of neglecting the field of the distributed charge of ions is often used in the study of alone avalanches and streamers. From the assumption that the initial electron can appear with equal probability at any point in the volume V_i , it follows, that this volume is also indicator of the probability of the development of the avalanche and its transition to the streamer form. Then, for the needle configurations under consideration, the probability ratio will be equal to the ratio of the corresponding volumes $V_{ig} : V_{ic} : V_{ir}$.

In this case, we will consider only the areas with the highest field strength near the surface with the smallest radius of curvature. Since the areas where effective electrons appear are close to the surface of the needle, we will estimate the values of the corresponding volumes as the volumes of spherical layers bounded by a certain solid angle Ω . Then each of the volumes will be $V_i = \frac{\Omega}{3} [(r_c + z_i)^3 - (r_c + z_k)^3]$. Assuming the angle Ω to be the same for all needles with the same radii of curvature $r_c = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, at the voltage 17 kV and distance $d = 15 \text{ mm}$ we will obtain the following ratio of volumes normalized to a unit value for the hyperboloid of rotation $(V_{ig} : V_{ic} : V_{ir}) = (1 : 0.46 : 0.20)$. Approximately the same ratio between the volumes is maintained when applying the voltage other than 17 kV.

Fig. 4, *b* shows the dependences of the normalized volumes $V_i^* = 3V_i/\Omega$ on the voltage between the electrodes for the previous values of the distance between the electrodes and of the curvature radii of needle tips. Since in this example $r_c, z_k \ll z_i$, and the distance z_i to the boundary of the ionization zone is proportional to the value of the applied voltage, the volumes increase with increasing voltage as $V_i \sim U^3$. For the minimum voltage $U = 7.5 \cdot 10^3 \text{ V}$ the average electric field strength $U/d = 5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ is still sufficient for the streamers to reach the cathode. In this case, the volume is very small and does not exceed a tenth of a cubic millimeter. Note that with the specified ratio of distances $r_c, z_k \ll z_i$ the deviation of the shape of the electrode tips from the taken into account will not lead to a change in the results for the volumes V_i .

It should be noted that the volume size, the appearance of the electron in which leads to the generation of streamer, can also be the indicator for choosing the voltage, needle configurations and their geometric parameters. So, at the radius of the needle tip $r_c = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, the distance between the electrodes $d = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, and voltage 17 kV the best configuration is the hyperboloid of rotation, the field of which on the needle surface is the smallest among those considered and which decreases most slowly with distance from the needle. However, this conclusion is valid with the selected parameters and the assumptions made, the main one of which, in our opinion, is the neglect of the electric field of the distributed charge of ions.

We will analyze the influence of the curvature radii of the needle tips and the voltage between the electrodes on the possibility of streamer formation within certain limits of changing these parameters at the distance between the electrodes $d = 15 \text{ mm}$. Minimum voltage limits the value $U = 7.5 \text{ kV}$ that ensures reaches to the cathode by the positive streamer. The maximum value should not exceed the spark breakdown voltage, which has order 20 kV. The maximum radius of curvature of the needle tip is limited by the need to create the streamer corona discharge $r_c/d < 0.1$ [7]. The calculation results of the volume $V_i^* = 3V_i/\Omega$ for the needle in the shape of the hyperboloid of rotation compared to the spherical electrode are shown in Fig. 5.

The first of the figures (Fig. 5, *a*) shows that the advantage of the needle of the hyperbolic configuration over the system with spherical electrode is limited by a certain value of the curvature radius of the tip. With its increase, a smaller value of the field near the hyperbolic needle leads to the approach of the bound-

ary of the avalanche transition into the streamer $Q = \ln(N_e) = 20$ closer to the needle surface. The closer this boundary is to the needle surface, the smaller the area from which effective electrons can start.

For each voltage value, there is an upper limit value of the curvature radius of the needle tip, when the growth of the electron avalanche ceases to lead to the appearance of the streamer. Such limit occurs for both hyperbolic and spherical electrode configurations. However, as can be seen from the comparison of the dependences in Fig. 5, *b* and 5, *c*, the limit curvature radii for the spherical electrode are much larger than for the hyperbolic one.

Another aspect of the considered feature of the development of the positive streamer in the sharply inhomogeneous electric field is the existence of a lower voltage limit, the value of which depends on the curvature radius. Fig. 5, *d* shows the dependence of volumes on voltage at different curvature radii of the tip of the hyperbolic electrode. The larger the curvature radius, the greater the limiting voltage value. For the distance $d = 15$ mm, the limiting voltage increases to $U = 12$ kV with increasing curvature radius to $r_c \approx 0.3$ mm. For the curvature radius of the hyperbolic needle and for the spherical electrode of arbitrary radius, the limiting voltage value is absent in the range $U/d \geq 5 \cdot 10^5$ V/m.

Regarding the influence of a possible deviation of the tip shape from the considered one, it should be noted that near the limit values of the parameters, the character of the dependences of the volumes V_i^* on the voltage and the curvature radii may differ somewhat from those determined. However, this will not affect the presence of limit values and the dependences of the volumes V_i^* when the parameters are removed from the limit values.

If for the distance $d = 15$ mm the voltage does not exceed the value $U = 12$ kV when there is no spark breakdown, then the electrode in the form of the hyperboloid of rotation has the larger volume of appearance of the effective electron for the curvature radii $r_c \leq 0.17$ mm. That is, the feasibility of using the electrode of specific configuration depends on the size of the curvature radii of their tips.

Ionization processes for the cylindrical needle. The needle in the form of the cylindrical electrode with hemispherical tip has intermediate characteristics of the electric field distribution between considered hyperbolic and spherical configurations. For this system, let's consider another feature that is characteristic of extended high-voltage electrodes. It concerns the distribution of the electric field strength in the area surrounding the electrode, including its lateral surface.

For the cylindrical electrode with geometric parameters $d = 15 \cdot 10^{-3}$ m, $r_c = 5 \cdot 10^{-5}$ m at voltage of $U = 17$ kV in Fig. 3 the electric field distribution is shown only along the axis z near the needle. For the voltage $U = 10$ kV the area, in which the appearance of initial electrons leads to increase in avalanches to the size of their transformation into the streamer has been determined. The results based on the calculations of the electric field and the growth of electron avalanches in the space around the cylindrical electrode, are shown in Fig. 6a as the shaded area. The outer boundary of the area corresponds to the electric field strength $E_i = 26 \cdot 10^5$ B/m of the ionization threshold of molecules in air at atmospheric pressure. Outside the shaded area near the electrode, despite the very high field strength, the parameter $Q < 20$ is insufficient to transform the avalanche into the streamer. In addition, near the tip of the needle there is an area of continuous electron acceleration, where the field strength is $E \geq 450 \cdot 10^5$ V/m. According to calculations, this area occupies a

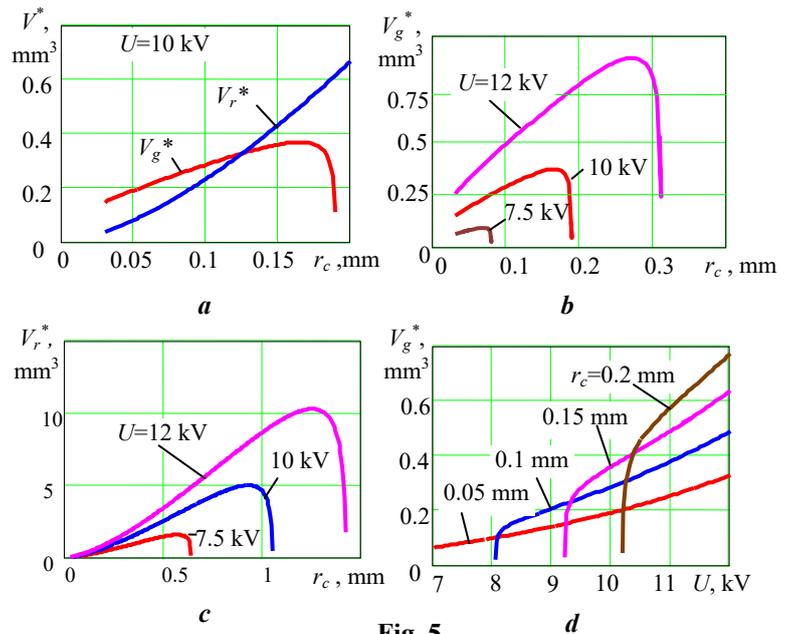


Fig. 5

space with maximum thickness $\approx 0.5r_c$ near the tip of the needle and, thinning out, extends along the cylindrical surface after tip to a distance $\approx 3r_c$.

A feature of the start zone of the effective electrons for high-voltage electrode with elongated cylindrical shape is the extension of this zone, which is shaded in Fig. 6, *a*, over a fairly large distance along the electrode. For the data in Fig. 6, the zone thickness gradually becomes thinner and only at length $\approx 0.3d = 100r_c$ does it sharply decrease to zero. This structure of the zone indicates that the

above estimates of its volume, which took into account only the area near the needle tip with the highest electric field strength, turn out to be significantly understated for the cylindrical electrode. Experiments performed at the Institute of Electrodynamics with the long cylindrical needle showed that indeed streamers also appear along the cylindrical surface with a characteristic distance between them ~ 10 mm.

The trajectory of the formed streamer generally coincides with the field line of field. The streamers formed near the side surface of the cylindrical electrode, are developing along the field lines (Fig. 6, *b*), lengths of which are larger compared to those that starts from the peak of electrode. Accordingly, streamers formed at the side surface propagate at lower average field strength. They reach the surface of the opposite electrode if the average field strength along the trajectory of motion exceeds the value $\sim 5 \cdot 10^5$ V/m. Otherwise, the streamer stops before reaching the electrode.,

The presented results reflect the areas of the electron avalanche growth only in the external field, when the field of a single avalanche is not disturbed by the charges of previous avalanches and streamers, and possibly by other avalanches or streamer channels propagating nearby. That is, the results relate to the isolated streamers, which is often observed in experiments, and the streamer corona discharge does not have a volumetric character. However, analysis of the field structure of the electrode system with an estimate of the volumes for the appearance of effective electrons can provide certain qualitative indicators even in the case of limited mutual influence of several streamers. The more reliable information about the corona discharge in specific cases can be obtained in the experiment.

Conclusions. The comparison of electrode system configurations intended for the practical application of positive streamer corona was carried out by the volume near the needle, in which the appearance of effective initial electrons leads to the development of avalanches and their transition to the streamer form. This approach allows us to obtain quantitative estimates of the appearance of streamers, which in the complex take into account the configuration of the corona electrodes, the radius of the needle tip and the magnitude of the voltage between the electrodes.

Comparison of the features of the distribution of the sharply inhomogeneous electric field in the electrode systems with the needles of hyperbolic, cylindrical, and spherical configurations showed that, despite the smaller values of the maximum field for the hyperbolic needle, the volume of the appearance of effective initial electrons can exceed the volume near the needle tip for cylindrical and, even more, for spherical electrodes of the same curvature radii. This feature is related to the influence of the shape of the electrode outside its tip to the electric field distribution. The ratio of the volumes of the appearance of effective initial electrons for different needle configurations near the limit values of voltage and the tip curvature radii can vary depending on their magnitudes.

For each value of voltage between the electrodes there is an upper limit of the curvature radius of the tip or, in other words, for each radius of the tip there is a lower limit of the voltage. Moreover, for each value of voltage, the larger the curvature radius of the tip and, accordingly, the lower the maximum electric field strength, the larger the volume of the appearance of effective initial electrons.

A feature of the long cylindrical needle is the spread of the zone of appearance of effective electrons over considerable distance along the lateral surface of the electrode, for example, with tip radius of 0.05 mm, this area has the length of about a hundred tip radii. The thickness of the area along the electrode gradually decreases with distance from the tip and at the end the thickness drops sharply to zero. Streamers can also start from the area near the lateral surface of the electrode, however their lengths are greater than those that

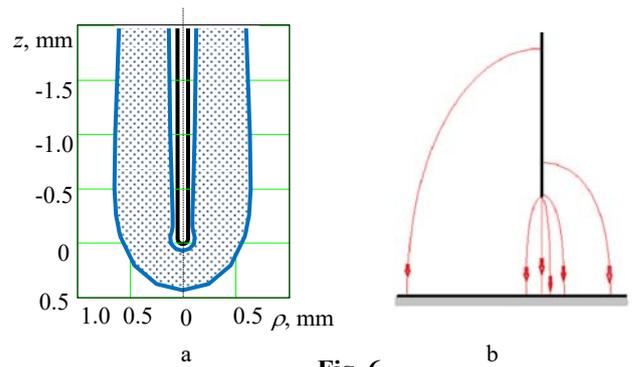


Fig. 6

depart from the tip. Such streamers reach the surface of the opposite electrode when the average field strength along the trajectory of movement of the streamers exceeds $\sim 5 \cdot 10^5$ V/m.

For the distance between the electrodes of 15 mm and the voltage up to 15-20 kV, which does not exceed the spark breakdown voltage, with an increase in the curvature radius of the needle tip at least to values of (0.3 - 0.5) mm, the volume of the appearance of effective electrons that generate streamers increases, which indicates the feasibility of choosing the appropriate tip radius for intensification of the streamer process.

Роботу виконано за рахунок держбюджетної теми «Розвиток теорії та моделювання нестационарних електрофізичних процесів в електропровідних і діелектричних середовищах імпульсних електромагнітних систем (шифр: Бар'єр-3)», КПКВК 6541030.

1. Hammer T. Application of plasma technology in environmental techniques. *Contributions to Plasma Physics*. 1999. No 39. Pp.441–462. DOI: <https://doi.org/10.1002/ctpp.2150390507>.
2. Chen, J., Davidson, J.H. Electron Density and Energy Distributions in the Positive DC Corona: Interpretation for Corona-Enhanced Chemical Reactions. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*. 2002 Vol. 22. No 2. Pp. 199–224. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1014851908545>
3. Becker K.H., Kogelschatz U., Schoenbach K.H., Barker R.J. Non-Equilibrium Air Plasmas at Atmospheric Pressure. CRC Press, 2004. 700 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781482269123>
4. Fridman A. Plasma Chemistry. Cambridge University Press, 2008. 1022 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511546075>
5. Chen, J., Davidson, J.H. Ozone Production in the Positive DC Corona Discharge: Model and Comparison to Experiments. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*. 2002. Vol. 22. Pp. 495–522. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1021315412208>
6. Bozhko I. V., Petuhov I. S. Investigation of the discharge gap for a plasma-chemical reactor on a positive streamer corona. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2005. No 3. Pp. 17-21. (Rus).
7. Rizer Yu.P. Gas Discharge Physics. Springer. Berlin Heidelberg, 2011. 460 p.
8. Tao S., Kaihua L., Cheng Z., Ping Y., Shichang Z., Ruzheng P. Experimental study on repetitive unipolar nanosecond-pulse dielectric barrier discharge in air at atmospheric pressure. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2008. Vol. 41. 215203 (8pp). DOI: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/21/215203>
9. Zhang S., Jia L., Wang W., Yang D., Tang K., Liu Z. The influencing factors of nanosecond pulse homogeneous dielectric barrier discharge in air. *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*. 2014. Vol. 117. Pp. 535-540. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.saa.2013.08.051>
10. Bozhko I.V., Bereka V.O., Kondratenko I.P., Serdyuk Yu.V. Factors affecting homogeneity of a nanosecond impulse barrier discharge in air at atmospheric pressure and its physical nature. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2025. Volume 58, Number 34. 11 p.
11. Bolotov O., Kadolin B.B., Mankovskiy S.M., Ostroushko V.M., Pashchenko I.A., Taran G.V. Zavada L.M. Streamer mode of positive corona. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2021. Issue 4. Pp. 166-170. DOI: <https://doi.org/0.46813/2021-134-166>
12. Brzhezitskiy V. O., Mihaylov V.M., Isakova A.V., Rudakov V.V. High voltage engineering and electrophysics: Kharkiv: NTU KhPI, Tornado, 2005. 930 p. (Ukr).
13. Korolev Yu. D., Mesyats G. A. Physics of Pulsed Breakdown in Gases. Ural Division of the Russian Academy of Sciences, 1998. 274 p. (Rus)
14. Razevig D.V. High Voltage Engineering. Khanna Publishers, 2011. 726 p.
15. Beyer M., Boeck W., Möller K., Zaengl W. Hochspannungstechnik. Theoretische und praktische Grundlagen. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1986. XIII, 362 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-61633-4>.
16. Babich L.P., Stankevich Yu.L. Criterion for the transition from the streamer mechanism of a gas discharge to continuous electron acceleration. *Journal of Technical Physics*. 1972. Vol. 42. No. 8. Pp. 1669-1679.
17. Mott N.F., Salley H.F.W. The Theory of Atomic Collisions. Clarendon Press, 1965. 858 p.
18. Meek J.M., Craggs J.D. Electrical Breakdown of Gases. Wiley, 1953. 507 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/qj.49708034425>
19. Loeb A.R.E. Fundamental Processes of Electrical Discharge in Gases. Literary Licensing, LL, 2013. 734 p. URL: <https://www.amazon.com/Fundamental-Processes-Electrical-Discharge-Gases/dp/1258598183> (accessed 02.11.2025)
20. Raether H. Electron Avalanches and Breakdown in Gases. London: Butterworths, 1964. 191 p.
21. Korn G., Korn T. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review. Dover Publications, Revised edition, 2000. 1152 p.
22. Rezyviih K.A. Calculation of electrostatic fields in high-voltage equipment. Moscow: Energiya, 1967. 120 p.

23. Aristov Yu. V., Bozhko I. V. On ozone generation in a positive streamer corona. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2003. No 1. Pp. 10-13. (Rus).

24. Vasetsky Yu.M. Electrophysical processes of electron avalanche development in the device of pulse barrier discharge in air. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2025. No 4. Pp. 3-19. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2025.04.003>.

УДК 517.523.9

УМОВИ ПОЯВИ ПОЗИТИВНОГО СТРИМЕРНОГО КОРОННОГО РОЗРЯДУ У ПОВІТРІ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ ВІСТРЯ ПРОТИ ПЛОЩИНИ

І.В. Божко¹ канд. техн. наук, **Ю.М. Васецький**¹ докт. техн. наук,

І.П. Кондратенко¹, чл.-кор. НАН України, **О.А. Машенко**²

¹Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна

²Національний університет харчових технологій,

вул. Володимирська, 68, Київ, 01601, Україна

e-mail: yuriy.vasetsky@gmail.com

Особливості позитивного стримерного коронного розряду, що характеризуються великою довжиною і часом існування кожного стримерного утворення, визначають його як одного з альтернативних шляхів потенційного технологічного застосування і характеризують актуальність досліджень у цьому напрямі. Метою роботи є визначення впливу геометричних характеристик вістря та напруги між електродами на величину областей, початок розвитку лавин електронів з яких призводить до їх перетворення у стримерну форму коронного розряду в повітрі за атмосферного тиску. Для електродних систем з вістря у формі гіперболоїду і параболоїду обертання, сфери і довгого циліндру розглянуто розподіл електричного поля і визначено об'єм областей, де поява ефективних початкових електронів призводить до їх розмноження до стадії лавинно-стримерного переходу. Встановлено, що на величину вказаних об'ємів окрім радіусів кривини кінцівок суттєвим чином впливає форма електроду поза частиною його поверхні з найменшим радіусом кривини. Показано, що незважаючи на менші значення максимального поля для гіперболічного вістря, величина об'єму появи ефективних початкових електронів може перевищувати величину об'єму для циліндричного і, тим більше, сферичного електродів того ж радіусу кривини кінцівок за однакового значенні міжелектродної напруги. Особливістю довгого вістря циліндричної форми є розповсюдження зони старту ефективних електронів на значну відстань вздовж бічної поверхні електроду. З порівняння різних електродних систем зроблено висновок, що вибір може виконуватися за величиною об'ємів появи ефективних електронів як кількісного показника, який враховує конфігурацію вістря, радіуси кінцівок і величину напруги. Бібл. 24, рис. 6.

Ключові слова: позитивна стримерна корона, електричне поле вістря проти площини, лавинно-стримерний перехід, показник ефективності появи стримерів.

Received 28.11.2025

Accepted 13.12.2025

АНАЛІЗ ПОНИЖУВАЛЬНО-ПІДВИЩУВАЛЬНИХ НЕІНВЕРТУЮЧИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДА УСЕРЕДНЕННЯ

Ю.В. Руденко*, докт. техн. наук
 Інститут електродинаміки НАН України,
 пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: rudenko@ied.org.ua.

Досліджено процеси у понижувально-підвищувальних неінвертуючих перетворювачах постійної напруги за елементарною топологією та за топологією Luo з позитивним виходом (PO Luo converter). З використанням метода усереднення на основі теорем Лагранжа розроблено аналітичні моделі та вирази для розрахунку і аналізу середніх, пульсаційних складових процесів у перетворювачах, включаючи пульсації вихідної напруги в режимах безперервної та переривчастої провідності у всьому діапазоні комутації. Розроблені аналітичні моделі дають змогу уточнити та спростити розрахунок процесів у перетворювачах відносно існуючих методів розрахунку. Визначено аналітичні умови, які дають змогу прогнозувати ступінь зменшення пульсацій вихідної напруги у PO Luo перетворювачі у порівнянні з базовою схемою. Отримано аналітичну та графічну залежності граничних значень параметрів PO Luo перетворювача у повному діапазоні комутації між режимами CCM та DCM, що дає можливість обґрунтовано обирати його параметри на стадії проектування. Результати імітаційного моделювання процесів у такому перетворювачі підтвердили коректність отриманих аналітичних співвідношень. Розбіжність результатів розрахунку процесів згідно отриманих аналітичних моделей та імітаційного моделювання не перевищує 1%. Бібл. 12, рис. 6, табл. 3.

Ключові слова: понижувально-підвищувальний перетворювач, перетворювач Luo з позитивним виходом (PO Luo converter), пульсації вихідної напруги, метод усереднення в просторі станів.

Напівпровідникові перетворювачі постійної напруги широко використовуються в джерелах живлення сучасного електротехнічного та електротехнологічного обладнання. Структура одного з найпростіших базових перетворювачів – інвертуючого перетворювача (рис. 1, а) або понижувально-підвищувального інвертуючого перетворювача (ПІ) – buck-boost inverting converter – є достатньо популярною у разі живлення електротехнічних пристроїв різного призначення з огляду на можливість регулювання вихідної напруги як нижче, так і вище вхідної напруги. Проте недоліком такої структури є інвертування вихідної напруги відносно вхідної, що обмежує сферу його використання. Огляд відомих структур перетворювачів постійної напруги [1–3] свідчить, що за рахунок певних змін схему базового ПІ можна привести до структури без інвертування вихідної напруги. Якщо в схемі ПІ (рис. 1, а) конденсатор $C1$ та діод $VD1$ поміняти місцями, отримана структура перетворювача (рис. 1, б) буде зберігати функцію регулювання вихідної напруги вище та нижче вхідної, тобто buck-boost технологію перетворення, проте без інвертування вихідної. За принципом роботи дана структура (рис. 1, б) є схемою найпростішого понижувально-підвищувального неінвертуючого перетворювача (НПІ). Однак, якщо в базовій схемі ПІ фільтрація вихідної напруги (виділення постійної складової за рахунок вихідного конденсатора $C1$) реалізується без проблем, то в схемі НПІ (рис. 1, б) функція фільтрації вихідної напруги відсутня, і потрібним є введення додаткової фільтруючої ланки. Схему понижувально-підвищувального неінвертуючого перетворювача з покращеною фільтрацією (НПІФ) за рахунок додаткового LC-фільтра показано на рис. 1, в. В технічній літературі ця структура згадується під назвою Luo перетворювач з позитивним виходом (Positive output Luo converter – PO Luo converter) [1, 4, 5] або Zeta перетворювач [6–8]. В подальшому дослідженні будемо дотримуватися назви PO Luo перетворювач. Незважаючи на велику

© Руденко Ю.В., 2026

* ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1852-215X>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

кількість методів та підходів дослідження перетворювачів постійної напруги [4–9], невисвітленими залишаються питання стосовно простих та зручних аналітичних моделей та співвідношень для розрахунку середніх та пульсаційних складових струмів та напруг на елементах перетворювачів, особливо пульсації вихідної напруги, в режимах безперервної та переривчастої провідності. Крім того, недостатньо висвітленим у технічній літературі є порівняльний кількісний аналіз властивостей понижувально-підвищувальних перетворювачів постійної напруги стосовно пульсації вихідної напруги. Аналіз та розрахунок традиційними методами процесів у напівпровідникових перетворювачах для визначення їхніх постійних і пульсаційних складових вимагає розв’язання диференціальних рівнянь, причому у більшості випадків рівнянь високих порядків. Під час використання існуючих методів розрахунку це призводить до значної кількості обчислювальних операцій та проміжних перетворень з використанням числових та матричних методів і часто дає результат у рекурентному вигляді. За їхнього використання жодним чином неможливо без додаткового розрахунку та обробки великих масивів інформації визначити поведінку характеристик перетворювача в діапазонах комутації та в інших діапазонах змінення внутрішніх параметрів, наприклад, визначити екстремуми характеристик та інші. До того ж, відомі методи не дають прямої відповіді під час зворотного аналізу параметрів перетворювача, коли необхідно розраховувати допустимі внутрішні параметри елементів за заданих зовнішніх характеристиках перетворювача.

Значно спростити розрахунок процесів в таких перетворювачах у порівнянні з існуючими методами та вдосконалити аналіз їхніх властивостей надає змогу метод усереднення в просторі станів на основі теорем Лагранжа [10], який дає можливість отримати аналітичні розрахункові моделі та співвідношення. Ці моделі дають змогу не тільки широкого узагальнення властивостей та характеристик процесів. Головне – вони дають можливість застосування методів математичного аналізу цих характеристик та одночасно забезпечують простоту використання без застосування громіздких проміжних обчислень, включаючи використання комп’ютерних засобів. **Тому метою** роботи є розробка математичних моделей задля визначення основних параметрів понижувально-підвищувальних неінвертуючих перетворювачів постійної напруги з використанням метода усереднення [10] та їхній порівняльний аналіз.

Задля порівняння характеристик перетворювачів рис. 1 розглянемо процеси у понижувально-підвищувальному неінвертуючому перетворювачі за схемою рис. 1, б, враховуючи, що процеси з урахуванням режимів роботи базової інвертуючої схеми рис. 1, а докладно висвітлено у роботі [11]. Під час аналізу даної структури рис. 1, б, як і наступної рис. 1, в, припускаємо, що силові перемикаючі елементи (керований ключ $S1$ і діод $VD1$) є ідеальними ключами, час їхнього перемикання дорівнює нулю; активні опори обмоток індукторів $L1$, $L2$ і внутрішній опір джерела електроживлення $U_{вх}$ дорівнюють нулю.

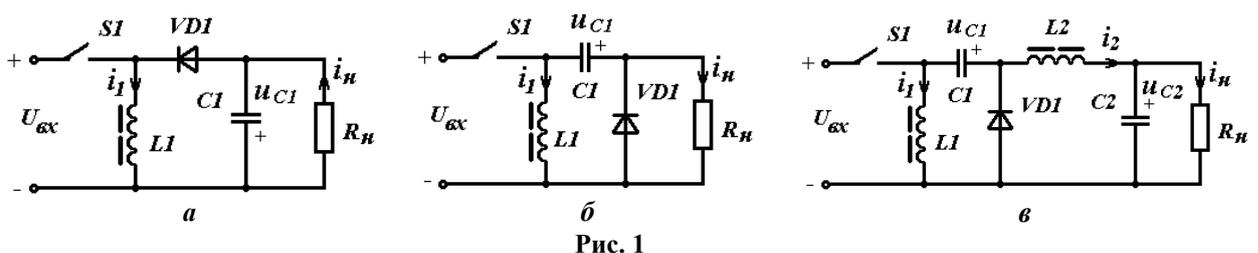


Рис. 1

У режимі безперервної провідності (CCM – continuous conduction mode) еквівалентні схеми заміщення перетворювача рис. 1, б на інтервалах роботи зображено на рис. 2, а, б – для інтервалів накопичення та віддачі енергії індуктором $L1$ відповідно.

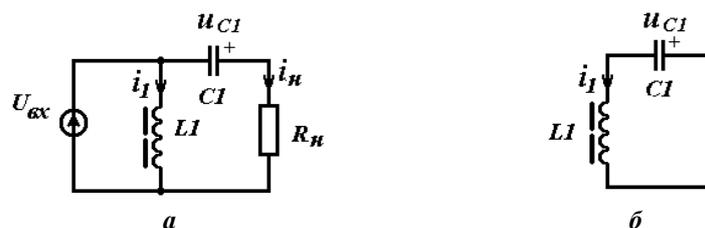


Рис. 2

Диференціальні рівняння, що описують процеси в схемах заміщення перетворювача рис. 1, б на відповідних інтервалах роботи, мають вигляд

$$\text{інтервал накопичення} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{di_1}{dt} = -u_{C1} + R_n C1 \frac{du_{C1}}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{інтервал віддачі} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = u_{C1} \\ i_1 = C1 \frac{du_{C1}}{dt} \end{cases}. \quad (2)$$

Використовуючи метод усереднення на основі теорем Лагранжа [10–12], перейдемо від отриманих диференціальних рівнянь (1), (2) до системи алгебраїчних рівнянь відносно приростів незалежних функцій на інтервалах комутації та їхніх середніх значень

$$\begin{cases} L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} = U_{\text{вх}}, \\ U_{\text{вх}} = -U_{C1} + R_n C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T_n}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T - T_n} = U_{C1}, \\ I_1 = I_{C1}^{(2)} = C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T - T_n}, \end{cases} \quad (3)$$

де ΔI_1 , ΔU_{C1} – приріст струму індуктора $L1$ та напруги на конденсаторі $C1$ на інтервалах комутації; I_1 – середній струм індуктора на періоді комутації T ; $I_{C1}^{(2)}$ – середній струм конденсатора на інтервалі віддачі енергії; U_{C1} – середня напруга конденсатора на періоді комутації; T_n – тривалість інтервалу накопичення.

Перетворимо систему (3) у рівняння з відносними змінними. Для цього перепишемо всі члени системи відносно величини вихідної напруги U_n та величини вихідного струму I_n . Введемо також наступні позначення: $\gamma = T_n/T$ – відносна тривалість інтервалу накопичення енергії – відкритого стану керованого ключа (відносна тривалість комутації); $\tau_1^* = L1/R_n T$ – відносна постійна часу контуру з елементами $L1$ і R_n ; $\tau_{C1}^* = C1 R_n / T$ – відносна постійна часу контуру з елементами $C1$ і R_n . Позначимо також відносні змінні: приросту струму індуктора $\Delta I_1^* = \Delta I_1 / I_n$, середнього струму індуктора $I_1^* = I_1 / I_n$, приросту напруги конденсатора $\Delta U_{C1}^* = \Delta U_{C1} / U_n$, середньої напруги на конденсаторі $U_{C1}^* = U_{C1} / U_n$, відношення вхідної та вихідної напруги $U_{II}^* = U_{\text{вх}} / U_n$. У такому разі система в базисі відносних змінних матиме вигляд

$$\begin{cases} \tau_1^* \frac{\Delta I_1^*}{\gamma} = U_{II}^*, \\ \tau_{C1}^* \frac{\Delta U_{C1}^*}{\gamma} = U_{II}^* + U_{C1}^*, \\ \tau_1^* \frac{\Delta I_1^*}{1 - \gamma} = U_{C1}^*, \\ I_1^* = \frac{\tau_{C1}^* \Delta U_{C1}^*}{(1 - \gamma)}. \end{cases} \quad (4)$$

Розв'язуючи отриману систему алгебраїчних рівнянь (4), запишемо параметри процесів у понижувально-підвищувальному неінвертуючому перетворювачі для режиму ССМ

$$\Delta I_1^* = \Delta I_1 / I_n = (1 - \gamma) / \tau_1^*, \quad I_1^* = I_1 / I_n = 1 / (1 - \gamma), \quad \Delta U_{C1}^* = \Delta U_{C1} / U_n = 1 / \tau_{C1}^*,$$

$$U_{C1}^* = U_{C1} / U_n = 1, \quad U_{\Pi}^* = U_{\text{вх}} / U_n = (1 - \gamma) / \gamma. \quad (5)$$

Запишемо отримані результати (5) в абсолютних величинах, враховуючи, що прирости на періоді комутації струму індуктора та напруги на конденсаторі дорівнюють пульсації цих величин

$$\Delta I_1 = \gamma U_{\text{вх}} / (\tau_1^* R_n), \quad I_1 = \gamma U_{\text{вх}} / ((1 - \gamma)^2 R_n), \quad \Delta U_{C1} = \gamma U_{\text{вх}} / ((1 - \gamma) \tau_{C1}^*), \quad U_{C1} = \gamma U_{\text{вх}} / (1 - \gamma). \quad (6)$$

Запишемо величину середньої напруги на навантаженні

$$U_n = \gamma U_{\text{вх}} / (1 - \gamma), \quad (7)$$

а величини пульсації вихідної напруги відповідно

$$U_{\text{рн}} = U_{\text{вх}} / (1 - \gamma). \quad (8)$$

В такому разі коефіцієнт пульсації вихідної напруги перетворювача по схемі рис. 1, б розраховується згідно виразу

$$K_{\text{рн}} = U_{\text{рн}} / U_n = 1 / \gamma. \quad (9)$$

Система математичних співвідношень (4)–(6), (9) являє собою математичну модель елементарного неінвертуючого понижувально-підвищувального перетворювача рис. 1, б, яка описує параметри процесів у ньому. З виразу (9) випливає, що у всьому діапазоні комутації коефіцієнт пульсації вихідної напруги понижувально-підвищувального неінвертуючого перетворювача рис. 1, б завжди сягає величин більше ніж 100% незалежно від параметрів реактивних елементів, що є неприйнятним для його використання у більшості застосувань. Проте, ця топологія перетворювача є стартовою для подальшого удосконалення процесів.

Дослідимо процеси у перетворювачі по схемі рис. 1, в (РО Luo перетворювачі), яка набуває такої конфігурації у разі використання додаткового вихідного L2C2-фільтра в схемі рис. 1, б. Еквівалентні схеми заміщення даного РО Luo перетворювача на інтервалах роботи зображено на рис. 3. Режиму безперервної провідності (CCM – continuous conduction mode) відповідає схема рис. 3, а (інтервал накопичення енергії) та схема рис. 3, б (інтервал віддачі енергії). Режиму переривчастої провідності (DCM – discontinuous conduction mode) відповідають схеми рис. 3, а, рис. 3, б та рис. 3, в (інтервал відсікання енергії, коли всі перемикаючі елементи закриті).

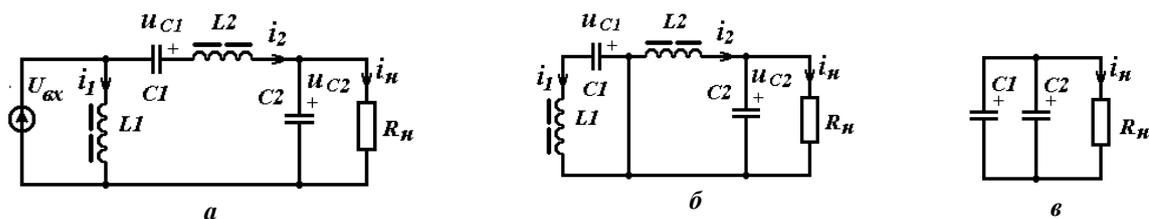


Рис. 3

Діаграми процесів у РО Luo перетворювачі зображено на рис. 4 та відповідають вказаним режимам: ССМ (рис. 4, а) та DCM (рис. 4, б).

На діаграмах показано часові залежності струмів індукторів i_1 , i_2 , струму вихідного конденсатора i_{C2} та напруги на вихідному конденсаторі u_{C2} , а також струму діода i_{VD1} . На діаграмах позначено: T_n – тривалість інтервалу накопичення енергії в індукторі; T_e – тривалість інтервалу віддачі енергії; $T_{\text{вс}}$ – тривалість інтервалу відсікання енергії; S_C , S_D – позначення задля визначення ампер-секундних площ струмів вихідного конденсатора у розрахунку пульсацій вихідної напруги перетворювача у відповідних режимах ССМ, DCM.

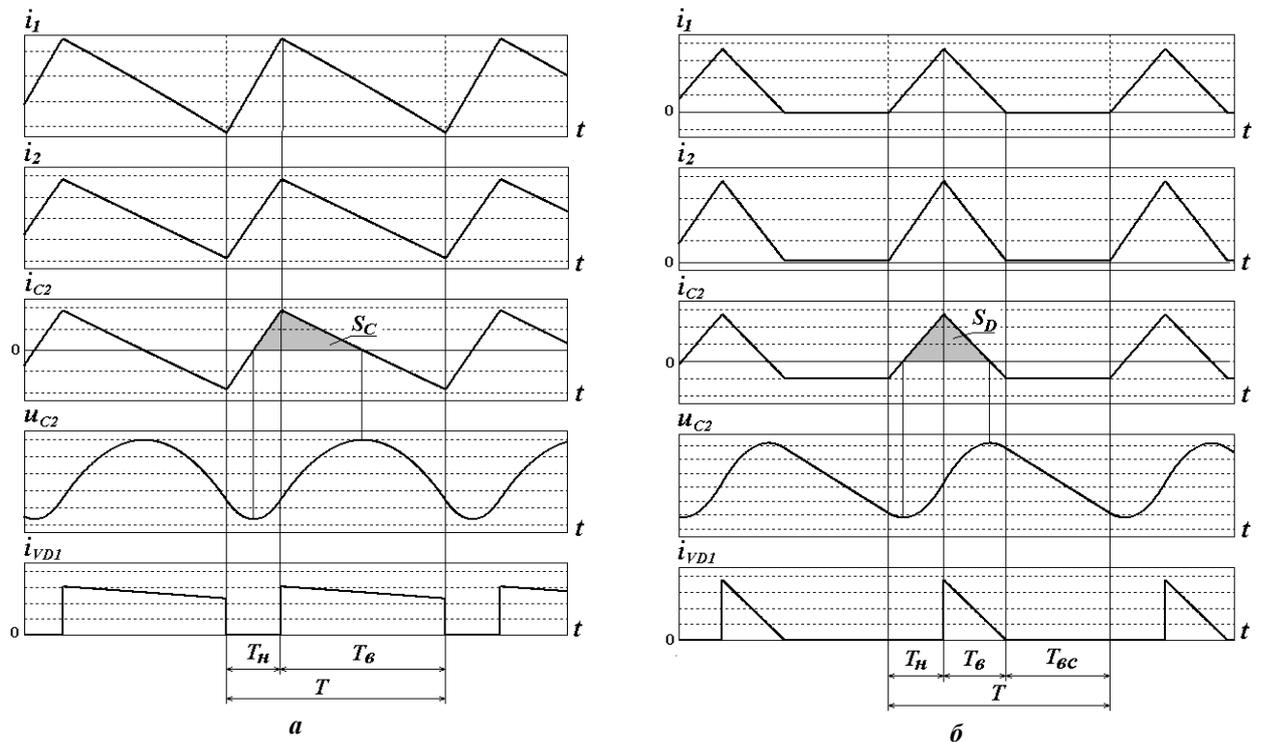


Рис. 4

Запишемо відповідно до еквівалентних схем заміщення системи диференціальних рівнянь, що описують процеси в перетворювачі на інтервалах накопичення та віддачі енергії індуктором в режимі ССМ

$$\left\{ \begin{array}{l} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{di_1}{dt} + u_{C1} = L2 \frac{di_2}{dt} + u_{C2}, \\ C1 \frac{du_{C1}}{dt} = i_2, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} L1 \frac{di_1}{dt} = u_{C1}, \\ L2 \frac{di_2}{dt} = u_{C2}, \\ C1 \frac{du_{C1}}{dt} = i_1. \end{array} \right. \quad (10)$$

Перейдемо до системи алгебраїчних рівнянь відносно приростів незалежних функцій на інтервалах комутації та їхніх середніх значень, використовуючи метод усереднення на основі теорем Лагранжа до отриманих диференціальних рівнянь (10)

$$\left\{ \begin{array}{l} L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} + U_{C1} = L2 \frac{\Delta I_2}{T_n} + U_{C2}, \\ C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T_n} = I_2, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T - T_n} = U_{C1}, \\ L2 \frac{\Delta I_2}{T - T_n} = U_{C2}, \\ C1 \frac{\Delta U_{C1}}{T - T_n} = I_1, \end{array} \right. \quad (11)$$

де $\Delta I_1, \Delta I_2, \Delta U_{C1}$ – прирости струмів індукторів $L1, L2$ та напруги на конденсаторі $C1$ на інтервалах комутації, I_1, I_2 – середні струми індукторів на періоді комутації T ; U_{C1}, U_{C2} – середні напруги на конденсаторах $C1, C2$ на періоді комутації.

В результаті розв’язання даної системи алгебраїчних рівнянь з урахуванням співвідношення $I_2 = U_{\text{вх}}/R_n$ та раніше прийнятих позначень запишемо наступні вирази в базисі відносних змінних для параметрів процесів у РО Luo перетворювачі в режимі CCM:

$$\Delta I_1^* = \Delta I_1/I_n = (1-\gamma)/\tau_1^*, I_1^* = I_1/I_n = \gamma/(1-\gamma), \Delta I_2^* = \Delta I_2/I_n = (1-\gamma)/\tau_2^*, I_2^* = I_2/I_n = 1, \quad (12)$$

$$\Delta U_{C1}^* = \Delta U_{C1}/U_{C2} = \gamma/\tau_{C1}^*, U_{C1}^* = U_{C1}/U_{C2} = 1, U_{\text{вх}}/U_n = (1-\gamma)/\gamma,$$

де $\tau_2^* = L2/R_n T$.

У базисі абсолютних значень отримані вирази для параметрів процесів виглядають наступним чином:

$$\Delta I_1 = \gamma U_{\text{вх}}/(\tau_1^* R_n), I_1 = \gamma^2 U_{\text{вх}}/((1-\gamma)^2 R_n), \Delta I_2 = \gamma U_{\text{вх}}/(\tau_2^* R_n), I_2 = \gamma U_{\text{вх}}/((1-\gamma) R_n), \quad (13)$$

$$\Delta U_{C1} = \gamma U_{\text{вх}}/((1-\gamma)\tau_{C1}^*), U_{C1} = \gamma U_{\text{вх}}/(1-\gamma), U_n = U_{C2} = \gamma U_{\text{вх}}/(1-\gamma).$$

Отримані співвідношення (12), (13) є математичною моделлю перетворювача за схемою рис. 1, в, які дають змогу перейти до розрахунку пульсації вихідної напруги у режимі CCM. Пульсацію вихідної напруги $U_{\text{рн}} = U_{\text{рC2}}$ визначимо, використовуючи ампер-секундну площу струму i_{C2} заряду конденсатора $C2$ на ділянці напівперіоду комутації перетворювача (рис. 4, а, площа фігури S_C помічена сірим кольором та обмежена функцією струму i_{C2}). У такому разі пульсація напруги конденсатора $C2$ та вихідна напруга визначаються таким чином:

$$U_{\text{рC2}} = \frac{1}{C2} \int_0^{T/2} i_{C2} dt = \frac{S_C}{C2}, \quad \text{де } S_C = \frac{\Delta I_2 T}{8}.$$

Тому, використовуючи формулу для визначення приросту струму ΔI_2 з виразів (13), отримаємо співвідношення для розрахунку пульсації вихідної напруги РО Luo перетворювача у режимі CCM

$$U_{\text{рн}} = \frac{\gamma T^2 U_{\text{вх}}}{8L2C2}. \quad (14)$$

Коефіцієнт пульсації вихідної напруги запишемо у наступному вигляді:

$$K_{\text{рн}} = \frac{U_{\text{рн}}}{U_n} = \frac{(1-\gamma)^2}{8L2C2}. \quad (15)$$

Розглянемо залежність параметрів РО Luo перетворювача, що визначає границю між режимами CCM та DCM. Умовою існування режиму CCM є перевищення середнім значенням струму I_{VD} діода $VD1$ на інтервалі віддачі енергії половини величини його приросту ΔI_{VD} на цьому інтервалі. Враховуючи те, що середній струм діода $VD1$ на зазначеному інтервалі дорівнює сумі середніх струмів індукторів I_1 та I_2 , а приріст струму діода дорівнює сумі приростів струмів індукторів ΔI_1 та ΔI_2 , запишемо вираз для граничного стану між CCM та DCM

$$I_1 + I_2 = \frac{\Delta I_1 + \Delta I_2}{2}.$$

Підставляючи у даний вираз значення параметрів з формул (13), отримаємо в кінцевому варіанті функціональну залежність граничної величини відносної постійної часу $\tau_{\text{еб}}^*$ РО Luo перетворювача у діапазоні комутації γ , зменшення якої призводить до появи режиму DCM

$$\tau_{\text{еб}}^* = \frac{L_e}{R_n T} = \frac{(1-\gamma)^2}{2}, \quad \text{де } L_e = \frac{L1L2}{L1+L2}. \quad (16)$$

Розглянемо процеси РО Luo перетворювача у режимі DCM. Під час аналізу замінимо конденсатори $C1, C2$ відповідними джерелами постійної напруги U_{C1} та U_{C2} , припускаючи, що пульсації напруги на цих конденсаторах є нехтувано малими в порівнянні з їхніми середніми

значеннями. Це припущення є необхідним задля спрощення застосування метода усереднення для аналізу через неоднаковість приростів напруги на конденсаторах на інтервалах комутації для заміни їх однією незалежною змінною на періоді комутації (рис. 4, б). Застосований у даному аналізі метод усереднення на основі теорем Лагранжа доступний для процесів з однаковими приростами функцій та їхніми середніми значеннями на інтервалах. Тому, необхідну величину пульсації вихідної напруги, що дорівнює пульсації напруги на вихідному конденсаторі C_2 , знайдемо застосовуючи визначення ампер-секундної площі струму вихідного конденсатора.

Диференціальні рівняння, що описують процеси у РО Luo перетворювачі у режимі DCM, виглядають наступним чином:

$$\text{інтервал накопичення} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{di_1}{dt} + U_{C1} = L2 \frac{di_2}{dt} + U_{C2}, \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{інтервал віддачі} \quad \begin{cases} L1 \frac{di_1}{dt} = U_{C1}, \\ L2 \frac{di_2}{dt} = U_{C2}. \end{cases} \quad (18)$$

Застосовуючи метод усереднення на основі теорем Лагранжа до отриманих диференціальних рівнянь (17) та (18), отримаємо систему алгебраїчних рівнянь, доповнюючи її співвідношенням про середній струм навантаження, що дорівнює середньому струму діода $VD1$ на інтервалі віддачі тривалістю T_e . Це робить систему алгебраїчних рівнянь повною для отримання єдиного розв'язку

$$\begin{cases} L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} = U_{\text{вх}}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T_n} + U_{C1} = L2 \frac{\Delta I_2}{T_n} + U_{C2}, \\ L1 \frac{\Delta I_1}{T_e} = U_{C1}, \\ L2 \frac{\Delta I_2}{T_e} = U_{C2}, \\ \frac{(\Delta I_1 + \Delta I_2) T_e}{2T} = \frac{U_{C2}}{R_n}. \end{cases} \quad (19)$$

Розв'язком системи (19) є наступні вирази, які дають змогу розрахувати пульсаційні та середні складові процесів у РО Luo перетворювачі у режимі DCM у відносному та абсолютному вимірах відповідно

$$\Delta I_1^* = \Delta I_1 / I_n = \sqrt{2\tau_e^* / \tau_1^*}, \quad \Delta I_2^* = \Delta I_2 / I_n = \sqrt{2\tau_e^* / \tau_2^*}, \quad U_{\text{вх}} / U_{C1} = U_{\text{вх}} / U_{C2} = \sqrt{2\tau_e^*} / \gamma, \quad (20)$$

$$\Delta I_1 = \gamma U_{\text{вх}} / (\tau_1^* R_n), \quad \Delta I_2 = \gamma U_{\text{вх}} / (\tau_2^* R_n), \quad U_{C1} = U_{C2} = \gamma U_{\text{вх}} / \sqrt{2\tau_e^*}, \quad T_e = T \sqrt{2\tau_e^*}. \quad (21)$$

Пульсацію вихідної напруги перетворювача РО Luo визначимо, враховуючи ампер-секундну площу струму конденсатора C_2 за його позитивних значеннях (фігура з площею S_D , що обмежується струмом i_{C2} , відмічена сірим кольором рис. 4, б)

$$S_D = \frac{(\Delta I_2 - \Delta I_n)(T_n - T_1 + T_2)}{2}, \quad \text{де } T_1 = \frac{I_n T_n}{\Delta I_2}, \quad T_2 = \frac{(\Delta I_2 - I_n) T_e}{\Delta I_2}.$$

Використовуючи знайдені в (21) співвідношення, розрахуємо остаточно величину пульсації вихідної напруги перетворювача РО Luo в режимі DCM

$$U_{pH} = \frac{1}{C2} \int_{T_1}^{T_2} i_{C2} dt = \frac{S_D}{C2}$$

або у завершеному вигляді

$$U_{pH} = \frac{U_{вх} T^2 \gamma}{2L2C2} \left(1 - \frac{\tau_2^*}{\sqrt{2\tau_2^*}} \right)^2 \sqrt{2\tau_2^*} \quad (22)$$

та коефіцієнт пульсації вихідної напруги

$$K_{pH} = \frac{U_{pH}}{U_H} = \frac{T^2 \sqrt{\tau_2^* \tau_e^*}}{L2C2} \left(1 - \frac{\tau_2^*}{\sqrt{2\tau_2^*}} \right)^2. \quad (23)$$

Отримані співвідношення (20) – (23) є математичною моделлю перетворювача РО Luo в режимі DCM.

Таким чином, з використанням методу усереднення на основі теорем Лагранжа отримано прості математичні моделі (аналітичні співвідношення) для розрахунку пульсаційних та середніх значень струмів та напруги перетворювача РО Luo в режимах безперервної та переривчастої провідності. Це надає можливість розрахувати графічні залежності величини пульсації та коефіцієнта пульсації вихідної напруги перетворювача РО Luo в діапазоні комутації для вказаних режимів (рис. 5 а та 5, б відповідно). Вказані залежності розраховані для значень $U_{вх} = 300$ В, $L1 = 2$ мГн, $L2 = 2$ мГн, $C1 = 10$ мкФ, $C2 = 50$ мкФ, $T = 50$ мкс. Точками «1» та «2» на рис. 5, а, б виділено граничні значення відносної тривалості інтервалу накопичення енергії γ_b , що відповідають переходу між режимами ССМ та DCM у відповідності до співвідношення (16): $\gamma_b(\langle 1 \rangle) = 0,553$ за $\tau_2^* = 0,2$, $\gamma_b(\langle 2 \rangle) = 0,225$ – за $\tau_2^* = 0,6$. Достовірність результатів розрахунків підтверджено за допомогою імітаційного моделювання процесів у перетворювачі в указаних режимах з використанням пакету PSim. В табл. 1 наведено результати розрахунку за розробленими аналітичними співвідношеннями (АМ) і за допомогою імітаційного моделювання (ІМ) для декількох значень γ в діапазоні комутації при значенні $\tau_2^* = 0,2$.

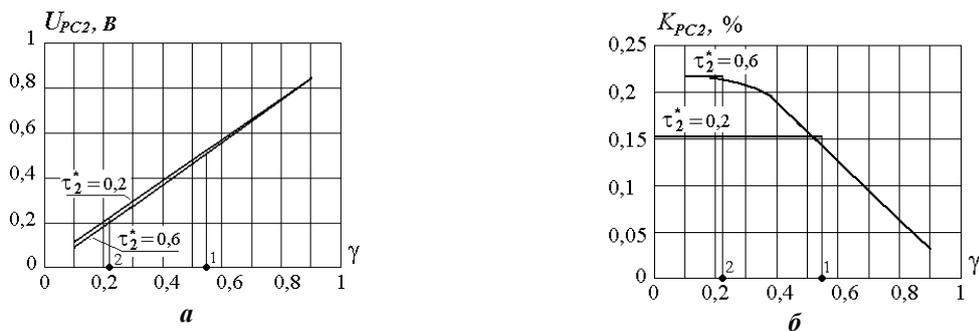


Рис. 5

Таблиця 1

γ	0,1		0,3		0,5		0,7		0,9	
	АМ	ІМ	АМ	ІМ	АМ	ІМ	АМ	ІМ	АМ	ІМ
U_{PC2} , В	0,111	0,11	0,33	0,33	0,554	0,493	0,656	0,658	0,845	0,847
U_{C2} , В	67,082	67,078	201,25	201,27	335,41	335,65	700,0	700,64	2700	2702
K_{PC2} , %	0,154	0,153	0,154	0,153	0,154	0,142	0,093	0,093	0,031	0,031

Розбіжність результатів розрахунків за двома вказаними способами в режимі ССМ не перевищує 1% за винятком області поблизу граничних значень γ стосовно залежностей для коефіцієнтів пульсації вихідної напруги, де вона вище та обумовлена прийнятими припущеннями під час розробки математичної моделі перетворювача в режимі DCM. Проте, ця розбіжність поблизу границі між режимами є не суттєвою на фоні доволі низьких значень коефіцієнтів пульсації на рівні

менше 0,5 %, не суперечить основним тенденціям їх змінення та стосується лише вказаного параметра. Решта параметрів процесів розраховується за розробленими співвідношеннями з розбіжністю також не більше 1% в порівнянні з імітаційним моделюванням.

В табл. 2 подано результати розрахунку для декількох з режимів, досліджених під час виконання роботи. В режимі ССМ використовувалося значення $R_H = 10$ Ом, в режимі DCM – $R_H = 100$ Ом за вказаної вище решті значень індуктивностей та ємностей елементів, вхідної напруги та періоду комутації перетворювача.

Таблиця 2

Параметр	АМ	ІМ	Відносна різниця, %	
ССМ	$\Delta I_1, A$	1,875	1,86	0,8
	$\Delta I_2, A$	1,875	1,86	0,8
	$\Delta U_{c1}, B$	12,5	12,46	0,3
	I_1, A	3,33	3,35	0,6
	I_2, A	10	10	0
	U_{c1}, B	100	99,7	0,3
	U_{c2}, B	100	99,7	0,3
DCM	$\Delta I_1, A$	1,875	1,86	0,8
	$\Delta I_2, A$	1,875	1,86	0,8
	U_{c1}, B	118,58	118,58	0
	U_{c2}, B	118,58	118,58	0
	$T_{\theta}, мкс$	31,62	31,3	1,0

Проаналізуємо процеси у перетворювачі РО Luo та дослідимо ефект зменшення пульсацій вихідної напруги в цьому пристрої у порівнянні з базовою схемою рис. 1, а за рахунок фільтра $L2C2$ за однакових $L1C1$. Для цього розглянемо співвідношення величини пульсації вихідної напруги та її коефіцієнта пульсації R_p з урахуванням розроблених аналітичних співвідношень в режимі ССМ. Згідно результатів роботи [11] величина пульсації вихідної напруги у базовій схемі інвертуючого перетворювача дорівнює

$$U_{pC1}^{bb} = \frac{\gamma^2 U_{вх} T}{(1-\gamma) C1^{bb} R_H}, \text{ де } C1^{bb} \text{ – ємність вихідного конденсатора.}$$

Використовуючи вираз (14) для пульсації вихідної напруги РО Luo перетворювача, запишемо співвідношення R_p

$$R_p = \frac{U_{pC1}^{bb}}{U_{pC2}^{po}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} \cdot \frac{8L2C2}{C1^{bb} R_H T},$$

де U_{pC2}^{po} – величина пульсації вихідної напруги РО Luo перетворювача.

Вважаючи, що величини ємностей вихідних конденсаторів у перетворювачах дорівнюють одна одній $C1^{bb} = C2$, запишемо остаточне співвідношення

$$R_p = \gamma(1-\gamma)^{-1} \cdot 8\tau_2^*. \quad (24)$$

Слід додати, що отриманий вираз (24) має такий самий вигляд і для співвідношення коефіцієнтів пульсацій вихідної напруги.

Графічне зображення даних залежностей R_p подано на рис. 6, а за різних значень τ_2^* .

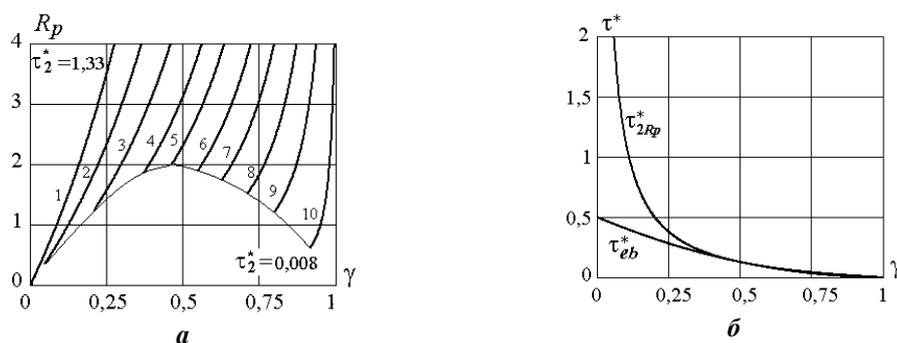


Рис. 6

Відповідність величин постійної часу τ_2^* до номеру графіків вказана в табл. 3.

У табл. 3 подано також граничні величини відносної тривалості комутації γ_b між режимами ССМ і DCM, а також величини співвідношення R_p в граничних точках γ_b для відповідної величини τ_2^* . На рис. 6, б показано графічну залежність $\tau_{2Rp}^* = (1-\gamma)/(8\gamma)$, яка відповідає значенням τ_2^* , коли

співвідношення R_p дорівнює одиниці, та графік граничних значень τ_{eb}^* в діапазоні комутації γ між режимами CCM та DCM.

Таблиця 3

Номер графіка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R_u	30	45	66,7	100	135	200	300	500	1000	5000
γ_b	-	0,06	0,22	0,37	0,46	0,55	0,63	0,71	0,8	0,91
τ_2^*	1,33	0,89	0,6	0,4	0,3	0,2	0,13	0,08	0,04	0,008
R_{pb}	-	0,43	1,4	1,86	1,98	1,97	1,85	1,62	1,28	0,65

Аналіз залежностей рис. 6, а показує, що в схемі PO Luo перетворювача за рахунок додаткової ланки $L2C2$ фільтра зменшується величина пульсації вихідної напруги у порівнянні з базовою схемою інвертуючого перетворювача в десятки разів в діапазоні від $\tau_2^* = 0,04$ до $\tau_2^* = 0,6$ в режимі CCM за однакових величинах вихідних ємностей $C1^{bb} = C2$. Розрахунки показали, що в режимі DCM співвідношення вихідних пульсацій напруги у вказаних перетворювачах дорівнює одиниці.

Таким чином проілюстровано, що заміна місцями елементів $C1$, $VD1$ у базовій buck-boost топології III та введення додаткового фільтра $L2C2$ за однакових величинах вихідних ємностей $C1^{bb} = C2$ призводить до суттєвих змін у властивостях перетворювача у разі збереження характеру регульовальної характеристики, яка відображає buck-boost технологію перетворення:

- відсутності інвертування вихідної напруги;
- зменшення пульсацій вихідної напруги в десятки разів в широкому діапазоні значень $L2$ в режимі CCM.

Висновки.

1. Розроблено нові математичні моделі для розрахунку неінвертуючих понижувально-підвищувальних перетворювачів постійної напруги за елементарною топологією та за топологією PO Luo в режимах безперервної та переривчастої провідності, які сприяють спрощенню розрахунків перетворювачів відносно існуючих методів розрахунку та дають можливість реалізувати необхідні вихідні параметри перетворювачів за заданих обмеженнях на величини пульсацій на реактивних елементах.

Отримано аналітичну та графічну залежності граничних значень параметрів PO Luo перетворювача у повному діапазоні комутації між режимами CCM та DCM, що дає можливість обґрунтовано обирати його параметри на стадії проектування.

З огляду на відсутність подібних результатів у відомих сучасних наукових працях, отримані в даній роботі аналітичні співвідношення та моделі обумовлюють їхню наукову новизну та практичну цінність.

2. Продемонстровано вплив змінення топології перетворювача на основі buck-boost технології перетворення від базового інвертуючого до неінвертуючого типу з покращеною фільтрацією вихідної напруги (PO Luo перетворювача) на його властивості. Дана топологія PO Luo перетворювача сприяє більшому застосуванню перетворювачів з buck-boost технологією в задачах, коли інвертування вихідної напруги є небажаним або зайвим.

Розраховано діапазон зменшення пульсацій вихідної напруги PO Luo перетворювача відносно базової топології при збереженні рівності величин ємностей вихідних конденсаторів. Отриманий результат порівняння пульсацій вихідної напруги перетворювачів є корисним під час їхнього проектування завдяки можливості кількісного прогнозування впливу вихідного фільтра на величину пульсацій.

Роботу виконано за держбюджетною темою "Розвиток теорії та принципів побудови енергоєфективних високочастотних напівпровідникових перетворювачів модульної структури для потужних систем живлення електротехнологічного обладнання з нестационарним навантаженням" (Джерело-4), державний реєстраційний номер роботи 0124U00039. КПКВК 6541030.

1. Luo F.L., Ye H. Power Electronics. Advanced Conversion Technologies, Second Edition. Taylor & Francis, 2020. 707 p.
2. Siddharthan N., Balasubramanian B. Performance evaluation of SEPIC, Luo and ZETA converter. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2019. Vol. 10. No 1. Pp. 374-380. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v10.i1.pp374-380>.
3. Forouzesh M., Siwakoti Y.P., Gorji S.A., Blaabjerg F., Lehman B. Step-up DC–DC converters: a comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2017. Vol. 32. No 12. Pp. 9143-9178. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2017.2652318>.
4. Ibrahim A. Performance evaluation of PI controller for positive output Luo converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System*. 2020. Vol. 11. No 4. Pp. 1816-1825. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v11.i4.pp1816-1825>.
5. Bright S.J.V., Ramkumar S., Anand H. Positive output elementary Luo converter for fixed-frequency ZVS operation. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*. 2017. Vol. 65. No 2. Pp. 255-262. DOI: <https://doi.org/10.1515/bpasts-2017-0029>.
6. Banaei M.R., Bonab H.A.F. A High Efficiency Nonisolated Buck–Boost Converter Based on ZETA Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020. Vol. 67. No 3. Pp. 1991-1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2019.2902785>.
7. Bindi M., Corti F., Grasso F., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M.C. Failure Prevention in DC–DC Converters: Theoretical Approach and Experimental Application on a Zeta Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2023. Vol. 70. No 1. Pp. 930-939. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2022.3153827>.
8. Oommen S., Ballaji A., Ankaiah B., Ananda M.H. Zeta Converter Simulation for Continuous Current Mode Operation. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. 2019. Vol. 10. No1. Pp. 243-248.
9. Жуйков В.Я., Денисюк С.П., Мельничук Г.В. Моделивання систем з перетворювачами електроенергії з циклічно-змінюваними параметрами. Київ: Наш формат, 2018. 165 с.
10. Руденко Ю.В. Способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 3. С. 42-48. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.042>.
11. Руденко Ю.В., Мартинов Д.В. Розрахунок інвертуючого перетворювача постійної напруги з урахуванням режимів роботи методом усереднення. *Праці Інституту електродинаміки НАН України*. 2025. Вип. 70. С. 58-69. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.70.058>.
12. Руденко Ю.В. Розрахунок перетворювачів постійної напруги в режимах переривчастої провідності з використанням метода усереднення на основі теорем Лагранжа. *Технічна електродинаміка*. 2023. № 4. С. 19-25. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.19>.

ANALYSIS OF NON-INVERTING DC VOLTAGE BUCK-BOOST CONVERTERS USING THE AVERAGING METHOD

Yu.V. Rudenko

**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.**

E-mail: rudenko@ied.org.ua.

The processes in non-inverting DC-DC buck-boost converters were investigated: using the elementary topology and the positive output Luo topology (PO Luo converter). Using the averaging method based on Lagrange theorems, analytical models and expressions have been developed for calculating and analyzing the average, pulsating components of processes in converters, including output voltage pulsations in continuous and discontinuous conduction modes across the entire switching range. The developed analytical models allow us to refine and simplify the calculation of processes in converters relative to existing calculation methods. Analytical conditions have been developed that allow predicting the degree of reduction in output voltage ripple in the PO Luo converter compared to the base circuit. Analytical and graphical dependence on the limiting values of the parameters of PO Luo converter in full commutation range between CCM and DCM modes was obtained, which makes it possible to reasonably choose its parameters at the design stage. The results of simulation modeling of processes in the PO Luo converter confirmed the correctness of the developed analytical relationships. The discrepancy between the results of process calculations according to the developed analytical models and simulation modeling does not exceed 1%. References 12, figures 6, tables 3.

Key words: buck-boost converter, positive output Luo converter (PO Luo converter), output voltage ripple, state space averaging method.

1. Luo F.L., Ye H. Power Electronics. Advanced Conversion Technologies, Second Edition. Taylor & Francis, 2020. 707 p.
2. Siddharthan N., Balasubramanian B. Performance evaluation of SEPIC, Luo and ZETA converter. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2019. Vol. 10. No 1. Pp. 374-380. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v10.i1.pp374-380>.
3. Forouzesh M., Siwakoti Y.P., Gorji S.A., Blaabjerg F., Lehman B. Step-up DC–DC converters: a comprehensive review of voltage-boosting techniques, topologies, and applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2017. Vol. 32. No 12. Pp. 9143-9178. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2017.2652318>.
4. Ibrahim A. Performance evaluation of PI controller for positive output Luo converter. *International Journal of Power Electronics and Drive System*. 2020. Vol. 11. No 4. Pp. 1816-1825. DOI: <https://doi.org/10.11591/ijpeds.v11.i4.pp1816-1825>.
5. Bright S.J.V., Ramkumar S., Anand H. Positive output elementary Luo converter for fixed-frequency ZVS operation. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*. 2017. Vol. 65. No 2. Pp. 255-262. DOI: <https://doi.org/10.1515/bpasts-2017-0029>.
6. Banaei M.R., Bonab H.A.F. A High Efficiency Nonisolated Buck–Boost Converter Based on ZETA Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020. Vol. 67. No 3. Pp. 1991-1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2019.2902785>.
7. Bindi M., Corti F., Grasso F., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M.C. Failure Prevention in DC–DC Converters: Theoretical Approach and Experimental Application on a Zeta Converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2023. Vol. 70. No 1. Pp. 930-939. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2022.3153827>.
8. Oommen S., Ballaji A., Ankaiah B., Ananda M.H. Zeta Converter Simulation for Continuous Current Mode Operation. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. 2019. Vol 10. No1. Pp. 243-248.
9. Zhuikov V.Ya., Denisyuk S.P., Melnichuk G.V. Modeling of systems with power converters with cyclically changing parameters. Kyiv: Nash Format, 2018. 165 p. (Ukr)
10. Rudenko Yu.V. Mode of averaging of pulse DC converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 3. Pp. 42-48. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.042>. (Rus)
11. Rudenko Yu.V., Martynov D.V. Calculation of the buck-boost dc converter taking into account the operation modes by averaging method. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2025. Vyp/ 70. Pp. 58-64. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2025.70.058>. (Ukr)
12. Rudenko Yu.V. Calculation of DC converters in discontinuous conduction mode using the averaging method based on Lagrange theorem. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2023. No 4. Pp. 19-25. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2023.04.19>. (Ukr)

Надійшла 02.07.2025
 Прийнята 23.10.2025

IMPROVEMENT OF THE COMPUTER SIMULATION MODEL OF A FREQUENCY-REGULATED INDUCTION MOTOR IN THE MATLAB SOFTWARE PACKAGE**V.O. Volkov*****Zaporizhzhia Polytechnic National University,
64, Universytetska Str., Zaporizhzhia, 69063, Ukraine,
e-mail: green_stone@ukr.net.**

The article is devoted to improving the well-known computer simulation model of a three-phase squirrel-cage induction motor with frequency control (which is present in the MATLAB software package). This improvement the simulation model consists in expanding its functionality (in particular, carrying out a refined calculation of the instantaneous values of all types of basic power losses, basic active power consumption, and energy indicators of the motor) and increasing the precision of finding the instantaneous values of the basic harmonic components of the motor's phase stator currents in steady-state and start-braking modes. This task was solved by supplementing the abovementioned well-known model from the MATLAB software package with refined analytical dependencies for calculating the main energy parameters of a frequency-regulated induction motor and as because of obtaining new refined analytical calculation dependencies for determining the instantaneous value of the modulus of the generalized stator current vector of this motor. To confirm the capacity for work of the improved computer simulation model, the following parameters were calculated using it (for a squirrel-cage induction motor loaded with a centrifugal fan) in steady and start-braking modes of the motor: its basic power losses and basic active power consumption, efficiency and power coefficients. The practical value of the improved computer simulation model consists in increasing the precision of calculating the electromagnetic and energy processes of a frequency-regulated induction motor in steady and start-braking modes under scalar control. References 18, figures 4, tables 2.

Keywords: induction motor, frequency regulation, computer simulation model, electromagnetic and energy processes.

Introduction. Considering the widespread use of frequency-regulated (f-r) squirrel-cage induction motors (IM) in various industries today and taking into account the rising cost of electricity in the world and Ukraine, it has become relevant and in demand in practice to refine the definition and study of the energy characteristics of these motors. It is particularly important now to create computer simulation models (CSM) for research energy processes in these motors, since these computer models (unlike direct experimental research) allow for the rapid and relatively less labor-intensive to optimize of the control of IM operating modes in operation, thereby reducing overall power losses or minimizing the power consumption of these motors in the steady and start-braking modes.

Currently, the most well-known and widely used in practice is the IM computer simulation model, which is presented in the Simulink library of the MATLAB software package [1]. It should be noted that according to international standards: IEEE112 for the USA, IEC34-2 for Europe, and IEC37 for Japan, five types of basic power losses must be taken into account in an induction motor (mechanical, electrical in the stator and rotor windings, magnetic, and additional [2–4]). However, in the mentioned well-known motor CSM from the MATLAB software package only takes mechanical power losses into account in full, while magnetic and additional power losses are not taken into account at all. In addition, the idealized computer simulation model of IM from [1] does not fully take into account the electrical power losses in its stator winding, since the calculation of the electromagnetic processes of this motor in its model does not take into

© Volkov V.O., 2026

*ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1262-3988>

© Publisher PH “Akademperiodyka” of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2026



This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

account the increments in the motor stator current caused by a transportation of magnetic and additional power losses to the magnetization circuit or through the motor air gap, respectively. Thus, the well-known CSM from the MATLAB software package does not contain any calculation dependencies for determining the instantaneous energy processes of the IM, and the mentioned low actual precision of calculating its stator current does not meet the required precision for determining the energy processes of this motor.

Taking into account the above, the purpose of the proposed article is to improve the existing well-known (from the MATLAB software package) computer simulation model of a frequency-regulated induction motor. This improvement consists in expanding its functional capabilities (aimed at more precise determining the instantaneous values of all types of basic power losses, energy processes and indicators of the induction motor) and increasing the precision of the model in finding the instantaneous values of the basic harmonic components of stator currents in the steady and start-braking modes of this motor under scalar control.

Next, we will evaluate the possibility of realization the above-mentioned improvement of the known CSM, based on a preliminary analysis of existing publications, devoted to the refined calculation of energy and electromagnetic processes. In publications [5–7] there are set refined analytical dependencies for determining electrical power losses in the stator and rotor windings of the f-r IM in the steady modes through the controlled phase values of the stator and rotor currents of the motor, respectively, and through the known values of the active resistances of its stator and rotor windings (where values of this active resistances are set by the corresponding steady-state mode of the motor or determined for a concrete motor in operation using identification devices [8]). To increase the precision of determining electrical power losses in the stator and rotor windings of the f-r IM during start-braking modes, in publications [1, 9, 10] are used calculations from [11] of the mentioned power losses through the projections of generalized vector of the IM stator current.

The known refined analytical dependencies for calculating magnetic power losses in IM from publications [5, 12–14] take into account the simultaneous influence of hysteresis and eddy currents on these losses. The increase of the stator current of the IM (caused by the transfer of magnetic power losses to its magnetization circuit) is determined in articles [12–14] from the substitution scheme of this motor, supplemented by a resistor (connected in parallel to the magnetization inductance of the IM). This resistor simulates the electrical losses in it, which are equaled to the instantaneous magnetic power losses of the motor. Calculations of the increase in the stator current of the IM (caused by the mentioned transfer of magnetic power losses) are significantly complicated in start-braking modes, since the resistance value of the simulating resistor in the motor substitution scheme changes with a variation the instantaneous values of its frequency, speed, main flux linkage and torque of the f-r IM.

The change in the instantaneous value of additional power losses for the IM powered by a voltage source with a constant frequency (equal to the nominal frequency) is characterized by a variation in the motor load, according to [5], a quadratic dependence on the modulus of the generalized vector of its stator current, created by the basic (first) harmonic components of its phase stator currents. With regard to the f-r IM motors, the following other analytical dependencies have been proposed in known publications for determining the refined instantaneous values of additional power losses, which are characterized by: in [15] – a quadratic dependence on the motor torque, as well as a directly proportional change from the modulus of the generalized stator flux linkage vector; in [16] – a directly proportional change from the frequency of the first harmonic of the phase stator voltage and a quadratic dependence on the modulus of the generalized stator current vector of the motor, created by the basic (first) harmonic components of its phase stator currents. To determine the increase in stator current caused by the transportation of additional power losses through the air gap, additional resistors (simulating additional power losses) are installed in the electrical substitution scheme of this motor in known publications: in [14] – in the rotor or in [17] – in the stator link of the motor, which significantly complicates the calculations of its electromagnetic and energy processes. A known refined calculation of the instantaneous mechanical losses of the IM is given in article [5].

The above carry out analysis of known publications shows that there are currently sufficient refined analytical dependencies for calculating all types of basic power losses in the f-r IM, which can be used to create on a basis of the known idealized model of the f-r IM with scalar control from the MATLAB software package [1] (the block diagram of which is shown in Fig.1) an improved computer simulation model of the f-r IM. This improved simulation model will provide refined calculations of the electromagnetic and energy processes of this motor. However, it is desirable to simplify (in particular, without changing the idealized substitution scheme of the IM and the corresponding CSM from [1]) the determination of the instantaneous

increments of the stator current, which are caused by the transportation (transfer) of additional power losses through the motor air gap, and magnetic power losses – to the motor magnetization circuit.

1. Initial assumptions. The following assumptions and designations are accepted for an IM:

a) three-phase stator and rotor windings for different motor phases are symmetrical and structurally identical;

b) the motor air gap is the same along the inner circle of the stator;

c) the motor is powered (according to the block diagram in Fig. 1) from a three-phase stator voltage source with continuously adjustable frequency f_1 [Hz] and amplitude u_{sm} [V] of phase stator voltages $u_{sa}(t)$, $u_{sb}(t)$, $u_{sc}(t)$ sinusoidal shape (with displacements from each other by 120 and 240 electrical degrees

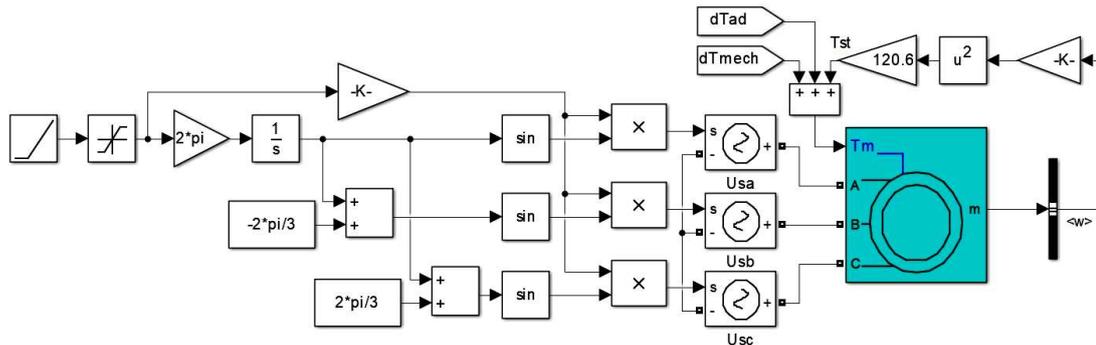


Fig. 1

for these voltages). In the improved model to the input «Tm» of the IM model are supplied (unlike the well-known CSM [1]): static torque T_{st} , mechanical torque losses ΔT_{mech} and torque losses ΔT_{ad} IM (the latter are caused by the influence of additional motor power losses); the values of the above quantities are determined from the analytical dependencies given in the further content of the proposed article.

Substitution scheme for the three-phase IM in the MATLAB software package [1] is shown in Fig. 2 and is composed of projections V_{ds} , V_{qs} of the generalized stator voltage vector \bar{V}_s , projections i_{ds} , i_{qs} and i'_{dr} , i'_{qr} of the generalized vectors of the stator \bar{i}_s and rotor \bar{i}'_r currents, projections φ_{ds} , φ_{qs} , and φ'_{dr} , φ'_{qr} generalized vectors of stator $\bar{\psi}_s$ and rotor $\bar{\psi}'_r$ flux linkages of the motor on the axis of the immobile orthogonal coordinate system (OCS) «q-d», connected by the real axis «q» with the direction of the geometric axis of the stator winding of phase «A» of the motor; here and further, the hat symbol for short-circuited IM denotes its rotor values, reduced to the equivalent three-phase rotor winding of the motor.

Electromagnetic processes in the IM substitution scheme in the Fig. 2 are described by mathematical relations [1]:

$$\left. \begin{aligned} V_{qs} &= R_s \cdot i_{qs} + d\varphi_{qs} / dt + \omega \cdot \varphi_{ds}, \\ V_{ds} &= R_s \cdot i_{ds} + d\varphi_{ds} / dt - \omega \cdot \varphi_{qs}, \\ V'_{qr} &= R'_r \cdot i'_{qr} + d\varphi'_{qr} / dt + (\omega - \omega_r) \cdot \varphi'_{dr}, \\ V'_{dr} &= R'_r \cdot i'_{dr} + d\varphi'_{dr} / dt - (\omega - \omega_r) \cdot \varphi'_{qr}, \\ T_e &= 1.5p \cdot (\varphi_{ds} \cdot i_{qs} - \varphi_{qs} \cdot i_{ds}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

where T_e is the instantaneous value of the rotating electromagnetic torque IM; p is the number of motor pole pairs.

In the substitution scheme in Fig. 2 and formula (1) are used the following symbols: ω is the angular frequency [rad/s] of the «q-d» coordinate system (for the immobile «q-d» OCS equal to zero angular frequency: $\omega=0$ corresponds); ω_r is the instantaneous value of angular frequency [rad/s] of rotor rotation (speed) of the motor; for a squirrel-cage induction motor, the projections V'_{dr} , V'_{qr} of the generalized rotor voltage vector \bar{V}'_r are equal to zero: $V'_{dr} = V'_{qr} = 0$.

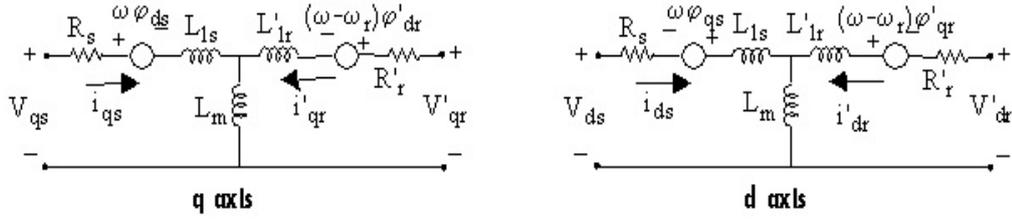


Fig. 2

Internal parameters of the motor substitution scheme: active resistances [Ohm] of the stator R_s and rotor R'_r phase windings (which are brought to the operating temperature of the motor) and magnetizing inductance L_m [H], as well as the leakage inductances [H] of the stator L_{1s} and rotor L'_{1r} windings of the motor, were considered constant.

Based on the substitution scheme in Fig. 2 and formula (1), it is possible to determine for the f-r IM in the immobile OCS «q-d» the instantaneous values of the projections φ_{qm} , φ_{dm} and the modulus φ_m [Wb] of the generalized vector of the main flux linkage $\bar{\varphi}_m$ (which is equal to the magnetic flux in the air gap of the motor), as well as the instantaneous values of the projections e_{qm} , e_{dm} and the modulus e_m [V] of the generalized vector \bar{e}_m of the electromotive force (EMF), the instantaneous values of the modulus i'_r of the generalized vector of the rotor current \bar{i}'_r [A] and the angular frequency of rotation of the rotor (speed) ω_r [rad/s] of the motor in steady and start-braking modes using known analytical dependencies [1, 11]:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{dm} &= L_m \cdot (i_{ds} + i'_{dr}), & \varphi_{qm} &= L_m \cdot (i_{qs} + i'_{qr}), & \varphi_m &= \sqrt{\varphi_{dm}^2 + \varphi_{qm}^2}, & i'_r &= \sqrt{(i'_{qr})^2 + (i'_{dr})^2}, \\ e_{dm} &= -\frac{d}{dt}(\varphi_{dm}), & e_{qm} &= -\frac{d}{dt}(\varphi_{qm}), & e_m &= \sqrt{e_{dm}^2 + e_{qm}^2}, & \omega_r &= \frac{1}{J} \int_0^t [T_e - (T_{st} + \Delta T_{mech} + \Delta T_{ad})] \cdot dt \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

where J is the total moment of inertia [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$] of the drive; t is the value [s] of instantaneous time.

Calculating in an immobile OCS «q-d» harmonic functions from the instantaneous argument of the generalized magnetic flux vector $\bar{\varphi}_m = \varphi_m \cdot e^{j\theta_\Phi}$ IM in the form [18]:

$$\cos(\theta_\Phi) = \varphi_{qm} / \varphi_m \quad \text{and} \quad \sin(\theta_\Phi) = \varphi_{dm} / \varphi_m, \quad (3)$$

use them to determine the instantaneous values of the motor's rotating electromagnetic torque T_e and orthogonal projections i_{us} and i_{vs} , φ_{um} and φ_{vm} , e_{um} and e_{vm} [18]:

$$\left. \begin{aligned} T_e &= 1.5 \cdot p \cdot (\varphi_{um} \cdot i_{vs} - \varphi_{vm} \cdot i_{us}), & \varphi_{um} &= \varphi_{qm} \cdot \cos(\theta_\Phi) + \varphi_{dm} \cdot \sin(\theta_\Phi), \\ i_{us} &= i_{qs} \cdot \cos(\theta_\Phi) + i_{ds} \cdot \sin(\theta_\Phi), & \varphi_{vm} &= \varphi_{dm} \cdot \cos(\theta_\Phi) - \varphi_{qm} \cdot \sin(\theta_\Phi), \\ i_{vs} &= i_{qs} \cdot \sin(\theta_\Phi) - i_{ds} \cdot \cos(\theta_\Phi), & e_{um} &= e_{qm} \cdot \cos(\theta_\Phi) + e_{dm} \cdot \sin(\theta_\Phi), \\ & & e_{vm} &= e_{dm} \cdot \cos(\theta_\Phi) - e_{qm} \cdot \sin(\theta_\Phi) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

accordingly, generalized vectors of stator current \bar{i}_s , main flux linkage $\bar{\varphi}_m$ and EMF \bar{e}_m IM on the axis of rotational OCS «u-v», oriented by the real axis «u» in the direction of the generalized vector $\bar{\varphi}_m$ of the main flux linkage of the motor.

From the theory of frequency control of IM [4, 10, 18] it is known, that when the rotational orthogonal OCS «u-v» is oriented with the real axis «u» by the generalized vector of the main flux linkage $\bar{\varphi}_m$: the projection i_{us} of the generalized vector \bar{i}_s of the stator current on the axis «u» sets the level of magnetization of the motor (in particular, the instantaneous value of the modulus φ_m of the main flux linkage), and the projection of this vector onto the axis «v» sets the active (torque-producing) projection i_{vs} of the motor stator current, which creates its rotating torque and consumed active power (including compensating for power losses and increments of the stator currents of the IM caused by the transportation of magnetic and additional power losses to the magnetization circuit or through the air gap of the motor, respectively). Moreover, for the steady operating modes of the f-r IM the values of the projections φ_{um} , φ_{vm}

and e_{um} , e_{vm} of the generalized vectors of the main flux linkage $\bar{\varphi}_m$ and EMF \bar{e}_m , are equal to their modules φ_m , e_m or zero, respectively:

$$\varphi_{um} = \varphi_m, \quad \varphi_{um} = 0 \quad \text{and} \quad e_{um} = 0, \quad e_{vm} = e_m. \quad (5)$$

However, in very rapid start-braking modes, deviations from formula (5) are possible, therefore, in this article, the following calculations of electromagnetic and energy processes will be executed in the general case using the calculated instantaneous values of the projections φ_{um} , φ_{vm} and e_{um} , e_{vm} of the above-mentioned generalized vectors $\bar{\varphi}_m$ and \bar{e}_m on both axes of the rotational OCS «u-v».

An important distinguishing feature of the proposed calculation of electromagnetic and energy processes is, according to [16], the assumption about a directly proportional change of the instantaneous basic additional power losses ΔP_{ad} as a function of the angular frequency of rotation of the stator magnetic field ω_s (or the instantaneous rotor speed ω_r) of the f-r IM.

For a more refined calculation of the instantaneous values of the basic (caused by the first harmonic components of the phase stator voltages and currents of the motor) electrical power losses in the stator $\Delta P_{e.s}$ and rotor $\Delta P_{e.r}$ windings, magnetic ΔP_{ir} , additional ΔP_{ad} and mechanical ΔP_{mech} power losses, total ΔP_m and electromagnetic ΔP_{em} power losses, useful on a shaft P_2 and consumed active P_1 motor power, electromagnetic P_{em} and mechanical P_{mech} power of the f-r IM, the following known analytical dependencies were selected [3–5, 10, 12, 17]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{e.s} &= \frac{3}{2} R_s \cdot (i_s^*)^2, \quad \Delta P_{e.r} = \frac{3}{2} R_r' (i_r')^2, \quad \Delta P_{ir} = \Delta P_{ir.n} \cdot \left(\frac{\varphi_m}{\varphi_{mn}} \right)^2 \cdot \left(\frac{f_1}{f_{1n}} \right)^\lambda, \quad \lambda = 1.3, \quad C_{ad} = \frac{3}{2} R_{ad}, \\ \Delta P_{ad} &= C_{ad} \cdot \left(\frac{\omega_s}{\omega_{sn}} \right) \cdot i_s^2 \approx C_{ad} \cdot \left(\frac{\omega_r}{\omega_{rn}} \right) \cdot i_s^2, \quad R_{ad} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta P_{ad.n}}{I_{s.n}^2}, \quad \Delta T_{mech.n} = \frac{\Delta P_{mech.n}}{\omega_{rn}}, \quad \omega_s = \frac{2\pi f_1}{p}, \\ \omega_{sn} &= \frac{2\pi f_{1n}}{p}, \quad F_r = G_r + (F + G) \cdot \left(1 + \frac{l + 2a}{L} \right) + \left| \frac{G_r}{2} - (F - G) \cdot \left(1 + \frac{l + 2a}{2L} \right) \right| + \left| \frac{G_r}{2} - (F - G) \cdot \frac{l + 2a}{2L} \right|, \\ C &= 0.3, \quad F = C \cdot |T_{us}| / R_e, \quad \Delta P_f = 3.75 \cdot 10^{-4} \omega_r F_r, \quad \Delta T_f = \Delta P_f / \omega_r, \quad \Delta P_{mech} = \Delta P_f + \Delta P_{sv}, \\ \Delta P_{ad.n} &= 0.005 \cdot P_{2n} / \eta_n, \quad \Delta P_m = \Delta P_{e.s} + \Delta P_{e.r} + \Delta P_{ir} + \Delta P_{ad} + \Delta P_{mech}, \quad \Delta P_{em} = \Delta P_m - \Delta P_{mech}, \\ P_2 &= \omega_r \cdot T_{us}, \quad P_1 = P_2 + \Delta P_m, \quad T_{us} = T_{st} + J \cdot (d\omega_r / dt), \quad \Delta T_{mech} = \Delta T_f + \Delta T_{sv}, \quad T_e = T_{us} + \Delta T_{mech} + \Delta T_{ad}, \\ \Delta P_{sv.n} &= \Delta P_{mech.n} - \Delta P_{f.n}, \quad \Delta P_{sv} = \Delta P_{sv.n} \cdot \left(\frac{\omega_r}{\omega_{rn}} \right)^3, \quad \Delta T_{sv} = \Delta P_{sv.n} \cdot \left(\frac{\omega_r^2}{\omega_{rn}^3} \right), \quad s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}, \quad \beta = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_{sn}}, \\ n &= \frac{30 \cdot \omega_r}{\pi}, \quad \cos(\varphi) = \frac{2P_1}{3 \cdot u_s^* \cdot i_s^*}, \quad \eta = \begin{cases} P_2 / P_1 & \text{at } T_e \geq 0, \\ P_1 / P_2 & \text{at } T_e < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} P_{em} = \omega_s T_e = P_1 - \Delta P_{e.s} - \Delta P_{ir}, \\ P_{mech} = \omega_r T_e = P_2 + \Delta P_{mech} + \Delta P_{ad}. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

The following symbols are used in formula (6): φ_m and φ_{mn} are the instantaneous and nominal values [Wb] of the generalized vector of the main flux linkage $\bar{\varphi}_m$ respectively; ω_s and ω_{sn} is the instantaneous and nominal values [rad/s] of the angular frequency of the phase stator flux linkages of the IM respectively; n and ω_m is the instantaneous value of speed [rpm] and nominal value [rad/s] of angular frequency of motor rotor rotation, respectively; f_1 and f_{1n} are the instantaneous and nominal values [Hz] of frequency of phase stator voltages of the IM, respectively; $\Delta T_{mech.n}$ is the nominal value [Nm] of mechanical torque losses of the motor; T_{us} and C_{ad} are the useful torque [Nm] on the motor shaft and constant coefficient for calculating additional losses, respectively; G_r and G are the weight of the IM rotor and half-coupling [N]; F and F_r are the radial force applied to the protruding end of the shaft (caused by the reaction of a transmission and the weight of the half-coupling) and equivalent radial force acting on the motor bearings; $d = 0.048$ and $R_e = 0.069$ are the diameter of the outer end of the motor shaft and radius of the transmission of the force in the МУВП-8 elastic coupling [m]; ΔP_f and $\Delta P_{f.n}$ are the instantaneous and nominal values of power losses due to friction in the motor bearings [W]; ΔP_{sv} and $\Delta P_{sv.n}$ are the

instantaneous and nominal values of IM power losses due to self-ventilation (including friction between the rotor and the air inside the motor) [W]; ΔT_f and ΔT_{sv} are the instantaneous friction torque losses in bearings and self-ventilation of the IM [Nm]; l , $l+a$, L are the length of the protruding end of the shaft, distances from the end of the shaft to the front bearing and between bearings [m]; $\Delta P_{ad.n}$ and $\Delta P_{mech.n}$ are the nominal values [W] of additional and mechanical power losses of the IM, respectively; s and β are the relative and absolute slip [%] of the IM, respectively; η and η_n are the instantaneous and nominal values [%] of the motor efficiency, respectively; i_s^* and u_s^* are the refined calculated instantaneous values of the modules of generalized vectors of stator current [A] and voltage [V] of the f-r IM, respectively; $\cos(\varphi)$ is the instantaneous value of the motor power factor.

2. Theoretical research. At the first stage, we obtain an analytical dependence for determining the increment $\Delta i_{v.ad}$ of stator current in the rotational OCS «u-v». This increments leads to a change of the instantaneous value of the orthogonal projection i_{vs} of the IM stator current and is caused by the transfer (transportation) of additional power losses of the f-r IM through the air gap of the motor. To increase the precision of determining additional power losses ΔP_{ad} , we will calculate them differently from the calculated expression for them in formula (6). Namely, taking into account the inclusion of additional losses in the mechanical power P_{mech} IM [4] and also taking into account the last ratio for the mentioned power from formula (6), we will establish that, physically, additional power losses ΔP_{ad} are not affected by electrical losses in the stator $\Delta P_{e.s}$ and rotor $\Delta P_{e.r}$ windings, as well as magnetic power losses ΔP_{ir} of the motor. Therefore, we will find additional power losses not directly proportional to the square i_s^2 of the modulus of the generalized stator current vector \bar{i}_s , but directly proportional to the square of the modulus $i_{s\Sigma}^2$ of another generalized stator current vector $\bar{i}_{s\Sigma}$ from the following expressions:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{ad} &= 1.5 \cdot R_{ad}^* \cdot (\omega_r / \omega_m) \cdot i_{s\Sigma}^2 = 1.5 \cdot R_{ad}^* \cdot (\omega_r / \omega_m) \cdot (i_{us}^2 + i_{vs\Sigma}^2), \quad \bar{i}_{s\Sigma} = i_{us} + j i_{vs\Sigma}, \\ R_{ad}^* &= 2 \cdot \Delta P_{ad.n} / [3 \cdot (i_{us.n}^2 + i_{vs\Sigma.n}^2)] = 2 \cdot \Delta P_{ad.n} / (3 \cdot i_{s\Sigma.n}^2) = R_{ad} \cdot (i_{s.n} / i_{s\Sigma.n})^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

through the instantaneous values of the modulus $i_{s\Sigma}$ or longitudinal $i_{u.s}$ and transverse $i_{v.s\Sigma}$ projections of the generalized vector $\bar{i}_{s\Sigma}$ on the axes of the previously mentioned rotational OCS «u-v». In formula (7): R_{ad}^* is the refined value of the equivalent (intended for calculating additional power losses) active resistance of the motor, which is calculated using the nominal (i.e., corresponding to the nominal mode of the motor) value of additional power losses $\Delta P_{ad.n}$, as well as using the nominal values of the module $i_{s\Sigma.n}$, of the longitudinal $i_{us.n}$ and transverse $i_{vs\Sigma.n}$ projections of the generalized stator current vector $\bar{i}_{s\Sigma.n}$ of the motor on the orthogonal axes of the OCS «u-v».

Let us compile (taking into account (7) and the calculated relations from formula (6) for useful power P_2 and mechanical power losses ΔP_{mech} IM) the energy balance for its mechanical power P_{mech} [4]:

$$P_{mech} = \omega_r \cdot T_e = \omega_r \cdot (T_{us} + \Delta T_{mech}) + 1.5 \cdot R_{ad}^* \cdot (\omega_r / \omega_m) \cdot i_{s\Sigma}^2, \quad i_{s\Sigma}^2 = (i_{us}^2 + i_{vs\Sigma}^2), \quad (8)$$

where the instantaneous value of the electromagnetic moment T_e is determined from the first relation in (4) without taking into account or taking into account (5), respectively, using known dependencies [1, 11]:

$$T_e = 1.5 \cdot p \cdot (\varphi_{um} \cdot i_{vs\Sigma} - \varphi_{vm} \cdot i_{us}) = 1.5 p \cdot \varphi_m \cdot i_{vs\Sigma}. \quad (9)$$

Let us obtain, by analogy with (9), calculated relations (through orthogonal projections $i_{u.s}$ and $i_{v.s}$ of the motor stator current) for a determining the sum of moments ($T_{us} + \Delta T_{mech}$) of the f-r IM:

$$T_{us} + \Delta T_{mech} = 1.5 p \cdot (\varphi_{um} \cdot i_{vs} - \varphi_{vm} \cdot i_{us}) = 1.5 p \cdot \varphi_m \cdot i_{vs}. \quad (10)$$

Based on the known relation for torque T_e from formula (6), dependence (10) also determines the instantaneous value of the electromagnetic torque T_e IM in the known CSM [1], which does not take into account additional power losses ($\Delta P_{ad} = 0$) of the IM and created by it the torque losses ($\Delta T_{ad} = 0$).

From formula (8), taking into account (9) and (10), we find the calculated dependence for additional power losses of the f-r IM:

$$\begin{aligned} \Delta P_{ad} &= 1.5 \cdot R_{ad}^* \cdot (\omega_r / \omega_{rn}) \cdot (i_{us}^2 + i_{vs\Sigma}^2) = \omega_r \cdot T_e - \omega_r \cdot (T_{us} + \Delta T_{mech}) = \omega_r \cdot [T_e - (T_{us} + \Delta T_{mech})] = \left. \right\} \\ &= 1.5 \cdot p \cdot \omega_r \cdot [\varphi_{um} \cdot (i_{vs\Sigma} - i_{vs}) - \varphi_{vm} \cdot (i_{us} - i_{us})] = 1.5 \cdot p \cdot \omega_r \cdot \varphi_m \cdot \Delta i_{v.ad}, \quad \Delta i_{v.ad} = i_{vs\Sigma} - i_{vs} \end{aligned} \quad (11)$$

through the instantaneous value of the modulus $i_{s\Sigma}$ of the generalized vector $\bar{i}_{s\Sigma}$ of the stator current and the increment $\Delta i_{v.ad}$ of the projection $i_{v.ad}$ of the generalized vector of the stator current of the f-r IM (which is caused by the transportation of its additional power losses ΔP_{ad} through the air gap of the motor).

Let us transform the left and right expressions from the first dependence in formula (11) to the form:

$$\Delta P_{ad} = 1.5 \cdot R_{ad}^* \cdot (\omega_r / \omega_{rn}) \cdot (i_{us}^2 + i_{vs\Sigma}^2) = 1.5 \cdot p \cdot \omega_r \cdot \varphi_m \cdot \Delta i_{v.ad}, \quad (12)$$

composed of the module φ_m of the generalized vector $\bar{\varphi}_m$ of the main flux linkage and the above-mentioned projections i_{us} , $i_{vs\Sigma}$ and increment $\Delta i_{v.ad}$ of the stator current.

From the last relation in formula (11) we determined the instantaneous value of the projection $i_{v.s\Sigma}$ of the generalized vector $\bar{i}_{s\Sigma}$ in the form:

$$i_{v.s\Sigma} = i_{v.s} + \Delta i_{v.ad} \quad (13)$$

and after substitution it into formula (12), we obtain the following equation:

$$R_{ad}^* \cdot (\omega_r / \omega_{rn}) \cdot [i_{us}^2 + (i_{vs} + \Delta i_{v.ad})^2] = p \cdot \omega_r \cdot \varphi_m \cdot \Delta i_{v.ad}, \quad (14)$$

which after equivalent algebraic transformations we will reduce to the usual quadratic equation with respect to the variable value $\Delta i_{v.ad}$:

$$\Delta i_{v.ad}^2 + \Delta i_{v.ad} \cdot (2 \cdot i_{vs} - p \cdot \omega_{rn} \cdot \varphi_m / R_{ad}^*) + i_{us}^2 + i_{vs}^2 = 0. \quad (15)$$

The solution to this equation (relative to the increase $\Delta i_{v.ad}$) is the following relation:

$$\Delta i_{v.ad} = (0.5 \cdot p \cdot \omega_{rn} \cdot \varphi_m / R_{ad}^* - i_{vs}) - \sqrt{(0.5 \cdot p \cdot \omega_{rn} \cdot \varphi_m / R_{ad}^* - i_{vs})^2 - i_{us}^2 - i_{vs}^2}, \quad (16)$$

which allows to calculate the mentioned instantaneous increment $\Delta i_{v.ad}$ in the function of the instantaneous values of the modulus φ_m of the main flux linkage vector $\bar{\varphi}_m$ and orthogonal projections i_{us} , i_{vs} of the stator current vector \bar{i}_s of the f-r IM. After calculating in the relations (16) and (13) the instantaneous values of the increment $\Delta i_{v.ad}$ and projection $i_{vs\Sigma}$ of the stator current, the instantaneous value of the additional power losses ΔP_{ad} of the IM are found from formulas (7) and (11).

To estimate the instantaneous error δ between the angular frequency ratios: (ω_r / ω_{rn}) and (ω_s / ω_{sn}) , as well as to determine, based on formula (8) and the relation for torque T_e from formula (6), the instantaneous value of torque losses ΔT_{ad} (caused by the influence of additional motor power losses ΔP_{ad}), the following analytical expressions are proposed:

$$\delta = (\omega_r / \omega_{rn}) - (\omega_s / \omega_{sn}) \quad \text{and} \quad \Delta T_{ad} = 1.5 R_{ad}^* \cdot [i_{us}^2 + (i_{vs} + \Delta i_{v.ad})^2] / \omega_{rn}. \quad (17)$$

A complete coincidence between the instantaneous values of the rotating electromagnetic torque T_e calculated using formulas (1), (6) and (9) has been revealed, which, in turn, confirms the precision of the calculations obtained with using the improved CSM.

In the *second stage*, we will obtain analytical dependencies for determining the instantaneous increments $\Delta i_{u.ir}$ and $\Delta i_{v.ir}$ of the stator current in the rotating OCS «u-v», which lead to a change in the orthogonal projections of the generalized stator current vector and are caused by the transportation of magnetic power losses of the f-r IM to the motor magnetization circuit. According to publications [12–14], the mentioned increments of the stator current of the IM motor, caused by the influence of instantaneous magnetic power losses ΔP_{ir} , are simulated in the known electric substitution schemes of this motor by introducing in it an additional resistor R_{ir} , which connected in parallel to the magnetization inductance L_m .

Taking this into account, the instantaneous value of the resistance R_{ir} of the mentioned resistor (which is selected from the condition that the instantaneous electrical power losses in it are equal to the instantaneous value of the magnetic power losses of the IM) is found from the analytical dependencies:

$$\Delta P_{ir} = 1.5 \cdot e_m^2 / R_{ir}, \quad R_{ir} = 1.5 \cdot e_m^2 / \Delta P_{ir}, \quad (18)$$

where e_m is the instantaneous value of the motor EMF module, determined from (2). Using the instantaneous projections e_{um} and e_{vm} of the generalized motor EMF \bar{e}_m vector calculated in formula (4) and taking into account the expression, given in formula (6) for determining the instantaneous magnetic power losses ΔP_{ir} , we obtain, taking into account (18), the analytical dependencies for finding the increments $\Delta i_{u,ir}$ and $\Delta i_{v,ir}$ longitudinal and transverse projections of the stator current of the f-r IM:

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_{u,ir} &= \frac{e_{um}}{R_{ir}} = \frac{2e_{um}}{3e_m^2} \cdot \Delta P_{ir} = \Delta P_{ir,n} \cdot \frac{2e_{um}}{3e_m^2} \cdot \left(\frac{\varphi_m}{\varphi_{mn}} \right)^2 \cdot \left(\frac{f_1}{f_{1n}} \right)^\lambda, \\ \Delta i_{v,ir} &= \frac{e_{vm}}{R_{ir}} = \frac{2e_{vm}}{3e_m^2} \cdot \Delta P_{ir} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta P_{ir}}{e_m} = \Delta P_{ir,n} \cdot \frac{2e_{vm}}{3e_m^2} \cdot \left(\frac{\varphi_m}{\varphi_{mn}} \right)^2 \cdot \left(\frac{f_1}{f_{1n}} \right)^\lambda. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Based on (13), (16), and (19), we obtain refined dependencies for determining the instantaneous values of the longitudinal i_{us}^* or u_{us}^* and transverse i_{vs}^* or u_{vs}^* projections, modules i_s^* or u_s^* respectively of the generalized vectors of stator current \bar{i}_s^* or voltage \bar{u}_s^* of the f-r IM:

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_s^* &= i_{us} + j \cdot i_{vs}^*, & i_{us}^* &= i_{us} + \Delta i_{u,ir} \approx i_{us}, & \Delta i_{u,ad} &= 0, \\ \bar{u}_s^* &= u_{us}^* + j u_{vs}^*, & i_{vs}^* &= i_{vs\Sigma} + \Delta i_{v,ir} = i_{vs} + \Delta i_{v,ad} + \Delta i_{v,ir}, \\ i_s^* &= \sqrt{(i_{us})^2 + (i_{vs}^*)^2}, & u_{us}^* &= e_{um} + R_s \cdot i_{us} - p \cdot \omega_s \cdot L_{1s} \cdot i_{vs}^* + L_{1s} \cdot \frac{d}{dt}(i_{us}), \\ u_s^* &= \sqrt{(u_{us}^*)^2 + (u_{vs}^*)^2}, & u_{vs}^* &= e_{vm} + R_s \cdot i_{vs}^* + p \cdot \omega_s \cdot L_{1s} \cdot i_{us} + L_{1s} \cdot \frac{d}{dt}(i_{vs}^*). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

These dependencies simultaneously take into account the presence in the f-r IM model of all basic types of power losses, as well as current increments $\Delta i_{v,ad}$ and projections $\Delta i_{u,ir}$, $\Delta i_{v,ir}$ of stator currents caused by the transportation of additional and magnetic power losses of this motor through its air gap or to its magnetization circuit, respectively. Finding the instantaneous values of the modulus u_s and projections u_{us} , u_{vs} of the generalized stator voltage vector \bar{u}_s of the motor on the rotational axis OCS «u–v» in the improved the f-r IM model can be carry out from the last three expressions in formula (20), if we substitute: u_s^* – to u_s , u_{us}^* – to u_{us} , u_{vs}^* – to u_{vs} and i_{vs}^* – to i_{vs} respectively.

According to the dependencies from (20), we will compile a distribution diagram of increments $\Delta i_{u,ir}$, $\Delta i_{v,ir}$ and $\Delta i_{v,ad}$ of the stator current between the generalized vectors of stator currents \bar{i}_s^* , $\bar{i}_{s\Sigma}$ and \bar{i}_s f-r IM on Fig. 3 for the improved model.

3. Modeling results. Results of modeling (shown in Fig. 4) of steady and start-braking modes of the f-r IM (using the example of a 4A160M4U3 motor with nominal parameters from Table 1), which is loaded with a BP217-30-6.3 centrifugal fan with a moment of inertia $J_{fan} = 1.44 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ and is characterized by a to-total moment of inertia J of the drive and an instantaneous static moment T_{st} according to the dependencies:

$$J = J_m + J_{fan}, \quad T_{st} = T_{st,n} \cdot (n/n_n)^2; \quad T_{st,n} = T_{us,n} = 120.6 \text{ (Nm)}. \quad (21)$$

Formula (21) uses the following symbols: $T_{st,n}$ and $T_{us,n}$ are the corresponding to the nominal speed n_n IM values of static torque T_{st} and useful torque T_{us} on the IM shaft; J_m is the moment of inertia of the motor rotor from Table 1. In the modeling there was applied the well-known scalar law of frequency

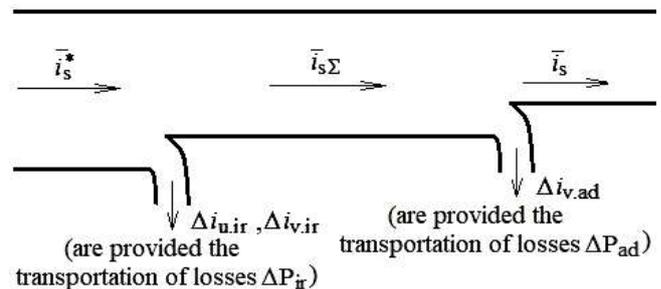


Fig. 3

control: $U_s / f_1 = \text{const}$, which is widely used in practice for f-r IM loaded with centrifugal fans or pumps. In the existing CSM of the f-r motor from the MATLAB software package, there were set the frequency $f_1(t)$ and amplitude $u_{sm}(t)$ of the instantaneous phase stator voltages u_{sa}, u_{sb}, u_{sc} for the induction motor (but in the improved model there were set the frequency $f_1(t)$ and amplitude $u_{sm}^*(t)$ of the instantaneous phase stator voltages $u_{sa}^*, u_{sb}^*, u_{sc}^*$ for the refined model of this motor), which varied linearly over time: during acceleration – in the range from zero to the nominal frequency (equal to $f_{1n}=50\text{Hz}$) and to the nominal effective

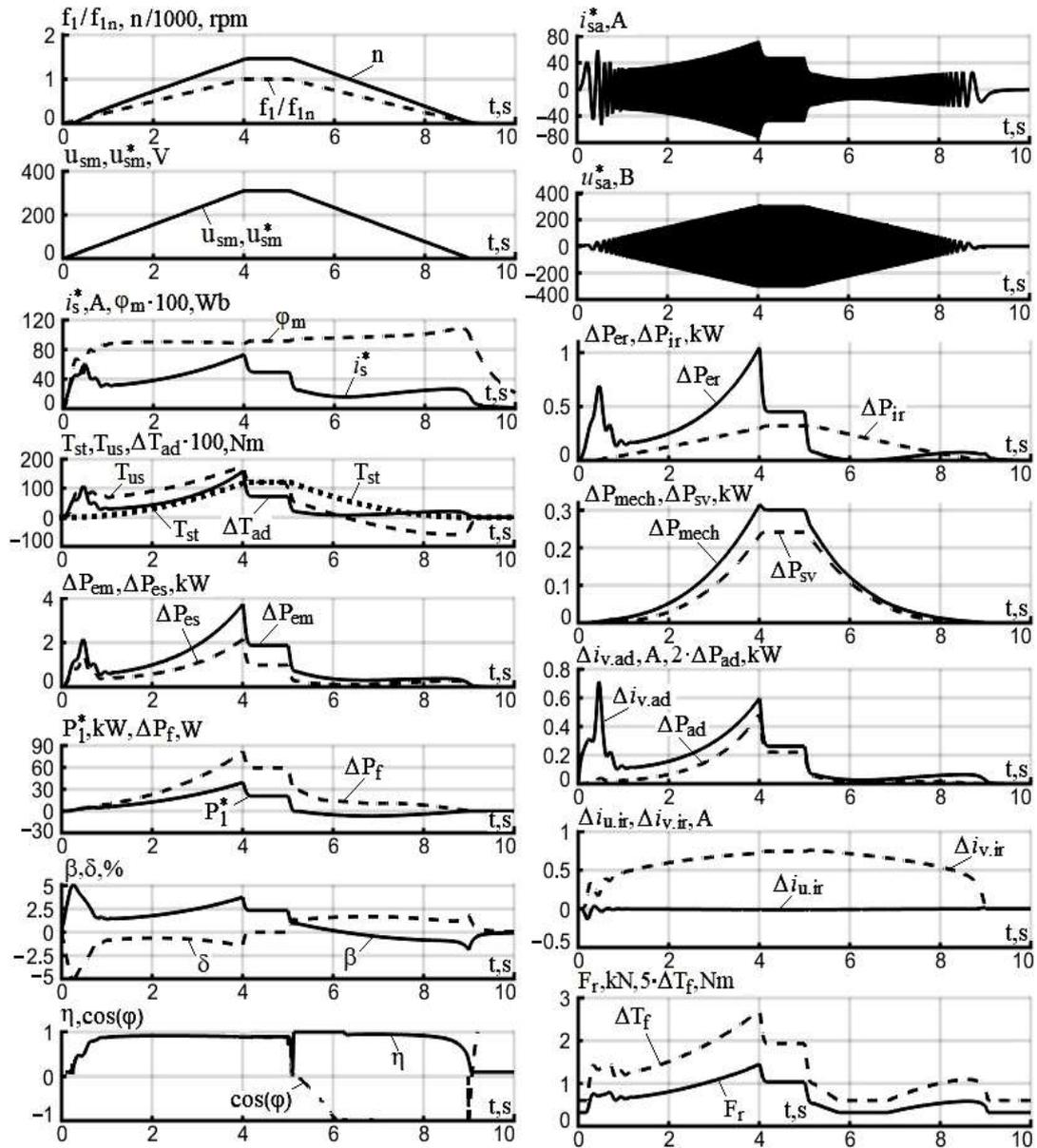


Fig. 4

voltage value $U_{sn} = 220 \text{ V}$ (at which the amplitude value u_{smn} of the phase stator voltage is equaled to $U_{sn} \cdot \sqrt{2} \cdot 220 = 311.1 \text{ V}$); during the braking mode, on the contrary, this values change from the above-mentioned frequency f_{1n} and nominal voltage amplitude $u_{smn} = 311.1 \text{ V}$ – to their zero values.

The offered refined analytical calculation dependencies (1) – (4), (6), (7), (16), (17), (19) and (20) for determining the instantaneous values of stator current and voltage, instantaneous values of torque and

power losses, and energy indicators of the f-r IM were realized in an improved simulation model using standard Simulink library blocks from the well-known MATLAB software package (the calculation discreteness automatically coincides with the IM calculation, which is present in the same existing Simulink simulation model [1] and is equal to 0.0001 s). The graphs of the electromagnetic and energy processes (which are shown in Fig. 4) of the researched f-r IM, loaded with the fan, were calculated using the improved CSM, and correspond to the acceleration and deceleration times equal to 4 s. The designation of the instantaneous calculated values in Fig. 4 fully corresponds to their conditional designation previously considered in the text of this article.

Table 1

I. Nominal parameters, dimensions	Value	I. Nominal parameters of the 4A160M4U3 asynchronous motor, dimensions	Value
Useful active power, kW	18.5	Useful torque T_n , Nm	120.6
Effective phase stator voltage, V	220	Motor rotor moment of inertia, $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.13
Amplitude of phase stator current, A	50.35	II. Parameters of the T-shaped substitution scheme:	Value
Frequency of phase stator voltage, Hz	50	- active resistance of the stator phase winding R_s , Ohm	r.u. SI
Number of pole pairs	2	- active resistance of the phase stator winding R'_r , Ohm	0.042 0.7416
Motor speed, rpm	1465	- magnetizing inductance L_m , mH	0.024 0.1483
Efficiency, %	89.5	- stator winding leakage inductance L_{1s} , mH	4.3 84.58
Power factor	0.88	- rotor winding leakage inductance L'_{1r} , mH	0.086 1.672
Maximum torque ratio	2.3		0.13 2.557

Using the offered improved CSM, the following calculations were also accomplished over a time interval: $4\text{s} < t < 5\text{s}$ electromagnetic and energy processes of the researched 4A160M4U3 motor in its nominal steady-state mode of operation (at a nominal stator frequency $f_{1n} = 50\text{Hz}$, nominal amplitudes u_{smn} of phase stator voltages and with a load in the form of a centrifugal fan BP 217-30-6.3) with respect to the following three variants: I, II and III of the IM model (the results of these calculations are given in Table 2).

Table 2

Var.	Electromagnetic parameters of the motor									
	n	s	T_{us}	ΔT_{ad}	$\Delta i_{v.ir}$	$\Delta i_{v.ad}$	i_{sm}	i_{sm}^*	u_{sm}	u_{sm}^*
Unit	rpm	%	Nm	Nm	A	A	A	A	V	V
I	1465.3	2.316	119.88	0	0	0	49.13	–	311.1	–
II	1465.0	2.333	119.84	0.7110	0	0	49.40	–	311.1	–
III	1465.0	2.333	120.62	0.7191	0.7443	0.2617	49.44	50.35	310.8	311.1
Var.	Energy parameters of the motor									
	ΔP_{es}	ΔP_{er}	ΔP_{ir}	ΔP_{ad}	ΔP_{mech}	ΔP_f	ΔP_{em}	δ	η	$\cos(\varphi)$
Unit	kW	kW	kW	kW	kW	kW	kW	%	%	–
I	0.9389	0.4456	0.3221	0	0.3006	0.0590	1.7067	0.0183	90.22	0.8954
II	0.9490	0.4510	0.3219	0.1091	0.3005	0.0590	1.8310	-0.0030	89.67	0.8956
III	0.9862	0.4519	0.3212	0.1103	0.3008	0.0593	1.8697	-0.0023	89.50	0.8800

Variant I corresponds to the IM model from the existing MATLAB software package (in which the basic magnetic and additional power losses, as well as electrical losses during their transportation, are not taken into account in the motor); in variant II the model of the motor additionally takes into account the basic magnetic and additional power losses, but does not take into account the losses, associated with their transportation; variant III corresponds to the proposed improved CSM of the frequency-regulated IM (when all the basic power losses present in the motor (including magnetic and additional ones) are taken into account at the same time, as well as electrical power losses caused by the transportation of magnetic and additional losses. The analysis of Table 2 shows that, firstly, in variant III there is a complete coincidence of the values of efficiency η , $\cos(\varphi)$ and current i_{sm}^* with the corresponding reference data from Table 1;

secondly, the greatest deviations from the reference data correspond to variant I (in which, due to the highest degree of «idealization» of the IM model, the efficiency value η is unreasonably overestimated by more than 0.77%, and, conversely, the stator current i_s and electromagnetic power losses ΔP_{em} – are underestimated by 2.43% and 8.72%, respectively. Moreover, the detected decrease in electromagnetic power losses ΔP_{em} in variant I (compared to the reference data in Table 1 or the improved model in variant III) leads to an incorrect verification of this motor for permissible heating during operation, if its instantaneous heating is monitored through the abovementioned electromagnetic power losses. Thirdly, for variant II of the IM simulation model (compared to variant III) the errors in calculating the efficiency and electromagnetic power losses of the motor do not exceed 0.19% and 2.1%, respectively.

Conclusions. An improvement has been made to the computer simulation model of an induction motor from the MATLAB software package, which allows to accomplish the refined calculation of the instantaneous values of all basic types of power losses, as well as the active power consumption, efficiency and power coefficients of the f-r IM. Compared to all known existing models of the f-r IM from the MATLAB software package, the offered improved model takes into account for the first time all the basic power losses present in this motor, as well as the electrical losses caused by transporting magnetic and additional power losses to the magnetization circuit or through the air gap of the motor, respectively. New refined analytical dependencies (7), (16), (17), (19), and (20) have been obtained for calculating instantaneous values of stator currents and their components, as well as torque losses caused by additional power losses of the motor in steady and start-braking modes. The theoretical results, presented in the article are confirmed by the results of modeling a general-industry induction motor, loaded with a centrifugal fan, in the MATLAB software package at the researched modes.

1. MATLAB Help Center. Asynchronous Machine. URL: <https://www.mathworks.com/help/sps/powersys/ref/asynchronousmachine.html> (accessed at 12.06.2025)
2. Boglietti A., Cavagnino A., Lazzarri M., Pastorelli M. International Standards for the Induction Motor Efficiency Evaluation: A Critical Analysis of the Stray-Load Loss Determination. *IEEE transactions on industry applications*. 2004. Vol. 40. No 5. Pp. 1294-1301. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIA.2004.834034>.
3. IEEE Std 112-B, 1996: IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators. IEEE Power Eng. Society, New York. 64 p.
4. IEC Std 60034-2: 1972, Rotating electrical machines. Part 2: Methods for determining losses and efficiency of electrical machinery from tests (excluding machines for traction vehicles) with amendments 1: 1995 and 2: 1996. 55 p.
5. Bibik O.V., Popovych O.M., Shevchuk S.P. Power effective modes electromechanical system of pump installation of the multistorey building. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2016. No 5. Pp. 38-45. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2016.05.038>. (Ukr)
6. Kothari D.P., Nagrath I.J. Electric Machines. Fourth Edition. New Delhi. Tata McGraw Hill Education Private Limited, 2010. 759 p.
7. Sahdev S.K. Electrical machines. Cambridge University Press, 2018. 954 p.
8. Marino R., Tomei P., Peresada S.M. On line Stator and Rotor Resistances Identifications in Induction Motor. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2000. Vol. 8(3). Pp. 570-579. DOI: <https://doi.org/10.1109/87.845888>.
9. Arribas J.R., Gonzales C.M.V. Optimal vector control of pumping and ventilation induction motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2002. Vol. 49(4). Pp. 889-895. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2002.801240>.
10. Volkov V. Minimization of electrical consumption of a frequency – regulation Induction motor with a fan load in start-braking regimes. *Electromechanical and energy saving systems*. 2021. Vol. 4(56). Pp. 8-24. DOI: <https://doi.org/10.30929/2072-2052.2021.4.56.8-24>.
11. Kovács K.P., Rác I. Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Budapest. Akademie Verlag. 1959.
12. Kirchen D.S., Novotny D.W., Suwan Wisoot W. Minimizing Induction Motor Losses by Excitation Control in Variable Frequency Drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 1984. Vol. 1A-20. No 5. Pp. 1244-1250. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIA.1984.4504590>.
13. Aswathy M.S., Beevi M.W. High Performance Induction Motor Drive in Field Weakening Region. *IEEE ICCE*. 2015. Pp. 242-247. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCE.2015.7432899>.
14. Levi E., Lamine A., Cavagnino A. Impact of Stray Load Losses on Vector Control Accuracy in Current-Fed Induction Motor Drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2006. Vol. 21. No 2. Pp. 442-450. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2006.874241>.

15. Basic M., Vukadinovic D., Polic M. Stray Load and Iron Losses in Small Induction Machines under Variable Operating Frequency and Flux: A Simple Estimation Method. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. 2017. Pp. 1-8. DOI: <https://doi.org/10.1109/TEC.2017.2759816>.
16. Kanchan R.S., Moghaddam R.R. On accuracy of loss models including VSD induced additional harmonic losses for online energy efficient control of induction motor. *IEEE 12th International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, Honolulu, HI, USA, 12-15 December 2017. Pp. 178-183. DOI: <https://doi.org/10.1109/PEDS.2017.8289110>.
17. Boglietti A., Cavagnino A., Ferraris I., Lazzari M. Impact of the Supply Voltage on the Stray Load Losses in Induction Motors. *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, San Jose, CA, USA, 20-24 September 2009. Pp. 1267-1272. DOI: <https://doi.org/10.1109/ECCE.2009.5316512>.
18. Bose B.K. *Modern power electronics and AC drives*. NJ: Prentice Hall RTR, 2002. 711 p.

УДК 621.313.13

УДОСКОНАЛЕННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ЧАСТОТНО-РЕГУЛЬОВАНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА В ПАКЕТІ ПРОГРАМ MATLAB

В.О. Волков

НУ "Запорізька політехніка",
вул. Університетська, 64, Запоріжжя, 69063, Україна,
e-mail: green_stone@ukr.net.

Роботу присвячено удосконаленню відомої імітаційної моделі комп'ютерного моделювання трифазного короткозамкненого асинхронного двигуна з частотним керуванням у програмному комплексі MATLAB, що полягає у розширенні її функціональної можливості (зокрема, здійсненню уточненого розрахунку поточних значень всіх видів основних втрат потужності, основної споживаної активної потужності, енергетичних показників двигуна) і підвищенню точності знаходження поточних значень основних гармонійних компонентів фазних статорних струмів і напруг в усталеному і пуско-гальмівному режимах двигуна. Це завдання вирішено шляхом доповнення відомої моделі з програмного комплексу MATLAB уточненими аналітичними залежностями задля розрахунку основних енергетичних параметрів частотно-регульованого асинхронного двигуна та внаслідок отримання нових уточнених аналітичних розрахункових залежностей задля визначення поточних значень модулів узагальнених векторів статорних струмів й напруг цього двигуна. Задля підтвердження працездатності вдосконаленої комп'ютерної імітаційної моделі були з її використанням обчислені (стосовно до загальнопромислового короткозамкненого асинхронного двигуна, навантаженого відцентровим вентилятором) в усталених і пуско-гальмівних режимах двигуна його основні втрати потужності і основна споживана активна потужність, коефіцієнт корисної дії та потужності. Практична цінність створеної удосконаленої комп'ютерної імітаційної моделі полягає у підвищенні точності розрахунку електромагнітних та енергетичних процесів асинхронного двигуна з частотним регулюванням в усталеному та пуско-гальмівних режимах за скалярного керування. Бібл. 18, рис. 4, табл. 2.

Ключові слова: асинхронний двигун, частотне регулювання, комп'ютерна імітаційна модель, електромагнітні та енергетичні процеси

Received 24.06.2025

Accepted 06.11.2025

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЯГОВИХ ЕЛЕКТРОДВИГУНІВ ДЛЯ МІСЬКОГО ТРОЛЕЙБУСА

В.В. Гребеніков^{1*}, докт. техн. наук, **Р.В. Гамалія^{1**}**, канд. фіз.-мат. наук,
С.А. Дадичин^{1*}**, **В.С. Попков²**

¹Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

²Інститут проблем матеріалознавства ім. І. М. Францевича НАН України,
вул. Академіка Кржижановського, 3, Київ, 03142, Україна.

E-mail: elm1153@gmail.com

Представлено результати чисельного дослідження та порівняльного аналізу тягових електроприводів для міських тролейбусів, що базуються на асинхронних двигунах та синхронних двигунах з постійними магнітами, а також комбінації високошвидкісних двигунів з постійними магнітами та магнітних редукторів. Показано, що заміна в стандартному асинхронному двигуні короткозамкненого ротора на ротор з постійними магнітами дає можливість отримати істотне збільшення питомої потужності електричної машини. Проведено чисельні дослідження та аналіз характеристик електродвигуна з неодимовими магнітами для чотирьох конфігурацій магнітної системи ротора та визначено оптимальну з точки зору питомих показників. Результати теплових розрахунків з урахуванням ізового циклу показали, що застосування рідинного охолодження забезпечує підтримання температури неодимових магнітів і обмоток нижче критичних значень навіть за навантажень, близьких до граничних. Додатково розглянуто можливість зменшення габаритів і маси електропривода шляхом використання високошвидкісного двигуна з магнітним редуктором. Розрахунки електромагнітних і теплових характеристик виконано в програмних пакетах Simcenter Magnet і Simcenter MotorSolve. Бібл. 9, рис. 9, табл. 3

Ключові слова: чисельне моделювання, електродвигун для тролейбуса, постійні магніти, ізовий цикл, робочі характеристики, тепловий розрахунок.

Вступ. На даний момент для приводу тролейбусів переважно використовують асинхронні двигуни (АД). Висока ефективність і надійність асинхронного тягового двигуна порівняно з тяговим двигуном постійного струму забезпечила йому широке застосування для приводу транспортних засобів. Однак із підвищенням споживчих якостей тролейбуса таких, як підвищена пасажиро-місткість, високі динамічні характеристики, зросли вимоги до тягового приводу. Асинхронний тяговий двигун має низку недоліків: недостатня ефективність за невеликої швидкості, недостатньо жорстка механічна характеристика в діапазоні великих швидкостей, схильність до значних теплових втрат, особливо в роторі, під час частих циклів розгону і гальмування.

Синхронні двигуни з постійними магнітами (СДПМ) є перспективною альтернативою АД завдяки своїм чудовим технічним характеристикам. СДПМ здатні забезпечувати значні перевантаження за крутним моментом, що робить їх ідеальними для застосування в тролейбусах, де потрібна часта зміна швидкості. Питомі характеристики СДПМ у разі використання рідинного охолодження такі, як відношення крутного моменту і потужності до маси, істотно перевершують аналогічні показники АД [1]. За рахунок варіацій геометрії магнітної системи ротора СДПМ, запропонованої в даній роботі, можливо створювати більш компактні та легкі двигуни з покращеними питомими характеристиками. Наразі в галузі створення СДПМ накопичено великий досвід, розроблено ефективні електромагнітні структури з внутрішніми постійними магнітами (ІРМ), які можуть бути особливо придатними завдяки їхній здатності забезпечувати широкий діапазон швидкостей за допомогою ослаблення поля [2]. Показано, що впровадження передових методів керування тягового двигуна з постійними магнітами забезпечує високі динамічні характеристики електропривода колісного транспортного засобу [3]. Однак широкого застосування СДПМ для приводу тролейбуса поки що не знайшли. Але слід відміти-

© Гребеніков В.В., Гамалія Р.В., Дадичин С.А., Попков В.С., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-1114-1218>; ** <https://orcid.org/0000-0002-5729-7891>;

*** <https://orcid.org/0009-0000-6589-9887>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

ти, що СДПМ з рідинним охолодженням вже застосовуються. Наприклад, можна виділити концерн HESS AG (Швейцарія), у тролейбусах якого використовуються СДПМ потужністю 250 кВт з водяним або масляним охолодженням [4].

Ще одним перспективним напрямком розвитку тягового приводу тролейбусів є використання магнітного редуктора (МР) з високошвидкісним двигуном з постійними магнітами (ВШПМ). Такий підхід вже використовується в тяговому приводі трамвая [5]. В даній роботі також наведено розрахунки та порівняльний аналіз тягового приводу з МР.

Таким чином, останніми роками відзначається зростання кількості розробок (досліджень) тягового двигуна з постійними магнітами для приводу транспортних засобів і тролейбусів, зокрема, при цьому все частіше застосовується рідинне охолодження. Це свідчить про перспективність напряму зі створення тягового двигуна з постійними магнітами та підвищеними питомими характеристиками.

Метою дослідження є підвищення питомих характеристик тягових електродвигунів, призначених для міського тролейбуса і проведення порівняльного аналізу конструктивних варіантів (СДПМ), виконаних у габаритних розмірах існуючого асинхронного тягового двигуна, та зіставлення електромеханічних параметрів СДПМ з рідинним охолодженням із відповідними характеристиками серійних асинхронних двигунів (АД) з повітряним охолодженням, що використовуються у тролейбусах. Крім того, проводиться порівняння СДПМ з високошвидкісним двигуном на постійних магнітах (ВШПМ), оснащеним магнітним редуктором (МР), з метою оцінки їхньої ефективності та доцільності застосування в міському електротранспорті.

Однак ефективне проектування тягових електроприводів тролейбусів на основі електродвигунів з постійними магнітами потребує проведення фундаментальних досліджень, спрямованих на створення параметричних спеціалізованих комп'ютерних моделей, які побудовані з використанням методу кінцевих елементів і враховують взаємодію електромагнітних та теплових процесів.

Їздовий цикл тролейбуса. Розроблення тягового електроприводу тролейбуса передбачає аналіз роботи двигуна з урахуванням їздового циклу тролейбуса, який моделює режим руху в широкому діапазоні зміни швидкості, тривалості розгону і гальмування. Типовий їздовий цикл міського тролейбуса – це профіль швидкості в часі, що відображає характерні режими руху в міських умовах: часті зупинки, розгони, гальмування і періоди руху з постійною швидкістю. Такі цикли важливі для оцінки енергоспоживання, ефективності рекуперації та теплових навантажень на обладнання.

Режим розгону тролейбуса прийнято на основі загальних вимог до технічних характеристик тролейбусів [5–8]. Під час аналізу режиму роботи двигуна прийнято їздовий цикл тролейбуса, який складається з наступних семи ділянок: 1 – стоянка – 15 сек; 2 – розгін до 40 км/год – 15 сек; 3 – розгін від 40 км/год до 50 км/год – 5 сек; 4 – рух із постійною швидкістю 50 км/год – 15 сек; 5 – гальмування від 50 км/год до 40 км/год – 5 сек; 6 – гальмування від 40 км/год до зупинки – 15 сек; 7 – стоянка – 15 сек. Далі ці цикли повторюються.

За відомих загальних конструктивних характеристик тролейбуса (маса, діаметр колеса, коефіцієнт редуктора передачі моменту колесам, площа поперечного перерізу та інше) можна визначити момент опору руху тролейбуса. Розрахунок моменту опору, що діє на колеса тролейбуса, заснований на відомій залежності

$$M(\text{Н} \cdot \text{м}) = \frac{1}{gr} \left(\frac{wd}{1000} \right) 0,5 \cdot (g_{vw} \cdot v_a + 0,5 Ad \cdot Cd \cdot A (v_s - w_s)^2 + 9,80665 \cdot Cr \cdot g_{vw} + 9,80665 \cdot g_{vw} \cdot \alpha),$$

де $gr = 9,84$ – передавальне число механічного редуктора; $wd = 1084$ мм – діаметр колеса; $g_{vw} = 18000$ кг – повна маса тролейбуса; v_a – прискорення транспортного засобу, $\text{м}/\text{с}^2$; $Ad = 1,23$ – густина повітря; $Cd = 0,4$ – коефіцієнт аеродинамічного опору; $A = 7,4 \text{ м}^2$ – ефективна площа поперечного перерізу; v_s – швидкість тролейбуса, $\text{м}/\text{с}$; w_s – швидкість вітру, $\text{м}/\text{с}$; $Cr = 0,018$ – коефіцієнт опору коченню; α , % – коефіцієнт кута нахилу дороги.

На рис. 1 показано прийнятий графік їздового циклу тролейбуса в межах руху трьох циклів. На цьому рисунку також зображено графік частоти обертання ротора електродвигуна та момент опору руху тролейбуса. За максимальної швидкості руху 50 км/год, частота обертання ротора – $n = 2408$ об/хв. Графік їздового циклу наочно показує, що крутний момент електродвигуна визначено з умови забезпечення розгону тролейбуса. Під час розгону на ділянці 2 момент опору дорівнює $M = 921$ Н·м, на ділянці 3 – $M = 744$ Н·м. Під час рівномірного руху тролейбуса момент опору незначний і дорівнює 194 Н·м.

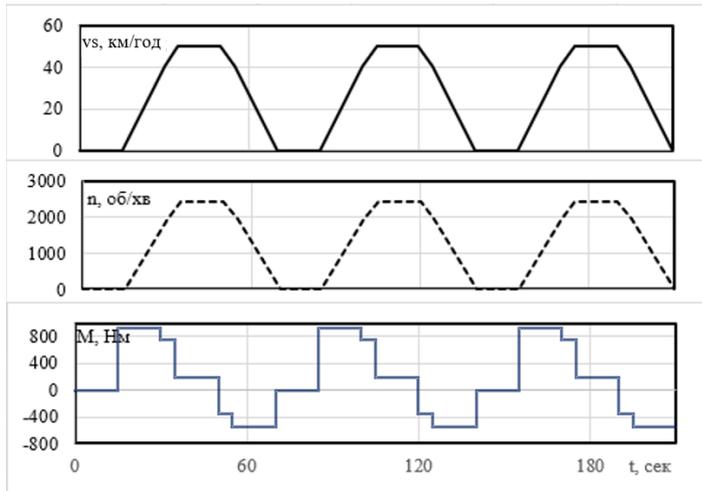


Рис. 1

дороги $\alpha = 6\%$ розгін за часом істотно більший і становить 50 сек, а момент опору не перевищує $M=920$ Н·м.

Результати розрахунку асинхронного двигуна. Як вихідний обрано існуючий асинхронний двигун приводу тролейбуса типу АД903 У1 виробництва харківського заводу «Електроважмаш» або ДТА-1У1, основні параметри якого наступні: номінальна потужність $P_n = 180$ кВт; номінальна лінійна напруга (зірка) $U_n = 450$ В; номінальний лінійний струм $I_n = 276$ А; частота обертання номінальна $n_n = 1500$ об/хв; частота обертання максимальна $n_{max} = 4000$ об/хв; ковзання 2%; ККД 93%; коефіцієнт потужності 0,9; діаметр корпусу $D_a = 550$ мм; довжина корпусу $L = 860$ мм; маса активних матеріалів $m_{a.m.} = 640$ кг, загальна маса двигуна $m_{з.м.} = 840$ кг. Таким чином коефіцієнт питомої потужності цього двигуна дорівнює $K_p = P_n/m_{з.м.} = 180/840 = 0,21$.

На рис. 2 показано графік зміни моменту тягового асинхронного двигуна під час розгону тролейбуса. Режим розгону забезпечує тяговий перетворювач. Розрахунок характеристик АД виконано в пакеті Simcenter MotorSolve. Процес розгону можна представити механічною характеристикою (виділеною червоним кольором), яку отримано безліччю механічних характеристик за різних частот тягового перетворювача (на рисунку умовно показано тонкими лініями).

Шляхом регулювання напруги і частоти контролером тяги тягового перетворювача забезпечується постійний режим тяги, що встановлюється педаллю. Момент опору згідно з їздовим циклом на рис. 1 виділено синім кольором.

В результаті визначення ККД електродвигуна для безлічі механічних характеристик, можна оцінити (визначити) залежність ККД тягового АД у процесі розгону (табл. 1). ККД кожної механічної

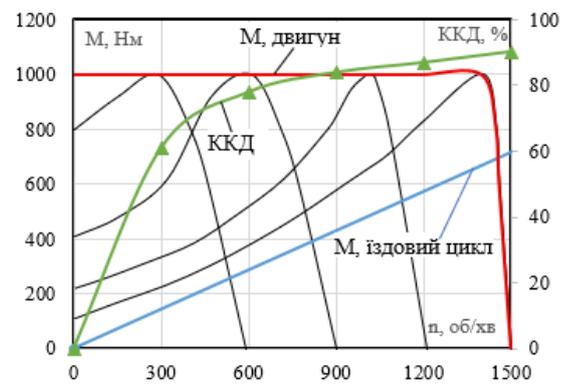


Рис. 2

Таблиця 1

Швидкість км/год	Швидкість обертання об/хв	Критичне ковзання. %	Момент Н·м	Напруга. В	Струм А	ККД %
5,9	300	20	1000	78	386	61
11,7	600	10	1000	145	386	78
17,6	900	7	1000	212	390	84
23,4	1200	5.6	1000	279	405	87
29,3	1500	4.0	1000	345	389	90,3

характеристики визначено за постійного моменту 1000 Н·м, який забезпечується за критичного ковзання. Дані табл. 1 показують недолік АД – незначний ККД за невеликої швидкості обертання. Під час руху тролейбуса з незначною швидкістю (до 15 км/год) відбувається значне нагрівання ротора АД. Під час розгону

Під час гальмування тролейбуса тяговий електропривод працює тільки проти інерції тролейбуса, тому момент тягового електродвигуна під час гальмування менший, ніж під час розгону і дорівнює 560 Н·м. Аварійне гальмування тролейбуса забезпечується традиційною незалежною системою гальмування.

Під час розробки тягового електроприводу тролейбуса також важливо провести порівняльний аналіз механічної і характеристики тягового електродвигуна і моментної характеристики опору руху тролейбуса. На рис. 1 наведено циклограму моменту опору під час ухилу дороги $\alpha = 0\%$. У разі ухилу

трати електроенергії тягового АД під час розгону тролейбуса. Середня споживана потужність тягового АД під час розгону тролейбуса склала 113 кВт. Витрата електричної енергії під час розгону тролейбуса до невеликої швидкості 30 км/год за 10 сек склала 0,316 кВт-год.

Двигун із постійними магнітами навпаки під час розгону тролейбуса забезпечує високу ефективність. Постійні магніти ротора забезпечують великий магнітний потік ротора під час пуску і номінальної швидкості. Під час пуску момент двигуна з постійними магнітами прямо пропорційний струму обмотки статора. Відповідно, можливо створити великий пусковий момент двигуна, який обмежується лише допустимим струмовим навантаженням обмотки двигуна. Під час розгону тролейбуса ККД тягового електродвигуна з постійними магнітами змінюється від 90% до 96%, середній ККД становить близько 94%. Середня споживана потужність СДПМ тролейбуса становить 100 кВт. Витрата електричної енергії під час розгону тролейбуса до невеликої швидкості 30 км/год за 10 сек склала 0,288 кВт-год. Таким чином економія електричної енергії під час розгону тролейбуса СДПМ порівняно з тяговим АД становитиме 0,028 кВт-год.

На перший погляд економія електричної енергії під час розгону тролейбуса в разі використання СДПМ становить невелику величину, однак, з огляду на їздовий цикл руху тролейбуса з численними зупинками, економія електроенергії за рік може скласти значну величину. Протягом робочого дня тролейбус здійснює близько 200 зупинок. З урахуванням технічного обслуговування тролейбуса тривалість експлуатації тролейбуса протягом року становитиме близько 330 днів. За цих умов економія електроенергії за рік у разі використання СДПМ порівняно з АД становитиме приблизно 1848 кВт-год. Тому доцільно розглянути застосування СДПМ для тролейбуса більш детально.

Результати розрахунку синхронних електродвигунів з постійними магнітами (СДПМ).

Під час проектування СДПМ за основу було взято статор тягового асинхронного електродвигуна АД-4, основні технічні характеристики якого такі: номінальна потужність 90 кВт; номінальна лінійна напруга 400 В; номінальний лінійний струм 160 А; частота обертання номінальна 2100 об/хв; частота обертання максимальна 4800 об/хв; ковзання 1,7%; кількість фаз 3; момент на валу за номінальної частоти обертання 318 Н·м; коефіцієнт потужності 0,9; маса електродвигуна 350 кг.

Під час проведення досліджень обрано такі варіанти конструкцій СДПМ:

- двигун (TR1) із вбудованими (інкорпорованими) ПМ усередині ротора;
- двигун (TR2) із внутрішньою установкою ПМ і тангенціальним намагнічуванням ПМ;
- двигун (TR3) з поверхневою установкою ПМ на роторі;
- двигун (TR4) із внутрішньою установкою ПМ у кілька шарів.

Варіанти конструкцій синхронних двигунів із постійними магнітами охоплюють найперспективніші типи двигунів, які нині набули широкого поширення. Для всіх варіантів двигунів із ПМ прийнято однакові габаритні розміри: діаметр зовнішній статора $D_a = 345$ мм; довжина статора і ротора $L_a = 270$ мм. Досліджувані двигуни з ПМ гарантовано можуть бути встановлені в тролейбус замість наявного тягового асинхронного двигуна. Під час розрахунку характеристик чотирьох варіантів щільність струму в обмотках і величина магнітної індукції магнітного поля в сталі статора прийняті однаковими. Усі варіанти двигунів із ПМ повинні мати момент не менше $M_{max} = 990$ Н·м, який гарантовано забезпечує рух тролейбуса відповідно до прийнятого їздового циклу. Таким чином, за заданих умов результати розрахунку двигунів із ПМ мають підтвердити можливість їхнього застосування як тягового електроприводу тролейбуса.

Розрахунок СДПМ виконувався в програмі Simcenter MotorSolve. Розрахунок у цій програмі електричних машин з ПМ у попередніх дослідженнях показав, що розбіжність розрахункових та експериментальних залежностей для кількох значень частоти обертання ротора становить не більше 4% [9]. Основні конструктивні параметри різних варіантів двигунів (діаметр ротора, розміри магнітів, розміри паза статора, числа витків) було визначено з умови одержання максимального моменту в усьому діапазоні зміни швидкості та прийнятих електромагнітних навантажень (густина струму, величина індукції в сталі статора). Відповідно, для кожного з варіантів двигунів із постійними магнітами було виконано низку розрахунків, які дали змогу визначити оптимальний варіант конструкції двигуна. Вихідні дані для розрахунку всіх варіантів: напруга живлення $U_n = 600$ В; номінальний струм $I_n = 600$ А; номінальна частота обертання $n = 2500$ об/хв; зовнішній діаметр статора $D_a = 345$ мм; діаметр корпусу 400 мм; активна довжина статора $L = 270$ мм; величина повітряного зазору $\delta = 1$ мм; тип постійних магнітів N45SH. Основні параметри досліджуваних двигунів із постійними магнітами наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Параметр	TR1	TR2	TR3	TR4
Кут випередження (°) - γ	40	40	10	40
Маса осердя ротора (кг) - m_p	60,9	67,8	64,3	67,1
Маса магнітів (кг) - $m_{пм}$	16,2	16,2	16,2	16,2
Маса осердя статора (кг) - m_c	68,3			
Маса обмотки статора (кг) - $m_{об}$	26,4			
Загальна маса актив. частин (кг) - m_Σ	171,8	178,8	175,3	178
Швидкість обертання (об/хв) - n	2500			
Крутний момент (Н·м) - M_{ou}	1094,5	1203,5	993,5	1229,3
Вихідна потужність (кВт) - P_{ou}	286,5	315,1	260,1	321,8
ККД (%) - η	97,0	97,3	97,4	97,4
Середньоквадратичний струм (А)	591,3	600,1	586,2	597,5
Втрати - загальні (кВт)	8,7	8,7	6,9	8,5
Втрати - обмотка (кВт)	5,6	5,7	5,8	5,7
Втрати - залізо (кВт)	3,2	3,0	1,1	2,8
Щільність струму (А/мм ²)	9,7	9,9	9,7	9,8
$K_M = M_{ou} / m_\Sigma$ (Н·м/кг)	6,37	6,73	5,67	6,91
$K_p = P_{ou} / m_\Sigma$ (кВт/кг)	1,67	1,76	1,48	1,81

Аналізуючи розрахункові параметри досліджуваних моделей СДПМ, слід зазначити, що максимальний питомий момент (K_M) і питома потужність (K_p) отримано для двигуна TR4 ($K_M = 6,91$ і $K_p = 1,81$), другий результат – для двигуна TR2 ($K_M = 6,73$ і $K_p = 1,76$). Найменше значення питомих коефіцієнтів одержано для конфігурації магнітної системи двигуна TR3 ($K_M = 5,67$ і $K_p = 1,48$).

Для варіантів двигунів (TR1, TR2, TR3 та TR4) на рис. 3, а наведено залежності електромагнітного моменту від частоти обертання ротора, а на рис. 3, б – залежності вихідної потужності від частоти обертання ротора. Задля зменшення пульсацій моменту у всіх моделях виконано скоси полюсів ротора на один зубцевий поділ.

На рис. 3, а пунктирною лінією наведено також залежність моменту опору, що діє на колеса тролейбуса відповідно до їздового циклу; на рис. 3, б – пунктирною лінією показано потужність, необхідну для переміщення тролейбуса відповідно до їздового циклу.

Оскільки максимальна швидкість переміщення тролейбуса відповідно до їздового циклу дорівнює 50 км/год і цій швидкості відповідає частота обертання ротора двигуна 2409 об/хв, то з графіків, наведених на рис. 3, впливає, що всі досліджувані моделі мають момент і потужність, що перевищують значення моменту опору і потужність, необхідну для переміщення. Найменше значення моменту для номінальної частоти обертання отримано для моделі TR3, що дорівнює 993,5 Н·м. Для варіанта TR4 значення моменту для номінальної частоти 1229,3 Н·м, тобто величину струму для цього варіанта може бути зменшено приблизно на 20%. Тоді модель двигуна TR4 за номінальної частоти обертання $n = 2500$ об/хв має наступні характеристики (параметри): момент номінальний $M_n = 1000$ Н·м; номінальний струм $I_n = 495$ А; номінальна потужність $P_n = 256$ кВт; щільність струму – $J = 8,1$ А/мм².

Слід зазначити, що розрахункові зовнішні характеристики досліджуваних двигунів з ПМ отримано з урахуванням оптимального керування двигуном. Під час розрахунку двигунів залежно від частоти обертання визначено оптимальний кут випередження комутації обмоток статора двигуна з урахуванням положення ротора, за якого забезпечується максимальний момент.

Положення ротора, за якого відбувається комутація обмоток статора, задається кутом випередження комутації, що дорівнює куту між MPC (магніторушійною силою) статора і полем ротора. Для двигунів TR1, TR2, TR4 оптимальний кут випередження в діапазоні частоти обертання $n = 0 \div 2500$ об/хв дорівнює $\gamma = 40^\circ$, для двигуна TR3 оптимальний кут $\gamma = 10^\circ$. Таким чином, отримані

характеристики двигунів з ПМ визначено як конструктивними параметрами двигунів, так і режимом роботи системи керування двигуном за допомогою інвертора.

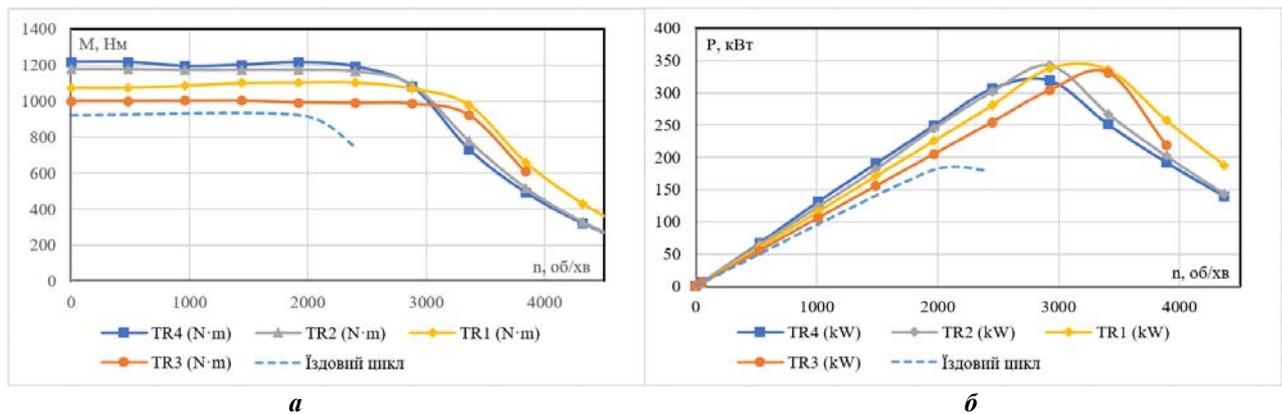


Рис. 3

На рис. 4 наведено картини магнітного поля для двигунів TR2 і TR4 для номінального струму, з яких випливає, що для TR2 максимальне значення індукції в спинці статора дорівнює $B_c = 2,09$ Тл, у зубцях - $B_z = 2,04$ Тл,; для двигуна TR4 відповідні значення індукції такі: $B_c = 1,94$ Тл; $B_z = 2,02$ Тл.

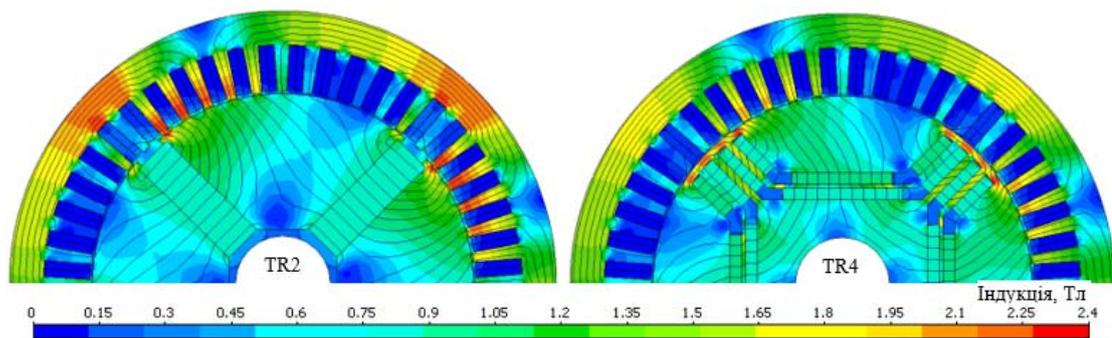


Рис. 4

Результати розрахунку показують, що за прийнятих умов роботи досліджуваних двигунів усі варіанти забезпечують задані момент і потужність тягового електроприводу тролейбуса, проте оптимальним є варіант TR4.

Двигуни з ПМ мають можливість збільшення обертового моменту. Перевантаження двигуна обмежується лише нагріванням статорної обмотки. У разі використання ефективної системи охолодження двигуна з постійними магнітами можлива тривала робота з перевантаженням.

Розрахунок температури елементів конструкції досліджуваних електричних машин TR2 і TR4 (обмоток, магнітів, заліза статора і ротора, валу, корпусу, підшипникових щитів) здійснювався в пакеті Simcenter MotorSolve з рідинною системою охолодження.

Тепловий розрахунок виконувався з урахуванням їздового циклу тролейбуса (рис. 1). На рис. 5 показано графіки нагрівання ПМ і обмоток, а також картини температурного поля для центрального перерізу електродвигунів TR2 і TR4. Рідинна система охолодження складається з каналів, розташованих рівномірно зовні зовнішнього корпусу електричної машини і зорієнтованих уздовж осі обертання ротора. Вихідні дані для теплового розрахунку такі: тип каналів, вбудованих у корпус; кількість каналів охолодження $n_k = 60$; форма каналів охолодження – кругла; діаметр каналів охолодження $d_k = 10$ мм; продуктивність циркуляційного насоса $Q = 10$ л/хв; початкова температура на вході в канали охолодження 20 °С.

Під час розрахунку температури елементів конструкції насамперед необхідно контролювати нагрівання постійних магнітів. Із графіків нагрівання магнітів, наведених на рис. 5, випливає, що за рідинного охолодження для номінального струму $I = 600$ А магніти нагріваються до температури 110 °С, що нижче критичного нагрівання для магнітів типу N45SH. Максимальна температура, за якої магніти N45SH зберігають свої властивості без значних втрат, дорівнює 150 °С.

Перевантаження тягового електродвигуна регулюється інвертором, який обмежує струм до номінального рівня на всьому діапазоні швидкостей. Під час розгону тролейбуса напруга зменшується для контролю струму, а у разі перевищення номінальної швидкості струм обмежується зростанням проти-ЕРС.

Таким чином застосування електродвигуна з постійними магнітами та рідинним охолодженням для приводу тролейбуса дає змогу суттєво підвищити питому потужність порівняно з асинхрон-

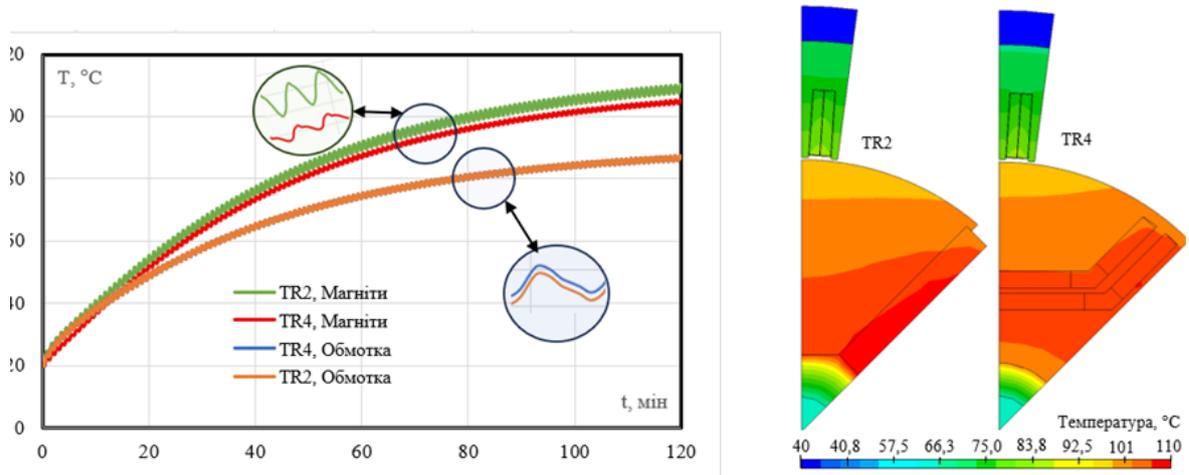


Рис. 5

ним двигуном. Питома потужність асинхронного електродвигуна $K_p = 0,21$, питома потужність оптимального варіанта двигуна TR4 – $K_p = 0,92$, тобто $0,92/0,21=4,38$.

Результати розрахунку тягового приводу з високошвидкісним двигуном з постійними магнітами (ВШПМ) і магнітного редуктора (МР). Зі збільшенням швидкості обертання електродвигуна з постійними магнітами зменшується його питома вага, водночас забезпечується можливість значного зменшення ваги постійних магнітів, мідних обмоток і електротехнічної сталі - найдорожчих елементів двигуна. Технології виробництва високошвидкісних двигунів із постійними магнітами удосконалюються. Можна відзначити використання композитних матеріалів на основі вуглеволокна для виготовлення бандажа ротора. Реалізовано ефективні технічні рішення з управління двигунів з постійними магнітами, відзначається постійне зростання випуску двигунів з постійними магнітами зі швидкістю обертання понад 10000 об/хв.

З іншого боку, відзначається розвиток напряму зі створення магнітних редукторів (МР) завдяки появі на ринку високотемпературних постійних магнітів, електротехнічної сталі з низькими питомими втратами за високої частоти і композитних матеріалів, що дає змогу створювати магнітні редуктори з високою питомою величиною переданого моменту.

Поєднання високошвидкісного двигуна з постійними магнітами і МР дає змогу зменшити габарити і вагу електропривода тролейбуса порівняно з наявним асинхронним приводом або приводом на основі постійних магнітів без МР.

У роботі розглядається високошвидкісний двигун TR5 (рис. 6) з постійними магнітами в поєднанні з МР, передавальне число якого становить $i = 6,33$, і, таким чином, номінальна частота обертання валу електродвигуна відповідно до їздового циклу тролейбуса (за $v_s = 50$ км/год) становить $n = 15850$ об/хв, що створює умови для зменшення габаритних розмірів і ваги. Максимальний момент опору з МР дорівнює $M = 145$ Н·м. Крім того, у двигуні застосовується рідинне охолодження, що дає змогу збільшити струмові навантаження двигуна. Радіатор системи охолодження може бути встановлений на даху тролейбуса.

Було спроектовано високошвидкісний електродвигун і розраховано його характеристики в пакеті Simcenter MotorSolve. Попередні розрахунки декількох конфігурацій магнітної системи ротора виявили, що оптимальною є конфігурація з внутрішнім V-подібним розміщенням ПМ. Під час розрахунку характеристик ВДПМ основні параметри магнітної сис-

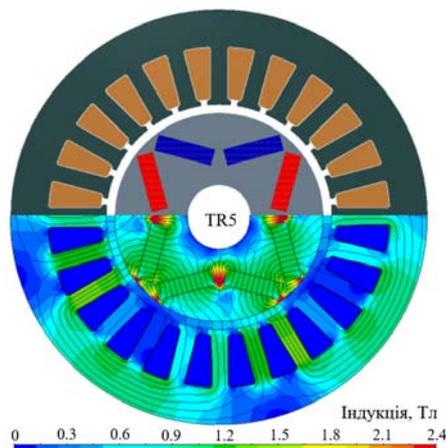


Рис. 6

теми підбирали таким чином, щоб забезпечити максимальний момент понад $M = 145 \text{ Н}\cdot\text{м}$ у діапазоні частоти обертання $n = 0 \div 12200 \text{ об/хв}$ і понад $M = 115 \text{ Н}\cdot\text{м}$ – у діапазоні $n = 12200 \div 15200 \text{ об/хв}$, що відповідає їздовому циклу із коефіцієнтом редукції МР $I = 6,33$.

На рис. 6 показано магнітну систему досліджуваного високошвидкісного двигуна TR5 та картину магнітного поля. Ротор виконано з інкорпорованими постійними магнітами N45SH, розміри яких такі: товщина – 8 мм, довжина – 28 мм. Двигун з ПМ і магнітним редуктором дає змогу забезпечити більшу потужність за високої швидкості обертання порівняно зі стандартним тяговим асинхронним двигуном. Шляхом регулювання кута комутації обмоток двигуна, що визначає кут між МРС (магнітотвірною силою) статора і полем ротора, можна забезпечити великий момент у широкому діапазоні частоти обертання ротора.

Основні технічні характеристики спроектованого високошвидкісного двигуна з постійними магнітами наступні: номінальна потужність 250 кВт; напруга живлення 600 В; номінальний лінійний струм 400 А; номінальна частота обертання 15850 об/хв; максимальна частота обертання 25000 об/хв; номінальний ККД 98,9 %; діаметр статора 200 мм; довжина статора 350 мм; число полюсів ротора 4; число пазів статора 36; число витків у пазу обмотки статора 4; число паралельних гілок котушок кожної фази 2; товщина бандажа ротора 3 мм; величина робочого зазору 1 мм; загальний зазор з урахуванням товщини бандажа 4 мм. Маса осердя ротора $m_p = 19,1 \text{ кг}$; маса магнітів $m_{\text{пм}} = 4,7 \text{ кг}$; маса осердя статора $m_c = 42,6 \text{ кг}$; маса обмотки статора $m_{\text{об}} = 10,9 \text{ кг}$; загальна маса активної частини $m_{\Sigma} = 77,3 \text{ кг}$. Загальна вага активної частини високошвидкісного двигуна TR5 в 2,3 рази менша за вагу активної частини електродвигуна TR4 - $m_{\Sigma} = 178 \text{ кг}$.

Міцність ротора за великої швидкості обертання забезпечує бандаж, виконаний із композитного матеріалу – вуглеволокна. Під час виконання розрахунків двигуна прийнято, що межа міцності на розрив передбачуваного композитного матеріалу має становити щонайменше 1500 МПа, що явно менше за межу міцності 2420 МПа композитного матеріалу CFRP DW260 компанії CирComp. За діаметра ротора 100 мм товщина бандажної оболонки становитиме не більше 3 мм. На даний момент технологія намотування вуглеволокна з натягом на ротор електродвигуна є найефективнішою і доступною для широкого застосування.

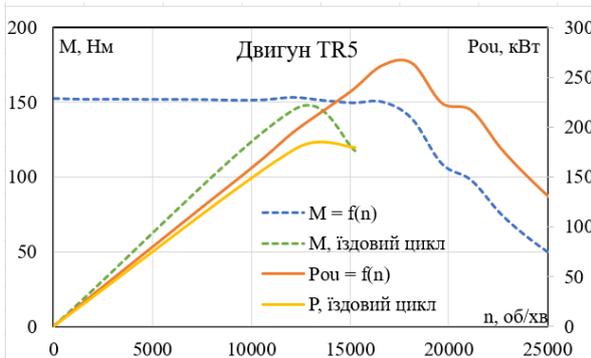


Рис. 7

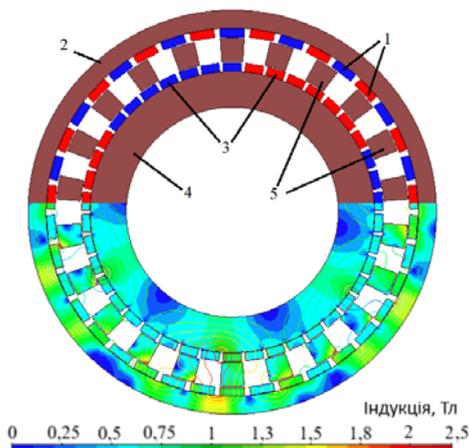


Рис. 8

На рис. 7 показано залежності моменту і потужності двигуна від частоти обертання ротора, а також момент опору, що діє на тролейбус відповідно до їздового циклу. Частоті обертання $n = 2500 \text{ об/хв}$ для низькошвидкісного двигуна TR4 відповідає частота обертання $n = 15850 \text{ об/хв}$ для високошвидкісного двигуна TR5.

Для частоти обертання ротора $n = 15850 \text{ об/хв}$ і кута випередження $\gamma = 30^\circ$ розрахункові характеристики високошвидкісного двигуна такі: крутний момент $M_{ou} = 151,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$; вихідна потужність $P_{ou} = 250,8 \text{ кВт}$; ККД $\eta = 98,9 \text{ (\%)}$; середньоквадратичний струм $I = 400 \text{ А}$; втрати загальні $P_{\Sigma} = 2,7 \text{ кВт}$; втрати в обмотках $P_{об} = 1,6 \text{ кВт}$; втрати в залізі $P_{\text{з}} = 1,1 \text{ кВт}$; щільність струму $J = 8,4 \text{ А/мм}^2$; питомий коефіцієнт – відношення крутного моменту до маси активної частини $K = M_{ou}/m_{\Sigma} = 1,95 \text{ Н}\cdot\text{м/кг}$.

Задля спільної роботи з високошвидкісним двигуном був розроблений і розрахований МР. На рис. 8 показано конфігурацію магнітної системи і картину магнітного поля циліндричного магнітного редуктора з модулятором магнітного потоку для електроприводу тролейбуса. Розроблено комп'ютерну параметричну модель, що дає змогу варіювати такими параметрами: числом полюсів високошвидкісного і низькошвидкісного ротора, роз-

мірами постійних магнітів, висотами ярм обох роторів, розмірами полюсів модулятора, величинами повітряних зазорів, а також параметрами матеріалів, що використовуються. У результаті серії розрахунків визначено оптимальну конфігурацію та розміри магнітної системи редуктора, за якої отримано задані значення максимального моменту на високошвидкісному і низькошвидкісному роторі за мінімальної маси МР.

Магнітний редуктор складається з трьох основних конструктивних елементів: зовнішнього низькошвидкісного ротора, нерухомого модулятора магнітного потоку і внутрішнього високошвидкісного ротора. Низькошвидкісний ротор складається з ярма 2 магнітного потоку із зовнішнім діаметром $D_n=340$ мм і товщиною $h_{ни}=15$ мм, на внутрішній поверхні якого закріплено 38 постійних магнітів 1 радіальної намагніченості і полярністю, що чергується. Ширина магнітів 20 мм, товщина 7 мм, довжина 170 мм. Модулятор магнітного потоку являє собою набір із 22 полюсів 5 шихтованої електротехнічної сталі висотою 20 мм, які закріплені у сепараторі з електрично непровідного матеріалу.

Високошвидкісний ротор складається з ярма 4 із шихтованої електротехнічної сталі заввишки 30 мм із закріпленими на ньому постійними магнітами 3. Кількість пар полюсів високошвидкісного ротора 3. Кожен полюс набраний з 7 рядів постійних магнітів завширшки 15 мм, заввишки 7 мм, завдовжки 170 мм. Величина повітряних зазорів між роторами магнітного редуктора і модулятором 1 мм. Коефіцієнт редукції магнітного редуктора становить $i = 6,33$ і дорівнює відношенню числа пар полюсів роторів МР. Загальна маса магнітів редуктора становить $m_{пм} = 12$ кг, маса електротехнічної сталі $m_c = 55$ кг, тобто маса активних частин $m_{a.ч.} = 67$ кг, а загальна маса МР $m_{mp} = 100$ кг. Картина магнітного поля МР, представлена на рис. 9, показує, що розміри магнітної системи МР обрано таким чином, щоб сталеві елементи конструкції перебували не в насиченому стані. Величина магнітної індукції в основному (крім окремих кутових точок) не перевищує значень: у замикачі високошвидкісного ротора 1,6 Тл, у замикачі низькошвидкісного ротора 1,8 Тл, в елементах модулятора 1,75 Тл.

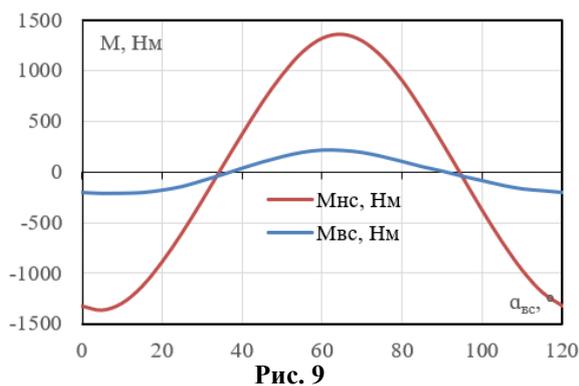


Рис. 9

ного ротора 1,6 Тл, у замикачі низькошвидкісного ротора 1,8 Тл, в елементах модулятора 1,75 Тл.

Однією з найважливіших характеристик МР є максимальний крутний момент, що передається редуктором. Він визначається за статичними моментними характеристиками магнітного редуктора. На рис. 9 наведено розрахункові статичні моментні характеристики МР залежно від кута повороту високошвидкісного ротора.

Результати моделювання засвідчили, що максимальний момент, який передається з боку високошвидкісного ротора, становить 212 Н·м, з боку

низькошвидкісного ротора 1362 Н·м. Слід зазначити, що з урахуванням динамічних навантажень реальний максимальний передавальний момент редуктора нижчий на 20% ÷ 30%.

Використання високошвидкісного двигуна з постійними магнітами в поєднанні з магнітним редуктором є перспективним напрямком зі створення тягового приводу для тролейбуса. Однак задля зниження вихрових втрат у магнітах треба застосовувати їхню сегментацію, що ускладнює та здорожчує виробництво. Крім того, пульсації моменту навіть на рівні 5–10% помітні пасажиром, що потребує застосування інженерних рішень, таких, наприклад, як скіс полюсів на високошвидкісному роторі. Тому застосування МР великої потужності вимагатиме подальших додаткових досліджень. У даному випадку розглянуто МР як перший етап розроблення приводу з високошвидкісним двигуном і редуктором. Розвитком цього напрямку є дослідження нових електромагнітних конфігурацій, у яких двигун і МР являють собою одну об'єднану конструкцію. Ці нові конфігурації будуть досліджені надалі.

У табл. 3 наведено основні показники різних типів тягового електроприводу тролейбуса. Питомий момент порівняно зі стандартним асинхронним двигуном збільшується в 2 рази під час застосування двигунів СДПМ і в 3,65 рази – у разі використання ВСДПМ з МР. При цьому забезпечуються можливості значно зменшити загальну вагу приводу.

Технології виробництва високошвидкісних двигунів із постійними магнітами удосконалюються. Можна відзначити використання композитних матеріалів на основі вуглеволокна для виготовлення бандажа ротора. Реалізовано ефективні технічні рішення з управління двигунів з постійними магнітами.

Таблиця 3

Найменування параметра	АД (ДТА-1У1)	СДПМ (TR4)	ВСДПМ (TR5) +MP
Номинальний момент, Н·м	1150	1000	1000
Вихідна потужність, кВт	180	321,8	250
Частота обертання, об/хв			
Номинальна,	1500	2500	2500
Максимальна	4000	4000	4000
Діаметр корпусу, мм	550	400	340
Довжина корпусу (без валу), мм	860	580	570
Загальна вага, кг	840	350	200
Питома потужність, кВт/кг	0,21	0,92	1,25
Питомий момент, Н·м/кг	1.37	2.85	5.0

швидкостях і схильність до нагрівання ротора в динамічних режимах роботи. Застосування СДПМ обумовлено їх високим ККД (в середньому 94% під час розгону в порівнянні з 80% у АД), що призводить до економії електроенергії, високим пусковим моментам, прямо пропорційним струму статора і значною здатністю до перевантажень по крутному моменту, що критично важливо для динамічного міського циклу руху з частими пусками і гальмуванням.

2. Застосування постійних магнітів та рідинного охолодження у СДПМ дають змогу значно поліпшити питомі характеристики (відношення крутного моменту і потужності до маси) порівняно з АД типу ДТА-1У1, який використовуються в тролейбусах. В роботі представлено результати, які можна розглядати як оцінку можливості створення СДПМ у габаритах статора тягового АД типу АТД-4 шляхом збільшення струму обмотки статора та рідинного охолодження, що дає змогу створювати більш компактні та легкі двигуни, зберігаючи при цьому високу продуктивність. Наприклад, питома потужність оптимального варіанта СДПМ (TR4) становить 0,92 кВт/кг, що в 4,3 рази вище, ніж у асинхронного двигуна типу ДТА-1У1 (0,21 кВт/кг). Крім того, використання СДПМ призводить до економії електроенергії до 1848 кВт-год на рік для тролейбуса, що працює в міському циклі.

3. Подальше підвищення питомих характеристик тягового приводу тролейбуса можливе за рахунок використання високошвидкісних двигунів із постійними магнітами у поєднанні з магнітними редукторами. Таке поєднання дає змогу істотно зменшити габарити і вагу електропривода. Наприклад, загальна вага високошвидкісного двигуна TR5 з MP становить не більше ніж 200 кг, що в 1,75 рази менше за вагу СДПМ TR4 (350 кг), водночас забезпечуючи вищий питомий момент.

Роботу виконано за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України – проект «Електромеханічні системи підвищеної енергоефективності для енергетики, технологій і транспорту», 2024-2025 рр.

COMPARATIVE ANALYSIS OF TRACTION MOTORS FOR URBAN TROLLEYBUSES

V.V. Grebenikov¹, R.V. Gamaliya¹, S.A. Dadychyn¹, V.S. Popkov²

¹Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, 56, Beresteysky Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.

²I.M. Frantzevych Institute of Materials Science National Academy of Sciences of Ukraine, 3, Akademika Krzhizhanovskoho Str., Kyiv, 03142, Ukraine.

E-mail: elm1153@gmail.com.

The article presents the results of a numerical study and comparative analysis of traction electric drives for urban trolleybuses based on induction motors and synchronous permanent magnet motors, as well as a combination of high-speed permanent magnet motors and magnetic reducers. It is shown that the replacement of short-circuited rotor with a permanent magnet rotor in a standard induction motor can significantly increase the specific power of the electric machine. Numerical studies and analysis of the characteristics of an electric motor with neodymium magnets for four configurations of the rotor magnetic system have been carried out and the optimal one in terms of specific performance has

Таким чином поєднання високошвидкісного двигуна з постійними магнітами та магнітного редуктора дає змогу зменшити габарити та вагу електроприводу тролейбуса порівняно з наявним асинхронним приводом або приводом на основі постійних магнітів.

Висновки.

1. Синхронні двигуни з постійними магнітами (СДПМ) є перспективною альтернативою традиційним асинхронним двигунам (АД) у тягових приводах тролейбусів, оскільки АД демонструють недостатній ККД на низьких

been determined. It is established that in order to ensure maximum specific characteristics in traction electric motors, it is necessary to take into account the peculiarities of the driving cycle and use liquid cooling. The results of thermal calculations taking into account the driving cycle showed that the use of liquid cooling ensures that the temperature of neodymium magnets and windings is maintained below critical values even at loads close to the limit. Additionally, the possibility of reducing the size and weight of the electric drive by using a high-speed motor with a magnetic gearbox was considered. Calculations of electromagnetic and thermal characteristics were performed in the Simcenter Magnet and Simcenter MotorSolve software packages. References 9, figures 9, tables 3.

Keywords: numerical simulation, electric motor for trolleybus, permanent magnets, driving cycle, operating characteristics, thermal calculation

1. Tudor E., Arsene M.; Berca Iu., Alexandru-Ionel C., Dumitru C., Ionuț V. Case Study of a Newly Developed Permanent Magnet Synchronous Motor for Electric Buses. 13th International Symposium on *Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE)*. Bucharest, Romania, 23-25 March 2023. Pp. 1-5. DOI: <https://doi.org/10.1109/ATEE58038.2023.10108323>.
2. Lianbo Niu. Optimization design and torque performance research of interior permanent magnet synchronous motor. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15. No 1. Pp. 1-30. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-025-93285-x>.
3. Dini P., Saponara S., Chakraborty S., Hegazy O. Modeling, Control and Monitoring of Automotive Electric Drives. *Electronics*. 2025. Vol. 14(19): 3950. Pp. 2-54. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics14193950>
4. Hess AG. URL: <https://www.hess-ag.ch/> (accessed at 05.07.2025).
5. Jo I-H., Lee J., Lee H-W., Lee J-B., Lim J-H., Kim S-H., Park C-B. A Study on MG-PMSM for High Torque Density of 45 kW-Class Tram Driving System. *Energies*. 2022. No 15. 1749. DOI: <https://doi.org/10.3390/en15051749>.
6. Wirasanti P., Kammuang-Lue N., Kitthamkesorn S. Feasibility Study of Electric Rubber-Tire Bus Potential in Chiang Mai - Electrification Planning. *IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific)*. Bangkok, Thailand, 06-09 June 2018. Pp. 1-5. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITEC-AP.2018.8433282>.
7. Stana G., Brazis V. Trolleybus motion simulation by dealing with overhead DC network energy transmission losses. 18th International Scientific Conference on *Electric Power Engineering (EPE)*. Kouty nad Desnou, Czech Republic, 17-19 May 2017. Pp. 1-6. DOI: <https://doi.org/10.1109/EPE.2017.7967229>.
8. Mei Yan, Menglin Li, Hongwen He, Jiankun Peng, Chao Sun. Rule-based energy management for dual-source electric buses extracted by wavelet transform. *Journal of Cleaner Production*. 2018. Vol. 189. Pp. 116-127. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.04.054>.
9. Grebenikov V.V., Pavlov V.B., Gamaliia R.V., Popkov V.S. Comparative analysis of electric machines characteristics with permanent magnets for electric vehicles and wind turbines. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2022. No 4. Pp. 21-27. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2022.04.021>.

Надійшла 08.07.2025

Прийнята 27.10.2025

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ВІДБИВНІЙ ПЕЧІ
ДЛЯ АЛЮМІНІЮ З ЕЛЕКТРОВИХРОВОЮ КАМЕРОЮ ІЗ УРАХУВАННЯМ
ДЕФОРМАЦІЇ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ РІДКОГО МЕТАЛУ**

О.І. Бондар*, канд. техн. наук, **Ю.М. Гориславець**** , докт. техн. наук, **Т.О. Пеньковий*****
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна. **E-mail: yugoris@ukr.net.**

Представлено схему відбивної печі для плавки алюмінієвих відходів з циліндричною електровихровою камерою, в якій за допомогою дугового індуктора створено вихровий (обертальний) потік рідкого металу. Зазначена камера двома каналами з'єднана з плавильною ванною печі і виконує дві функції: перемішує розплавлений метал у ванні печі та занурює в розплав подрібнений металевий брухт для захисту металу від окислення з подальшим транспортуванням його в плавильну ванну. Для такої системи сформульовано математичну модель задля дослідження електромагнітних і гідродинамічних процесів в ній з урахуванням деформації вільної поверхні (меніску) рідкого металу. Модель складається із двох частин – систем диференціальних рівнянь, що описують зазначені процеси. Деформація вільної поверхні визначалася методом рухомої сітки. Дослідження проводилося для різних значень висоти металу у ванні печі, яке змінювалося від початкового значення 0,2 м до повної висоти ванни 0,5 м, що моделювало процес наплавлення металу в печі в процесі роботи. Розглянуто два варіанти розташування індуктора по висоті вихрової камери: один – у нижній її частині, а другий – по середині відносно висоти металу повністю наплавленої ванни печі. У результаті проведеного моделювання отримано розподіли швидкості рідкого металу у ванні печі та вихровій камері, визначено деформацію верхньої вільної поверхні металу в камері та середній рівень металу в ній відносно рівня металу в плавильній ванні. Для різного наповнення ванни печі визначено траєкторії руху рідкого металу в електровихровій камері. Бібл. 10, рис. 8.

Ключові слова: відбивна піч, електровихрова камера, рідкий метал, математичне моделювання, гідродинамічні процеси, деформація вільної поверхні.

Вступ. Проблема переплавлення алюмінію є особливо актуальною за відсутності первинного виробництва цієї сировини. Для отримання алюмінію та його сплавів у таких випадках залучають вторинний алюміній, який отримують у результаті переплавки металевих відходів (брухту). Часто для цього використовують відбивні печі, тобто печі з верхнім поверхневим нагріванням, які можуть бути електричними (печі електроопору) або полум'яними (паливними, газовими). Металеві відходи, особливо легковагові відходи (металева стружка тощо) перед завантаженням у такі печі попередньо компактуються (брикетуються). Але внаслідок відносно малої маси такі брикети практично повністю знаходяться (плавають) на поверхні розплавленого металу, де, піддаючись верхньому нагріванню, значна частина металу в них окисляється та згорає [1].

Відома технологія, що реалізується системою *Metaullics LOTUSS (LOw TURbulence Scrap Submergence)* [2, 3], за якою плавлення алюмінієвих відходів здійснюють у відбивних печах, оснащених вихровою камерою, в якій створюється вихровий (обертальний) рух рідкого металу. Для цього попередньо подрібнений брухт алюмінію (шихта) подається в зазначену камеру, в якій створеною гідродинамічною воронкою вихрового потоку він затягується (занурюється) в розплав, і далі подається в плавильну ванну печі. Така технологія дає змогу суттєво зменшити окислення та безповоротні втрати металу. За даними [4] та інших джерел вихід придатного для повторного використання алюмінію за такою технологією сягає 97-98 %. Вихровий потік рідкого металу в такій установці створюється

© Бондар О.І., Гориславець Ю.М., Пеньковий Т.О., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-1678-8862>; ** <https://orcid.org/0000-0003-1668-4972> ;

*** <https://orcid.org/0009-0007-8294-760X>

© Видавець ВД «Академперіодика», НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

зануреним відцентровим електромеханічним насосом. Цей насос окрім формування вихрової воронки в камері забезпечує також циркуляцію металу в печі, тобто здійснює перемішування розплаву у ванні, подачу нагрітого в ній металу до вихрової камери та транспортування подрібнених відходів до плавильної ванни печі, забезпечуючи таким чином ефективне плавлення алюмінієвої шихти. Проте наявність механічного насоса знижує надійність і довговічність такого конструктивного рішення через знаходження його ротора (лопатеї) в агресивному середовищі рідкого металу. Задля усунення цього недоліку авторами запропоновано створювати такий рух металу в циліндричній камері індукційним способом за допомогою електромагнітних систем, зокрема дугового індуктора (дугового статора), що охоплює зовні вихрову камеру [5].

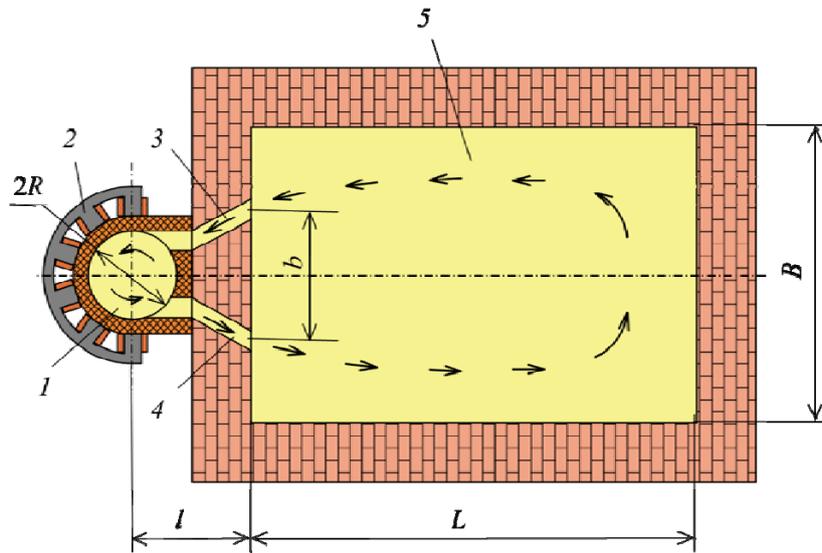


Рис. 1

На рис. 1 наведено схему відбивної плавильної печі з приєднаною до неї вихровою (електровихровою) камерою. На відміну від системи LOTUSS, яка включає в себе дві з'єднані між собою камери, в одній із яких поміщається відцентровий механічний насос, а в іншій створюється вихрова гідродинамічна воронка, ця система має у своєму складі одну циліндричну камеру 1, в якій за допомогою дугового індуктора 2 створюється вихровий (обертальний) потік рідкого металу. Зазначена камера двома каналами (всмоктувальним 3 і натискним 4) з'єднана з плавильною ванною 5 печі. Подрібнена металева шихта,

яка безперервно подається в камеру, через натискний канал поступає у ванну печі, де вона плавиться. Вихровий потік, що виникає в камері, умовно можна розділити на дві частини, одна з яких надходить у ванну плавильної печі, транспортуючи таким чином подрібнену шихту, перемішує в ній розплав і подає нагрітий метал у вихрову камеру, а інша замикається безпосередньо в самій камері, створюючи в ній обертальний потік рідкого металу для занурення подрібненої шихти. Таким чином, вихрова камера в такій системі одночасно виконує дві функції: функцію електромагнітного перемішувача рідкого металу в плавильній печі та системи для занурення шихти в рідкий метал задля захисту від окислення і подачі її у ванну печі.

В роботі [5] шляхом тривимірного моделювання електромагнітних і гідродинамічних процесів проведено дослідження такої установки. Моделювалася система, в якій натискний канал був приєднаний до камери у нижній її частині по висоті, а всмоктувальний – у верхній. У результаті було встановлено, що ефективність електровихрової камери відбивної плавильної печі залежить від відносної висоти з'єднувальних каналів та кута приєднання натискного каналу до циліндричної поверхні вихрової камери. Зазначені дослідження проводилися без врахування меніску, тобто деформації вільної поверхні рідкого металу. Така постановка дає змогу оцінити ефективність електровихрової камери як електромагнітного перемішувача, проте вона не дає можливості достовірно отримати уявлення про роботу камери як занурювача металевої шихти, оскільки в цьому випадку не моделюється гідродинамічна воронка. Представлення про спроможність такої камери занурювати шихту може надати постановка і розв'язання гідродинамічної задачі з урахуванням деформації вільної (верхньої) поверхні рідкого металу в ній.

Відома робота [6], в якій наведено результати моделювання гідродинамічних процесів у вихровій камері з урахуванням меніску для системи Metallics LOTUSS. В роботі зазначено, що розроблена авторами обчислювальна модель забезпечує достовірне представлення про потік всередині вихрової камери та є корисним інструментом для візуалізації циркуляції металу в ній. За допомогою індикаторних (трасерних) частинок, розміщених на поверхні вихору, показана можливість оцінки занурення подрібненої шихти без проведення складних термодинамічних розрахунків.

Видається доцільним проведення аналогічних досліджень для плавильної печі з електровихровою камерою, конструктивну схему якої представлено на рис. 1. А тому **мета цієї роботи** – на основі розробленої математичної моделі шляхом виконання комп'ютерного моделювання електрогідродинамічних процесів у відбивній печі, оснащених електровихровою камерою, з урахуванням деформації вільної поверхні (меніску) рідкого металу оцінити функціональну можливість електровихрової камери одночасно перемішувати рідкий метал у ванні печі та занурювати алюмінієвий брухт в товщу розплаву, дослідити закономірності електромагнітного впливу на рідкий метал на різних етапах наплавлення ванни печі.

Математична модель. Заля вирішення поставленої задачі сформульовано математичну модель для чисельного (комп'ютерного) дослідження зазначених процесів у такій установці. Модель складається із двох частин – систем диференціальних рівнянь, що описують електромагнітні і гідродинамічні процеси.

Електромагнітна частина моделі представлена диференціальним рівнянням відносно комплексної амплітуди векторного магнітного потенціалу $\dot{\mathbf{A}}$

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) + (j\omega\sigma - \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_r) \dot{\mathbf{A}} - \sigma \mathbf{u} \times (\nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = \dot{\mathbf{J}}_e, \quad (1)$$

де μ_0 і ϵ_0 – магнітна і діелектрична проникності вакууму; μ_r і ϵ_r – відносні магнітна і діелектрична проникності; σ – питома електропровідність; \mathbf{u} – швидкість руху; ω – кутова частота; $\dot{\mathbf{J}}_e$ – комплексна амплітуда зовнішньої густини струму. Граничною умовою для цих рівнянь є умова магнітної ізоляції на зовнішніх границях розрахункової області ($\dot{\mathbf{A}} = 0$). Складова електромагнітного поля, зумовлена рухом рідкого металу, не враховувалася, тобто вважалося, що в рівнянні (1) $\mathbf{u} = 0$.

За результатами моделювання (отриманим розподілом магнітного потенціалу) знаходяться значення диференціальних параметрів електромагнітного поля (напруженості та індукції магнітного і електричних полів, густини електричного струму тощо) та інтегральних параметрів електромагнітної системи, таких як напруга, струм, активна, реактивна і повна потужності, потужність тепловиділення в рідкому металі та ін., а також значення електромагнітних сил, що виникають у рідкому металі

$$\mathbf{f} = 0,5 \operatorname{Re}(\dot{\mathbf{J}} \times \dot{\mathbf{B}}), \quad (2)$$

де $\dot{\mathbf{J}}$ – густина струму провідності; $\dot{\mathbf{B}} = \nabla \times \dot{\mathbf{A}}$, $\dot{\mathbf{B}}$ – спряжений комплекс індукції магнітного поля.

Гідродинамічний процес в моделі представлено усередненою Рейнольдсом системою нелінійних диференціальних рівнянь Нав'є-Стокса для турбулентної течії в'язкої рідини

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p + \nabla \cdot (\eta_{eff} \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f}; \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (4)$$

Тут ρ – густина рідкого металу; p – тиск; $\eta_{eff} = \eta + \eta_t$ – коефіцієнт ефективної динамічної в'язкості, де η – коефіцієнт молекулярної динамічної в'язкості, η_t – коефіцієнт турбулентної в'язкості, розрахований відповідно до прийнятої моделі турбулентності; \mathbf{f} – питома електромагнітна сила в рідкому металі, обчислена згідно виразу (2). Для замикання рівнянь використовувалась k - ϵ модель турбулентності [7]. Розрахункова область гідродинамічної задачі обмежувалася лише об'ємом рідкого металу у ванні печі, каналах та вихровій камері. Розглядалися два види границь для досліджуваної області – непроникні стінки та вільна поверхня. Граничні умови для швидкості, турбулентної кінетичної енергії та її дисипації на непроникних стінках з врахуванням логарифмічного профілю швидкості для приграничного шару застосовувалися у відповідності з математичною моделлю, запропонованою в роботі [8]. Тиск навколишнього середовища на вільній поверхні описувався співвідношенням

$$\left(-p \mathbf{I} + \eta_{eff} \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \right) \cdot \mathbf{n} = -p_{atm} \cdot \mathbf{n}, \quad (5)$$

де $p_{atm} = 101325$ Па. Деформація вільної поверхні рідкого металу визначалася методом рухомої сітки, при цьому нормальна складова швидкості руху вузлів сітки вільної поверхні задавалася наступним чином [9]:

$$\mathbf{u}_{mesh} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}, \quad (6)$$

де \mathbf{u}_{mesh} – швидкість руху вузлів сітки.

Сформульовану таким чином математичну модель реалізовано в пакеті програмного середовища COMSOL Multiphysics [10].

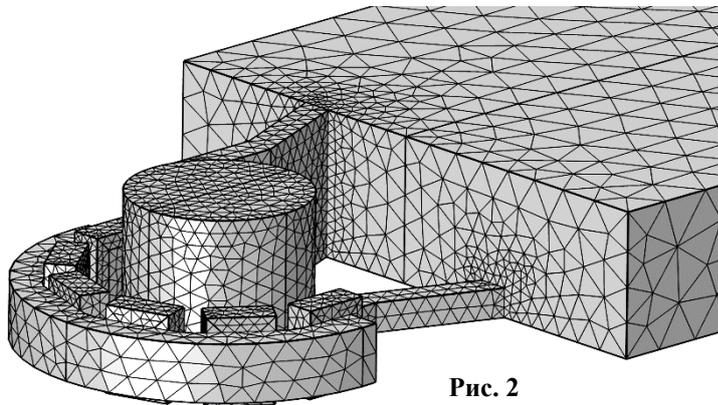


Рис. 2

Постановка задачі. Розглядалася відбивна піч для плавлення алюмінію з електровихровою камерою у вигляді циліндричної камери з дуговим індуктором, схему якої з позначеннями основних розмірів наведено на рис. 1. Довжина і ширина внутрішньої частини плавильної ванни печі $L = 3$ м і $B = 2$ м. Внутрішній діаметр вихрової камери $2R = 0,6$ м, розмір $l = 0,8$ м, відстань між каналами у ванні печі $b = 0,8$ м, ширина каналів $b_c = 0,1$ м. Шестиполосний дуговий індуктор охоплює зовні половину циліндричної вихрової камери.

Його внутрішній діаметр складає $0,8$ м, а висота (по магнітопроводу) – $0,2$ м. Розглядалося два варіанти розташування індуктора по висоті вихрової камери: один – в нижній її частині як показано на рис. 2, на якому представлено загальний вигляд фрагмента установки з електровихровою камерою, та другий – коли індуктор розташовано по середині відносно висоти металу повністю наплавленої ванни печі, яка прийнята рівною $H = 0,5$ м. Моделювання електромагнітного поля, яке створює індуктор, проводилося на частоті 50 Гц за заданих ампер-витках в котушках, амплітудні значення яких у кожній із них складали по 20 кА. Фазовий кут між струмами сусідніх котушок прийнято рівним 60 ел. град. За такого живлення індуктор створює в камері біжуче (обертове) магнітне поле, яке й визиває обертальний вихровий рух рідкого металу.

Дослідження проводилося для різних значень висоти металу H у ванні печі, яке змінювалося від початкового значення $H = 0,2$ м до повної висоти ванни $H = 0,5$ м, що моделювало процес наплавлення металу в печі, тобто збільшення розплаву у ванні в процесі роботи печі. Особливість конструктивного виконання цієї системи полягає в тому, що її напірний канал приєднано до нижньої частини камери, а всмоктувальний канал виконано зверху відкритим (у вигляді лотка). Висота поперечного перерізу напірного каналу становить $0,1$ м. Обидва канали приєднано до бокової циліндричної поверхні камери тангенційно (див. рис. 2).

Результати моделювання та їх аналіз. На рис. 2 показана розрахункова сітка для системи з повністю наповненою ванною печі ($H = 0,5$ м) з нижнім розміщенням дугового індуктора, а на рис. 3 для такої ванни представлено розподіли швидкості рідкого металу в електровихровій камері (стрілками та в кольорі) для двох положень індуктора. Рис. 3, *а* відноситься до нижнього розташування індуктора, рис. 3, *б* – до середнього. Розподіли швидкості на цих рисунках показано в

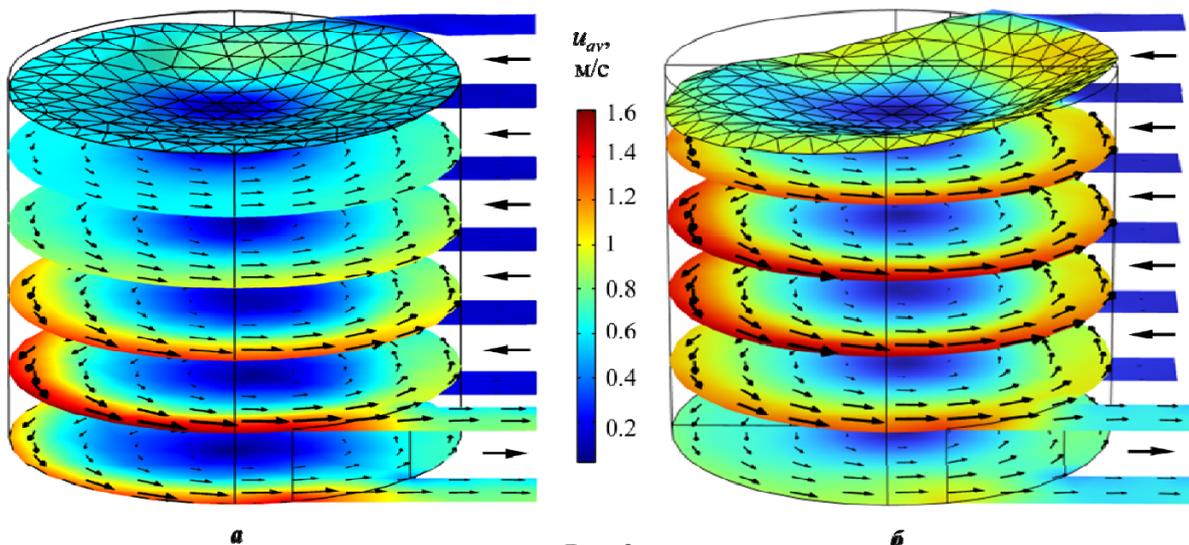


Рис. 3

горизонтальних перерізах камери, побудованих з кроком 0,1 м по висоті, а також на верхній (деформованій) поверхні металу, на якій замість стрілок швидкості умовно показана розрахункова сітка, яка дає змогу скласти уявлення про отриманий меніск, тобто форму вільної поверхні рідкого металу. Порівнюючи між собою ці два рисунки, можна відзначити, що, як і слід було очікувати, максимальні значення швидкості металу у першому випадку досягають у нижній частині електровихрової камери, а у другому – в середній. Що стосується величини деформації вільної поверхні, яку можна оцінити як $\Delta z = (z_{\max} - z_{\min})$, тобто як різницю між максимальним і мінімальним значеннями координат точок деформованої поверхні по вертикальній осі, то вона виявилася більшою у випадку середнього положення індуктора.

Враховуючи, що, як було показано в [5], натиск вихідного каналу електровихрової камери суттєво перевершує всмоктувальну дію вхідного каналу, рівень рідкого металу в камері буде нижче рівня металу в плавильній ванні печі, що і підтверджується моделюванням. У разі увімкнення індуктора рівень металу в камері зменшується, а у ванні печі він практично залишається незмінним через велику різницю об'ємів металу в камері і у ванні печі. Як видно з рис. 3, для нижнього положення дугового індуктора середній рівень металу в камері виявився вищим у порівнянні з середнім його розташуванням.

Розподіл швидкості рідкого металу в плавильній ванні відбивної печі з електровихровою камерою, отриманий у результаті моделювання такої системи, практично нічим не відрізняється від розподілу, наведеного в роботі [5] для аналогічної системи без врахування деформації вільної поверхні, а тому тут не приводиться.

Прослідкувати детально за рухом металу в системі, що розглядається, можна за допомогою розрахункових траєкторій руху потоку. На рис. 4 як приклад показано отримані у результаті моделювання траєкторії руху у вихровій камері для нижнього положення індуктора при $H = 0,5$ м. Як видно з цього рисунку, у разі повної ванни печі рідкий метал, який надходить в камеру із ванни через відкритий зверху всмоктувальний канал, розкручується в ній, рухаючись по складним траєкторіям. Та частина металу, що поступає в камеру через верхню по висоті ділянку поперечного перерізу

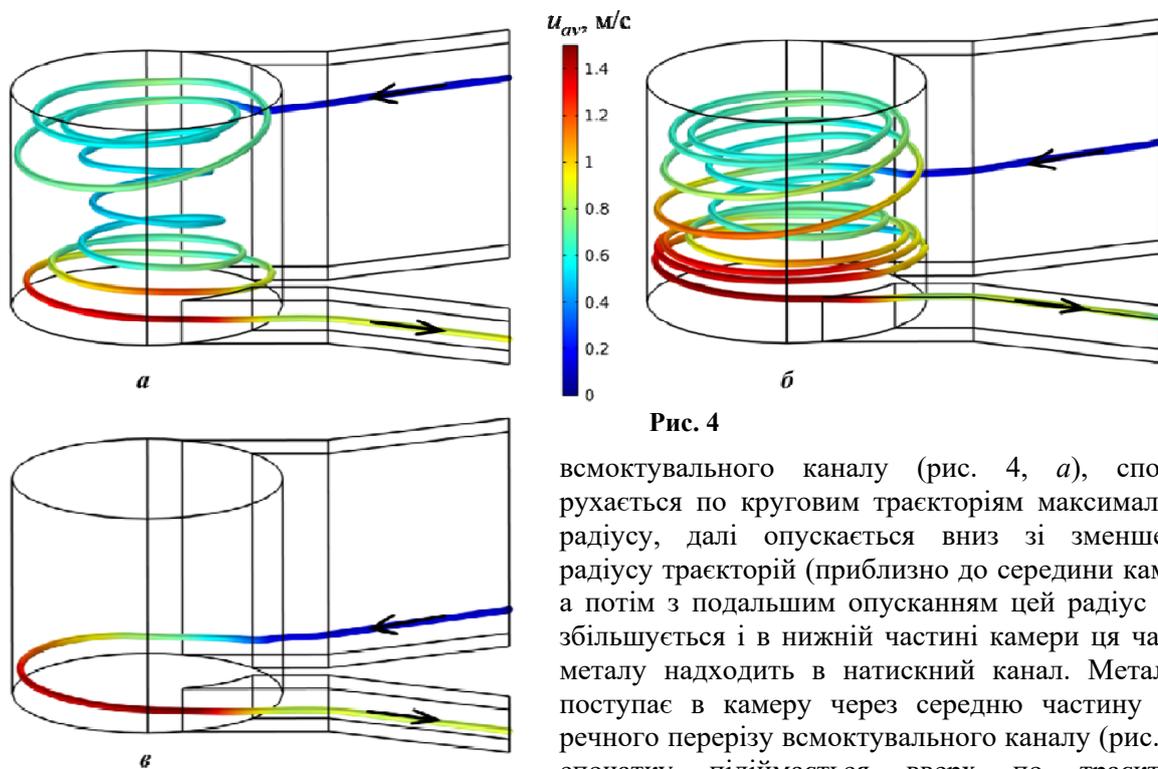


Рис. 4

всмоктувального каналу (рис. 4, а), спочатку рухається по круговим траєкторіям максимального радіусу, далі опускається вниз зі зменшенням радіусу траєкторій (приблизно до середини камери), а потім з подальшим опусканням цей радіус знову збільшується і в нижній частині камери ця частина металу надходить в натискний канал. Метал, що поступає в камеру через середню частину поперечного перерізу всмоктувального каналу (рис. 4, б), спочатку підіймається вгору по траєкторіям великого радіусу, а потім опускається вниз спочатку зі зменшенням, а потім зі збільшенням радіусу траєкторій аж до попадання його в натискний канал. І, нарешті, та частина металу, що поступає в камеру через нижню ділянку поперечного перерізу всмоктувального каналу (рис. 4, в), прискорюється в камері і зразу ж надходить в натискний канал.

Цікаво прослідити за рухом самого верхнього шару металу, що поступає із всмоктувального каналу на деформовану верхню поверхню камери, адже саме цей шар починає втягувати (занурювати) тверду шихту вглиб рідкого металу. На рис. 5 для $H = 0,5$ м показано траєкторії руху

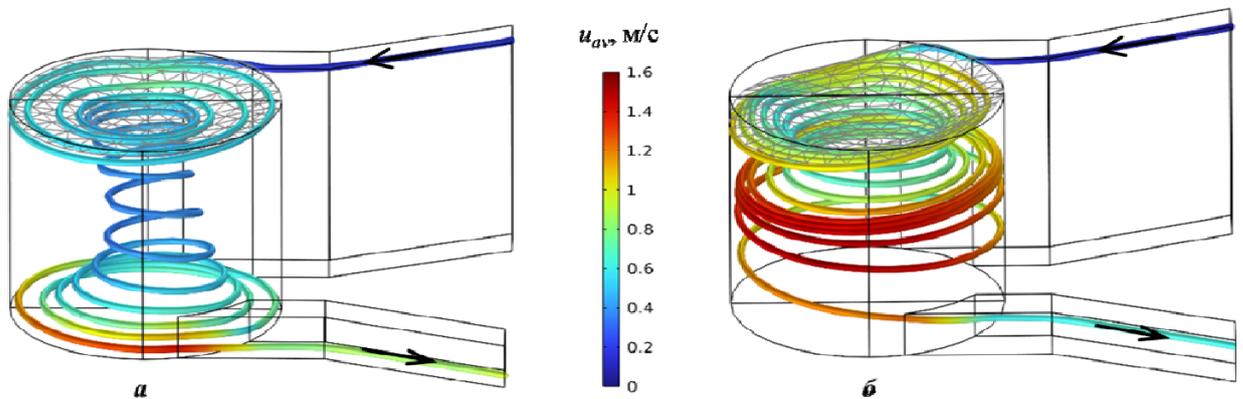


Рис. 5

цієї частини металу для нижнього (рис. 5, а) та середнього (рис. 5, б) розміщення дугового індуктора. В обох випадках цей метал, попадаючи в камеру, рухається в ній на верхній поверхні по круговим траєкторіям, а потім, починаючи з певного радіусу, опускається вниз, продовжуючи рухатися по траєкторіям меншого радіусу. Лінії потоку вказують на те, що індуктор, який створює циркуляцію рідкого металу в камері, викликає сильну вихрову дію, що сприяє примусовому зануренню металевих брухтів з вільної поверхні рідкого металу. Враховуючи, що у разі нижнього розміщення індуктора ця частина металу здійснює на верхній поверхні меншу кількість обертів і час знаходження її на цій поверхні майже у два рази менший, можна припустити, що початкова занурювальна дія електровихрової камери за такого розміщення індуктора буде більшою.

На рис. 6–8 представлено отримані у результаті проведеного моделювання інтегральні параметри системи в залежності від висоти металу в плавильній ванні відбивної печі для двох положень дугового індуктора: нижнього (криві червоного кольору) і середнього (криві синього кольору).

На рис. 6 наведено усереднені по об'єму значення швидкості рідкого металу u_{av} у ванні плавильної печі (пунктирні криві) і у вихровій камері (суцільні криві), а також об'ємна витрата металу через з'єднувальні канали G (штрих-пунктирні криві). Як видно з цього рисунку, усереднена швидкість металу у ванні печі та об'ємна витрата його через з'єднувальні канали непогано корелюються між собою та практично не залежать від висоти металу у ванні печі для обох розташувань дугового індуктора. Якщо порівнювати між собою ці розташування, то слід зазначити, що нижнє положення індуктора приводить до дещо більших значень цих двох параметрів. Оскільки, як було показано в [5], ефективність перемішування розплаву у ванні печі залежить від середньої швидкості металу у ванні (чим більша швидкість, тим вища ефективність), то нижнє розташування індуктора з цієї точки зору являється більш доцільним. Враховуючи, що таке розташування

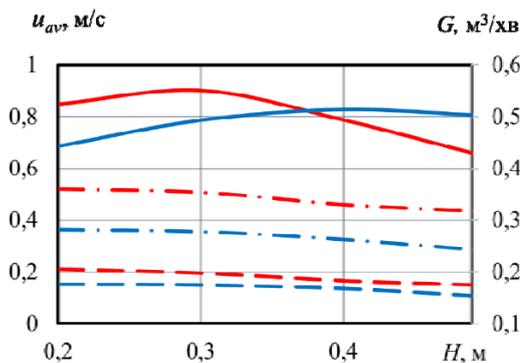


Рис. 6

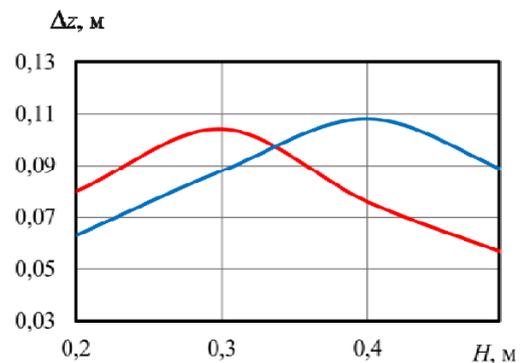


Рис. 7

призводить до більшої витрати металу через з'єднувальні канали, а отже і до більшої усередненої вертикальної (спрямованої вниз) компоненти швидкості металу в камері, з врахуванням траєкторій потоку, представлених на рис. 5, можна очікувати, що занурювальна здатність електровихрової камери у цьому випадку теж буде більшою. Що стосується середньої швидкості металу у вихровій камері, то вона по-різному залежить від висоти наплавленого металу у ванні. Максимальні значення цієї швидкості для нижнього положення індуктора виникають за малого та середнього наповнень металу у ванні, а у випадку середнього розміщення – при середніх і великих значеннях висоти металу у ванні печі.

Залежності величини деформації Δz вільної поверхні рідкого металу (глибина меніску) в

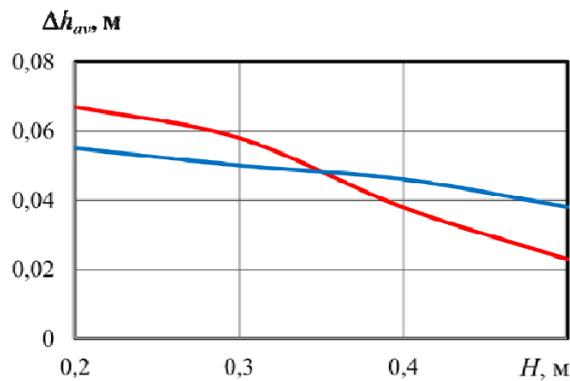


Рис. 8

електровихровій камері для двох положень індуктора представлено на рис. 7. Як впливає з цього рисунку, зазначені залежності непогано корелюються із середньою швидкістю металу в камері, які представлено на рис. 6.

Рис. 8 демонструє на скільки понижується середній рівень металу в камері у процесі роботи відбивної печі. Для обох варіантів розташування індуктора зі збільшенням висоти металу у ванні печі (в процесі наплавлення) різниця рівнів металу у печі та камері Δh_{av} зменшується. Для малих значень висоти H ця різниця більша у випадку нижнього положення індуктора, а для великих – у разі середнього його розташування.

Висновки. Сформульовано математичну модель для дослідження електрогідродинамічних процесів з врахуванням деформації вільної поверхні (меніску) рідкого металу для відбивної плавильної печі, оснащеної електровихровою камерою з дуговим індуктором.

У результаті проведеного комп'ютерного моделювання показано, що електровихрова камера такої печі одночасно виконує дві технологічні функції – перемішує розплавлений метал у ванні печі та занурює в розплав подрібнений металевий брухт задля захисту його від окислення з подальшим транспортуванням у плавильну ванну. Обидві функції така камера здійснює ефективніше у разі нижнього розташування на ній дугового індуктора.

Установлено, що рівень металу в електровихровій камері відбивної печі розглянутого конструктивного виконання і компоновки нижче рівня металу у її ванні. Різниця цих рівнів залежить від наповнення ванни металом, яке змінюється в процесі плавки, та розташування індуктора по висоті камери.

Фінансується за кошти держбюджетної теми "Розвиток теорії електротехнологічних процесів та розроблення ефективних електроплавильних і електрозарядних систем з керованим електромагнітним впливом (шифр "Елтех)". Державний реєстраційний номер роботи 0122U000839. КПКВК 6541030.

1. Гнатуш В.А. Світові тенденції ринку вторинної переробки відходів та брухту алюмінієвих сплавів. *Процеси лиття*. 2020. №3 (141). С. 56-69.
2. Pyrotek. Foundry and Die Casting/LOTUSS Systems. URL: <https://www.pyrotek.com/products/foundry/show/ProductLine/lotuss-systems> (дата доступу 01.10.2025).
3. Starczewski R. Developments in scrap submergence technology for light gauge scrap and alloy charging (LOTUSS technology). 20th International *Recycled Aluminium Conference*, Salzburg, Austria, 19-21 November 2012.
4. Wider success for LOTUSS remelt system. *Foundry Insight*. February 2009. Vol. 3. Issue 1.
5. Пеньковий Т.О., Бондар О.І., Гориславець Ю.М. Тривимірне моделювання електромагнітних і гідродинамічних процесів у відбивній печі для алюмінію з електровихровою камерою. *Праці Ін-ту електродинаміки НАН України*. 2024. Вип. 69. С. 12-18. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2024.69.012>.
6. Bright M., Ilinca F., Hetu J.-F., Ajersch F., Saliba C., Vild C. Fluid modeling of the flow and free surface parameters in the metaullics lotuss system. *Light Metals 2009: Proceedings of the technical sessions presented by the TMS Aluminum Committee at the TMS 2009 Annual Meeting & Exhibition*. San Francisco, California, USA, February 15-19, 2009. Pp. 621-626.
7. Ilinca F., Pelletier D. Positivity preservation and adaptive solution of the k-ε model of turbulence. *AIAA Journal*. 1998. Vol. 36(1). Pp. 44-50.

8. Kuzmin D., Mierka O., Turek S. On the implementation of the $k-\varepsilon$ turbulence model in incompressible flow solvers based on a finite element discretization. *Int. J. Computing Science and Mathematics*. 2007. Vol. 1. Nos. 2/3/4. Pp. 193-206. DOI: <https://doi.org/10.1504/IJCSM.2007.016531>.
9. Braess H., Wriggers P. Arbitrary Lagrangian Eulerian finite element analysis of free surface flow. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2000. Pp. 95-109. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(99\)00416-8](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00416-8).
10. COMSOL Multiphysics. Simulation Software. URL: <https://www.comsol.com/comsol-multiphysics> (дата доступу 01.10.2025).

SIMULATION OF ELECTROHYDRODYNAMIC PROCESSES IN A REVERBERATORY FURNACE FOR ALUMINUM WITH AN ELECTROVORTEX CHAMBER TAKING INTO ACCOUNT THE DEFORMATION OF THE FREE SURFACE OF THE LIQUID METAL

O.I. Bondar, Yu.M. Goryslavets, T.O. Penkovyi
Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: yugoris@ukr.net.

A scheme of a reverberatory furnace for melting aluminum waste with a cylindrical electrovortex chamber, in which a vortex (rotating) flow of liquid metal is created using a curve inductor, is presented. This chamber is connected to the melting bath of the furnace by two channels and performs two functions: it stirs the molten metal in the furnace bath and immerses crushed metal scrap into the melt to protect the metal from oxidation with its subsequent transportation to the melting bath. For such a system, a mathematical model has been formulated to study electromagnetic and hydrodynamic processes in it, taking into account the deformation of the free surface (meniscus) of the liquid metal. The model consists of two parts - systems of differential equations that describe the specified processes. The deformation of the free surface was determined by the moving grid method. The study was conducted for different values of the height of the metal in the furnace bath, which varied from the initial value of 0.2 m to the full height of the bath of 0.5 m, which simulated the process of metal deposition in the furnace during operation. Two options for the location of the inductor along the height of the vortex chamber were considered: one - in its lower part, and the second - in the middle relative to the height of the metal of the fully deposited furnace bath. As a result of the simulation, the velocity distributions of the liquid metal in the furnace bath and the vortex chamber were obtained, the deformation of the upper free surface of the metal in the chamber and the average level of metal in it relative to the level of metal in the melting bath were determined. For different fillings of the furnace bath, the trajectories of the movement of the liquid metal in the electrovortex chamber were determined. References 10, figures 8.

Keywords: reverberatory furnace, electrovortex chamber, liquid metal, mathematical modeling, hydrodynamic processes, deformation of the free surface.

1. Hnatush V.A. World trends in the secondary recycling market for waste and scrap aluminum alloys. *Protsesyy lyttia*. 2020. No 3 (141). Pp. 56-69. (Ukr)
2. Pyrotek. Foundry and Die Casting/LOTUSS Systems. URL: <https://www.pyrotek.com/products/foundry/show/ProductLine/lotuss-systems> (accessed at 01.10.2025).
3. Starczewski R. Developments in scrap submergence technology for light gauge scrap and alloy charging (LOTUSS technology). 20th International *Recycled Aluminium* Conference, Salzburg, Austria, 19-21 November 2012.
4. Wider success for LOTUSS remelt system. *Foundry Insight*. February 2009. Vol. 3. Issue 1.
5. Penkovyi T.O., Bondar O.I., Goryslavets Yu.M. Three-dimensional modeling of electromagnetic and hydrodynamic processes in a reverberatory furnace for aluminum with an electrovortex chamber. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2024. Vyp. 69. Pp. 12-18. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2024.69.012>. (Ukr)
6. Bright M., Ilinca F., Hetu J.-F., Ajersch F., Saliba C., Vild C. Fluid modeling of the flow and free surface parameters in the metaullics lotuss system. *Light Metals 2009: Proceedings of the technical sessions presented by the TMS Aluminum Committee at the TMS 2009 Annual Meeting & Exhibition*. San Francisco, California, USA, February 15-19, 2009. Pp. 621-626.
7. Ilinca F., Pelletier D. Positivity preservation and adaptive solution of the $k-\varepsilon$ model of turbulence. *AIAA Journal*. 1998. 36(1). Pp. 44-50.
8. Kuzmin D., Mierka O., Turek S. On the implementation of the $k-\varepsilon$ turbulence model in incompressible flow solvers based on a finite element discretization. *Int. J. Computing Science and Mathematics*. 2007. Vol. 1. Nos. 2/3/4. Pp. 193-206. DOI: <https://doi.org/10.1504/IJCSM.2007.016531>.
9. Braess H., Wriggers P. Arbitrary Lagrangian Eulerian finite element analysis of free surface flow. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2000. Pp. 95-109. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(99\)00416-8](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00416-8).
10. COMSOL Multiphysics. Simulation Software. URL: <https://www.comsol.com/comsol-multiphysics> (accessed at 01.10.2025).

Надійшла 09.10.2025
 Прийнята 30.10.2025

ІНТЕГРАЦІЯ ПОБУТОВИХ ВОДОНАГРІВАЧІВ У СИСТЕМИ РЕАГУВАННЯ НА ПОПИТ В ЕНЕРГЕТИЧНІЙ СИСТЕМІ

В.М. Кіянчук*, К.В. Махотіло**,

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,

вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна.

E-mail: Vladyslav.Kiianchuk@ieec.khpi.edu.ua.

У роботі представлено комплексне дослідження побутових електричних накопичувальних водонагрівачів (ЕНВ) як гнучкого ресурсу для реагування на попит в енергетичній системі. Проведено аналіз українського ринку побутових водонагрівачів, оцінено їхню поширеність та технічний потенціал для участі у програмах реагування на попит. Спроектовано та реалізовано дослідну установку ЕНВ, яка дає змогу збирати високоточні дані про теплові процеси в баку та споживання електричної енергії, які стали основою для верифікації моделі. Реалізовано та верифіковано комп'ютерну математичну модель теплової та електричної динаміки ЕНВ, побудовану на основі фізичних і поведінкових звичок споживачів. За допомогою цієї моделі побудовано криві оптимальності Парето, які дали можливість визначити компроміс між рівнем комфорту та гнучкістю споживання ЕНВ. Встановлено температурні межі прийняттого комфорту споживача, а також реакцію ЕНВ на сигнали керування від агрегатора. Запропоновано дворівневу архітектуру інтеграції ЕНВ у системи керування попитом з використанням відкритого протоколу OpenADR, що дає змогу агрегатору ефективно взаємодіяти з операторами систем розподілу та передачі, а також кінцевими споживачами. Задля підтвердження результатів виконано експериментальне моделювання поведінки агрегованої групи споживачів у відповідь на сигнали активації. Визначено ключові етапи створення ринкових продуктів реагування на попит: формування ресурсної бази, створення агрегованих продуктів та їхня реалізація на ринку електричної енергії. Проаналізовано бар'єри, які стримують впровадження програм реагування на попит, зокрема низьку інформованість споживачів, відсутність економічних стимулів та обмеженість технологічної готовності. Бібл. 11, табл. 1, рис. 9.

Ключові слова: реагування на попит, водонагрівач, агрегатор, енергоефективність, розумна мережа, енергомоніторинг, ринок електричної енергії.

Вступ. Сучасні енергетичні системи переживають структурну трансформацію через зростання частки відновлюваних джерел енергії та децентралізації об'єктів генерації. Це вимагає розробки та впровадження нових підходів до балансування. Одним із найбільш перспективних інструментів стає реагування на попит, під час якого споживачі адаптують своє споживання залежно від стану енергетичної системи та цін на ринку електричної енергії. Домогосподарства, як найчисельніша категорія споживачів електричної енергії, мають значний потенціал для зменшення споживання. В свою чергу, серед побутових приладів ЕНВ є найпоширенішими та технічно найпридатнішими для реагування на попит. За допомогою агрегаторів можливе об'єднання тисяч або мільйонів ЕНВ з метою створення гнучкого ресурсу для реалізації на ринку електричної енергії. Все це створює передумови для масової інтеграції ЕНВ в динамічні системи керування навантаженням, що надасть додаткові ресурси для балансування енергетичної системи. Попередні наші дослідження окремих аспектів реагування на попит за допомогою ЕНВ [1–4] показали можливість успішного розв'язання цієї задачі, що обумовлює необхідність їхнього узагальнення та подальшого розвитку для моделювання і визначення ефективних торгових стратегій агрегатора на ринку електричної енергії. Таким чином, дана робота поєднує технічні, організаційні та поведінкові аспекти, формуючи цілісну основу для розвитку програм реагування на попит із використанням побутових ЕНВ.

Метою роботи є поєднання результатів експериментальних та теоретичних досліджень моделей побутових ЕНВ та обґрунтування підходів до агрегування груп ЕНВ у програми реагування на попит та реалізації продуктів на ринку електричної енергії з урахуванням впливу на комфорт споживачів.

© Кіянчук В.М., Махотіло К.В., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-7765-3910>; ** <https://orcid.org/0000-0001-7081-071X>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2026



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

Характеристика водонагрівачів як об'єкта ресурсу реагування на попит. За статистичними даними Державної служби статистики України [5] серед 14,678 млн. домогосподарств частка тих, хто має електричний водонагрівач, становить 38,9 %. Це дає змогу оцінити орієнтовну кількість експлуатованих пристроїв на рівні 5,71 млн. одиниць.

Згідно з аналітичними даними одного з провідних онлайн-порталів роздрібною торгівлю технікою – Hotline.ua – станом на початок 2024 року можна припустити, що частка накопичувальних водонагрівачів на українському ринку становила 83,6 %, у той час як проточні моделі займали лише 16,3 %. Типові об'єми баків становлять від 10 до 200 л, а номінальна потужність трубчастих електронагрівачів (ТЕН) у межах від 1 до 5 кВт.

Серед накопичувальних ЕНВ переважає вертикальний монтаж – 81,7 % проти 18,2 % моделей горизонтального монтажу. Щодо типів ТЕН, більшість представлених на ринку ЕНВ (61,2 %) мають так звані «мокрі» ТЕН, натомість ЕНВ з «сухими» ТЕН складають 38,7 %.

Вибір водонагрівача є індивідуальним і відбувається з врахуванням конкретних потреб та умов кожної сім'ї. Можна припустити, що типовим варіантом в Україні є ЕНВ об'ємом від 50 до 100 л та потужністю від 1,6 до 2 кВт.

Розподіл частки пропозиції на ринку України різних моделей ЕНВ за об'ємом та потужністю наведено на рис. 1.

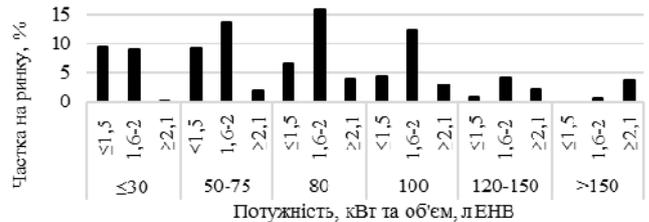


Рис. 1

З наведених даних випливає, що в Україні сформована значна база ЕНВ із потенціалом для використання як гнучкого енергоресурсу балансування енергетичної системи. Але необхідною передумовою для ефективного залучення цих ЕНВ в програми реагування на попит є врахування їхніх технічних характеристик та типових режимів експлуатації.

Дослідна установка ЕНВ. Однією з ключових проблем під час моделювання та управління ЕНВ є обмежена доступність верифікованих експериментальних даних, що показують їхню реальну роботу в умовах побутового використання. Зокрема, складність полягає в точному відображенні взаємозв'язку між фактичним розбором гарячої води, електричним навантаженням і температурним комфортом споживача. Оскільки ефективне управління ЕНВ потребує точної інформації про їхню динаміку в умовах реального споживання, важливим є впровадження концепції інтелектуального моніторингу, що базується на поєднанні автоматизованого збору, системного аналізу відповідно до сучасних підходів цифровізації енергосистем [6]. Для збору даних, перевірки математичних моделей і оцінки потенціалу прямого реагування на попит було спроектовано та реалізовано дослідну установку ЕНВ, схему якої показано на рис. 2.

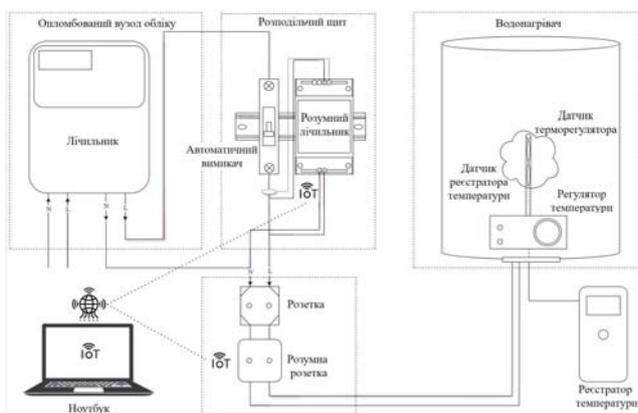


Рис. 2

Особливістю цієї дослідної установки є використання масово доступних компонентів із сегмента «розумного» дому, що дає змогу забезпечити дистанційне управління та моніторинг без потреби у спеціалізованих пристроях. Дослідження проводилося на типовому побутовому ЕНВ потужністю 1,2 кВт і об'ємом 80 л і охопило понад два роки деталізованих історичних даних. Обладнання дослідної установки включає в себе: «розумний» лічильник, «розумну» розетку, автоматичний реєстратор температури та контактний вимірювач температури.

Математична модель ЕНВ. Побудова комп'ютерної моделі ЕНВ вимагає врахування широкого кола вхідних параметрів, які охоплюють фізичні, геометричні та технічні характеристики як самого ЕНВ, так і навколишнього середовища. До таких параметрів належать щільність та питома теплоємність води, коефіцієнт термічної дифузії, геометричні розміри бака, потужність ТЕН, коефіцієнт тепловтрат бака. Серед параметрів середовища необхідно враховувати температуру повітря навколо ЕНВ та температуру вхідної холодної води. Крім того, ключову роль відіграють початкові умови та режими використання,

зокрема початковий температурний розподіл у баку, задана температура нагріву, витрата гарячої води в часі та тип терморегулятора.

В роботі [2] описано гібридну модель, що поєднує високу точність із помірними обчислювальними затратами. Основна ідея цієї моделі полягає в розділенні динаміки роботи ЕНВ на окремі типові фази, кожна з яких характеризується домінуванням одного фізичного процесу. У межах цієї концепції виділяють три характерні фази: спокій, нагрівання та злив (з або без одночасного нагрівання), які описуються наступними диференціальними рівняннями з частинними похідними.

Фаза I – спокій. Водонагрівач не працює, вода не зливається. Зміна температури відбувається лише через теплові втрати та дифузію. Динаміка описується одномірним рівнянням теплопровідності з граничними умовами

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - k(T - T_a); \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0; \frac{\partial T}{\partial x}(h, t) = 0; T(x, 0) = T_0(x), \quad (1)$$

де $T_0(x)$ – початковий температурний профіль; $T(x, t)$ – температура води у шарі на рівні x у момент часу t ; x – відстань від дна бака до рівня шара води.

Фаза II – нагрівання. Вода нагрівається без зливу. Виникає зона «плато температури» від дна до висоти $x_p(t)$, де температура однорідна і дорівнює

$$T_p(t) = T_0(x_p(t)). \quad (2)$$

Енергетичний баланс плато описується рівнянням

$$T_p(t)x_p(t) = \int_0^{x_p(t)} T_0(x)dx + \int_0^t \frac{P(\tau)}{S\rho c_p} d\tau. \quad (3)$$

Динаміка межі плато описується

$$\frac{\partial T_0(x_p)}{\partial x} \frac{\partial x_p}{\partial t} = \frac{P}{S\rho c_p x_p}; x_p(0) = 0. \quad (4)$$

Фаза III – злив. Відбувається одночасний злив гарячої та нагрів холодної води. У баку формується зона змішування висотою $x_b(t)$ з однорідною температурою $T_b(t)$

$$T_b(t) = T(x_b(t), t). \quad (5)$$

Температура вище зони змішування описується задачею Стефана

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_d \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_t \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - k(T - T_a); \frac{\partial T(h, t)}{\partial x} = 0; T_b(0) = T_b^0; x_b(0) = x_b^0; T(x, 0) = T_0(x), \quad (6)$$

де $\alpha_t = 13$ – ефективний коефіцієнт теплової та турбулентної дифузії; v_d – швидкість зміни висоти водяного стовпа, визначена через об'ємний розбір води.

Задля розв'язання (1)–(6) у програмному середовищі OpenModelica [7] розроблено комп'ютерну модель ЕНВ, яка дає змогу точно відтворювати його теплову динаміку, режими нагріву та споживання електричної енергії. Реалізація на основі відкритого програмного продукту забезпечує її доступність, масштабованість і можливість інтеграції в системи управління енергоспоживанням.

Дані, отримані з дослідної установки, дали можливість визначити типові профілі реального електричного споживання ЕНВ, виявити характерні часові патерни та оцінити динаміку ЕНВ у різних режимах роботи. На їх основі виконано ідентифікацію параметрів та подальшу верифікацію математичної моделі (1)–(6). На рис. 3 наведено приклад моделювання роботи ЕНВ об'ємом 80 л та потужністю 1,2 кВт протягом 24 годин, який показує споживання потужності (P) та зміни температури в баку біля зони чутливості датчика терморегулятора (T_{sens}). Результати чисельних експериментів з моделлю демонструють її достатньо високу точність під час моделювання роботи ЕНВ протягом доби, а також здатність моделювати безперервні проміжки часу до 45 днів без втрати стійкості та значного погіршення точності.

На рис. 4 наведено приклад типового графіку відбору води у перехідний період року та одну з його випадкових реалізацій, яку використано для розрахунків на рис. 3. Такі графіки необхідні для подальшого дослідження та моделювання різних режимів роботи ЕНВ. Зокрема, вони дають змогу

сформувати реалістичні сценарії використання задля моделювання участі ЕНВ у програмах реагування на попит окремо або у складі агрегованих груп споживачів.

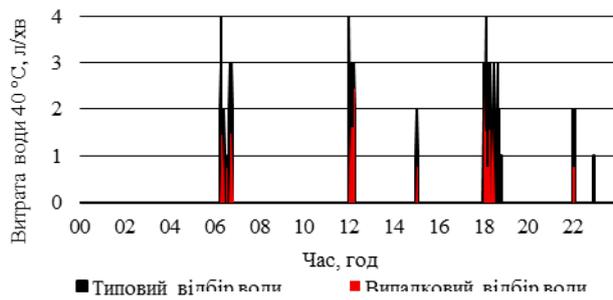


Рис. 4

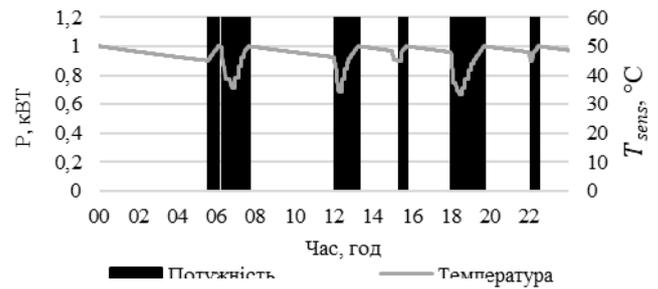


Рис. 3

Оцінка потенціалу ЕНВ для реагування на попит. Наступним етапом дослідження є формування підходів до оцінки рівня комфорту споживачів та енергоефективності ЕНВ із баками різного об'єму. Пропонується використовувати запас гарячої води (ЗГВ) як інтегральний показник ресурсу ЕНВ, що визначається як еквівалентний об'єм води температурою 40 °С, доступний із бака з урахуванням температурного розподілу по його висоті. Ця температура прийнята як комфортна для більшості побутових потреб, тоді як її зниження нижче зазначеної межі призводить до теплового дискомфорту та негативного сприйняття будь-яких обмежень роботи ЕНВ. Додатково пропонується використовувати показник надлишкової гарячої води (НГВ), що характеризує обсяг гарячої води з температурою не нижче 40 °С, який залишається після найбільшого добового піку водоспоживання. Таким чином НГВ є ключовим параметром задля планування режимів роботи ЕНВ, адже відображає фактичний рівень комфорту споживача.

Щоб дослідити та визначити межі компромісу між комфортом споживача та потенціалом ЕНВ, до участі в програмах реагування на попит здійснено математичне моделювання режимів роботи ЕНВ з різним об'ємом і налаштуванням температури нагріву. Припускається, що усі ЕНВ мали ідентичну потужність (2 кВт), однакові теплоізоляційні характеристики та були змодельованими в опалюваному приміщенні з температурою навколишнього середовища +23°С. Вважається, що місце встановлення ЕНВ знаходиться безпосередньо біля точок водорозбору, що дає змогу знехтувати тепловими втратами в трубопроводах.

Для цього моделювання ЕНВ використано типовий графік споживання гарячої води наведений на рис. 3, отриманий у результаті натурного експерименту в перехідний сезон (зовнішня температура +20...25°С, температура вхідної води – близько 15°С). Цей графік було застосовано до 11 умовних моделей ЕНВ, які відрізнялися об'ємом бака – від 50 до 100 л із кроком 5 л.

На рис. 5 наведено отриману оцінку НГВ у момент максимального розбору для кожної з зон I–IV: зона I – стан дискомфорту, коли наявної гарячої води у баку недостатньо для покриття пікового навантаження; зона II – мінімально допустимий комфорт із НГВ 0 л; зона III – підвищений рівень комфорту за наявності НГВ 20 л; зона IV – режим, що імітує команду агрегатора на годинне відключення з подальшим вичерпанням НГВ до 0 л.

Фактично, криві на рис. 5 є кривими оптимальності Парето, які показують зв'язок між значеннями об'єму баку та налаштуванням температури, здатними забезпечити той самий рівень комфорту. Зменшення об'єму або температури нижче критичного порогу, визначеного нижньою зоною межі, призводить до ймовірного теплового дискомфорту. Такий підхід дає можливість наочно представити як зміна параметрів впливає на кількість доступного НГВ та ризик виникнення дискомфорту.

Отримані результати також дають змогу здійснити кількісну оцінку ресурсного потенціалу ЕНВ в Україні як гнучкого ресурсу задля реалізації механізмів реагування на попит [3]. Задля оцінки враховувалися лише ЕНВ об'ємом 80–100 л, що є найбільш поширеними

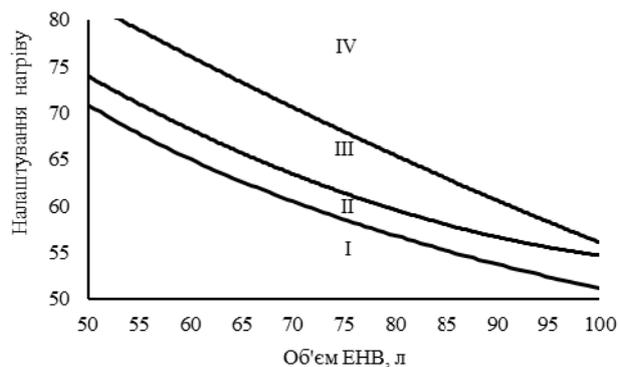


Рис. 5

на вітчизняному ринку водонагрівачів та мають достатні об'єм і потужність для ефективного залучення до програм реагування на попит. Розрахунки базуються на поєднанні ринкових часток, середніх технічних характеристик та коефіцієнтів структури споживання.

Загальний технічний ресурс таких пристроїв оцінено на рівні близько 3 ГВт, що вказує на суттєвий потенціал їхнього використання для гнучкого управління енергоспоживанням. Завдяки можливості агрегування великої кількості ЕНВ в єдину систему, вони можуть стати важливим інструментом для підтримки балансу в енергетичній системі, зменшення потреби в резервних генеруючих потужностях і підвищення ефективності роботи енергосистеми загалом.

Організаційні аспекти інтеграції ЕНВ у програми реагування на попит. Автоматизовані системи керування навантаженням є критичним компонентом програм реагування на попит, забезпечуючи ефективність їх реалізації завдяки високоточному енергомоніторингу [8]. Вони дають змогу агрегаторам у реальному часі відслідковувати споживання електричної енергії, дистанційно керувати приладами та адаптувати їхню роботу до поточного навантаження в енергосистемі. ЕНВ можуть бути інтегровані в такі системи через IoT-технології. Запропоноване рішення представлено у вигляді функціональної структури, що враховує інтеграцію з ринковими механізмами та забезпечує ефективну взаємодію між усіма сторонами процесу агрегації.

Один із найпоширеніших протоколів автоматизованого реагування – OpenADR [9], міжнародний стандарт обміну даними між операторами системи передачі (ОСП), агрегаторами та споживачами. OpenADR використовує HTTP або XML задля передачі даних між системами споживачів та агрегаторів. Обмін інформацією базується на двох ключових компонентах: (1) запит на активацію – сигнал від агрегатора задля коригування споживання відповідно до команди ОСП; (2) відповідь споживача – зміна режиму роботи електроприладів, зокрема ЕНВ, відповідно до отриманого запиту.

На рис. 6 показано запропоноване інфраструктурне рішення, яке показує взаємодію агрегатора з системами ОСП, оператора системи розподілу (ОСР) і кінцевими споживачами.

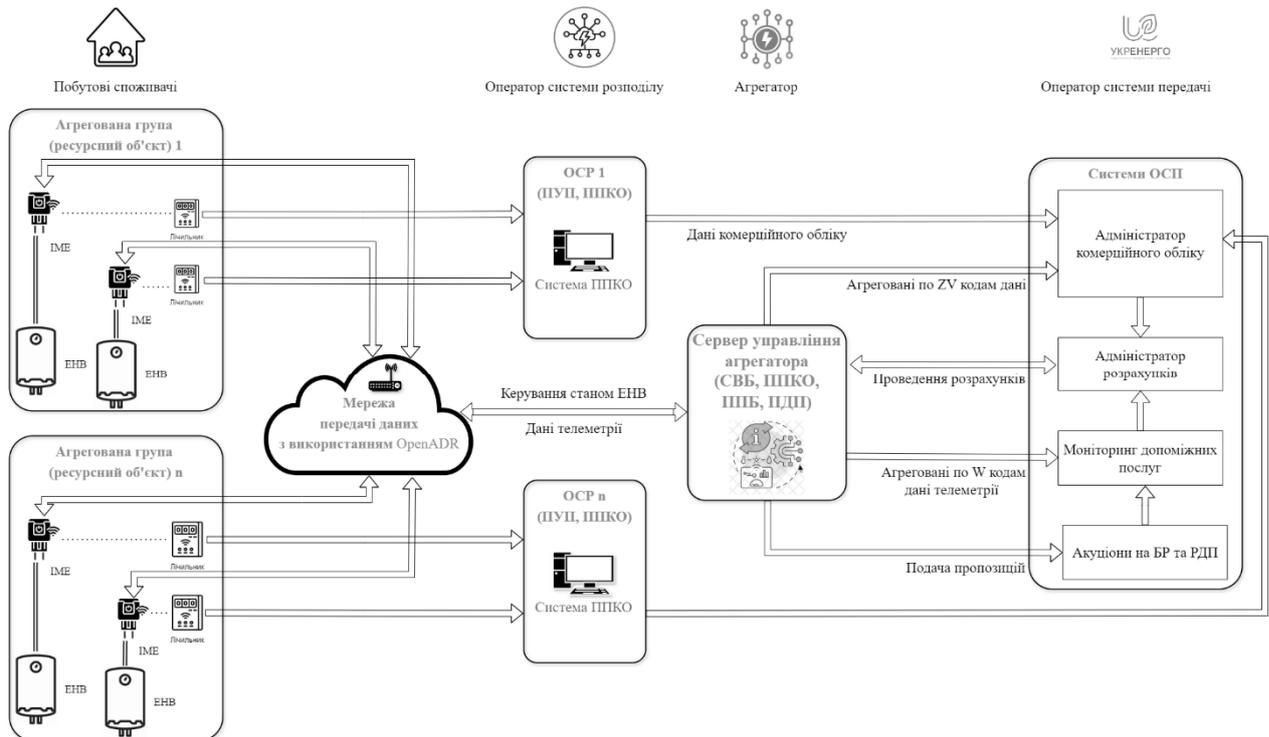


Рис. 6

Взаємодія між системою управління ринком та агрегатором здійснюється через мережу Інтернет із дотриманням технічних вимог ОСП щодо каналів зв'язку, інтерфейсів і комунікаційних протоколів. Центральним елементом цього процесу є формування агрегованих груп, що передбачає подання заявок, підключення відповідного обладнання, організацію обліку електроспоживання та реєстрацію в системі агрегатора. Формування груп відбувається за регіональним принципом із прив'язкою до постачальників універсальних послуг (ПУП) і постачальників послуг комерційного обліку (ППКО). Агреговані потужності реєструються як ресурсні об'єкти зі статусом одиниці надання

послуг, отримують енергетичний ідентифікаційний код (EIC) типу W і віртуальну точку обліку з кодом ZV . Агрегатор у межах взаємодії з ОСП виконує функції сторони, відповідальної за баланс (СВБ), а також постачальника послуг з балансування (ППБ) і постачальника допоміжних послуг (ПДП) під час подачі пропозицій на балансуєчий ринок (БР) та ринок допоміжних послуг (РДП).

Інфраструктура агрегатора має дворівневу структуру [4]. Верхній рівень – сервер управління – відповідає за обробку даних, ресурсне планування, взаємодію з ринком, застосовує інтеграційні платформи, технології Big Data, оптимізаційні алгоритми та машинне навчання. Нижній рівень – інтелектуальні модулі енергокерування (ІМЕ) у споживачів – забезпечують моніторинг і дистанційне керування ЕНВ чи іншими потужними електроприладами, підтримують зв'язок через Wi-Fi або мобільні мережі. Дані з ІМЕ зберігаються на сервері, використовуються задля аналізу, прогнозування та комерційного обліку.

Створення ринкових продуктів агрегації. Процеси агрегації споживачів умовно поділяються на три основні групи.

1. Формування ресурсів агрегації — охоплює створення агрегованих груп учасників, реєстрацію та облік їхніх даних, а також формування одиниць агрегації. Передбачає оснащення електроустановок відповідними пристроями керування споживанням.

2. Створення продуктів агрегації — включає реєстрацію одиниць агрегації як ресурсних об'єктів, отримання статусу надавача допоміжних послуг, збір та обробку телеметричних даних, прогнозування споживання та формування графіків і обсягів навантаження.

3. Виведення продуктів агрегації на ринок — охоплює подання планових ресурсних графіків, участь в аукціонах, управління навантаженням споживачів, а також приймання, підтвердження й виконання диспетчерських команд від ОСП. Також включає моніторинг і передавання даних комерційного обліку для операторів систем розподілу та передачі.

На рис. 7 наведено приклад агрегованого профілю споживання, сформованого шляхом об'єднання типових груп споживачів. Кожен профіль групи отримано шляхом усереднення індивідуальних добових профілів споживання ЕНВ, що відповідають типу домогосподарства.

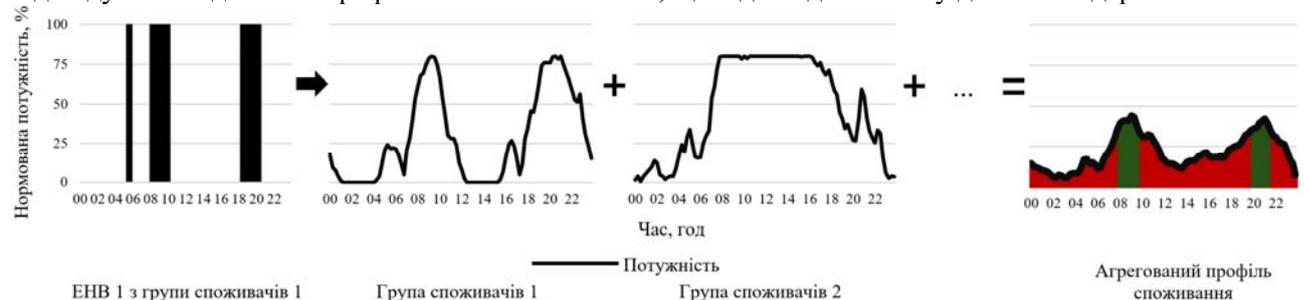


Рис. 7

Агрегований профіль споживання побудовано на основі 12 типових профілів домогосподарств, що охоплюють широкий спектр соціально-демографічних характеристик — від сімей із дітьми до пенсіонерів і однаків. За допомогою спеціальної поведінкової моделі [10] для кожної категорії згенеровано від 25 до 50 унікальних графіків водоспоживання, характерних для будніх днів осіннього періоду. Профілі відображають різні режими зайнятості (постійна, змінна, відсутня), що забезпечує моделі здатність враховувати реалістичні поведінкові патерни та формувати наближене до реального портфоліо навантаження.

Індивідуальні коливання графіків згладжуються на етапі агрегування, в результаті чого формується стабільний узагальнений профіль споживання. Це сприяє згладженню пікових навантажень, підвищенню коефіцієнта заповнення та підвищенню прогнозованості добового графіка електроспоживання агрегованої групи. На основі аналізу отриманих графіків виділено часові вікна з найвищим потенціалом для реалізації ресурсів гнучкості, позначені вертикальними смугами.

У моделі реалізовано сценарії активації ЕНВ, за яких робота включення ЕНВ обмежується відповідно до керуючих сигналів агрегатора. Усі ЕНВ в моделюванні мають об'єм 80 л і потужність 1,2 кВт. Температурні параметри роботи кожного ЕНВ контролюються вбудованим термостатом, який автоматично активує або деактивує ТЕН від поточної температури біля зони чутливості датчика терморегулятора та встановленої споживачем температури нагріву, яка складає 50 °С для всіх ЕНВ.

Задля аналізу реакції агрегованої групи споживачів змодельовано активацію двох типових продуктів балансуєчого ринку: БР_з_09 (відключення ЕНВ з 08:00 до 08:59) та БР_з_21 (відключення з

20:00 до 20:59). Агрегований профіль, отриманий шляхом об'єднання індивідуальних режимів роботи ЕНВ, виступає основою для оцінки виконання команд, впливу на комфорт споживачів, розробки оптимальних торгових стратегій, а також відскоку споживання після відміни команди.

На рис. 8 наведено графіки споживання потужності агрегованої групи з 425 ЕНВ потужністю 1,2 кВт за двома сценаріями: базовим та за умови активації за командою агрегатора. В таблиці наведено параметри активації агрегованої групи ЕНВ відповідно до рис. 7.



Рис. 8

Параметр	Продукт	
	БР з 09	БР з 21
Зміна піку потужності внаслідок активації, %	+31,8	+24,10
Час до піку після відключення, хв	1	16
Відхилення від планового зниження, %	0	-8,6
Загальна агрегована потужність, кВт	510	510
Кількість ЕНВ, шт	425	425
Мінімальна агрегована гнучкість, кВт	193	167
Перенесена енергія, кВт-год	208	182
Середнє зниження ЗГВ, л	15	24
Максимальне зниження ЗГВ, л	39	94

Ранковий період демонструє типовий рівень активності ЕНВ у базовому режимі. Припускається, що активація команди агрегатора з 08:00 до 08:59 забезпечує повне відключення всіх ЕНВ. Після завершення активації у проміжку з 09:00 до 10:30 спостерігається ефект відскоку де активність перевищує базовий рівень і сягає близько 60%, що свідчить про відкладений процес нагріву. У денний період активність залишалася вищою за базову до 14:00, однак далі фіксується спад навантаження, що вказує на перенесення частини попиту на інші періоди. Вечірній сценарій демонструє дещо знижене споживання порівняно з базовим режимом, натомість у період активації з 20:00 по 20:59 навантаження планово повністю відсутнє. Після завершення команди знову фіксується ефект відновлення, однак меншої амплітуди порівняно з ранковим, що свідчить про часткове покриття потреб в електричній енергії на нагрів води у впродовж дня.

У ранковому періоді енергоспоживання відновлюється швидше, а пік після активації перевищує пікове навантаження без активації на 31,8%, тоді як увечері лише на 24,1%. У вечірній активації було зафіксовано зниження від планового рівня на 8,6% через вплив ранкової активації та зміну графіка споживання електричної енергії на нагрів. Загальний обсяг перенесеної енергії склав 208 кВт-год для ранкового продукту та 182 кВт-год – для вечірнього. Середнє зниження ЗГВ становило 15 л вранці та 24 л ввечері, а максимальне зменшення в окремих ЕНВ – 39 л і 94 л відповідно.

Встановлено, що ранкова активація сприяє зниженню вечірнього пікового навантаження. Це пояснюється зміщенням періодів роботи частини ЕНВ у міжпікові години. Такий взаємозв'язок має вплив на оптимізацію торгових стратегій агрегатора, оскільки вимагає комбінувати послідовні ранкові та вечірні продукти, враховуючи накопичувальний ефект їхнього застосування.

Аналіз результатів моделювання показав, що в моменти активації лише 40–50% ЕНВ перебувають у фазі нагріву, тобто є включеними в роботу. Це зумовлено тепловою інерційністю, споживчими звичками та особливостями керування термостатом. Відтак, за номінальної потужності одного пристрою 1,2 кВт для формування гарантованого 1 МВт ресурсу на балансуючому ринку недостатньо просто агрегувати еквівалент цієї потужності близько 850 ЕНВ. З урахуванням фактичного рівня споживання необхідно масштабувати групу з коефіцієнтом резервування 2–2,5. У результаті задля забезпечення стабільного 1 МВт продукту в ранковому періоді потрібно близько 1850 ЕНВ, у вечірньому – до 2150 пристроїв. Це підкреслює необхідність врахування реальної активності споживачів під час проектування агрегованих гнучких ресурсів.

Задля забезпечення ефективної участі агрегатора на різних сегментах ринку електричної енергії необхідно комплексно враховувати техніко-економічні чинники, що впливають на оптимізацію його операційної діяльності та формування доходів. Очікується, що основні прибутки агрегатора будуть формуватися за рахунок надання допоміжних послуг на РДП та участі на БР. РДП є найбільш стабільним джерелом доходу завдяки оплаті резервування потужності та можливості отримання додаткового прибутку у разі активації резерву. Водночас, розвиток конкуренції та транскордонних платформ зумовлює поступове зниження маржинальності на цьому сегменті.

Скорочення часу торгівлі буде важливим для агрегаторів, що керують великою кількістю побутових споживачів, оскільки забезпечує оперативніше реагування на відхилення, ефективніше використання гнучкості та зменшення цінових ризиків. У поєднанні з точнішим прогнозуванням споживання це сприяє глибшій інтеграції агрегаторів у короткострокові ринкові продукти та підвищує загальну ефективність управління попитом.

Планування торгових стратегій агрегатора визначають наступні основні фактори.

1. Аналіз цінових сигналів, зокрема середньозважені ціни ринку «на добу наперед» та внутрішньодобовому ринку, а також аналіз оперативних даних ОСП щодо роботи БР та РДП, які дають змогу здійснювати внутрішньодобове прогнозування та виявляти ринкові тенденції.

2. Оцінка активів гнучкості, що включає як фізичну здатність споживачів змінювати рівень свого споживання енергії, так і прогнозування їхньої участі на ринку.

3. Операційні та технічні вимоги, наприклад, подання ставок у конкретний час доби або мінімальний обсяг ставки, а також вимоги до конкретних ринкових продуктів по часу реакції та зміни потужності.

4. Оцінка потенційних вигод та витрат під час подачі пропозицій, оскільки окрім доходів агрегатор повинен враховувати витрати на збалансування власного портфеля, а також можливі штрафи за невиконання зобов'язань перед ринком.

Реалізація продуктів агрегатора на ринку електричної енергії включає етапи, наведені на рис. 9.

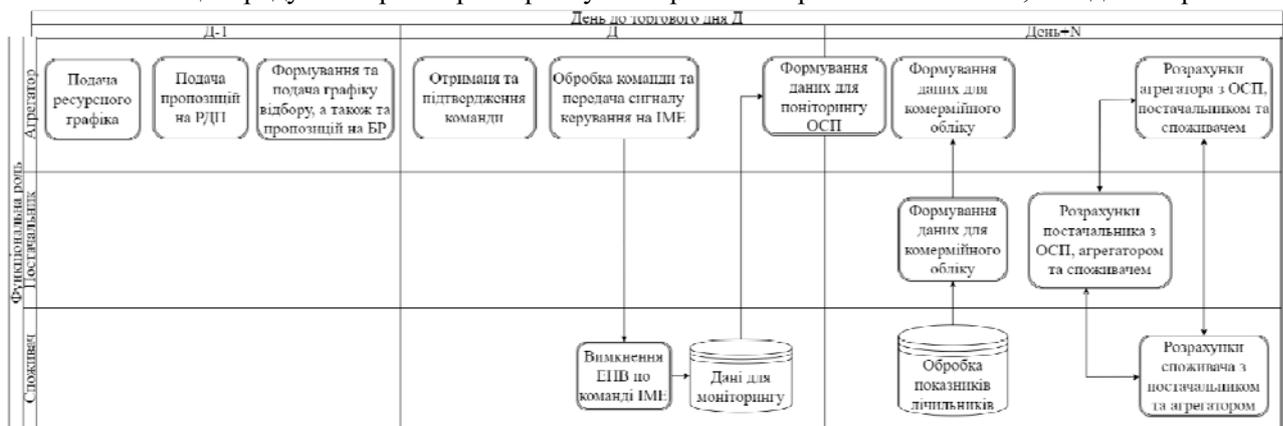


Рис. 9

Бар'єри та перспективи впровадження ЕНВ у програми реагування на попит.

Незважаючи на технологічний прогрес і зростаючу потребу в гнучкості електроенергетичних систем, в усьому світі побутові споживачі залишаються мало інтегрованими у програми реагування на попит. Однією з ключових причин цього є обмежена поінформованість споживачів про переваги та механізми дії програм реагування на попит. Багато споживачів не розуміють, як можна змінити свої енергоспоживчі звички без шкоди для комфорту, і, натомість, обирають прості, але менш ефективні методи економії. Як наслідок, значний потенціал керування навантаженням залишається невикористаним [11].

Тому ще одним актуальним завданням є розробка інтуїтивно зрозумілих, технічно простих і поведінково прийнятних стратегій користування електроприладами, які споживачі зможуть легко впровадити у повсякденне життя. Ключову роль у цьому відіграє двосторонній зв'язок між пристроями та системою управління агрегатора. Особливо це стосується ЕНВ, які здатні не лише отримувати сигнали від диспетчерських центрів, але й надсилати важливу інформацію про свій поточний стан. Це забезпечує надійний контроль за виконанням команд, своєчасне виявлення збоїв.

Учасники не завжди чітко усвідомлюють свою роль, очікувані результати або наслідки участі, що знижує мотивацію до залучення. Це вимагає впровадження якісної інформаційно-просвітницької підтримки: доступних інструкцій, багатоканальної комунікації, наочних прикладів і пояснень, що повторюються з достатньою частотою. Регулярний моніторинг рівня задоволеності учасників, інтерактивні платформи зворотного зв'язку, а також персоналізовані рекомендації щодо участі у програмі реагування на попит дають змогу мінімізувати бар'єри сприйняття. Важливо враховувати й поведінкові чинники: споживачі часто не бажають змінювати звичний спосіб життя, навіть якщо їм пропонують фінансову вигоду, через психологічні бар'єри, небажання втратити контроль над побутовими приладами або низьку довіру до нових технологій.

Але найпотужнішим інструментом подолання цих бар'єрів залишаються економічні стимули. Прямі виплати, знижки на рахунки або бонуси за участь здатні активізувати інтерес до програм. Втім, рівень стимулу має відповідати очікуванням і витратам часу чи зусиль споживача. Якщо винагорода сприймається як незначна, рівень залучення залишатиметься низьким.

Крім того, довіра до енергетичних компаній і операторів систем є вирішальним фактором. Споживачі можуть відмовлятися через страх втрати приватності, відсутності прозорості у використанні даних або негативний досвід. Тому важливо впроваджувати чіткі, прозорі правила участі, гарантувати захист даних та відкрито комунікувати умови і спільну вигоду від взаємодії.

Висновки.

1. Встановлено, що побутові ЕНВ в Україні мають значний потенціал як гнучкий ресурс у програмах реагування на попит за умови врахування їхніх технічних параметрів, поведінки споживачів та ефективної взаємодії між агрегатором, споживачами та ОСП.

2. Створено дослідну установку, на основі якої зібрано великий обсяг деталізованих історичних даних про реальні режими роботи ЕНВ та побудовано комп'ютерну математичну модель ЕНВ, що забезпечило високоточне моделювання теплових процесів і стало основою для подальшого дослідження ресурсу реагування на попит.

3. Промодельовано різні сценарії роботи ЕНВ з урахуванням рівня НГВ, що дало змогу оцінити компроміс між комфортом споживача та енергетичною гнучкістю. Результати техніко-соціального аналізу свідчать про ресурсний потенціал реагування на попит агрегованих ЕНВ об'ємом 80–100 л на рівні близько 3 ГВт.

4. Запропоновано дворівневу архітектуру інфраструктури для інтеграції ЕНВ у системи реагування на попит на основі дворівневої моделі агрегатора з використанням стандарту OpenADR.

5. Проведено моделювання участі різних ЕНВ у програмах реагування на попит через механізми агрегування, що дало змогу сформуванню ключові етапи реалізації продуктів агрегатора: формування ресурсу, створення агрегованих продуктів і їх реалізація на ринку електричної енергії.

6. Оцінено ефективність запропонованих продуктів для балансуєчого ринку, їхній вплив на споживання в інші години доби. Показано, що найбільш перспективним підходом агрегування є сценарний підхід до формування портфеля ЕНВ, що забезпечує баланс між технічною гнучкістю споживання і комфортом користувачів.

7. Визначено умови, за яких інтеграція ЕНВ у системи реагування на попит буде ефективною, обсяг резервування портфеля агрегатора та гостру потребу в поєднанні технологічних рішень, економічних стимулів і інформаційної підтримки споживачів.

1. Кіянчук В.М., Махотіло К.В. Участь побутових споживачів на енергетичних ринках через керування попитом. *Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит*. 2023. № 9–10. С. 6–35. DOI: <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2023.09.01>.
2. Kiianchuk V., Makhotilo K. Modeling of Domestic Electric Water Heaters for Demand Response. IEEE 5th KhPI Week on *Advanced Technology* (KhPIWeek), Kharkiv, Ukraine, 07-11 October 2024. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61434.2024.10878015>.
3. Кіянчук В.М., Махотіло К.В. Оцінка особливостей ресурсу водонагрівачів для реагування на попит в енергосистемі. *Вісник ВПІ*. 2025. Вип. 2. С. 71–80. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2025-179-2-71-80>.
4. Кіянчук В.М., Махотіло К.В. Організація роботи агрегатора для інтеграції побутових споживачів у програми реагування на попит. *Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит*. 2025. № 3 (206). С. 31–48. DOI: <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2025.03.03>.
5. Соціально-демографічні характеристики домогосподарств України у 2021 році: статистичний збірник. Державна служба статистики України. Київ: Держстат України, 2021. 89 с.
6. Кириленко О.В., Стогній Б.С., Денисюк С.П., Сопель М.Ф. SMART-моніторинг електроенергетичних систем. *Технічна електродинаміка*. 2024. № 5. С. 48–62. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.05.048>.
7. OpenModelica.: URL: <https://openmodelica.org/> (дата звернення 07.07.2025).
8. Коцар О.В., Довгий С.С. Підвищення продуктивності систем енергетичного менеджменту МСП через управління даними енергомоніторингу. *Енергетика: економіка, технології, екологія*. 2025. № 2. С. 7–11. DOI: <https://doi.org/10.20535/1813-5420.2.2025.327133>.
9. OpenADR. URL: <https://www.openadr.org/> (дата звернення 07.07.2025).
10. LoadProfileGenerator. URL: <https://www.loadprofilegenerator.de/> (дата звернення 07.07.2025).
11. Stampatori D., Rossetto N. From hesitation to participation: examining behavioural barriers to engage customers in flexibility markets. *Current Sustainable Renewable Energy Reports*. 2024. Vol. 11. Pp. 127–135. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40518-024-00241-w>.

INTEGRATION OF DOMESTIC ELECTRIC WATER HEATERS INTO DEMAND RESPONSE MECHANISMS OF THE POWER SYSTEM

V.M. Kiianchuk, K.V. Makhotilo
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,
Kyrpychova Str., 2, Kharkiv, 61002, Ukraine.
E-mail: Vladyslav.Kiianchuk@ieec.khpi.edu.ua.

This study presents an extensive investigation of domestic electric storage water heaters (ESWHs) as a flexible demand-side resource in the power system. An analysis of the Ukrainian residential water heater market is conducted, evaluating both their prevalence and technical potential for participation in demand response programs. An experimental ESWH testbed has been designed and implemented to collect high-precision data on thermal processes within the tank and electricity consumption, serving as a foundation for model validation. A computational mathematical model of ESWH thermal and electrical dynamics has been developed and validated, incorporating both physical system parameters and consumer usage behavior. Using this model, Pareto optimality curves were constructed to identify the trade-off between user comfort levels and ESWH demand-side flexibility. Acceptable consumer comfort temperature ranges and the response of ESWHs to control signals from an aggregator have been established. A two-level system architecture is proposed for integrating ESWHs into demand-side management frameworks using the OpenADR protocol, enabling effective coordination between aggregators, distribution and transmission system operators, and end-users. To validate the proposed approach, experimental simulations were carried out to model the aggregated response of ESWH users to demand activation signals. The research identifies key stages in the development of demand response market products: resource base formation, creation of aggregated flexibility products, and their deployment in the electricity market. Furthermore, the study analyzes barriers hindering the implementation of demand response programs in the residential sector, including low consumer awareness, lack of economic incentives, and limited technological readiness. References 11, table 1, figures 9.

Key words: demand response, water heater, aggregator, energy efficiency, smart grid, energy monitoring, electricity market, load aggregation.

1. Kiianchuk V.M., Makhotylo K.V. Participation of household consumers in energy markets through demand-side management. *Energozberezhennia. Energetyka. Energoaudit*. 2023. No 9–10 (187–188). Pp. 6–35. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2023.09.01>.
2. Kiianchuk V., Makhotylo K. Modeling of domestic electric water heaters for demand response. 2024 IEEE 5th KhPI Week on *Advanced Technology* (KhPIWeek), Kharkiv, Ukraine. 07-11 October 2024. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61434.2024.10878015>.
3. Kiianchuk V.M., Makhotylo K.V. Assessment of electric water heaters' demand response resource characteristics in the power system. *Visnyk VPI*. 2025. No 2. Pp. 71–80. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2025-179-2-71-80>.
4. Kiianchuk V.M., Makhotylo K.V. Aggregator operation organization for household demand response integration. *Energozberezhennia. Energetyka. Energoaudit*. 2025. No 3 (206). Pp. 31–48. (Ukr) DOI: <https://doi.org/C10.20998/2313-8890.2025.03.03>.
5. State Statistics Service of Ukraine. Social and demographic characteristics of households in Ukraine in 2021: Statistical collection. Kyiv: Derzhstat Ukrainy, 2021. 89 p. (Ukr)
6. Kyrylenko O.V., Stohnii B.S/, Denysiuk S.P., Sopol M.F. SMART monitoring of power systems. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 5. Pp. 48–62. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.05.048>.
7. OpenModelica. URL: <https://openmodelica.org> (accessed at 14.03.2025).
8. Kotsar O.V., Dovhyi S.S. Improving the performance of SME energy management systems through energy monitoring data management. *Energetyka: ekonomika, tekhnologii, ekologiia*. 2025. No 2. Pp. 7–11. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.20535/1813-5420.2.2025.327133>.
9. OpenADR. URL: <https://www.openadr.org/> (accessed 07.07.2025).
10. LoadProfileGenerator. URL: <https://www.loadprofilegenerator.de/> (accessed at 07.07.2025).
11. Stampatori D., Rossetto N. From hesitation to participation: examining behavioural barriers to engage customers in flexibility markets. *Current Sustainable Renewable Energy Reports*. 2024. Vol. 11. Pp. 127–135. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40518-024-00241-w>.

Надійшла 17.07.2025
Прийнято 02.10.2025

DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2026.01.080>

CORRECTION OF THE INFLUENCE OF HIGHER HARMONICS DURING SYNCHRONOUS DETECTION OF QUASI-SINUSOIDAL SIGNALS

P.I. Borschov^{1*}, O.L. Lameko^{2**}, V.G. Melnyk^{1***}

¹ Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine,
e-mail: pavbor2010@gmail.com.

² Research and Development Center "Energoimpulse" Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
56, Beresteiskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.

This article examines errors caused by the influence of higher harmonics during synchronous detection of step-approximated quasi-sinusoidal signals in electrical impedance meters and other devices. Numerical modeling of the synchronous detection process is performed in case of coinciding shapes of the input and reference detector's signals. It is shown that when the number of approximation steps in the input and reference signals is equal, the dependence of the error on the phase of the input signal is periodic, with the period of error variation coinciding with the width of the signal step. An analytical expression is derived showing that the maximum error value decreases proportionally to the square of the number of signal approximation steps. Changing the shape of the reference signals of the detectors by varying the number of approximation steps is proposed to reduce the error. In this case, the error decreases proportionally to the square of the least common multiple of the numbers of steps in the input and reference signals. A combination of stage numbers that have no common factors are found to be an optional choice. It is demonstrated that the error under study can be reduced by several dozen times without narrowing the frequency range of the converted signals. An experimental determination of errors caused by the influence of higher harmonics was carried out, results of which confirmed the effectiveness of the proposed method for correcting these errors. References 13, figures 5, tables 3.

Keywords: impedance, quasi-sinusoidal signal, higher harmonics, synchronous detection, error correction.

Introduction. Test voltage generators in the form of a stepped quasi-sinusoid are becoming increasingly widespread in many areas of measurement technology [1–3]. Their advantages include high stability and discreteness of signal parameter adjustment, ease of implementation thanks to the use of digital and digital-to-analog integrated components, and minimal need for microprocessor computing resources. The use of such generators in electrical impedance meters or other devices where the signal modulus and phase are informative quantities allows for significant advantages to be achieved at minimal additional cost: ease of changing the operating frequency, precise generation of auxiliary reference signals with digital setting of the required initial phase, and strict synchronization with the main signal [4, 5].

One of the promising applications of quasi-sinusoidal step voltage generators is the construction of bridge-type impedance meters, in which they are used to generate alternating currents through compared measurement objects and standards. The generalized structure of such devices is shown in Fig. 1. The signal from the SG generator is connected to the input of the measuring circuit, which generates an output signal whose informative parameters are the amplitude S_x and phase φ_x . The output signal is synchronously detected using in-phase and quadrature detectors, with the reference signal of the in-phase detector being in

© Borschov P.I., Lameko O.L., Melnyk V.G., 2026

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0003-1363-9252>; ** <https://orcid.org/0000-0003-4427-2318>;

*** <https://orcid.org/0000-0002-4470-4339>

© Publisher PH "Akademperiodyka" of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2026



This is an Open Access article under the CC BY-NC-ND 4.0 license

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.en>

phase with the generator signal, and the quadrature detector being phase-shifted by 90°. Measuring and processing the output signals of the S_S and S_Q detectors allows for a very accurate determination of the parameters of the impedance being studied.

The development of modern technologies increases the need for high-precision impedance parameter meters. In particular, this is very important for metrological support of measurements at industrial frequencies [6]. The AC transformer bridges used for this purpose are too complex, expensive and

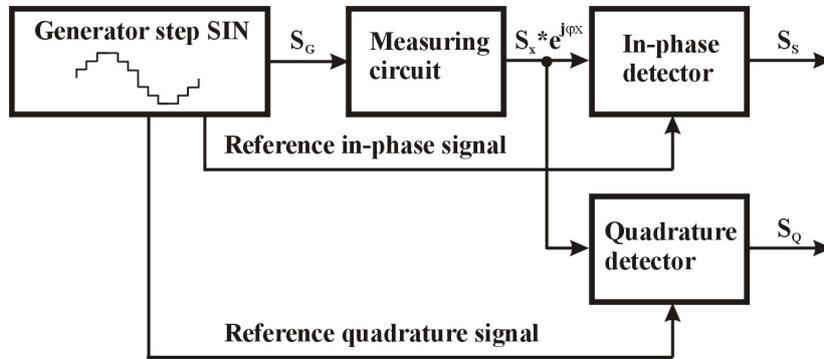


Fig. 1

insufficiently accurate. Our earlier works [7] showed the prospects of using bridge circuits with a step quasi-sinusoidal test voltage generator at such frequencies. Quadrature AC bridges with two such generators, one of which produces a test voltage that is quadrature to that supplied to the measurement object, allow the use of a reference standards in the form of active resistance for any impedance under study. This solves the problem

of insufficient accuracy of reactive standards at low frequencies. However, as studies show, achieving the precision accuracy of such meters is limited by specific measurement errors caused by the influence of higher harmonics of the step voltage. Similar difficulties occur in other devices with AC data signals. This problem has not been sufficiently studied to date.

The aim of the work is to study the errors of synchronous detection of step quasi-sinusoidal signals, as well as to substantiate the method of their correction.

Error values depend significantly on the type of synchronous detectors used. The most widely used synchronous detectors are of two types: commutators based and multiplying converters based [8], including those using digital-to-analog converters (DACs). Synchronous detectors based on commutators employ square-wave reference signals, which implement alternate, coherent (in-phase or quadrature) multiplication of the signal by +1 and -1 during each period. Using DACs as multiplying elements allows the use of reference signals with a shape close to sinusoidal. For synchronous detection of stepped quasi-sinusoidal signals, synchronous detectors with DACs are most easily implemented; their reference signals have the same number of steps as the input signal. Detectors with a reference signal approaching an ideal sinusoid (represented in the form of large arrays of digital sinusoid samples) have higher accuracy. However, the generation of such reference signals is limited by the speed of the DAC.

Numerical simulation of the synchronous detection process. The estimation of the synchronous detection errors was carried out using numerical simulation in the MATHCAD software package. As an example, the calculation of the synchronous detection errors of the stepped sinusoidal signal consisting of 32 steps per period was carried out. The reference signals of the in-phase and quadrature detectors had the same number of steps. The model of each signal is an array of 44800 points per period of the fundamental frequency of the signal. The initial phase of the reference signal of the in-phase detector was zero. The initial phase of the reference signal of the quadrature detector was $\pi/2$. The input signal of the detectors is an array of values of the step heights of a quasi-sinusoid with initial phases from 0 to $\pi/2$ with a step of $\pi/128$. The output signals of the detectors are calculated as the sums of the products of the input and each of the reference signals, averaged over the period of the signals. The errors of the detectors are calculated as the ratios of the deviations of the output signals from the output signals of ideal detectors (in which the reference signals are pure sine and cosine). Note that this model takes into account the complete array of higher harmonics of signals.

Relative errors of the in-phase detector:

$$\delta_S = \frac{S_0 \cdot \cos \varphi_x - S_S}{S_0} \quad (1)$$

Relative errors of the quadrature detector:

$$\delta_Q = \frac{S_0 \cdot \sin \varphi_x - S_Q}{S_0}, \quad (2)$$

where S_S , S_Q are the values of the output signals of the in-phase and quadrature detectors at the phase of the input signal φ_x ; S_0 is the value of the output signal of the in-phase detector at zero phase of the input signal:

$$S_0 = \frac{1}{32} \sum_{i=0}^{31} \sin^2 \left(\frac{\pi}{32} (1+2i) \right) = 0,5. \quad (3)$$

Fig. 2 shows the results of mathematical modeling – the dependences of the errors of synchronous detectors in the range of phases of the input signal from 0 to $\pi/2$. The yellow line is the error of the in-phase detector, the black line is the error of the quadrature detector.

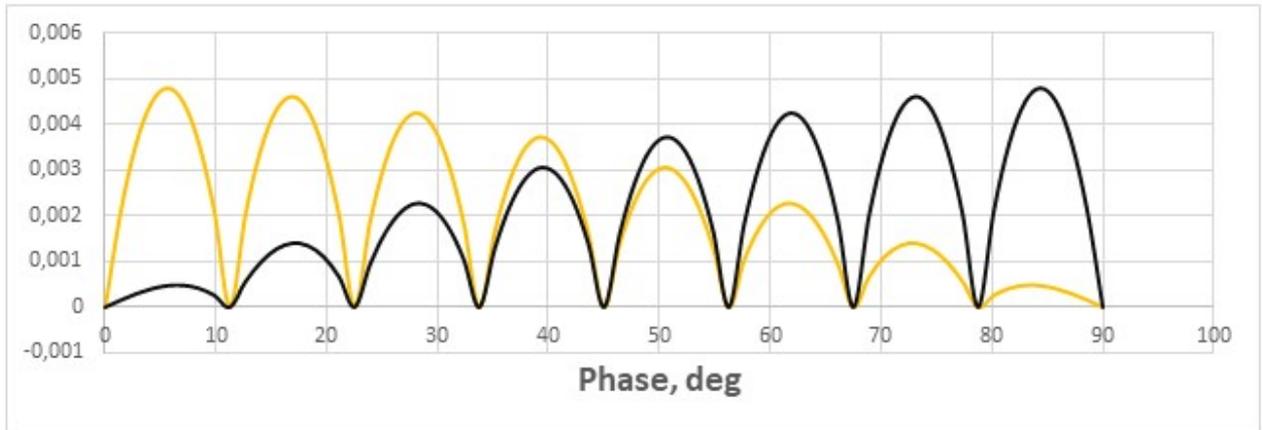


Fig. 2

The errors under study arise because when multiplying the higher harmonics that are simultaneously present in the input and reference signals, zero-frequency components appear. They are summed up with the useful signal caused by the fundamental harmonic and it distorts the detection results.

From the data provided, it is clear that the errors dependences on the phase of the input signal are periodic – they have 8 periods in the phase range from 0 to $\pi/2$. Meaning one period is equal to one step of the reference signals. In this case of the phases corresponding to the beginning of each step, the error values are minimal. For the phases corresponding to the middle of the steps, they are maximal for a given step. When the phase changes from 0 to $\pi/2$, the maximum values of the in-phase detector errors for each stage decrease, while those of the quadrature detector increase. The maximum values of each error are about 0.0048. Note that the same errors are also obtained when using detectors with rectangular reference signals, since the higher harmonics numbers in the input and reference signals are the same in both cases.

When measuring impedance parameters, the errors under study directly affect the measurement results. For example, the conversion coefficient of a measuring transducer for the active component of impedance is normalized at zero phase of the common-mode detector's input signal. Error in the measurement of the active component occurs if the measurement object contains a reactive component. If the object being measured contains a reactive component, and the phase of the current through the object corresponds to half of the first stage of the signal, then an error in the measurement of the active component occurs, equal to the value calculated according to (1). A similar error arises when measuring the predominant reactive component of the object's impedance in the presence of a small active component, if the phase of the current through the object is close to $\pi/2$.

Error analysis. If the values of the stepped quasi-sinusoidal function are equal to the values of the continuous sinusoid in the middle of the steps, then the signal containing k steps per period can be represented as follows [9, 10]:

$$s_{32}(t) = b_1 \left[\sin \omega t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{ki \pm 1} \sin[(ki \pm 1)\omega t] \right], \quad (5)$$

where t is time; ω is the circular fundamental frequency of the signal; b_1 is the coefficient determining the amplitude of the fundamental frequency component:

$$b_1 \approx 1 - \frac{\pi^2}{6 \cdot k^2}. \quad (6)$$

Thus, the signal has a fundamental (first) harmonic, as well as odd harmonics with numbers $(ki \pm 1)$, $i=1 \dots \infty$. The amplitude of a harmonic decreases in proportion to its number.

If the phase shift of the input signal relative to the reference signal of the common-mode detector is φ_x , then the output signal of the ideal common-mode detector should be:

$$SINF_{\varphi_x} = 0,5 \cdot \cos \varphi_x. \quad (7)$$

Signal at the detector input:

$$s_{\varphi_x}(t) = b_1 [\sin(\omega t + \varphi_x) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{ki \pm 1} \sin[(ki \pm 1) \cdot (\omega t + \varphi_x)]] . \quad (8)$$

Detection consists of multiplying this signal by the reference signal described by (5). Each product of sines is replaced by half the difference of the cosines of the difference and the sum of the arguments. The cosines of the sums of the arguments are variable components. Their average values over the period of the fundamental frequency are zero. If they are excluded, the result of synchronous detection takes the form:

$$SINF_{\varphi_x} = \frac{b_1^2}{2} \left\{ \cos \frac{\pi}{k} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(ki \pm 1)^2} \cos[(ki \pm 1)\varphi_x] \right\}. \quad (9)$$

Components caused by higher harmonics:

– cosines of the sums of the arguments

$$\cos[(ki+1)\varphi_x] = \cos ki\varphi_x \cdot \cos \frac{\pi}{k} - \sin ki\varphi_x \cdot \sin \varphi_x; \quad (10)$$

– cosines of the differences of the arguments

$$\cos[(ki-1)\varphi_x] = \cos ki\varphi_x \cdot \cos \varphi_x + \sin ki\varphi_x \cdot \sin \varphi_x. \quad (11)$$

From the graph of the error of the common-mode detector (Fig. 1) it is evident that the error has a maximum value at the phase of the input signal corresponding to half the duration of the first stage of the reference signal, i.e., $\varphi_x = \varphi_1 = \pi/k$. At this point, the second components in (10) and (11) become zero, since $\sin(i \cdot \pi) = 0$ for any integer “ i ”. Let us determine the signal component caused by higher harmonics at the signal phase φ_x :

$$\Delta S_{HG\varphi_1} = \frac{b_1^2}{2} \cos \frac{\pi}{k} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\cos i\pi}{(ki-1)^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\cos i\pi}{(ki+1)^2} \right]. \quad (12)$$

For each value of i :

$$\Delta S_{HG\varphi_{1i}} = \frac{b_1^2}{2} \cos i\pi \cos \frac{\pi}{k} \left[\frac{1}{(ki-1)^2} + \frac{1}{(ki+1)^2} \right]. \quad (13)$$

After transformations, expression (13) takes the form:

$$\Delta S_{HG\varphi_{1i}} = b_1^2 \cos i\pi \cos \frac{\pi}{k} \frac{1}{(ki)^2} \frac{1 + \frac{1}{(ki)^2}}{1 - \frac{2}{(ki)^2} + \frac{1}{(ki)^4}}. \quad (14)$$

We expand the last factor in a series in powers of the small value $1/(ki)^2$ and discard the higher-order terms:

$$\Delta S_{HG\varphi_{1i}} \approx b_1^2 \cos i\pi \cos \frac{\pi}{k} \frac{1}{(ki)^2} \left(1 + 3 \frac{1}{(ki)^2} \right). \quad (15)$$

The deviation of the multiplier $(1+3 \cdot (ki)^{-2})$ from 1 decrease with increasing k, i . If this multiplier is replaced by 1, the maximum relative error in calculating each will not exceed 0.03 for $k > 10$ (i.e., for most practical cases). Since we are analyzing the conversion error, this deviation is the "error in determining the error" and does not significantly affect the measurement result.

If we take into account that $\cos(i\pi)$ is equal to "-1" for odd "i", and "1" for even, we obtain an alternating-sign series:

$$\Delta S_{HG_{\varphi_1}} = b_1^2 \cdot \cos \frac{\pi}{k} \cdot \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i^2} . \quad (16)$$

The sum of the alternating-sign series of inverse squares of integers is equal to " $-\pi^2/12$ " [11]:

$$\Delta S_{HG_{\varphi_1}} = -b_1^2 \cdot \cos \frac{\pi}{k} \cdot \frac{\pi^2}{12 \cdot k^2} . \quad (17)$$

This sum takes into account the entire array of higher harmonics of the signals.

The output signal of the detector from (9) taking into account (17):

$$SINF_{\varphi_1} = \frac{b_1^2}{2} \cos \frac{\pi}{k} \left(1 - \frac{\pi^2}{6 \cdot k^2} \right) . \quad (18)$$

For a phase value corresponding to half the first stage, the output signal of an ideal common-mode detector is:

$$SINF0_{\varphi_1} = 0,5 \cdot \cos \frac{\pi}{k} . \quad (19)$$

The ratio of the received signal (18) to the ideal:

$$\frac{SINF_{\varphi_1}}{SINF0_{\varphi_1}} \approx b_1^2 \left(1 - \frac{\pi^2}{6 \cdot k^2} \right) = \left(1 - \frac{\pi^2}{6 \cdot k^2} \right)^3 . \quad (20)$$

Hence, the maximum relative error of the output signal of the common-mode detector (with the phase of the input signal corresponding to half of the first stage) is approximately equal to:

$$\delta_{SINF_{\varphi_1}} \approx -\frac{\pi^2}{2k^2} . \quad (21)$$

From Fig. 2 it is clear that the obtained value also characterizes the maximum value of the error of the quadrature detector. Table 1 shows the values of the maximum errors of synchronous detectors, in which the shape of the reference signals coincides with the shape of the input signal, depending on the number of signal steps.

Table 1

Number of steps per period	Max. error
16	$1,9 \cdot 10^{-2}$
25	$8 \cdot 10^{-3}$
32	$4,8 \cdot 10^{-3}$
50	$2 \cdot 10^{-3}$
64	$1,2 \cdot 10^{-3}$
100	$4,8 \cdot 10^{-4}$
200	$1,2 \cdot 10^{-4}$
400	$3 \cdot 10^{-5}$
1000	$5 \cdot 10^{-6}$

When performing precision measurements of impedance parameters, very high requirements are imposed on the measurement error. In particular, the solution to the problem of creating a precision AC quadrature bridge for metrological support of measurements at industrial frequencies requires ensuring an error in measuring electrical capacitance of no more than $5 \cdot 10^{-6}$. As can be seen from the data in Table 1, such a value can only be achieved with a number of signal approximation steps of at least 1000. It is obvious that increasing their number leads to a reduction in the frequency range at which impedance parameters are measured due to the limited speed of the DAC, as well as the need for additional time to enter the control digital code into the DAC.

Recently, many researchers have been working on creating synthesizers of sinusoidal signals based on Josephson matrices [12], but this solution requires significant costs and is not suitable for commercial use.

Solution. The performed analysis relates to the variant of constructing synchronous detectors, in which both the input signal and the reference signals have the same number k of steps per period. In this

case, the numbers of harmonics that coincide in both signals are equal ($ki \pm 1$), $i=1 \dots \infty$. Here the error value decreases proportionally to the square of the number of steps.

The authors propose the way to reduce studied errors that does not require increasing the number of signal steps. To solve the problem, it is sufficient to change the number of reference signal steps. If the number of input and reference signal steps is different, the highest harmonic, the number of which coincides in the signals, is determined by the least common multiple of the numbers of input and reference signal steps. According to (21), k will be equal to this least common multiple, which can be significantly greater than the number of steps (in the best case, equal to their product). Table 2 shows the calculated values of the maximum errors of synchronous detectors for the variant of constructing a detector with reference signals, the number of steps in which differs from the number of steps in the input signal.

Table 2

Number of steps in the input signal	Number of steps in reference signals	Least common multiple of the numbers of steps	Maximum error	Error Reduction Factor
32	28	224	$1 \cdot 10^{-4}$	49
32	25	800	$8 \cdot 10^{-6}$	625
64	50	1600	$2 \cdot 10^{-6}$	625
64	100	1600	$2 \cdot 10^{-6}$	625
100	128	3200	$5 \cdot 10^{-7}$	1024

The data in Table 2 demonstrate a significant reduction in the error level under study when changing the number of stages in the reference signals compared to the previously discussed detector design. Specifically, with 32 stages in the input signal, changing the number of stages in the reference signals by 25 is sufficient to reduce the error to 10^{-5} . To meet the requirements of even more precise measurements, a 64/50 stage ratio can be selected, and for further accuracy enhancement, a 100/128 stage ratio is suitable.

Note that generating reference signals with a multiple of 4 stages is the easiest method, since it is easy to obtain the quadrature detector reference signal by shifting the generation start by $1/4$ of the in-phase reference signal count table. However, it is not difficult to generate a quadrature reference signal with any number of stages, including those not multiples of 4 and even odd numbers. This requires generating a separate "cosine" table, distinct from the original "sine" table.

Experimental verification of the research results. The research results were verified on an experimental sample of the precision quadrature AC bridge created in the Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine. The generator and detectors in the device are implemented on the basis of 16-bit multiplying DACs of the LTC1592 type (Linear Technology), connected according to the bipolar scheme. The analog input signal of the generator was obtained from the source of stable constant voltage on the ADR3650 microcircuit (Analog Devices). To carry out the described experiments, the output signal of the generator was connected directly to the analog inputs of the detectors. Sequences of digital codes from sine-cosine tables for the corresponding number of steps of the quasi-sinusoidal signal were used as reference signals of the detectors. Synchronization of the generator and detectors is ensured by forming the moments of writing codes to the DAC from one timer, which is part of the control microprocessor. The clock frequency of the timer was 12800 cycles per signal period. The phase shift of the generator signal relative to the reference signals of the detectors was adjusted by delaying the start of signal generation by an integer number of cycles, due to which the resolution of the phase adjustment was $\pi/6400$, i.e., 0.028155 degrees. Digital readings of the output voltages of the detectors were obtained using analog-to-digital converters on ADS1244 microcircuits (Burr-Brown, Texas Instruments). The results of the study take into account the influence of higher harmonics of signals that were not suppressed by analog elements of the DAC. Since the frequency bandwidth of these elements is about 10 MHz, and the frequency of the signals was 50 Hz, the influence of harmonics with numbers up to 200,000 was taken into account. The harmonics suppressed by analog elements did not have a significant effect, as their amplitudes were negligible.

Fig. 3–5 show the results of experimental determination of the error dependencies of synchronous detectors for various combinations of the number of steps. The yellow lines show the graphs of the error dependencies of the in-phase detector, the gray lines show the quadrature one. Combination of Fig. 3: 32 steps in the input signal, 25 in the reference ones.

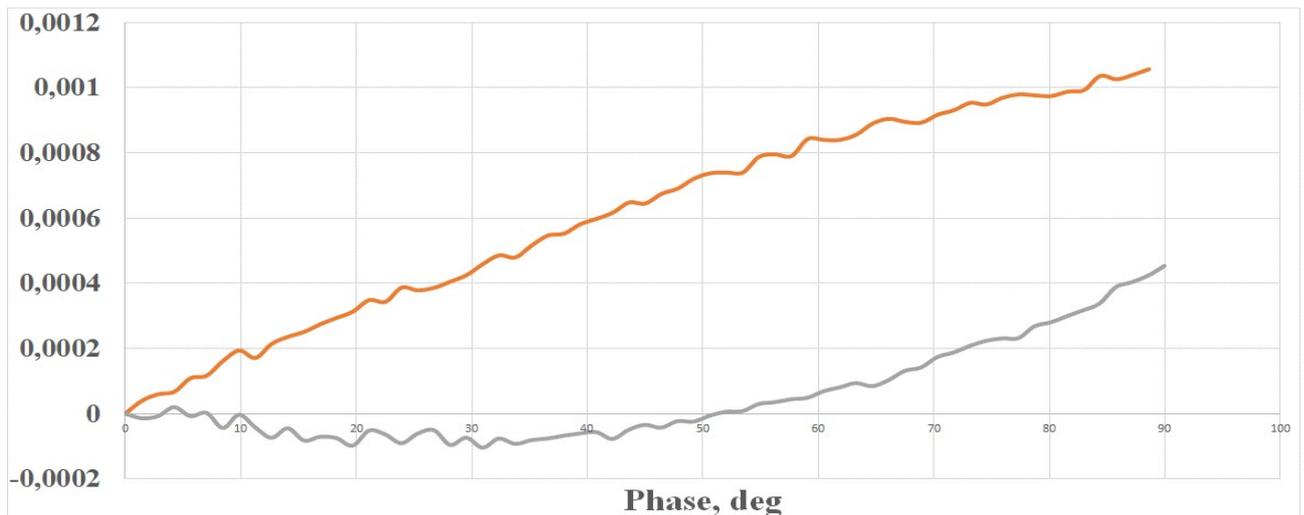


Fig. 3

Combination of Fig. 4: the same number of steps in the input and reference signals – 100 each.

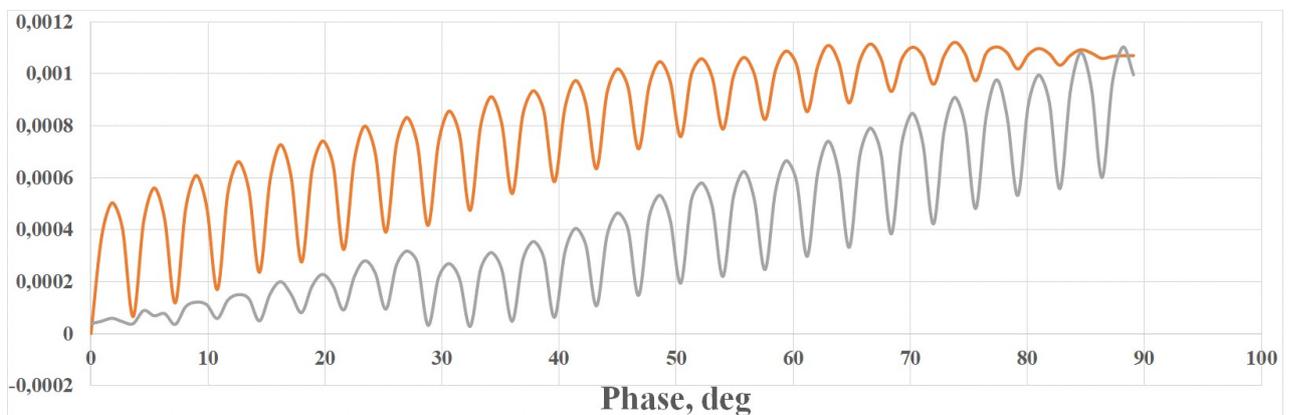


Fig. 4

Combination of Fig. 5: 100 steps in the input signal, 128 in the reference ones.

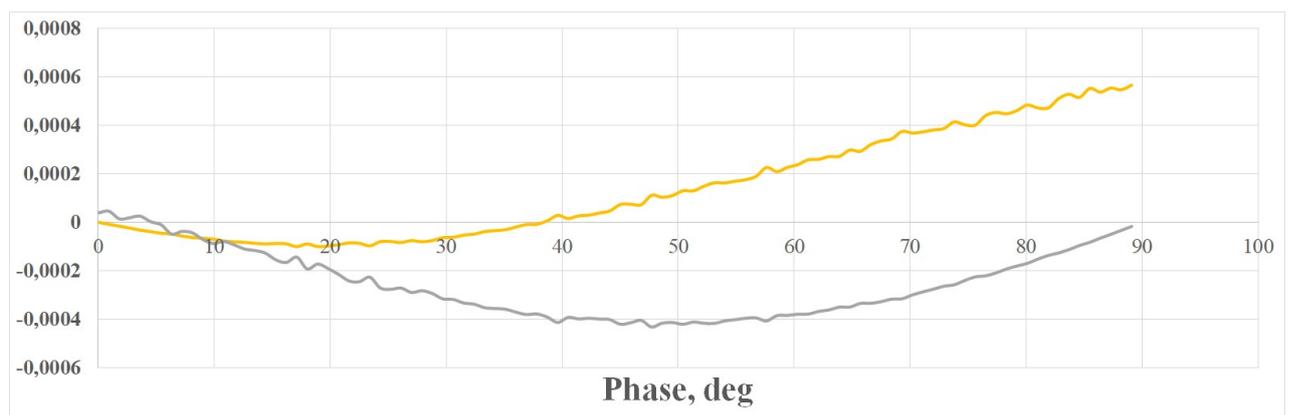


Fig. 5

Comparison of the graphs in Fig. 3–5 with the graphs in Fig. 2 shows that the total error (in addition to the component caused by higher harmonics) has another, aperiodic component that is not associated with the number of steps in the signals. There is a theory, that this component is caused by time delays in the response of the analog units of the equipment, which leads to the fact that the phase difference of the reference signals of the detectors differs from $\pi/2$ [13]. Analysis of this component is beyond the scope of this study. The level of error caused by higher harmonics can be estimated by the amplitude of the periodic component, which predominates in Fig. 4, and is weakly expressed in Fig. 3 and 5. An approximate estimate in Fig. 3 and 5 is that it's less than $2 \cdot 10^{-5}$. Table 3 shows the results of the experimental determination of the maximum errors of synchronous detectors, caused by the influence of higher harmonics, for two variants of

synchronous detectors: with reference signals, the number of steps of which is equal to the number of steps in the input signal, and with reference signals with a different number of steps.

Table 3

Number of steps in the input signal	Number of steps in the reference signals	Least common multiple of the number of steps in signals	Maximum error due to the influence of higher harmonics
25	25	25	$8 \cdot 10^{-3}$
32	32	32	$4,8 \cdot 10^{-3}$
32	25	800	$< 2 \cdot 10^{-5}$
100	100	100	$4,8 \cdot 10^{-4}$
100	128	3200	$< 2 \cdot 10^{-5}$

The data in rows 1, 2 and 4 of Table 3 coincide quite accurately with the data in Tables 1 and 2. It is difficult to obtain exact values of the studied error for rows 3 and 5 of Table 3, since the error due to the influence of higher harmonics turns out to be negligibly small in comparison to the error caused by

other factors.

Conclusions.

1. The presence of higher harmonics in the step quasi-sinusoidal signals leads to the appearance of specific errors in the synchronous detection of such signals. The results of numerical modeling and analytical research show that the dependence of the error on the phase shift of the input signal relative to the reference signals of the detectors is periodic.

2. When the number of approximation steps in the input and reference signals is equal, the period of the error change coincides with the width of the signal step.

3. The maximum value of the error caused by the influence of higher harmonics decreases proportionally to the square of the number of steps in the signals.

4. A way to reduce the studied errors is proposed, which consists in using reference signals with a number of steps different from their number in the input signal. In this case, the error decreases proportionally to the square of the least common multiple of the numbers of steps in the input and reference signals. The optimal choice is a combination of numbers of steps that do not have common factors.

5. Experimental studies have confirmed the possibility of a significant (20-200 times) reduction in error without narrowing the frequency range of input signals.

The work was carried out at the expense of the budgetary theme "Expansion of functional capabilities and advancement of metrological characteristics of vibration control systems in monitoring and diagnostic systems in the power industry" (code – "PARAMETER-D"), KPKVK 6541030.

1. Sushrut H., Katlyne J. Smart DAC Sine-Wave Generation Circuit. Texas Instruments. SLAAE66. 12.2022. URL: <https://www.ti.com/lit/pdf/slaae66> (accessed at 01.09.2025).

2. Cronin B. DDS Devices Generate High Phase Accumulator Quality Waveforms Simply, Efficiently, and Flexibly. *Analog Dialogue* 46-01. January 2012. URL: <https://www.analog.com/media/en/analog-dialogue/volume-46/number-1/articles/dds-generates-high-quality-waveforms-efficiently.pdf> (accessed at 01.09.2025).

3. Arozarena T.C. Development of a direct digital synthesis based generator. Universidad Pontificia Comillas. Madrid. 07.2019. URL: https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://repositorio.comillas.edu/xmlui/bitstream/handle/11531/35157/TFG_CorchadoArozarena%252CTeresa.pdf%3Fsequence%3D1%26isAllowed%3Dy&ved=2ahUKEwitqgCW97ePAXXaKhAIHd_9EDk4ChAWegQIFRAB&usq=AOvVaw1Mf1B15KTrLTuLvNZh0Wby (accessed at 01.09.2025).

4. Grynevych F.B., Surdu M.N., Melnyk V.G., Sheremet L.P. On the construction of a synchronous-phase selective system for wide-band automatic AC bridges. *Problemy tekhnicheskoi elektrodinamiki*. 1978. Vyp. 68. Pp. 79-82. (Rus)

5. Surdu M.N., Melnyk V.G., Ornatsky O.A. On the selection of a method for calculating quasi-sinusoidal voltage parameters. In the book: *Electrical Measurement Technique*. Kyiv: Naukova Dumka, 1979. Pp. 41-48. (Rus)

6. Borschov P.I., Lameko O.L., Melnyk V.G. Reducing the influence of generator parameter deviations in precision quadrature bridges. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 1. Pp. 77-85. DOI: <https://doi.org/10.15407/teched2024.01.077>. (Ukr)

7. Surdu M., Lameko A., Surdu D., Kursin S. Wide frequency range quadrature bridge comparator. 16th International Congress of Metrology, Paris, France, 07 October 2013. Article no 11014. DOI: <https://doi.org/10.1051/metrology/201311014>.

8. Orozco L. Synchronous Detectors Facilitate Precision, Low-Level Measurements. *Analog Dialogue* 48-11. November 2014. URL: [https://www.analog.com/media/en/analog-dialogue/volume-48/number-](https://www.analog.com/media/en/analog-dialogue/volume-48/number-48-11)

[4/articles/synchronous-detectors-facilitate-precision.pdf](#) (accessed at 04.09.2025).

9. Fourier series expansion of a function – a step approximation to a sinusoid. https://www.rotr.info/electronics/mcu/stm32_dac_synthesizer/stepf_expansion.htm (accessed at 01.09.2025).

10. Smith I.R. A Stepped-Waveform Approximation to a Sine Wave. *International Journal of Electrical Engineering & Education*. Vol. 1. Issue 1. DOI: <https://doi.org/10.1177/002072096300100108>.

11. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. Integrals and series. Elementary functions. Moskva: Nauka, 1981. 800 p. (Rus)

12. Pimsut Y., Bauer S., Kraus M., Behr R., Kruskopf M., Kieler O., Palafox L. Development and implementation of an automated four-terminal-pair Josephson impedance bridge. *Metrologia*. 2024. Vol. 61. No 2. DOI: <https://doi.org/10.1088/1681-7575/ad2539>.

13. Surdu M.N., Lameko A.L., Mukharovsky M.Ya., Karpov I.V., Kursin S.N. Features of calibration of a two-channel vector voltmeter of a digital AC bridge. *Ukrainskii metrologichnyi zhurnal*. 2011. No 1. Pp. 25-30. (Rus)

УДК 621.317

КОРЕКЦІЯ ВПЛИВУ ВИЩИХ ГАРМОНІК ПІД ЧАС СИНХРОННОГО ДЕТЕКТУВАННЯ КВАЗИСИНУСОЇДАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

П.І. Борщов^{1*}, канд. техн. наук, О.Л. Ламеко^{2**}, канд. техн. наук, В.Г. Мельник^{1***}, докт. техн. наук

¹ Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна,
e-mail: pavbor2010@gmail.com.

² Науково-виробничий центр "Енергоімпульс" Інституту електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.

Роботу присвячено дослідженню похибок, обумовлених впливом вищих гармонік під час синхронного детектування ступінчасто-апроксимованих квазисинусоїдальних сигналів в вимірниках параметрів електричного імпедансу та в інших пристроях. Проведено числове моделювання процесу синхронного детектування для випадку співпадіння форми вхідного та опорних сигналів детекторів. Показано, що за рівності чисел ступенів апроксимації вхідного та опорних сигналів залежність похибки від фази вхідного сигналу має періодичний характер, при цьому період зміни похибки співпадає з шириною ступенів сигналів. Отримано аналітичний вираз, з якого випливає, що максимальне значення похибки зменшується пропорційно квадрату числа ступенів апроксимації сигналів. Задля зменшення похибки запропоновано змінити форму опорних сигналів детекторів шляхом зміни числа ступенів апроксимації. Завдяки цьому похибка знижується пропорційно квадрату найменшого загального кратного чисел ступенів вхідного й опорних сигналів. Оптимальним вибором є комбінація чисел ступенів, що не мають загальних співмножників. Показано можливість зниження похибок в кілька десятків разів без звуження частотного діапазону сигналів. Проведено експериментальне визначення похибок, обумовлених впливом вищих гармонік, результати якого підтвердили ефективність запропонованого метода корекції. Бібл. 13, рис. 5, табл. 3.

Ключові слова: імпеданс, квазисинусоїдальний сигнал, вищі гармоніки, синхронне детектування, корекція похибок.

Received 23.09.2025

Accepted 13.11.2025

ДО 90-РІЧЧЯ АКАДЕМІКА НАН УКРАЇНИ СТОГНІЯ БОРИСА СЕРГІЙОВИЧА



Академік НАН України, доктор технічних наук, професор Борис Сергійович Стогній народився 18 березня 1936 року в с. Гречанівка Гадяцького району Полтавської області. В 1959 році закінчив Київський політехнічний інститут за спеціальністю «Електричні станції, мережі та системи» і розпочав трудову діяльність в мехколоні тресту «Мосстройэлектропередача» Міненерго СРСР. З 1961 року його трудова діяльність тісно пов'язана з Інститутом електродинаміки НАН України, а з 1968 року також і з Президією АН УРСР. В Інституті Борис Сергійович розпочав свої наукові розробки і отримав найвагоміші результати, подолавши шлях від аспіранта до доктора технічних наук, академіка НАН України.

Б.С. Стогній – видатний, визнаний та добре відомий як в нашій країні, так і за її межами вчений, засновник і лідер вітчизняної наукової школи з наукових та науково-технічних проблем створення і розробки автоматизованих та автоматичних систем оперативного і технологічного керування в електроенергетиці, зокрема, первинних вимірювальних каналів струмів та напруг електро-енергетичних об'єктів, систем збору, реєстрації, обробки та обміну

інформацією з верхніми рівнями керування, систем контролю і обліку електроенергії, пристроїв релейного захисту та протиаварійної автоматики, засобів моніторингу параметрів режимів енергосистем, засобів діагностування електротехнічного обладнання; розробки нормативного, методичного та метро-логічного забезпечення таких систем, їх системного та широкого впровадження в електроенергетичній та інших галузях національної економіки.

Усі виконувани за участю та під керівництвом Б.С. Стогнія наукові дослідження, в основі яких лежить глибоке вивчення електромеханічних та електромагнітних процесів в електроенергетичних системах та їх елементах, направлені на підвищення досконалості та енергоефективності техніки керування електроенергетичними об'єктами, підвищення ефективності використання енергоресурсів та електротехнічного обладнання, підвищення надійності, стійкості та економічності функціонування електроенергетичної галузі країни.

Під керівництвом Бориса Сергійовича наприкінці 60-х років ХХ ст. було розпочато масштабні дослідження високовольтних вимірювальних перетворювачів змінного струму і напруги, за результатами яких розроблено теоретичні засади аналізу, проектування, побудови та випробувань

нового класу високовольтних перетворювачів, призначених для роботи з нормованими похибками не лише в ustalених режимах при синусоїдальних вхідних сигналах промислової частоти, а й в умовах аварійних перехідних режимів енергосистем, що характеризуються інтенсивними електромагнітними процесами та складною спотвореною формою вимірюваного струму.

За розробку теорії та створення нового покоління високовольтних трансформаторів струму для електричних мереж напругою 330-1150 кВ колективу науковців під керівництвом Б.С. Стогнія в 1985р. було присуджено Державну премію УРСР в галузі науки і техніки.

На початку 80-х років ХХ ст. за ініціативою та під керівництвом Б.С. Стогнія в Інституті електродинаміки АН УРСР були розпочаті дослідження мікропроцесорних систем керування в електроенергетиці, що започаткувало новий науковий напрямок керованої ним наукової школи – розробку теоретичних основ, принципів і методів інформатизації та автоматизації електроенергетики на основі впровадження мікропроцесорних систем.

Було створено низку мікропроцесорних систем для реєстрації параметрів аварійних режимів в електроенергетичних системах та швидкоплинних процесів в електротехнологічних установках. Під керівництвом Бориса Сергійовича теоретично і практично розв'язана проблема єдиного часу в електроенергетиці України, створено основи теорії первинних вимірювальних каналів у складі інтегрованих систем керування електроенергетичними об'єктами, інформаційно-діагностичний комплекс «Регіна» та ціла низка його модифікацій, які складають сьогодні основу інформаційної інфраструктури електроенергетичної галузі України. Ними оснащені більшість АЕС, ТЕС та електричних підстанцій напругою 750 і 330 кВ, а також усі підстанції змінного струму залізниць нашої країни.

На базі ІДК «Регіна» побудовано першу чергу системи моніторингу перехідних процесів ОЕС України – систему широкомасштабного моніторингу (WAMS) Кримської енергетичної системи і сучасну АСУ ТП підстанції напругою 750 кВ «Київська». ІДК «Регіна» також широко впроваджений на електроенергетичних об'єктах Білорусі, Молдови, Грузії, Казахстану та Азербайджану.

Результати наукової діяльності Бориса Сергійовича висвітлено у численних публікаціях (понад 400), серед яких 15 монографій та 38 винаходів та патентів. Серед його учнів 6 докторів наук та понад 20 кандидатів.

Борис Сергійович бере діяльну участь в українських та міжнародних наукових форумах, є керівником Наукової ради НАН України з комплексної проблеми «Наукові основи електроенергетики», членом Секції Комітету з Національної премії України імені Бориса Патона, працює у складі редколегій низки фахових наукових та науково-прикладних періодичних видань.

Заслуги Б.С. Стогнія перед Українською державою в розвитку вітчизняної науки, його багаторічна плідна наукова, організаційна, педагогічна та громадська діяльність відзначені державними преміями та нагородами. Він лауреат Державної премії УРСР в галузі науки і техніки (1985 р.) та премії НАН України ім. С.О. Лебедева (1995 р.). Б.С. Стогнію в 2001 році було присвоєно почесне звання «Заслужений діяч науки і техніки України». Він нагороджений орденом «Знак Пошани» (1981 р.), відзнакою президента України – орденом «За заслуги» III ступеня (2006 р.), медалями та грамотами. Борис Сергійович – почесний доктор двох Національних технічних університетів України «Харківський політехнічний інститут» (2007 р.) і «Київський політехнічний інститут» (2014 р.).

Колектив Інституту електродинаміки НАН України, редакція журналу «Технічна електродинаміка» щиро вітають Бориса Сергійовича з ювілеєм і зичать йому міцного здоров'я, благополуччя та подальших творчих успіхів.

PPE-2026
XIX International Scientific and Technical Conference
PROBLEMS OF PRESENT-DAY ELECTRICAL ENGINEERING - 2026
June 23-26, 2026, Kyiv, Ukraine



Komitet
Elektrotechniki

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
Warsaw University of Technology
Committee of Electrical Engineering of the Polish Academy of Sciences
Lithuanian Energy Institute

have the honor to announce the XIX International Scientific and Technical Conference
"PROBLEMS OF PRESENT-DAY ELECTRICAL ENGINEERING – 2026"

Venue of the conference: Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine

Beresteyskyi ave., 56, Kyiv, 03057, Ukraine

Scientific directions of the conference:

1. Theoretical electrical engineering
2. Electric drive and power electronics
3. Electric Power Systems and Grids, Energy Management
4. Electromechanical energy conversion
5. Electrotechnical complexes and systems
6. Information measuring systems in electric power engineering

Working languages of the conference: Ukrainian, English

Deadlines for paper preparation:

- submission of a registration card and a paper (4-6 pages of A4 format, formatted according to [the guidelines](#))..... no later than 15.05.2026
- confirmation of paper acceptance01.06.2026

Registration for participants is available online until 15.05.2026 at the link on the conference website: <http://ied.org.ua/ppe>, in the "**Registration**" section.

Papers are uploaded during registration.

The conference papers will be published in the journal "Technical Electrodynamics", which is included in international scientometric databases, in particular SCOPUS. **All papers undergo mandatory peer review and scientific editing.**

Based on the results of the review and the submission of the heads of sections, specific reports can be recommended for publication in the journal "Proceedings of the Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine", which is included in the list of professional publications of Ukraine.

Payment for publication

Publication based on the results of the report and consideration of the submission	Payment for the publication of a paper
report at the conference with publication in the journal "Technical Electrodynamics"	15 EUR per page
report at the conference with publication in the journal "Proceedings of the Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine"	5 EUR per page

One author accepts no more than two papers.

We kindly ask authors to adhere to the formatting rules strictly!

Detailed information about the conference is available on the website of <https://sites.google.com/view/ppe2026>

Address of the organizing committee of the conference: 56 Beresteyskyi Ave., Kyiv, 03057, Ukraine, room 314, Tel. (044) 366-26-57, (044) 366-24-65 **E-mail:** ppe.conf.ied@gmail.com

ПСЕ-2026
XIX Міжнародна науково-технічна конференція
ПРОБЛЕМИ СУЧАСНОЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ-2026
 23-26 червня 2026 р., м. Київ, Україна



Komitet
Elektrotechniki

Інститут електродинаміки Національної академії наук України
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Варшавська політехніка
Комітет Електротехніки Польської академії наук
Литовський енергетичний інститут

повідомляють про проведення XIX Міжнародної науково-технічної конференції
«ПРОБЛЕМИ СУЧАСНОЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ – 2026»

Місце проведення конференції: Інститут електродинаміки НАН України
просп. Берестейський, 56, м. Київ, 03057, Україна

Наукові напрямки конференції:

1. Теоретична електротехніка
2. Електропривод та силова електроніка
3. Електроенергетичні системи та мережі, енергоменеджмент
4. Електромеханічне перетворення енергії
5. Електротехнічні комплекси та системи
6. Інформаційно-вимірювальні системи в енергетиці

Робочі мови конференції: українська, англійська

Графік підготовки доповідей на конференцію:

- подання реєстраційної картки та доповіді (4-6 сторінок формату А4, оформлені згідно з [правилами](#)).....не пізніше **15.05.2026**
- повідомлення про прийняття доповіді**01.06.2026**

Реєстрація учасників відбувається в on-line форматі до **15.05.2026 р.** за посиланням на сайті конференції <http://ied.org.ua/ppe> в розділі «**Реєстрація**»

Доповіді у електронному вигляді завантажуються під час реєстрації.

Публікація доповідей конференції буде здійснюватися у журналі «Технічна електродинаміка», що включений до міжнародних наукометричних баз даних, зокрема SCOPUS (фахове видання категорії «А»). **Всі доповіді проходять обов'язкове рецензування та наукове редагування.**

За **результатами рецензування та поданням керівників секцій** певні доповіді можуть бути рекомендовані до публікації у збірнику «Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України», що включений до переліку фахових видань України (категорія «Б»).

Оплата публікації

Публікація за результатами доповіді та розгляду подання	Оплата публікації статті
- доповідь на конференції з публікацією в журналі «Технічна електродинаміка»	150 грн за сторінку
- доповідь на конференції з публікацією в збірнику «Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України»	50 грн за сторінку

Від одного автора приймається не більше двох доповідей.

Просимо авторів чітко дотримуватися правил оформлення доповідей!

Детальна інформація про конференцію міститься на сайті: <https://sites.google.com/view/ppe2026>

Адреса організаційного комітету конференції: пр. Берестейський, 56, м. Київ, 03057, Україна, к. 314, Тел. (044) 366-26-57, (044) 366-24-65 **E-mail:** ppe.conf.ied@gmail.com